HANDBUCH DER ASTROPHYSIK

HERAUSGEGEBEN VON

G. EBERHARD · A. KOHLSCHÜTTER
H. LUDENDORFF

BAND VII

ERGÄNZUNGSBAND

BERÜCKSICHTIGEND DIE LITERATUR BIS ENDE 1934
NEBST EINEM GENERALREGISTER DES GESAMTWERKES

BERLIN

ERGÄNZUNGSBAND

BERÜCKSICHTIGEND DIE LITERATUR BIS ENDE 1934
NEBST EINEM GENERALREGISTER DES GESAMTWERKES

MIT 110 ABBILDUNGEN

BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER
1936

Vorwort.

Das Erscheinen der einzelnen Bände des Handbuchs der Astrophysik hat sich über die sechs Jahre 1928 bis 1933 erstreckt. Dadurch ist in dem Inhalt des Werkes eine starke Ungleichmäßigkeit entstanden. Die zuerst gedruckten Bände entsprechen dem Stande der Forschung von 1927 und 1928, während der zuletzt veröffentlichte Band den Stand von 1933 wiedergibt. Um diese Ungleichmäßigkeit zu beheben, wird nunmehr der vorliegende Ergänzungsband herausgegeben. Er hat die Aufgabe, die seit Erscheinen der einzelnen Bände bis Ende 1934 erzielten Forschungsergebnisse darzulegen und daneben auch einige frühere Lücken auszufüllen. Viele Mitarbeiter haben auch schon über einzelne Arbeiten aus dem Jahre 1935 berichtet, doch wird der Leser im allgemeinen nicht darauf rechnen können, Arbeiten, die erst in dem genannten Jahre veröffentlicht sind, bereits berücksichtigt zu finden.

Zu fast allen Kapiteln des Werkes erwiesen sich Nachträge als nötig. Die Mitarbeiter sind zumeist dieselben wie früher. Einige Änderungen sind indessen dadurch notwendig geworden, daß zwei Mitarbeiter (die Herren K. F. BOTTLINGER und R. H. CURTISS) verstorben sind und daß einige weitere (die Herren BRILL, HENROTEAU, MILNE und PANNEKOEK) durch andere Verpflichtungen an der erneuten Mitwirkung verhindert waren.

Die Nachträge zu den einzelnen Kapiteln schließen sich so eng wie möglich an letztere an. Die ergänzenden Ausführungen zu einer bestimmten Ziffer des Handbuchs haben dieselbe Numerierung und dieselbe Überschrift wie diese Ziffer. Neue Ziffern sind durch a, b, c... gekennzeichnet, ihre diesen Buchstaben vorangehende Nummer zeigt ohne weiteres, wo sie in den Originaltext einzuschalten sind.

Am Schlusse des Bandes findet der Leser Erläuterungen zu den in den Literaturzitaten gebrauchten Abkürzungen, ein Generalregister über das Gesamtwerk und einige Berichtigungen.

Allen Mitarbeitern sowie der Verlagsbuchhandlung sei unser herzlichster Dank ausgesprochen.

Im Januar 1936.

Die Herausgeber.

Inhaltsverzeichnis.

Band III.

Band IV.

Band V.

Band VI.

Band I.

Kapitel 3.

Spektroskopie.

Von

K. W. MEISSNER-Frankfurt a. M.

Mit 3 Abbildungen.

b) Theorie der Gitter und Interferenzspektroskope.

34. Das Konkavgitter. Die Theorie des Konkavgitters unter Berücksichtigung von Gliedern vierter Ordnung (vgl. Ziff. 42) wird von J. E. MACK, J. R. STEHN und BENGT EDLÉN[1] entwickelt, besonders in Hinsicht auf den Fall großer Einfallswinkel, wie sie mit Vorteil bei der Spektroskopie des äußersten Ultravioletts angewandt werden. Es wird eine Berechnung der Intensitätsverteilung einer Linie längs des ROWLANDschen Kreises gegeben, die sich ganz wesentlich von der eines Plangitters unterscheidet. Durch eine sinngemäße Verallgemeinerung der RAYLEIGHschen Definition des Auflösungsvermögens läßt sich die Leistung eines Konkavgitters anschaulich durch die „effektive Breite", d. h. durch die Breite eines Plangitters gleichen Auflösungsvermögens, zum Ausdruck bringen. Während bei den üblichen Montierungsmethoden für die längeren Wellen das Auflösungsvermögen eines Konkavgitters nahezu gleich dem eines gleich breiten Plangitters der gleichen Strichzahl ist, ändern sich die Verhältnisse bei streifendem Einfall ganz bedeutend. Bei streifendem Einfall ist die effektive Breite von der ungefähren Größe 1 cm. Für ein Konkavgitter läßt sich nach diesen Betrachtungen eine optimale Breite angeben, die mit der Wellenlänge und dem Einfallswinkel variiert, und es zeigt sich, daß bisher im allgemeinen bei Ultraviolettspektrographen zu breite Gitter Verwendung fanden.

Den Astigmatismus beim Konkavgitter behandelt ferner eine Arbeit von G. H. DIEKE[2]. Für Licht einer gegebenen Wellenlänge variiert der Astigmatismus mit dem Einfallswinkel nach Maßgabe der Beziehung

$$l = (\sin^2\varphi_B + \sin\varphi_A \operatorname{tg}\varphi_A \cos\varphi_B)\, L\,,$$

wo L die Furchenlänge, l die Länge der einem Spaltpunkt entsprechenden astigmatischen Lichtlinie, φ_A den Einfallswinkel und φ_B den Beugungswinkel bedeuten. Durch geeignete Wahl von φ_A kann bei gegebener Wellenlänge der Astigmatismus zu einem Minimum gemacht werden. Für die gebräuchlichen Gittermontierungen findet man folgendes:

1. Für die RUNGE-PASCHENsche Montierung (φ_A fest, φ_B variabel, Spalt, Kamera und Gitter fest) kann man im ganzen Spektrum zu einem kleinen Astigmatismus kommen, wenn man zwei Spalte vorsieht, einen, der $\varphi_A = 13°$ und einen, der $\varphi_A = 38°$ entspricht, wobei der erste für alle Wellenlängen bis 16000 A (oder 8000 A zweiter Ordnung usf.), der andere für die größeren Wellenlängen zu verwenden ist.

[1] J Opt Soc Amer 22, S. 245 (1932).
[2] J Opt Soc Amer 23, S. 274 (1933).

2. Die ROWLANDsche Montierung (φ_A variabel, $\varphi_B = 0$, Spalt fest, Kassette und Gitter beweglich) und ebenso die ABNEYsche Montierung (φ_A variabel, $\varphi_B = 0$, Kassette und Gitter fest, Spalt beweglich) sind mit einem Astigmatismus behaftet, der vom Minimalbetrag weit entfernt ist.

3. Bei der Montierung nach EAGLE ($\varphi_A = \varphi_B$, Spalt fest, Gitter und Kassette beweglich) wird nahezu der Minimalbetrag des Astigmatismus erreicht.

39. Fälle stigmatischer Abbildung. Von der RUNGE-PASCHENschen Montierungsmethode eines Konkavgitters für stigmatische Abbildung macht S. A. MITCHELL[1] zur Aufnahme des Koronaspektrums Gebrauch. In dieser Montierungsmethode stellt ein Konkavgitter den denkbar einfachsten spaltlosen Spektrographen dar. Zur Vermeidung des Übereinanderfallens verschiedener Ordnungen müssen geeignete Filter angewendet werden.

44. Geister. Außer den ROWLANDschen und LYMANschen Geistern tritt bei den Gitterspektren durch unregelmäßig verteilte Teilungsfehler des Gitters eine diffuse Zerstreuung des Lichtes über das ganze Spektrum ein. Vielfach findet man auch ganz in der Nähe starker Linien „wilde" Störlinien geringer Intensität, die von kleinen Unregelmäßigkeiten an den Rändern der Gitterstriche herrühren. Wie WOOD[2] zeigen konnte, haben diese ihren Grund in der inkonstanten Reibung des Teildiamanten bei der Führung über die zu teilende Spiegelfläche. Sorgt man für die Beseitigung dieser Fehlerquelle, so verschwinden die wilden Geister, die oft sehr störend wirken können.

Eine neuere Arbeit über Gitterfehler stammt von P. LACROUTE[3].

46a. Das Multiplex-Stufengitter. Ein neuartiges Stufengitter beschreibt E. LAU[4]. Beim MICHELSONschen Stufengitter werden gleich dicke Stufen verwendet. Die Leistungsfähigkeit des Instruments ist durch die Anzahl der genau gleich dicken Planparallelplatten bedingt, und da aus technischen Gründen diese Anzahl zwischen 30 und 40 liegt, ist der Leistungsfähigkeit eine technische Grenze gesetzt. Wie von LAU gezeigt wird, kann man auch unter Verwendung verschiedener Stufendicken zu einer einheitlichen Interferenzerscheinung kommen, wenn man das Verhältnis Stufenhöhe (a) zu Stufenbreite (s) konstant hält.

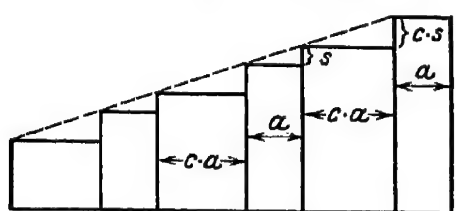



Abb. 1. Multiplex-Stufengitter.

Von der Firma Halle Nachf. wurde ein solches Instrument von insgesamt 56 Stufen gebaut, bei dem abwechselnd Stufen von zwei verschiedenen Höhen zusammengebaut sind (vgl. Abb. 1). Die Stufenhöhen betragen 1 und 1,7 cm. Um alle Stufen im Intensitätsbeitrag zum Interferenzbild gleichzugestalten, wurde die höhere Stufe jeweils durch eine schwarze Glasplatte teilweise abgedeckt. Das erreichte Auflösungsvermögen bei der Hg-Linie 5461 A beträgt etwa 700000.

Die Dispersion und das Auflösungsvermögen des Instrumentes läßt sich nach P. GÖRLICH[5] genau wie für das MICHELSONsche Stufengitter berechnen. Für senkrechten Einfall ergibt sich bei k Stufen der Breite s und Höhe a sowie l Stufen der Breite $c \cdot s$ und dem Brechungsindex μ für die Dispersion

$$\frac{d\vartheta}{d\lambda} = \frac{a}{\lambda s}\left[(\mu - 1) - \lambda \frac{d\mu}{d\lambda}\right]$$

und für das Auflösungsvermögen

$$\frac{\lambda}{d\lambda} = \frac{a(k + c\,l)}{\lambda}\left[(\mu - 1) - \lambda \frac{d\mu}{d\lambda}\right].$$

---

[1] Ap J 75, S. 1 (1932); vgl. auch 71, S. 1 und 72, S. 146 (1930).
[2] Phys Rev 40, S. 1038 (1932).
[3] J Phys et Rad 4, S. 18 (1933).
[4] Z f Phys 80, S. 100 (1932).
[5] Z f Phys 80, S. 105 (1932).

50a. Prismeninterferometer nach MONK. G. S. MONK[1] verwendet zur Erzeugung von Interferenzen gleicher Dicke nach PEROT und FABRY und zur gleichzeitigen spektralen Zerlegung eine Kombination von zwei 30°-Prismen („Halbprismen“), deren größere Kathetenflächen versilbert sind und streng planparallel ausgerichtet werden (vgl. Abb. 2). Das Prisma wird in üblicher Weise in Verbindung mit einem Kollimator und Fernrohr (oder Kamera) verwendet. Bei genügend geöffnetem Spalt durchziehen Teile der Interferenzringe gleicher Dicke die breiten Spektrallinien. Für die im Minimum der Ablenkung durch das Prisma gehenden Strahlen liegt das Ringzentrum in der Mitte der Spektrallinie. Für Linien außerhalb des Minimums liegt das Zentrum links oder rechts von der Linienmitte, und die Interferenzstreifen durchziehen das Linienfeld mit erheblicher Neigung. Für Wellenlängenmessungen, bei denen es auf die Bestimmung der Ringradien ankommt, ist deshalb die Anordnung unbrauchbar, für Strukturuntersuchungen an Spektrallinien (Hyperfeinstruktur) ist dies aber kein Nachteil. Von großem Vorteil ist der Wegfall von störenden Nebeninterferenzen, die bei der gewöhnlichen Anordnung auftreten, und der geringere Lichtverlust durch Verminderung der reflektierenden Flächen um zwei.

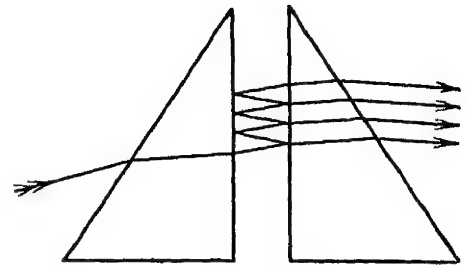



Abb. 2. Prismeninterferometer nach MONK.

50b. Das Multiplex-Interferenzspektroskop. Ein neuartiges und für die Untersuchung von Feinstrukturen wertvolles Instrument ist das Multiplex-Interferenzspektroskop, das von GEHRCKE und LAU[2] angegeben wurde. Es entsteht durch Hintereinandersetzen zweier PEROT-FABRYscher Etalons verschiedenen Abstands oder zweier durchlässig versilberter planparalleler Glas- oder Quarzplatten verschiedener Dicke (e_1 und e_2), die in einem größeren Abstand (E), streng parallel ausjustiert, hintereinander aufgestellt werden.

Fällt auf eine solche Plattenkombination ein monochromatisches Lichtbündel ein, so erhält man in der Brennebene eines hinter den Platten befindlichen Objektivs Interferenzen gleicher Neigung, die man als Übereinanderlagerung der Interferenzsysteme der beiden Quarzplatten und der planparallelen Luftplatte auffassen kann. Bei genügend großem Abstand E sind die durch die Luftplatte erzeugten Interferenzstreifen so eng, daß sie nicht mehr getrennt erscheinen. In diesem Fall erhält man nur die von der Übereinanderlagerung der Quarzplatteninterferenzen entstandene Erscheinung.

Von der Wirkung eines Multiplexspektroskops kann man sich eine anschauliche Vorstellung machen, wenn man die Interferenzwirkung jeder Einzelplatte gewissermaßen als Filterwirkung auffaßt. Nur in ganz bestimmten Richtungen gegen die Plattennormale wird von einer Platte Licht einer gegebenen Wellenlänge λ hindurchgelassen, entsprechend der Formel für eine Luftplatte (Bd. I, Ziff. 49, S. 261) $2e\cos\alpha = m\lambda$, die auch im Falle einer planparallelen Platte aus einem Medium des Brechungsquotienten n Gültigkeit hat, wenn unter α der Winkel im Innern der Planparallelplatte verstanden wird und λ die Wellenlänge in dem betreffenden Medium ist. Da nun die beiden planparallelen Platten verschiedene Dicke haben, so werden von den verschiedenen „Durchlaßrichtungen“ der beiden Platten nur gewisse koinzidieren. Dementsprechend fallen von den Ringsystemen der Einzelplatten mehrere aus, mit anderen Worten,

[1] Rev Scient Instr 4, S. 527 (1933).
[2] Z f techn Phys 8, S. 157 (1927); Phys Z 31, S. 973 (1930); E. LAU, Z f Phys 63, S. 313 (1930); E. LAU u. E. RITTER, Z f Phys 76, S. 190 (1932); P. H. VAN CITTERT, Ann d Phys 13, S. 753 (1932); vgl. auch W. V. HOUSTON, Phys Rev 29, S. 478 (1927).

das „Dispersionsgebiet“ wird vergrößert. Am besten wird dies durch die Abb. 3 veranschaulicht, die einer Arbeit von LAU und RITTER entnommen ist.

Im Verhältnis zum Apparat von FABRY und PEROT besitzt ein Multiplexspektroskop zur Untersuchung von Feinstrukturen an Spektrallinien große Vorteile. Beim PEROT-FABRY-Etalon wird der Abstand benachbarter Ordnungen mit wachsender Etalondicke enger, und es nimmt demnach das Dispersionsgebiet $\Delta\lambda$ mit wachsender Dicke ab $\left(\Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} = \frac{\lambda^2}{2e}\right.$; vgl. Bd. I, S. 263$\left.\right)$. Man kann zwar durch genügenden Plattenabstand, d. h. Vergrößerung der Ordnungszahl m, das Auflösungsvermögen über das eines guten Gitters hinaus steigern, hat aber dann den Nachteil, daß sich die verschiedenen Ordnungen eines komplizierten Liniengebildes überdecken. Dies wird durch die Vergrößerung des Dispersionsgebietes beim Multiplexspektroskop vermieden.

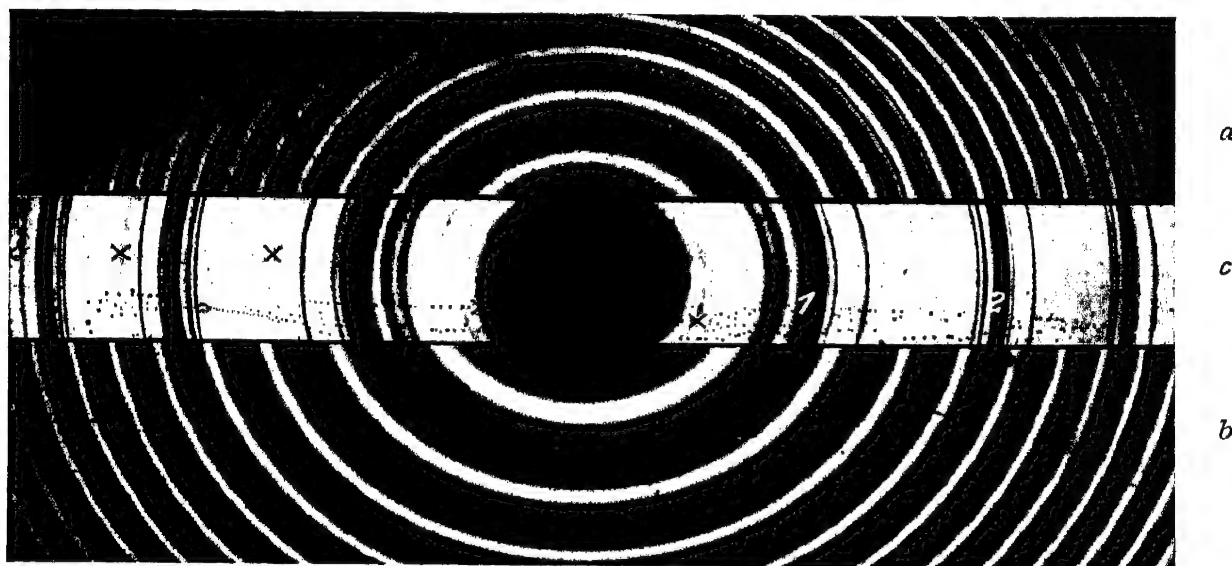



Abb. 3. Das Dispersionsgebiet eines Multiplexspektroskops (c) im Vergleich zu dem der zusammenwirkenden Einzelplatten (a Dicke 2,94 mm; b Dicke 5,0 mm). Hg-Linie 5461 Å. Die stärker belichtete linke Seite zeigt Spuren der ausgelöschten Ordnung (×). (Nach LAU und RITTER.)

In diesem Zusammenhang muß noch eine wesentliche Eigenschaft der Interferenzen an Planparallelplatten hervorgehoben werden. Wie schon in Bd. I, Ziff. 49, S. 263 gezeigt wurde, ist die Dispersion ($dR/d\lambda$) in dem mit einer planparallelen Platte erhaltenen Interferenzringsystem unabhängig von der Dicke der Platten und nur abhängig von dem Radius des Interferenzringes, d. h. von der Neigung der interferierenden Strahlen gegen die Plattennormale. Das gleiche Gesetz gilt auch für planparallele Platten aus Quarz oder Glas, nur mit dem Unterschied, daß bei diesen der Wert der Dispersion vergrößert ist. Aus dieser Eigenschaft der planparallelen Platten ergibt sich nun für das Multiplexinstrument ein wesentlicher Vorteil. Fallen irgendwelche Ordnungen der Interferenzsysteme der beiden parallel gestellten Platten zusammen, so wird wegen der konstanten Dispersion immer die volle Ordnung durch beide Platten hindurchgelassen, also nicht nur die Hauptlinie einer Liniengruppe, sondern die ganze Gruppe. Außerdem tritt eine Verschärfung und damit eine Vergrößerung des Auflösungsvermögens ein.

Die Anwendung der in Bd. I, Ziff. 47, S. 259 gegebenen Amplitudenformel für das Zusammenwirken mehrerer Lichtbewegungen führt für ein PEROT-FABRY-Instrument, bei dem unendlich viele Strahlen zusammenwirken, zu der Intensitätsverteilung

$$J = \frac{(1-k)^2}{(1+k^2-2k\cos\delta)},$$

wo k der Reflexionskoeffizient der versilberten Platte und $\delta = 2\pi\gamma\tau$ die Phasendifferenz der interferierenden Strahlen ist.

In ganz ähnlicher Weise findet man für die Kombination von zwei Platten verschiedener Dicke e_1 und e_2 im Abstand E die Intensitätsverteilung

$$J = (1-k)^6 \frac{1}{(1+k^2-2k\cos\delta_{e_1})} \cdot \frac{1}{(1+k^2-2k\cos\delta_{e_2})} \cdot \frac{1}{(1+k^2-2k\cos\delta_E)} .$$

Unter Vernachlässigung der im dritten Glied enthaltenen Interferenz der Luftplatte erhält man

$$J = (1-k)^4 \frac{1}{1+k^2-2k\cos\delta_{e_1}} \cdot \frac{1}{1+k^2-2k\cos\delta_{e_2}} ,$$

wobei

$$\delta_{e_1} = \frac{4\pi n e_1}{\lambda}\cos\alpha' \quad \text{und} \quad \delta_{e_2} = \frac{4\pi n e_2}{\lambda}\cos\alpha'' \quad \text{ist.}$$

Die Diskussion dieser allgemeinen Intensitätsformel liefert die oben nur summarisch dargelegten Verhältnisse genau. Von Interesse ist noch das Intensitätsverhältnis $J_{\min}/J_{\max}$, das für eine Perot-Fabry-Platte und ein Multiplexinstrument wesentlich verschieden ist. Für die Perot-Fabry-Platte findet man

$$\frac{J_{\min}}{J_{\max}} = \frac{(1-k)^2}{(1+k)^2} ,$$

für ein Multiplexinstrument dagegen

$$\frac{J_{\min}}{J_{\max}} = \frac{(1-k)^4}{(1+k)^4} .$$

Für $k = 0{,}9$ ergibt dies im ersten Fall $2{,}8 \cdot 10^{-3}$ gegenüber $7{,}7 \cdot 10^{-6}$ beim Multiplexspektroskop.

Dies bedeutet, daß der von starken Linienkomponenten herrührende Untergrund der Perot-Fabry-Interferenzen beim Multiplex-Interferenzspektroskop ganz gewaltig heruntergesetzt ist.

c) Wellenlängensysteme.

65. Sekundäre Normallinien des Neon- und Kryptonspektrums. Ein Teil der schon im Jahre 1922 als sekundäre Normalen angenommenen Neonlinien wurden von C. V. Jackson[1] einer eingehenden Untersuchung unterzogen. Diese Untersuchung befaßte sich mit der Frage, inwieweit die Isotopie des Neons und die Selbstumkehr der Neonlinien die Verwendung der Neonlinien als Normalen in Frage stellen kann. Durch die Isotopie des Neons (Ne 20, Ne 22) erscheint bei der Anregung eines Gemisches Ne 20 : Ne 22 = 1 : 1 jede Neonlinie doppelt, mit gleich starken Komponenten. Bei dem aus der Atmosphäre gewonnenen Neon, wie es normalerweise bisher angewandt wurde, ist das Verhältnis Ne 20 : Ne 22 = 10 : 1, so daß die Linien des schweren Bestandteils in der Intensität wesentlich zurücktreten. Diese Linien liegen im Abstand von etwa 0,020 A auf der kurzwelligen Seite der Ne 20-Linien und können unter Umständen zur Verschiebung des Schwerpunkts eines zu messenden Interferenzstreifens führen.

Jackson führt Messungen mit Interferometern verschiedenen Auflösungsvermögens aus; 28 Aufnahmen werden bei hohem Auflösungsvermögen (280000 bis 800000) vermessen und 40 Aufnahmen bei Auflösungsvermögen unter 250000. Dabei zeigen sich systematische Differenzen zwischen den beiden so gewonnenen Wellenlängenwerten.

[1] Proc Roy Soc London A 143, S. 124 (1933).

Bei hohem Auflösungsvermögen, größer als 250000, ergeben sich konstante Wellenlängenwerte, die besonders mit den Bureau of Standards-Werten von BURNS, MEGGERS und MERRILL in bester Übereinstimmung sind. Der systematische Fehler liegt unter 0,0001 A, der zufällige ist ±0,0002 A.

Bei kleinem Auflösungsvermögen kommt durch Vermischung der schwächeren Komponente (Ne 22) mit der stärkeren eine systematische Verschiebung der Wellenlängen nach Violett zustande; konstante Werte werden wieder etwa bei einem Auflösungsvermögen von 100000 erreicht, wobei die Wellenlängen etwa 0,002 A kleiner sind als bei großem Auflösungsvermögen.

Die bei großem Auflösungsvermögen erhaltenen Wellenlängenwerte sind in Tabelle 1 zusammengestellt; bei Verwendung kleineren Auflösungsvermögens ist jeweils eine Korrektion anzubringen, die von JACKSON experimentell ermittelt wurde (l. c. S. 133).

Tabelle 1. Wellenlängen von Neonlinien bei hohem Auflösungsvermögen.

λ	JACKSON	Bureau of Stand.	MEISSNER 1916	Standardwert 1922	λ	JACKSON	Bureau of Stand.	MEISSNER 1916	Standardwert 1922
5852	,4876	,4880	,4875	,488	6266	,4949	,4950		,495
5881	,8948	,8954		,896	6304	,1893	,7893		,789
5944	,8343	,8343		,834	6334	,4280	,4280		,428
5975	,5340	,5340		,534	6382	,9915	,9913		,991
6029	,9973	,9972		,998	6402	,2461	,2455	,2460	—
6074	,3311	,3377		,337	6506	,5280	,5278		,528
6096	,1630	,1630		,163	6532	,8824	,8827		,882
6143	,0620	,0624		,062	6598	,9530	,9528		,953
6163	,5941	,5944		,594	6678	,2766	,2760		,276
6217	,2814	,2807		,280	6717	,0427	,0427		,042

Wichtig ist auch das Ergebnis der Arbeit, daß bei Einhaltung richtiger Betriebsbedingungen der Neonröhren keine Selbstumkehr auftritt. Falls die Neonlinien als Normalen höchster Präzision Verwendung finden sollten, müßten genaue Betriebsdaten vorgeschrieben werden. JACKSON schlägt vor: 1. Als Entladungsröhre diene eine gewöhnliche GEISSLER-Röhre für transversale Benutzung. 2. Lichte Weite der Kapillare 1—2,5 mm. 3. Neondruck $\leqq$ 15 mm Hg. 4. Stromstärke $\leqq$ 40 mA.

Da es heute keine wesentliche Schwierigkeiten macht, die Neonisotopen zu trennen[1], wäre es am sichersten, für die Normalen höchster Präzision Röhren mit reinem Ne 20 zu verwenden.

C. V. JACKSON[2] bestimmte ferner im Anschluß an die Kadmiumlinie 6438,4696 A eine Reihe von Kryptonlinien, die wegen des hohen Atomgewichtes von Krypton (kleine Dopplerbreite) sehr scharf sind, mit großer Präzision. Die endgültigen Werte unterscheiden sich nur wenig von den einer vorläufigen Mitteilung entnommenen Werten in Bd. I, S. 287, Tabelle 5. Die endgültigen Wellenlängenwerte in I.A. sind:

4273,9702	4318,5522	4362,6425	4399,9673	4463,6906
4282,9689	4319,5801	4376,1221	4453,9179	4502,3548

Außerdem werden die drei markanten Kryptonlinien im Gelb und Grün gemessen. Die Wellenlängen dieser Linien sind folgende:

JACKSON 1932	PÉRARD 1932	PÉRARD 1923	HUMPHREYS 1930	MEGGERS 1921	FABRY u. BUISSON 1913
5562,2266	,22576	,2257	,2251	,224	—
5570,2899	,2894	,2892	,2890	,2872	,2908
5870,9167	,9161	,9154	,9153	,9137	,9172

[1] G. HERTZ, Z f Phys 79, S. 108 (1932); H. HARMSEN, Z f Phys 82, S. 589 (1933).
[2] Proc Roy Soc A 138, S. 147 (1932).

Bei diesen Linien ist die Übereinstimmung der verschiedenen Beobachter nicht so gut. Die Abweichungen sind größer, als den von den verschiedenen Beobachtern angegebenen Fehlergrenzen entspricht. Aus diesem Grunde scheinen die Linien ungeeignet als Normalen höchster Präzision.

Als Kryptonlichtquellen dienten Entladungsröhren mit ca. 6 mm Kryptondruck, die mit einem kleinen Transformator gespeist wurden. Die Röhren konnten entweder „end-on" oder mit senkrechter Kapillare benutzt werden.

68a. Wellenlängen astrophysikalisch wichtiger Siliziumlinien. Auf interferometrischem Weg bestimmte C. V. Jackson[1] neuerdings einige Linien des ein-, zwei- und dreifach ionisierten Siliziums, die von astrophysikalischem Interesse sind, da sie in den Sternspektren der Klassen B und O auftreten und zum Teil zur Bestimmung der Radialgeschwindigkeiten herangezogen werden. Die mit einer kondensierten Entladung in einem mit Chlorsiliziumdampf ($SiCl_4$) gefüllten Vakuumrohr erzeugten Linien waren genügend scharf (Breite ca. 0,1 A), um bei geringen Etalondistanzen ($^1/_4$ und $^1/_2$ cm) interferometrisch im Anschluß an die sekundären Kryptonnormalen bestimmt zu werden. In der folgenden Tabelle sind die Resultate wiedergegeben. Die in der dritten Kolonne befindlichen Buchstaben A und B kennzeichnen die erreichte Meßgenauigkeit; A bedeutet $\pm 0{,}001$ A, B $\pm 0{,}002$ A.

Ursprung	λ I.A.		Ursprung	λ I.A.	
Si^{+++} . .	4088,862	A	Si^{++} . . .	4574,758	A
Si^{+++} . .	4116,103	B	Si^{++} . . .	4716,654	B
Si^{+}	4128,051	A	Si^{+}	5041,035	A
Si^{+}	4130,876	B	Si^{+}	5056,001	B
Si^{++} . . .	4552,622	A	Si^{+}	5056,34	—
Si^{++} . . .	4567,841	A			

70a. Ermittlung der Wellenzahlen von Spektrallinien. In der theoretischen Spektroskopie und bei der Darstellung von Gesetzmäßigkeiten in Linien- und Bandenspektren verwendet man nicht die Wellenlängen, sondern die Schwingungszahlen $\tilde{\nu} = c/\lambda_0$ oder die Wellenzahlen $\nu = 1/\lambda_0$, wo c die Lichtgeschwindigkeit und λ_0 die Wellenlänge im Vakuum bedeutet. Da die meisten Wellenlängenmessungen im internationalen System gemacht sind, sich also auf Luft von 15° C und 760 mm Hg Luftdruck beziehen, so ist zur Ermittlung von λ_0 eine Reduktion der internationalen Wellenlänge λ aufs Vakuum nötig, wozu der Brechungsexponent n der Luft für die betreffende Wellenlänge bekannt sein muß. Es ist

$$\lambda_0 = \lambda \cdot n = \lambda + \lambda(n-1) = \lambda + C\,.$$

Die von der Wellenlänge abhängigen Korrektionswerte C lassen sich unter Verwendung zuverlässiger Dispersionsmessungen der Luft tabellarisch darstellen. Auf Grund der meist herangezogenen Präzisionsarbeit von W. F. Meggers und C. G. Peters[2] wurde die Tabelle 2 zur Umwandlung von internationalen Wellenlängen in Vakuumwellenlängen, deren reziproke Werte die Wellenzahlen liefern, berechnet. Zur Ermittlung der Reziproken kann neben der Rechenmaschine für kleinere Genauigkeit eine Reziprokentafel[3] dienen.

Für die Wellenlängen über 1 μ wurde die von Meggers und Peters gegebene Dispersionsformel

$$(n-1)\,10^7 = 2726{,}43 + \frac{12{,}288}{\lambda^2 \cdot 10^{-8}} + \frac{0{,}3555}{\lambda^4 \cdot 10^{-16}}$$

verwendet.

[1] M N 94, S. 723 (1934).
[2] Bull Bur of Stand 14, S. 697 (1917).
[3] W. H. Oakes, Table of the Reciprocals. London: Charles & Edwin Layton, (ohne Jahreszahl).

Einfacher erfolgt die Berechnung an Hand der von H. KAYSER[1] berechneten „Tabelle der Schwingungszahlen der auf das Vakuum reduzierten Wellenlängen zwischen λ 2000 A und λ 10000 A". Die Tabelle ist so angelegt, daß die Wellenzahl einer in I.A. vorgegebenen Wellenlänge sofort mit

Tabelle 2.
Zur Reduktion von Internationalen Wellenlängen (λ 2000 A bis λ 50000 A) auf Vakuumwellenlängen ist der in der Tabelle angegebene Korrektionswert zu λ I.A. zu addieren.

λ	000	100	200	300	400	500	600	700	800	900
2	0,651	0,670	0,689	0,710	0,731	0,754	0,776	0,800	0,824	0,848
3	0,872	0,897	0,922	0,947	0,972	0,998	1,023	1,049	1,075	1,101
4	1,127	1,153	1,179	1,205	1,232	1,258	1,285	1,311	1,338	1,364
5	1,391	1,417	1,444	1,471	1,497	1,524	1,551	1,578	1,604	1,631
6	1,658	1,685	1,712	1,739	1,766	1,792	1,819	1,846	1,873	1,900
7	1,927	1,954	1,981	2,008	2,035	2,062	2,089	2,116	2,143	2,170
8	2,197	2,224	2,251	2,278	2,305	2,333	2,360	2,387	2,414	2,441
9	2,468	2,495	2,522	2,549	2,576	2,604	2,631	2,658	2,685	2,712
10	2,739	2,766	2,793	2,821	2,848	2,875	2,902	2,929	2,956	2,983
11	3,011	3,038	3,065	3,092	3,119	3,146	3,174	3,201	3,228	3,255
12	3,282	3,309	3,336	3,364	3,391	3,418	3,445	3,472	3,500	3,527
13	3,554	3,581	3,608	3,636	3,663	3,690	3,717	3,744	3,772	3,799
14	3,826	3,853	3,880	3,908	3,935	3,962	3,989	4,016	4,044	4,071
15	4,098	4,125	4,152	4,180	4,207	4,234	4,261	4,288	4,316	4,343
16	4,370	4,397	4,425	4,452	4,479	4,506	4,533	4,560	4,588	4,615
17	4,642	4,669	4,697	4,723	4,751	4,778	4,806	4,832	4,860	4,887
18	4,915	4,942	4,969	4,996	5,023	5,051	5,078	5,105	5,132	5,159
19	5,187	5,214	5,241	5,268	5,296	5,323	5,350	5,377	5,405	5,432
λ	0000	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000
2	5,459	5,731	6,004	6,276	6,549	6,821	7,093	7,366	7,638	7,911
3	8,183	8,456	8,728	9,001	9,274	9,546	9,818	10,091	10,363	10,636
4	10,909	11,181	11,454	11,727	11,999	12,272	12,544	12,817	13,089	13,362
5	13,635									

kleiner Interpolationsarbeit zu entnehmen ist. Auch für Wellenlängen im Ultrarot über 10000 A läßt sich die Tabelle zur Berechnung der Wellenzahlen verwenden, wenn man nach BABCOCK[2] die Tafeln invers benutzt, also die λ-Werte von KAYSERS Tabelle mit den ν-Werten und umgekehrt identifiziert. Die so ermittelten ν-Werte bedürfen dann noch relativ kleiner Korrektionen, die von BABCOCK berechnet wurden und in Tabelle 3 wiedergegeben sind.

Tabelle 3.
Korrektionen $\Delta\nu$, die bei inversem Gebrauch von KAYSERS Schwingungszahlentabelle für $\lambda > 10000$ A an den der Tabelle entnommenen ν-Werten anzubringen sind.

Entnommene Wellenzahl ν in cm⁻¹	Korrektion $\Delta\nu$ in cm⁻¹	Entnommene Wellenzahl ν in cm⁻¹	Korrektion $\Delta\nu$ in cm⁻¹	Entnommene Wellenzahl ν in cm⁻¹	Korrektion $\Delta\nu$ in cm⁻¹
10000	±0,000	7500	+0,012	5000	+0,026
9500	+0,003	7000	+0,014	4500	+0,030
9000	+0,005	6500	+0,017	4000	+0,035
8500	+0,007	6000	+0,020	3000	+0,054
8000	+0,010	5500	+0,022	2000	+0,106

[1] Leipzig 1925.
[2] Phys Rev 46, S. 382 (1934).

Kapitel 5.

Apparate und Methoden zur Messung der Gesamtstrahlung der Himmelskörper.

Von

W. E. BERNHEIMER-Wien.

b) Selektive Strahlungsmessungen im Infraroten.

5. Versuche mit Photozellen im Infraroten. Über die Versuche von J. S. HALL auf dem Yale-Observatorium, mit Alkalizellen das langwellige Spektralgebiet zu erfassen, ist inzwischen eine ausführliche Veröffentlichung[1] erschienen. Sie bringt u. a. auch Farben und Farbenexzesse von mehr als 300 Sternen. Über die Apparatur wird bekannt, daß es möglich war, mit den CsO-Zellen das Gebiet von etwa λ 5000 bis λ 11000 bei einer Maximalempfindlichkeit etwa bei λ 8000 zu erfassen. Es zeigten sich, ähnlich wie bei den Kaliumzellen, auch leichte Änderungen der Farbenempfindlichkeit von Nacht zu Nacht, insbesondere während des Sommers. Veränderungen dieser Art innerhalb einer einzigen Nacht sind nur einmal festgestellt worden. Die Empfindlichkeit der Zelle für einen K0-Stern war von derselben Größenordnung wie die Empfindlichkeit einer Kaliumzelle für einen A0-Stern gleicher Helligkeit. Zur Farbenbestimmung wurden zwei Rotfilter verwendet: Wrattenfilter Nr. 89, das bei λ 6900, und Wratten Nr. 87, das bei λ 8000 abschnitt. Es ergaben sich folgende Farbengleichungen: CsO — visuell: Bei Verwendung des Filters Nr. 87 $-1^m,4$, bei Nr. 89 $-1^m,2$ und ohne Filter $-0^m,8$. Die Kombination Photozelle + Filter Nr. 89 ist unmittelbar vergleichbar mit der thermoelektrischen Anordnung, die seinerzeit auf dem Mt. Wilson verwendet wurde[2], wo PETTIT und NICHOLSON als Farbengleichung (radiometrische — visuelle Helligkeit) ebenfalls $-1^m,2$ angeben. An die beobachteten Farben der Sterne der Yale-Liste wurden drei Korrektionen angebracht: 1. Reduktion auf neutrale Filter, 2. Zenitreduktion, 3. Reduktion auf die Verhältnisse einer Standardnacht. Aus den Ergebnissen ist u. a. bemerkenswert, daß die Beziehung zwischen den so erhaltenen Farben und den Spektralklassen völlig linear verläuft und daß die Größe der Streuung in den Farbwerten vom Spektraltypus unabhängig ist. Im allgemeinen hat es den Anschein, daß die genannten Zellen zweifellos geeignet sind, wertvolle Aufschlüsse aus dem infraroten Bereiche zu bringen. In Herrsching-München wurden 1934 Zäsiumzellen mit Ebonitfilter auch zur Strahlungsmessung von Granulation, Fackeln und Umbra der Sonne im Infrarot verwendet[3]. Eine Darstellung der spektralen Empfindlichkeit derartiger Infrarotphotozellen findet sich u. a. bei W. KLUGE[4].

Im übrigen werden neuerdings auch auf dem Mt. Wilson[5] Versuche mit Photozellen angestellt, die eine starke Rotempfindlichkeit besitzen. Es handelt

[1] Ap J 79, S. 183 (1934).
[2] Siehe Band I, Kap. 5, Ziff. 32 u. 33.
[3] H. STREBEL u. G. SCHNEIDER, AN 254, S. 169 (1935).
[4] Z f wiss Photogr 32, S. 142 (1933).
[5] Mt Wilson Report 1933/34, S. 155 (1934).

sich um Zellen, bei denen nach einem Verfahren von OLPIN Natrium, behandelt mit Schwefel und Sauerstoff, verwendet wird. Die Zellen sollen einen niedrigen Dunkelstrom besitzen und mindestens ebenso hohe Stabilität aufweisen wie gewöhnliche Kaliumzellen. Nähere Angaben liegen bisher noch nicht vor.

6. Die Erschließung des langwelligen Spektralbereiches mittels der photographischen Platte. Auf diesem Gebiete wurden neue Fortschritte erzielt, die sich sowohl auf die astrophysikalischen Anwendungen, als auch auf die Einführung neuer Sensibilisatoren beziehen. Zur historischen Übersicht ist nachzutragen, daß bereits 1880 ABNEY[1] und HIGGS[2] erfolgreiche Pionierarbeit in der photographischen Erfassung des infraroten Sonnenspektrums geleistet haben. Über die seit 1918 in Deutschland[3] entwickelten Infrarotsensibilisatoren finden sich Angaben mit allen chemischen Einzelheiten in einer Arbeit von W. DIETERLE, H. DÜRR und W. ZEH[4]. Eine analoge Arbeit über die amerikanischen Fortschritte[5] in der Ausbildung von Sensibilisatoren für Infrarot und andere Spektralgebiete haben L. G. S. BROOKER, F. M. HAMER und C. E. K. MEES[6] veröffentlicht. Über die am weitesten ins Infrarot reichenden Kodakplatten „P" und „Q" wurde bereits in Band I berichtet[7]. Astronomische Anwendungen fanden neuerdings auch die Platten „U" (günstig für λ 6800 bis λ 7400), „R" (λ 7300 bis λ 8400) und „N" (λ 6800 bis λ 8400). Darstellungen der spektralen Empfindlichkeit der genannten sowie der übrigen Kodakplatten finden sich auch in der bereits in Band I erwähnten Arbeit von C. E. K. MEES[8]. Wichtige zusammenfassende Arbeiten über Infrarotphotographie hat J. EGGERT[9] veröffentlicht. Fragen der Hypersensibilisierung behandeln neuerdings R. MECKE und A. ZOBEL[10].

Von wichtigen älteren astrophysikalischen Anwendungen der in Band I bereits genannten Sensibilisatoren Dizyanin, Kryptozyanin und Neozyanin seien noch hervorgehoben die Arbeiten von V. M. SLIPHER[11], von J. BOSLER[12], von W. H. WRIGHT[13] sowie eine Reihe von Untersuchungen P. W. MERRILLS[14]. Aus der neuesten Zeit finden sich folgende wichtige Anwendungen: Mit Agfaplatte 730 und Schottfilter RG 1 Rothelligkeiten von 190 Sternen, gewonnen von W. BEKKER[15]. Die Kodakplatten „U" und „N" wurden von F. E. ROACH[16] zur Untersuchung der Spektra einiger heller Sterne im Bereiche von λ 6562 bis λ 7593 herangezogen. H. v. KLÜBER[17] untersuchte mit dem großen Gitterspektrographen des Potsdamer Turmteleskopes auf Agfaplatten die atmosphärische Sauerstoffbande bei λ 7600. Eine wichtige Zusammenstellung der heutigen Erkenntnisse über die Wellenlängen des infraroten Sonnenspektrums findet sich in einem von R. MECKE und W. BAUMANN 1934 veröffentlichten Werke[18]. Es gibt für den

---

[1] Phil Trans 171, S. 653 (1880). [2] Proc Roy Soc London A 49, S. 345 (1891).

[3] Vorwiegend durch die I. G. Farben A.G. (Agfa).

[4] Z f wiss Photogr 32, S. 146 (1933) sowie Nachtrag derselben Autoren Z f wiss Photogr 32, S. 199 (1933).

[5] Vorwiegend durch die Eastman-Kodak-Gesellschaft.

[6] J Opt Soc Amer 23, S. 216 (1933). [7] Siehe Bd. I, Kap. 5, Ziff. 6, Abb. 3.

[8] J Opt Soc Amer 23, S. 229 (1933).

[9] Z f techn Phys 14, S. 177 (1933); Veröff Agfa III, S. 136 (1933) u. Z f techn Phys 15, S. 436 (1934).

[10] Phys Z 34, S. 843 (1933).

[11] Ap J 25, S. 235 (1907); Lowell Obs Bull 1, S. 231 (1909) u. Pop Astr 37, S. 140 (1929).

[12] C R 160, S. 124 (1915).

[13] Publ A S P 32, S. 63 (1920) sowie die in Fußnoten 4 u. 5, S. 417 des Bd. I genannten Arbeiten.

[14] Sc Pap Bur Stand 14, S. 437 (1918); Publ A S P 37, S. 272 (1925; 40, S. 254 (1928); Ap J 74, S. 188 (1931).

[15] Z f Ap 9, S. 79 (1934). [16] Ap J 80, S. 233 (1934). [17] Z f Ap 6, S. 161 (1933).

[18] Das ultrarote Sonnenspektrum . . . Leipzig: I. A. Barth 1934.

Bereich λ 7600 bis λ 10000 viele neue, vor allem terrestrische Linien. In dem Buche sind auch Ergebnisse von Originalaufnahmen der Verfasser enthalten, die im Bereiche λ 7574 bis λ 8800 bei tiefem Sonnenstand gewonnen wurden. Über einen neuen Atlas des Sonnenspektrums im Gebiete λ 8600 bis λ 11630 (Skala 1 A/mm) berichtet A. D. BABCOCK[1]. Er verwendete, zwecks Ausschaltung von Streulicht unerwünschter Wellenlängen, ein Spezialfilter, Neozyanin gelöst in Chloroform.

Die neuen Platten „P" und „R" der Kodak-Gesellschaft wurden 1933 auf dem Mt. Wilson von P. W. MERRILL[2] zum erstenmal auch für Aufnahmen der Sternspektren im Gebiete von λ 7000 bis λ 9000 herangezogen. Die meisten Platten erfassen das Gebiet λ 8320 bis λ 8900, einige wenige das Gebiet λ 5800 bis λ 8320. U. a. wird gezeigt, daß bei N-Sternen die ungewöhnliche Struktur des Spektrums zwischen λ 6910 und λ 8780 infolge Absorption durch Kohlenstoff- und Zyanmoleküle bedingt ist. Die dichte Gruppe tellurischer Linien über λ 8950 wurde hinsichtlich stellarer Linien noch nicht untersucht, doch erscheint es MERRILL nicht aussichtslos zu sein, dieses Gebiet zwischen λ 8950 und λ 9800 mittels der neuen, 1932 eingeführten Xenozyaninsensibilisatoren in Zukunft zu untersuchen. Hierfür kommt die Kodakplatte „Q" in Betracht, deren spektrale Empfindlichkeit aus Abb. 3b, S. 419 in Band I zu ersehen ist.

Aufnahmen mit „R-", „P-" und „Q-"Platten führten A. S. KING[3] auf dem Mt. Wilson u. a. zur Festlegung nicht identifizierter Linien des Sonnenspektrums als Fe-Linien. Bemerkenswerterweise erscheint im Infraroten das Schwächerwerden von Linien hoher Temperatur der Sonnenflecke bei den kräftigeren Linien weniger ausgeprägt. Gelegentlich des jetzt einsetzenden neuen Fleckenzyklus wird man zweifellos mit Hilfe dieser Platten entscheidende Aufschlüsse über das Verhalten von Sonne und Flecken im Infraroten erhalten können. Mit „N"-Platten, ebenfalls auf dem Mt. Wilson, gelang es Y. ÖHMAN[4] u. a. zum erstenmal, ein extragalaktisches Objekt, den Begleiter des Andromedasystems, bis zu λ 7600 zu untersuchen. Im allgemeinen ergab sich im behandelten Spektralbereiche große Übereinstimmung zwischen Sonne und M32, nur λ 4227 und die D-Linie waren in M32 kräftiger. Auf der Yerkes-Sternwarte sind „P"- und „Q"-Platten zu Untersuchungen der relativen Spektralintensitäten einiger Sterne im Infraroten von W. W. MORGAN und B. A. WOOTEN[5] verwendet worden. U. a. zeigen sich offenkundige Abweichungen vom PLANCKschen Gesetz; eine Fortführung derartiger Untersuchungen an größerem Material ist zweifellos erfolgversprechend.

Inzwischen ist es auch in Europa gelungen, mit einem neuen Sensibilisator die Reichweite ins Infrarote weiter zu erstrecken. Die IG-Farben-A.-G. brachte eine neue leistungsfähige Platte, Agfaplatte „1060" heraus[6], mit einer Reichweite bis über λ 12000 und einem Empfindlichkeitsmaximum etwa bei λ 10500. 1934 wurde die Platte von G. HERZBERG[7] in Darmstadt zum erstenmal zur Photographie des Sonnenspektrums herangezogen. Erreicht wurde λ 12900 bei zehnstündiger Exposition mit einem 3-m-Gitter (5 A/mm). Da im Gebiet von λ 12400 bis λ 12900 kein merklicher Schwärzungsabfall eintrat, dürfte die Reichweite der Platte noch weiter ins Infrarot zu erstrecken sein. Auch aus Utrecht liegen Nachrichten über die Verwendung der neuen Platte vor. Dort gelang es A. H. ROSENTHAL[8] ohne Schwierigkeit, im Sonnenspektrum die Linien der Paschenserie P_6 bei λ 10938 und P_7 bei λ 10049 als diffuse Absorptionslinien festzustellen. Bei Untersuchungen in Pasadena (unveröffentlicht) wurde sogar λ 13500 erreicht.

---

[1] Publ A S P 41, S. 274 (1929); siehe auch Obs 57, S. 261 (1934).
[2] Ap J 79, S. 183 (1934).
[3] Ap J 80, S. 124 (1934).
[4] Ap J 80, S. 171 (1934).
[5] Ap J 80, S. 229 (1934).
[6] J. EGGERT, Z f techn Phys 15, S. 436 (1934).
[7] Nature 133, S. 759 (1934).
[8] Nature 134, S. 533 (1934).

Wie bereits in Band I bemerkt, haben die Infrarotplatten wegen der Temperaturabhängigkeit nur kurze Haltbarkeit. Entsprechende Vorsichtsmaßnahmen sind nötig; so mußte beispielsweise der Transport der Agfaplatten „1060" nach Amerika in Trockeneis erfolgen[1]. Unmittelbar vor der Verwendung müssen die Platten zwecks Erreichung der optimalen Empfindlichkeit noch hypersensibilisiert werden. Kürzlich ist eine der „Agfa 1060" analoge Platte auch in Amerika herausgebracht worden[2]. Sie wird „Kodak Z-Platte" genannt und hat eine maximale Empfindlichkeit bei λ 10900. Die Wellenlänge λ 12000 ist damit leicht zu erfassen.

c) Aktinometer und Pyrheliometer zur Messung der Gesamtstrahlung der Sonne.

10. Die Primärinstrumente der Smithsonian-Observatorien. Gegenwärtig verwendet man als letzte Konstruktion das Water-Flow-Pyrheliometer Nr. 5, das in Bd. I, Kap. 5, Ziff. 39 bereits näher beschrieben wurde. Mit diesem Instrument gelang 1934 der Nachweis[3], daß die ursprünglich nur vermutete Unstimmigkeit der Smithsonian Revised Scale 1913 tatsächlich vorliegt[4].

d) Bolometer und Spektrobolometer zur Messung der Gesamtstrahlung der Sonne.

15. Das Verfahren der Smithsonian-Beobachter zur Ableitung der Solarkonstante nach der „langen Methode". Wie in Bd. I (diese Ziff.) auseinandergesetzt, wird bei dieser Methode die Korrektion K_s für die atmosphärischen Absorptionsbanden aus den Registrierstreifen des Spektrobolometers ermittelt. Neuerdings liegen auch ausgedehnte Messungsreihen dieser Banden aus Europa und Afrika vor, die zwar mit einer wesentlich einfacheren Apparatur gewonnen sind, nichtsdestoweniger aber auch wertvolle Ergebnisse gezeitigt haben. Es handelt sich um einen einfachen Spektrographen, nach dessen Durchlaufen die Strahlung auf den Empfänger eines modernen MOLLschen Thermoelements[5] konzentriert wird. Die Anordnung wurde von WL. GORCZYŃSKI[6] entworfen, Messungsergebnisse, die sich hauptsächlich auf die atmosphärischen Banden $\varrho\sigma\tau$ und Φ beziehen, wurden von GORCZYŃSKI und E. STENZ aus Tunis[7] und von STENZ aus Gebieten der Mittelmeerküste[8] veröffentlicht. Von Interesse sind die abgeleiteten Beziehungen zwischen Luftmasse und atmosphärischer Transmission sowie die Bestimmung des Zusammenhanges zwischen Transmission der Φ- und der $\varrho\sigma\tau$-Bande. Eine häufige und gleichzeitige Verwendung der einfachen Apparatur in Verbindung mit Pyrheliometermessungen an mehreren Beobachtungsstätten sei angeregt. Es wäre dann vielleicht die Durchführung systematischer Simultanbestimmungen der Solarkonstantenschwankungen an verschiedenen Orten der Erde leichter zu erreichen.

f) Die Ergebnisse der Messungsmethoden der Solarkonstante.

18. Die Zuverlässigkeit der Pyranometermessungen. In Bd. I (diese Ziff.) wurde hervorgehoben, daß die neuesten, in Amerika jetzt zur Anwendung kommenden sog. „kurzen Methoden"[9] einen großen Fortschritt darstellen, daß aber die damit verknüpfte, weitgehende Heranziehung der Statistik naturgemäß auch neue Unsicherheiten mit sich bringt. Diesbezüglich schlägt B. FESSENKOFF[10] ein

[1] Nach freundlicher brieflicher Mitteilung der Filmfabrik der I. G. Farbenindustrie A. G.
[2] Eastman Kodak Company, Photogr. Plates . . ., 2. Edition Rochester New York.
[3] Smithson Misc Coll 92, Nr. 13 (1934).
[4] Nähere Angaben folgen unten in Ziff. 39.
[5] Siehe Ziff. 40.
[6] Bull Ac Pol A 1933, S. 40.
[7] Bull Ac Pol A 1933, S. 53.
[8] Bull Ac Pol A 1933, S. 65.
[9] Siehe Ziff. 17 in Band I, Kap. 5.
[10] R A J 10, S. 249 (1933). — Für die liebenswürdigerweise besorgte Übersetzung der russischen Originalarbeit sei auch an dieser Stelle Herrn FESSENKOFF verbindlichst gedankt.

neues, weniger empirisches Verfahren vor. Auch er legt das Augenmerk auf die Erfassung des Himmelszustandes aus Strahlungsmessungen der unmittelbaren Sonnenumgebung, bedient sich jedoch nicht eines Pyranometers, sondern arbeitet mit photoelektrischen bzw. thermoelektrischen Anordnungen. FESSENKOFF entwickelt eine Theorie der Sonnenaureole und findet eine Beziehung zwischen der relativen Aureole und der Luftmasse für normalen Atmosphärenzustand. Die Abweichung der aus den Beobachtungen folgenden entsprechenden Beziehung von der Standardbeziehung liefert die Reduktionsmöglichkeit auf den Idealzustand. Zur Durchführung der Reduktion der Strahlungsmessungen kann auf eine gesonderte Bestimmung der Transmissionskoeffizienten pro Wellenlänge verzichtet werden bei Annahme einer einfachen funktionellen Beziehung zwischen Transmissionskoeffizient und λ. Es sei

$$p_\lambda = e^{\frac{a}{\lambda - b}}, \qquad \text{demnach} \quad J_m = c\int E_{\lambda T}\, e^{\frac{am}{\lambda - b}}\, d\lambda\,,$$

wobei c eine Konstante, $m = \sec z$ die Luftmasse und a und b zwei Parameter darstellen, die für jeden Tag zu bestimmen sind. Gegründet auf die bekannte Energieverteilung im Sonnenspektrum $E_{\lambda T}$ werden Tabellen konstruiert, die den Zusammenhang zwischen Luftmasse m, a und b ersehen lassen. Mit ihrer Hilfe ist eine rasche Reduktion der Beobachtungen möglich, die mit und ohne Wasserzellenfilter[1] vorgenommen werden. Erste Versuche mit dieser Methode am Kuchino-Observatorium waren erfolgversprechend. Zweifellos liegt hier ein Verfahren zur Bestimmung der Solarkonstante vor, das hinsichtlich der Elimination der Schwankungen in der terrestrischen Durchlässigkeit einen beachtenswerten Fortschritt darstellt.

19. Versuche zur Verbesserung „definitiver" Werte der Solarkonstante. Neue Versuche in dieser Richtung liegen bisher nicht vor, so daß weiterhin als Mittelwert der Solarkonstante 1,94 gcal angenommen wird. In Zukunft dürfte es sich jedoch nicht umgehen lassen, die für die Smithsonian Revised Scale 1913 notwendig gewordene Korrektion zu berücksichtigen. Sie beträgt nach den jüngsten Ergebnissen[2] 2,3%, demnach wäre der bisher angenommene Mittelwert der Solarkonstante auf $S = 1{,}895\ \text{gcal cm}^{-2}\ \text{min}^{-1}$ herabzusetzen[3].

Tabelle 1. Monatsmittel der Solarkonstante. 1930—1934.
Die Daten mit Stern (*) beziehen sich ausschließlich auf die Beobachtungsstation Table Mountain und sind nach ABBOT noch nicht als endgültig anzusehen.

1930	1931	1932	1933	1934	
1,941	1,944	1,943	1,948*	1,952*	Januar
40	43	59	48*	47*	Februar
39	44	52	43*	44*	März
41	45	58	27*	36*	April
44	43	49	43*	45*	Mai
43	45	43*	41*	44*	Juni
43	48	45*	42*	45*	Juli
41	47	44*	30*	46*	August
35	46	37*	46*	35*	September
35	49	40*	46*	43*	Oktober
38	45	37*	46*	52	November
41	54	43*	49*	50	Dezember
1,940	1,943	1,943*	1,942*	1,945*	Jahresmittel

20. „Preferred Solar Constants". In Bd. I (diese Ziff., Tabelle 4) wurden die endgültigen Monatsmittel der Jahre 1920—1930 angegeben, die C. G. ABBOT[4] als „Preferred Solar Constants" bezeichnet. Für die Jahre 1931 und 1932 und die ersten beiden Monate 1933 finden sich die Monatsmittel in Smithson Misc Coll 89 Nr. 5 (1933). Diese Werte haben noch nicht definitiven Charakter. Vor allem trifft dies zu für die Monatsmittel ab Juni 1932, bei denen die Messungen in

[1] Siehe Ziff. 31 u. 33.
[2] C. G. ABBOT u. L. G. ALDRICH, Smithson Misc Coll 92, Nr. 13 (1934).
[3] Siehe auch die Nachtragsziff. 39 Bd. I Kap. 5 und Ziff. 19 Bd. IV Kap. 1.
[4] Smithson Ann 5, S. 277 (1932).

Montezuma durch Vulkanstaub gestört und demnach nicht verwendet wurden. Messungen in Montezuma erfolgten erst wieder ab November 1934. In Tabelle 1 sind als Fortführung der genannten Tabelle 4 die Monatsmittel bis Ende 1934 zusammengestellt. Die neuesten Daten wurden einer Mitteilung ABBOTS[1] entnommen, wobei die mit * bezeichneten Werte auf Messungen in Table Mountain beruhen, die zudem von ABBOT auf die Skala von Montezuma reduziert sind. Mit Rücksicht auf das Fehlen weiterer definitiver Werte lassen sich verläßliche Angaben über die Streuung der letzten Jahresmittel nicht geben. Demgemäß entfällt eine Fortsetzung der Tabelle 5 dieser Ziffer in Bd. I.

h) Anwendung der Thermoelemente zur Messung der ultravioletten Sonnenstrahlung.

23. Die Apparatur von E. PETTIT zur Strahlungsmessung bei λ 3200; 24. Methoden zur Reduktion der Beobachtungen; 25. Das Meßverfahren von W. W. COBLENTZ und R. STAIR und 26. PETTITS Meßanordnung zur Bestimmung der spektralen Energieverteilung. Die Apparatur (Ziff. 23) ist außer in den in Bd. I angegebenen Fällen auch von G. E. DAVIS[2] beschrieben worden. Es handelt sich um ein Instrument, das mit dem auf dem Mt. Wilson verwendeten in allen Teilen übereinstimmt und mit dem G. E. DAVIS und J. L. MC CARTHY[3] Strahlungsmessungen in Tucson (Arizona) vorgenommen haben. Über diese Ergebnisse sowie über neuere Arbeiten von W. E. BERNHEIMER zu dem Gegenstande wird in anderem Zusammenhang berichtet[4]. Während die Beobachtungen in Tucson nur temporären Charakter besitzen, steht die Apparatur auf dem Mt. Wilson ohne Unterbrechung bis heute in Verwendung. Nach Elimination des jährlichen Ganges[5] ergeben sich für den ganzen Zeitraum folgende in Tabelle 2 zusammengefaßten ausgeglichenen Monatsmittel der ultravioletten Sonnenstrahlung. Über

Tabelle 2. Ultraviolett-Strahlung der Sonne.
(Ausgeglichene Monatsmittel nach BERNHEIMER.)
Die vorliegenden Daten aus $9^1/_4$ Jahren sind abgeleitet aus dem Material vom April 1925 bis Juni 1935.

1925	1926	1927	1928	1929	1930	1931	1932	1933	1934	
—	1,36	**1,42**	1,25	1,25	1,27	1,11	1,02	0,99	1,04	Januar
—	1,37	1,41	1,24	1,26	1,25	1,09	1,02	1,00	1,04	Februar
—	1,36	1,41	1,23	1,27	1,25	1,08	1,01	1,01	1,03	März
—	1,36	1,40	1,22	1,27	1,24	1,06	1,00	1,02	1,03	April
—	1,35	1,38	1,22	1,27	1,23	1,06	0,98	1,03	1,03	Mai
—	1,35	1,36	1,23	1,27	1,23	1,07	0,96	1,03	1,04	Juni
—	1,36	1,34	1,24	1,28	1,21	1,07	0,94	1,04	1,04	Juli
—	1,36	1,32	1,24	1,29	1,18	1,07	*0,93*	1,05	1,04	August
—	1,38	1,30	1,25	1,29	1,16	1,06	0,94	1,04	1,04	September
1,37	1,40	1,28	1,25	1,28	1,15	1,04	0,96	1,04	1,05	Oktober
1,37	1,41	1,27	1,25	1,27	1,14	1,03	0,97	1,04	1,05	November
1,36	**1,42**	1,25	1,25	1,27	1,12	1,02	0,98	1,04	1,05	Dezember
	1,37	1,34	1,24	1,27	1,20	1,06	0,98	1,03	1,04	Jahresmittel

die Geschichte der Verwendung von Silber- und Goldfiltern, die bei den Untersuchungen von PETTIT eine große Rolle spielen, ist 1934 von H. GRIMM[6] ein zusammenfassender Aufsatz erschienen. In der Apparatur der in Bd. I, Ziff. 26 dargelegten Meßanordnung zur Bestimmung der spektralen Energieverteilung im Ultravioletten sind neuerdings[7] kleine Verbesserungen vorgenommen worden. So ist der Siderostat *M* (Abb. 28, S. 464) nicht mehr ein Stellitspiegel, sondern mit

[1] Mitteleurop Witterungsberichte, Frankfurt a. Main 5, Nr. 11 (1934).
[2] Gen Electric Rev 34, S. 98 (1931).
[3] Monthly Weather Rev 60, S. 237 (1933).
[4] Nachtrag zu Bd. IV, Kap. 1, Ziff. 25.
[5] Bd. IV, Kap. 1, Ziff. 25.
[6] Die Himmelswelt 44, S. 78 (1934).
[7] Mt Wilson Annual Report (1933/34).

einer Aluminiumfolie belegt, anstatt der Quarzlinse L befindet sich an dieser Stelle jetzt ein konkaver Spiegel mit Aluminiumoberfläche, der das Sonnenbild auf den ersten Spalt abbildet. Messungsergebnisse mit dieser Apparatur, die einen zweifellosen Fortschritt bedeutet, liegen bisher noch nicht vor. Dagegen wurde das in Ziff. 25 beschriebene Meßverfahren von W. W. COBLENTZ und R. STAIR an mehreren Orten bereits verwendet, worüber W. W. COBLENTZ, R. STAIR und J. M. HOGUE[1] sowie H. LAURENS und H. S. MAYERSON[2] berichtet haben. Freilich bezieht sich die Anwendung bisher nur auf medizinische Probleme, insbesondere auf Schwankungen der mit dieser Apparatur leicht erfaßbaren, „antirachitischen" Strahlung < 3130 Å. Die Verhältnisse für Luftmasse $m = 0$ sind nicht behandelt worden.

i) Methoden und Instrumente zur Messung der Gesamtstrahlung der Planeten und Fixsterne mit Thermoelementen und Radiometern.

33. Die Untersuchungen von E. PETTIT und S. B. NICHOLSON. Die thermoelektrischen Untersuchungen mit dem 100-Zöller des Mt. Wilson wurden hinsichtlich Apparatur und Reduktionsmethoden in dieser Ziffer, Bd. I, Kap. 5 eingehend behandelt. Seither haben die beiden Forscher die Einzelergebnisse ihrer Beobachtungen veröffentlicht[3], sie beziehen sich auf Untersuchungen der Gesamtstrahlung von Veränderlichen aus den Jahren 1921—1927. Behandelt werden δ Cephei, η Aquilae, Algol, 11 langperiodische und 5 unregelmäßig Veränderliche. U. a. wird für die langperiodisch Veränderlichen außer m_r und Wasserzellenabsorption auch Temperatur und Durchmesser gegeben, sowie ein Versuch gemacht, bei diesen Sternen Energiekurven für Maximum und Minimum von Temperatur und Helligkeit abzuleiten. Es liegen bisher keine Angaben darüber vor, daß diese aussichtsreichen thermo-elektrischen Untersuchungen in jüngster Zeit weiter fortgesetzt wurden. Dagegen wurde neuerdings von E. PETTIT die thermo-elektrische Methode auf Strahlungsmessungen des Mondes angewendet[4]. Die Strahlung des Mondes fiel auf einen 6,4 cm parabolischen Spiegel mit 8,8 cm Brennweite. Der Durchmesser des so erzeugten Mondbildes betrug 0,87 mm. Bei einem Durchmesser des Empfängerscheibchens des Thermoelementes von 1 mm wurde demnach die Strahlung der ganzen Mondscheibe von der thermo-elektrischen Apparatur erfaßt. Wie bisher wurde mit zwei Empfängerscheibchen gearbeitet[5]. Durch eine einfache Vorrichtung ließ sich das Mondbild abwechselnd auf die eine oder die andere Empfängerscheibe werfen, die 2,5 mm voneinander angeordnet waren. Die Strahlung des Mondes passierte vor Erreichen des Empfängers ein Steinsalzfenster, außerdem war wieder ein Mikroskopdeckgläschen leicht schwenkbar angebracht, um zwecks Vornahme selektiver Messungen nach Bedarf in den Strahlengang gebracht werden zu können. Als Neuerung besaß die Apparatur noch ein Hilfsgerät, das PETTIT „Air-Massmeter" benannte. Mit dieser Vorrichtung konnte bei jeder Beobachtung sogleich die Luftmasse $m = \sec z$ an einer Skala abgelesen werden. Die Ablesung der Skala war bis auf $m = 0{,}05$ möglich. Zur Durchführung der Mondbeobachtungen wurde die Apparatur im Herbst 1933 am 6-Zöller des Mt. Wilson-Observatoriums montiert. Die Messungen ergaben u. a. für die radiometrische Helligkeit der „planetarischen Wärme" des Vollmondes bei mittleren normalen Verhältnissen $-14^m{,}8$ und für die radiometrische Helligkeit des vom Vollmond reflektierten Lichtes $-13^m{,}4$. Für die Gesamtstrahlung des Vollmondes ergibt sich schließlich eine radiometrische

[1] Bur of Stand J of Res 7, S. 723 (1931); 10, S. 79 (1933).
[2] J Opt Soc Amer 23, S. 133 (1933). [3] Ap J 78, S. 320 (1933).
[4] Mt Wilson Contr Nr. 504 (1934) = Ap J 81, S. 17 (1935).
[5] Siehe z. B. Abb. 35 und 39 in Bd. I, Kap. 5.

Helligkeit von — $15^m,0$. Bemerkenswert ist auch die Feststellung, daß die Wärmestrahlung des Mondes durch den Ozongehalt der Erdatmosphäre um 3—6%, im Mittel um 4% geschwächt wird.

1) Möglichkeiten verfeinerter Apparate für künftige Strahlungsmessungen der Himmelskörper.

39. Verbesserte Absolut-Pyrheliometer. In Bd. I (diese Ziff.) wurden zwei wesentlich verbesserte Absolutinstrumente beschrieben, und zwar das in Berlin konstruierte Instrument nach C. TINGWALDT und das Water-Flow-Pyrheliometer Nr. 5 der Smithsonian Institution. Beide Instrumente, die ungefähr zur selben Zeit herauskamen, deuteten eine Unstimmigkeit der Smithsonian Revised Scale 1913 an. Die ersten Prüfungen des Water-Flow-Pyrheliometers Nr. 5 aus 1932[1] wurden von C. G. ABBOT und L. B. ALDRICH[2] nach neuerlichen Verbesserungen an der Apparatur 1934 wiederholt. Sie beziehen sich vor allem auf eine Verbesserung des thermo-elektrischen Empfängers. Die Messungen zur Neustandardisierung des Silver-Disk-Pyrheliometer[3] erfolgte auf dem Mt. Wilson unter ausgezeichneten atmosphärischen Bedingungen. Die Messung mit dem neuen Water-Flow-Kompensationsinstrument bestand darin, die Energie des elektrischen Kompensationsstromes zu bestimmen. Die Gleichheit zwischen Kompensationsstrom und Sonnenstrahlung wurde durch die Nullage des in den thermo-elektrischen Stromkreis eingeschlossenen empfindlichen Galvanometers angezeigt. 42 sorgfältige Vergleichungen an sechs ausgewählten Tagen ergaben 0,3629 als Endwert für die Konstante des Silver-Disk-Instrumentes. Da entsprechend der Smithsonian Revised Scale 1913 die Konstante 0,3715 beträgt, erscheint ein Skalenfehler der Standardskale von 2,3% als gesichert. Wie in Bd. I bereits hervorgehoben, hatte sich aus der ersten Prüfung des neuen Instrumentes eine vorläufige Korrektion von 2,5% ergeben.

40. Moderne Formen von Thermoelementen. Die Thermoelemente nach I. J. MOLL sind weiter vervollkommnet worden. Die Dicke der „warmen Lötstelle" d (s. Abb. 48 in Ziff. 40, Bd. I) beträgt nunmehr 5 Mikron. Die Vakuum-Thermoelemente (s. Abb. 50) erscheinen in zwei Typen. Die „empfindliche Type" besitzt ein 0,5 Mikron dickes, 5 mm langes und 0,1 mm breites Thermobändchen mit einem Widerstand von 45 Ohm. Zur Erzielung des Temperaturgleichgewichtes ist nicht ganz 1 Sekunde nötig. Die zweite Konstruktion, „schnelle Type" genannt, hat gleiche Bandbreite und -dicke. Die Länge beträgt dagegen nur 2 mm, der Widerstand 20 Ohm. Das Temperaturgleichgewicht ist hier bereits in 0,2 Sekunden erreicht[4]. Die MOLLschen Elemente werden bereits häufig verwendet, beispielsweise in der in Ziff. 15 genannten Apparatur von GORCZYŃSKI, wie auch in einem neuen Panzer-Aktinometer zur Sonnenstrahlungsmessung nach LINKE und FEUSSNER[5]. Auch die neuen Mikro-Thermoelemente nach C. MÜLLER (s. Abb. 52)[6] sind jetzt in verschiedenen Ausführungen[7] erhältlich. Neben der normalen Type F seien genannt: Type C mit Quarzfenstern, speziell konstruiert zur Untersuchung lichtschwacher Spektren, Type E, besonders geeignet für Strahlungsmessungen im Infraroten bis zu 22 μ, sowie eine Spezialausführung der Normaltype F, das Miniatur-Vakuumthermoelement in Nadelform. Eine Verwendung der hochempfindlichen MÜLLERschen Thermoelemente für Strahlungsmessungen der Planeten und Fixsterne ist vorläufig noch nicht erfolgt. Man kann jedoch erwarten, daß damit noch weiterreichende Ergebnisse zu erzielen wären als mit den in Amerika bisher üblichen Anordnungen.

---

[1] Smithson Misc Coll 87 (1932).
[2] Smithson Misc Coll 92, Nr. 13 (1934).
[3] Siehe Bd. I, Kap. 5, Ziff. 8, Abb. 6.
[4] P. J. KIPP u. ZONEN, Schrift VAC 34 (1934).
[5] P. J. KIPP u. ZONEN, Schrift Aktino 34 (1934).
[6] In Abb. 52, Bd. I, Kap. 5 sind die Teilbilder *a* und *b* gegeneinander zu vertauschen.
[7] A. HILGER, Publication Nr. 221 (1935).

Band II.

Kapitel 1.

Theoretische Photometrie.

Von

E. Schoenberg-Breslau.

Mit 10 Abbildungen.

a) Definitionen, Grundgesetze und Aufgaben.

18a. Eine Aufgabe der theoretischen Photometrie: Die Helligkeitsverteilung auf der Sonnenscheibe aus Finsternisbeobachtungen der Totalhelligkeit zu berechnen. Diese Aufgabe ist auf S. 28 meines Beitrages bei der Voraussetzung einer vorgegebenen Form der Helligkeitsverteilung auf der Sonne $[f(r) = A\,(1 + \mu \cos i)]$ behandelt. Heckmann und Siedentopf[1] geben eine Lösung derselben Aufgabe für eine beliebige Form der Funktion $f(r)$. In Abb. 1 sind S und M der Mittelpunkt der Sonne und der des Mondes, $\varDelta$ ihr Abstand. Der Radius der Sonne ist 1, der des Mondes m. In der schmalen Randzone zwischen r und $r + dr$ sei die Helligkeit $f(r)$. Der Winkel PSM sei $180° - \varphi$; der Grenzwert φ, bis zu dem mit konstantem r und $f(r)$ zu integrieren ist, hängt von $\varDelta$ ab. Es wird nur diejenige Phase betrachtet, bei der der Mondrand den Mittelpunkt der Sonne bereits überschritten hat, wo also $m - 1 \leqq \varDelta < m$ ist. Es sei h die beobachtete Gesamthelligkeit des unverfinsterten Teiles der Sonne, c eine Konstante. Dann ist

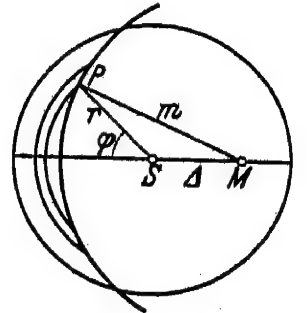



Abb. 1. Totale Finsternis.

$$h = 2c \int_{m-\varDelta}^{1} r f(r) \arccos \frac{m^2 - r^2 - \varDelta^2}{2 r \varDelta}\, dr. \tag{1}$$

In den gleichen Einheiten gilt für I, die Gesamthelligkeit der Sonnenscheibe,

$$I = c \pi f(0) \frac{\bar{f}}{f(0)},$$

wo $f(0)$ die zentrale, $\bar{f}$ die mittlere Flächenhelligkeit der Sonne ist. Durch Division erhält man

$$\frac{h}{I} = \frac{2}{\pi} \frac{f(0)}{\bar{f}} \int_{m-\varDelta}^{1} r \frac{f(r)}{f(0)} \arccos \frac{m^2 - r^2 - \varDelta^2}{2 r \varDelta}\, dr. \tag{2}$$

Der Wert von $f(0)/\bar{f}$ ist für die einzelnen Wellenlängen verschieden und bekannt, die Funktion $f(r)/f(0)$ soll aus den beobachteten Totalhelligkeiten bestimmt werden.

Zur Lösung der Integralgleichung (1) schlagen Heckmann und Siedentopf folgenden Weg ein. Zunächst wird statt m und r eingeführt

$$\varrho = 1 - r, \qquad \mu = m - 1, \tag{3}$$

[1] Veröff Sternw Göttingen, Heft 7 (1929).

weil bei Beschränkung der Aufgabe auf Phasen nahe der Totalität beide Größen ϱ und μ klein werden gegen 1. Der Kern der Integralgleichung wird dann

$$\Gamma(\varrho, \Delta) = \arccos\frac{\mu^2 - \varrho^2 + 2(\mu + \varrho) - \Delta^2}{2\Delta(1 - \varrho)} = \arccos\left\{\frac{\mu + \varrho}{\Delta} - \frac{\Delta^2 - (\mu + \varrho)^2}{2\Delta(1 - \varrho)}\right\}.$$

Diese Funktion wird nach Potenzen des zweiten Bruches in der Klammer, der klein ist gegen den ersten, entwickelt, und es ergibt sich

$$\Gamma(\varrho, \Delta) = \arccos\frac{\mu+\varrho}{\Delta} + \frac{\Delta}{2(1-\varrho)}\left[1 - \left(\frac{\mu+\varrho}{\Delta}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\,\frac{\Delta^2}{2^2(1-\varrho)^2}\left[1 - \left(\frac{\mu+\varrho}{\Delta}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} + \cdots \quad (4)$$

Wenn man sich auf das erste Glied dieser Entwicklung beschränken könnte, so wäre das Problem gelöst, denn die Integralgleichung

$$h = 2c\int_0^{\Delta-\mu}(1 - \varrho)\, f(1 - \varrho) \arccos\frac{\mu + \varrho}{\Delta}\, d\varrho \quad (5)$$

kann durch die Differentiation nach Δ auf die ABELsche Form gebracht werden. Die Abschätzung des zweiten Gliedes der Reihe zeigt aber, daß für $\Delta > 0{,}02$ dasselbe schon von Bedeutung wird, und daß man bei größeren Werten von Δ bis 0,7 und einer Genauigkeit von 1% in $\Gamma(\varrho, \Delta)$ schon zwei Glieder mitnehmen muß. Um die ABELsche Form der Integralgleichung beizubehalten, wird $\Gamma(\varrho, \Delta)$ in der Form

$$\Gamma(\varrho, \Delta) = \arccos\frac{\mu + \varrho}{\Delta}\, u(\varrho)\, v(\Delta) \quad (6)$$

dargestellt, wo u und v geeignet gewählte Funktionen sind, die die gewünschte Genauigkeit für die Darstellung von $\Gamma(\varrho, \Delta)$ gewährleisten. Als solche Funktionen können lineare Ausdrücke gewählt werden, so daß man statt der Form (6) erhält

$$\Gamma(\varrho, \Delta) = \arccos\frac{\mu + \varrho}{\Delta}\, k(1 + \alpha\Delta)(1 + \beta\varrho). \quad (7)$$

Die Werte der Koeffizienten k, α und β sind durch numerische Ausgleichung passend gewählt. Es wird dann

$$h = 2c\int_0^{\Delta-\mu} f(1 - \varrho) \arccos\frac{\mu + \varrho}{\Delta}\, k(1 + \alpha\Delta)(1 + \beta\varrho)(1 - \varrho)\, d\varrho. \quad (8)$$

Setzt man hier

$$\frac{h}{k(1 + \alpha\Delta)} = H(\Delta); \qquad (1 - \varrho)\, f(1 - \varrho)(1 + \beta\varrho) = F(\varrho),$$

so bekommt man

$$H(\Delta) = 2c\int_0^{\Delta-\mu} F(\varrho) \arccos\frac{\mu + \varrho}{\Delta}\, d\varrho$$

und hieraus durch Differentiation nach Δ

$$H'(\Delta) = \frac{2c}{\Delta}\int_0^{\Delta-\mu}\frac{F(\varrho)}{\sqrt{\Delta^2 - (\mu + \varrho)^2}}(\mu + \varrho)\, d\varrho.$$

Durch Einführung der neuen Variablen

$$(\varrho + \mu)^2 = t; \qquad \Delta^2 = \delta$$

und der neuen Funktionen

$$\frac{\Delta}{c} H'(\Delta) = G(\delta); \qquad F(\varrho) = \Phi(t)$$

erhält man die ABELsche Integralgleichung

$$G(\delta) = \int_{\mu^2}^{\delta} \frac{\Phi(t)\,dt}{\sqrt{\delta - t}}\,dt \tag{9}$$

mit der Umkehrung

$$\Phi(z) = \frac{1}{\pi}\frac{d}{dz}\int_{\mu^2}^{\delta} \frac{G(\delta)}{\sqrt{z-\delta}}\,d\delta = \frac{2}{\pi}\frac{d}{dz}\int_{\mu^2}^{\delta} G'(\delta)\sqrt{z-\delta}\,d\delta. \tag{10}$$

Ringförmige Finsternisse. Bei einer ringförmigen Sonnenfinsternis liegt das Problem insofern schwieriger, als vom Momente des zweiten Kontaktes an die Integralgleichung keine eindeutige Lösung mehr haben kann. Von diesem Momente an ist $\varDelta \leqq 1 - m$ und $f(r)$ aus der Gleichung zu bestimmen:

$$h = 2c\left\{\int_{m-\varDelta}^{m+\varDelta} r f(r) \arccos\frac{m^2 - r^2 - \varDelta^2}{2r\varDelta}\,dr + \pi\int_{m+\varDelta}^{1} r f(r)\,dr\right\}.$$

Diese kann auch in der Form geschrieben werden

$$h = 2c\int_{m-\varDelta}^{m} r f(r)\,\varphi(r,\varDelta)\,dr + 2c\left\{\int_{m}^{m+\varDelta} r f(r)\,\varphi(r,\varDelta)\,dr + \pi\int_{m+\varDelta}^{1} r f(r)\,dr\right\}. \tag{11}$$

Man sieht dann, daß man $f(r)$ entweder in dem Bereiche $2m - 1 \leqq r < m$ vorgeben muß, wodurch es dann im Bereiche $m \leqq r \leqq 1$ bestimmt ist, oder umgekehrt. Das wird durch die Abb. 2 veranschaulicht. Entnimmt man die Werte von $f(r)$ für den gestrichelten Bereich anderen Beobachtungen, so ist die Bestimmung für den Randbereich nach der oben besprochenen Methode möglich.

Abb. 2. Ringförmige Finsternis. S Mittelpunkt der Sonne, M Mittelpunkt des Mondes. Der zu S konzentrische schraffierte Ring ist der Bereich $2m - 1 \leqq r < m$. Er wird umschlossen vom Bereiche $m \leqq r \leqq 1$.

Der Gang der Rechnung bei der Auswertung der Kurve h zur Bestimmung von $f(r)$ ist bei partiellen Finsternissen folgender:

1. Man hat die Funktion h, die in abgemessenen Intervallen abgelesen ist, zunächst als Funktion der Abstände $\varDelta$ darzustellen als $h(\varDelta)$.
2. Man berechnet die Funktionen $u(\varrho)$ und $v(\varDelta)$.
3. Man berechnet die Funktion $G'(\delta)$ und erhält durch numerische Integration $\Phi(z)$.
4. Hieraus bekommt man dann

$$f(1 - \sqrt{z} + \mu) = \frac{\Phi(z)}{(1 - \sqrt{z} + \mu)\,u(\sqrt{z} - \mu)}.$$

Eine Anwendung dieser strengen Methode für die Auswertung von Finsternissen ist nicht versucht worden.

c) Über die Beleuchtung der Planeten.

38a. Über die Beleuchtung des Mondes. B. FESSENKOW[1] hat aus der Vermessung von 13 photographischen Aufnahmen des Mondes bei verschiedenem Phasenwinkel (zwischen $+47°$ und $-115°$) eine neue Formel für die Reflexion des Lichtes abgeleitet, die sowohl für die Maria als für die Kontinente in den genannten Grenzen gültig ist. Der Einfluß der Lichtzerstreuung wurde überall

[1] R A J 5, S. 235 (1927).

berücksichtigt. Die Platten sind durch Schwärzungsmarken eines Röhrenphotometers miteinander verbunden, außerdem durch extrafokale Bilder des Polarsterns. Durch Mittelbildung der Helligkeiten sehr vieler benachbarter Punkte wurde ein Ausgleich der individuellen Verschiedenheiten der Albedo erreicht. Bei der Berechnung wurde die von E. SCHOENBERG[1] zuerst angewandte Form des Reflexionsgesetzes

$$f(i, \varepsilon, \alpha) = \frac{\Gamma \cos i \cos \varepsilon}{\cos i + \lambda \cos \varepsilon}, \quad \text{wo} \quad \lambda = \varphi(\alpha), \tag{12}$$

angewandt, wobei aber auch die Abhängigkeit der Reflexionskonstante Γ vom Phasenwinkel untersucht wurde. Es ergab sich, daß sowohl Γ als auch λ durch einfache Funktionen darstellbar sind und folgende elegante Form des Reflexionsgesetzes für die mittleren Helligkeiten der ganzen Mondoberfläche angewandt werden kann:

$$J = \frac{\Gamma_0 \cos i \left(1 + \cos^2 \frac{\alpha}{2}\right)}{\cos i + 0{,}225 \left(1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}\right) \cos \varepsilon}. \tag{13}$$

Für die Mitte des der Sonne zugewandten Mondrandes folgt hieraus

$$J_R = \Gamma_0 \left(1 + \cos^2 \frac{\alpha}{2}\right). \tag{14}$$

In einer zweiten Arbeit von FESSENKOW und PARENAGO[2] wird gezeigt, daß sich die aus den Randbeobachtungen ergebende Konstante Γ_0 mit der aus der Gesamtheit der Oberflächenpunkte abgeleiteten gut übereinstimmt ($\Gamma_0 = 6{,}5$ gegen $\Gamma_0 = 6{,}2$). Der Verlauf der Randhelligkeit ist von dem von E. SCHOENBERG in der unter Anm. 1 zitierten Arbeit beobachteten aber bedeutend abweichend.

38b. Die Farbe der Maria hat B. FESSENKOW[3] mit einem visuellen Kolorimeter mit Blaukeil, das an Sternen von verschiedenem Spektraltypus zur Bestimmung der Farbtemperaturen geeicht war, untersucht. Er fand diese Temperaturen zwischen 4410° (Mare Humorum) und 4720° (Mare Transquillitatis) liegend.

d) Die Beleuchtung der Planetentrabanten.

46a. Über die Extinktion des Lichts in der Jupiteratmosphäre. D. J. EROPKIN[4] gibt eine interessante Methode, die Verfinsterungskurven der Jupitertrabanten dazu zu verwenden, um den Einfluß der Jupiteratmosphäre auf die Energiebilanz des Planeten zu berechnen. Es wird dabei nicht der Absorptionskoeffizient bestimmt, sondern die Gesamtabsorption durch die Plantenatmosphäre berechnet; dabei kommen nur rein zeitliche Maßeinheiten zur Verwendung.

Bei den für die Jupiteratmosphäre zulässigen Vereinfachungen (s. Ziff. 44, S. 93 meines Beitrages in Bd. II) ist die theoretische Verfinsterungskurve eines Trabanten ohne Rücksicht auf die Atmosphäre des Planeten, unabhängig vom Reflexionsgesetz der Trabantenoberfläche, eine um den Wendepunkt symmetrische Kurve (Abb. 3). Die schraffierten Flächen unserer Figur sind deshalb gleich. Die Gleichung unserer Kurve sei $y = \varphi(t)$, wobei außerhalb der Verfinsterung $\varphi(t) = 1$ und am Schluß derselben $\varphi(t) = 0$ ist. Das Integral von einem beliebigen Moment t_1 außerhalb der Verfinsterung bis zum Schluß derselben (t_0)

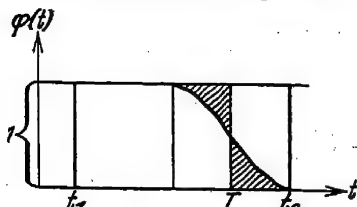



Abb. 3. Die Verfinsterungskurve eines Jupitertrabanten.

$$\int_{t_1}^{t_0} \varphi(t)\, dt \tag{15}$$

[1] Acta Soc Scient Fennicae Tome 50, No 9 (1929).
[2] R A J 6, S. 279 (1929).
[3] A N 236, S. 7 (1929).
[4] Z f Ap 3, S. 163 (1931).

bedeutet die gesamte vom Trabanten im betreffenden Zeitraum reflektierte Lichtmenge und ist, wie die Abbildung zeigt, gleich

$$A = T - t_1,$$

wo T der Mitte der Kurve entspricht.

Bezeichnet B das Integral über denselben Zeitraum von der beobachteten Verfinsterungskurve $\psi(t)$, also $B = \int_{t_1}^{t_0} \psi(t)\,dt$, so ist

$$q = A - B \tag{16}$$

ein Maß für die Extinktion in der Jupiteratmosphäre, das dabei wie auch A und B in Einheiten der Lichtmenge ausgedrückt ist, welche der unverfinsterte Trabant in der Zeiteinheit reflektiert. Der Moment T entspricht der Verfinsterung des Trabantenzentrums, wenn man ihn um den Betrag Δt, die Korrektion auf den Halbschatten, vergrößert. Letztere ist

$$\Delta t = \frac{R_\odot}{360 \cdot 60} P, \tag{17}$$

wo P die Umlaufszeit des Trabanten in Minuten und $R_\odot$ der Sonnenhalbmesser ist. Auf diese Weise ist

$$T_1 = T + \Delta t \qquad \text{und} \qquad A = T_1 - t_1 - \Delta t. \tag{18}$$

Es beträgt bei dem ersten Trabanten $\Delta t = 0{,}4$, bei dem zweiten 0,8 und beim dritten 1,5 Minuten.

Das Integral über die beobachtete Kurve der Verfinsterung,

$$B = \int_{t_1}^{t_0} \psi(t)\,dt$$

wird in denselben Grenzen graphisch ausgewertet und damit wird q aus (16) bekannt.

Auch q ist in Zeitminuten ausgedrückt, es wird deshalb der Quotient

$$Q = \frac{\pi r^2 \left(1 + \frac{q}{\varrho}\right)^2 - \pi r^2}{\pi r^2} = \frac{2}{\varrho} q, \tag{19}$$

wo ϱ die halbe Dauer des Vorübergangs des Trabanten vor der Jupiterscheibe bedeutet, die durch die ganze Atmosphäre absorbierte Lichtmenge sein. EROPKIN findet aus photographischen Aufnahmen der Verfinsterungskurven der drei ersten Trabanten für q die Werte 0,10, 0,11, 0,08 und 0,07. Der mittlere Wert ist also $Q = 0{,}09$. Die Beziehung dieser Größe zum Transmissionskoeffizienten der Atmosphäre wird nicht abgeleitet.

Es ist sehr auffallend, daß die photographischen Verfinsterungskurven von EROPKIN einen Abfall der Helligkeit in zwei Stufen aufweisen, wobei die Helligkeit auf der ersten Stufe längere Zeit konstant bleibt. Darin deutet sich scheinbar die Wirkung einer ausgedehnten Atmosphäre des Planten an. Die visuellen Kurven der Harvard-Reihe (s. S. 103 meines Beitrages) zeigen nichts Ähnliches. Die Absorption müßte demnach nur für die photographischen Strahlen wirksam sein.

47a. Eine photometrische Theorie der Mondfinsternisse. M. F. LINK[1] gibt eine Theorie für die Helligkeitsverteilung im Kernschatten der Erde bei Mondfinsternissen. Die Theorien von HEPPERGER[2] und von SEELIGER[3], die sich die

[1] B A II 8, S. 77 (1932). [2] Sitzber Akad d Wiss Wien Bd. 104 (1895).
[3] Abh d Bayer Akad d Wiss Bd. 19 (1896).

Aufgabe stellten, die scheinbare Vergrößerung des Erdschattens zu erklären, behandeln naturgemäß dasselbe Problem. Die Abhandlung von LINK geht über diese Arbeiten insofern hinaus, als sie nicht nur die Lichtverteilung auf der Sonnenscheibe getrennt für drei verschiedene Wellenlängen berücksichtigt, sondern auch die Wirkung der oberen Schichten der Erdatmosphäre auf Grund der neuesten Daten über ihre Dichten bis zu 80 km Höhe in Rechnung zieht. Der Dispersion der Sonnenstrahlen ist auch in dieser Untersuchung nicht Rechnung getragen, dagegen ist die Refraktion streng berücksichtigt worden. In Anbetracht des Interesses, das dem Problem der relativen Helligkeit der Mondfinsternisse in den letzten Jahren geschenkt wird, ist ein vertieftes Studium der Theorie der Erscheinung, wie sie durch die Abhandlung von LINK geboten wird, sehr zu begrüßen. Man hofft dabei, Aufschlüsse über die Beschaffenheit jener hohen Atmosphärenschichten zu erhalten, die einer direkten Beobachtung noch nicht zugänglich sind, in ihrer lichtzerstreuenden und absorbierenden Wirkung aber die Helligkeit des Kernschattens der Erde beeinflussen. Vor allem ist es die Ozonschicht der hohen Atmosphäre, die infolge ihrer scharfen Begrenzung und spezifischen Absorption sich in der spektralen Zusammensetzung und Lichtstärke des Kernschattenlichts offenbaren muß. Noch höher gelegene Schichten (über 100 km) wirken sich auch noch auf die Lichtverteilung in der Nähe der geometrischen Grenze des Erdschattens aus, doch ist es bei der Unkenntnis ihrer Dichte zunächst unmöglich, ihren Einfluß zu berechnen.

Bisher sind nur wenige Mondfinsternisse photometrisch in verschiedenen Farben vermessen worden, und nur zwei (vom 16. Oktober 1921 und vom 26. September 1931) konnte F. LINK mit seiner Theorie vergleichen. Man kann deshalb noch keinen Schluß über die Sicherheit seiner Ergebnisse ziehen, darf aber eine wesentliche Entwicklung des ganzen Problems sowohl in theoretischer als in praktischer Richtung von der Zukunft erwarten.

Die Dichte als Funktion der Höhe. Grundlegend für die Untersuchung ist das Dichtegesetz der als konzentrisch angenommenen Atmosphärenschichten. F. LINK nimmt bis zu 40 km die von W. J. HUMPHREYS[1] nach den neuesten Daten

Tabelle 1.

h km	$\log\varrho$	h km	$\log\varrho$	h km	$\log\varrho$	h km	$\log\varrho$
0	9,9873	20	8,8412	40	7,498	60	6,333
1	9389	21	7738	41	432	61	286
2	8926	22	7064	42	366	62	239
3	8468	23	6389	43	301	63	194
4	8007	24	5715	44	237	64	150
5	7546	25	5043	45	173	65	106
6	7077	26	4371	46	111	66	065
7	6604	27	3697	47	7,049	67	6,024
8	6116	28	3024	48	6,989	68	5,984
9	5606	29	2352	49	928	69	946
10	5059	30	1680	50	869	70	908
11	4469	31	1008	51	811	71	872
12	3814	32	8,0335	52	753	72	937
13	3137	33	7,9668	53	697	73	802
14	2467	34	8990	54	642	74	769
15	1788	35	8323	55	588	75	737
16	1113	36	7660	56	535	76	706
17	9,0436	37	6981	57	483	77	675
18	8,9761	38	6314	58	432	78	646
19	9087	39	5635	59	382	79	618

[1] Physics of the Air (New York 1929).

abgeleiteten Dichten an; darüber hinaus, wo es keine direkten Messungen gibt, verwendet er die von LINDEMANN und DOBSON[1] aus den Beobachtungen von Meteoren abgeleiteten Dichten. So ergibt sich vorstehende Tabelle 1 des $\log\varrho$ bis 79 km über der Erdoberfläche.

Die Horizontalrefraktion und die Luftmassen. Die in den Kernschatten eindringenden Sonnenstrahlen erfahren eine Horizontalrefraktion. Für die Berechnung der Luftmassen M auf dem Wege der Strahlen und des Ablenkungswinkels ω wendet F. LINK folgende Entwicklungen an:

Er geht von den allgemeinen Ausdrücken für die Luftmassen zwischen der Höhe h_0 und der Grenze der Atmosphäre einerseits und für die Refraktion andererseits

$$M = \int_{h_0}^{\infty} \frac{\varrho\, dh}{\sqrt{1-\sin^2 i}} \qquad \text{und} \qquad R = \int_{\mu_0}^{1} \frac{\sin i}{\sqrt{1-\sin^2 i}} \frac{d\mu}{\mu} \tag{20}$$

aus und benutzt wie üblich die Gleichung der Refraktionskurve

$$\sin i = \frac{a+h_0}{a+h} \frac{\mu_0}{\mu} \sin z, \tag{21}$$

wo a den Radius der Erde und μ den Brechungsexponenten bedeuten. μ wird durch die Gleichung

$$\mu = 1 + c\varrho \tag{22}$$

eliminiert; wenn man sich auf die ersten Potenzen der Größen h/a und c beschränkt, erhält man aus den letzten Gleichungen die Beziehung

$$\sin i = (1-k)\sin z, \tag{23}$$

wo

$$k = \frac{h-h_0}{a} - c(\varrho_0 - \varrho) \tag{24}$$

ist. Dann finden sich leicht folgende Ausdrücke für das Refraktionsintegral und die Masse M

$$R = c\sin z \int_{\varrho_0}^{0} \frac{d\varrho}{\sqrt{\cos^2 z + 2k}} \qquad \text{und} \qquad M = \int_{h_0}^{\infty} \frac{\varrho\, dh}{\sqrt{\cos^2 z + 2k\sin^2 z}}. \tag{25}$$

Für den Fall horizontaler Refraktion ist die gesamte Ablenkung des Strahles $\omega = 2R_{90}$ und die gesamte Luftmasse $M_1 = 2M_{90}$

$$\omega = \frac{c}{\sqrt{2}} \int_{\varrho_0}^{0} \frac{d\varrho}{\sqrt{\frac{h-h_0}{a} - c(\varrho_0-\varrho)}} \qquad \text{und} \qquad M_1 = \sqrt{2} \int_{h_0}^{\infty} \frac{\varrho\, dh}{\sqrt{\frac{h-h_0}{a} - c(\varrho_0-\varrho)}}. \tag{26}$$

Die Lichtverteilung auf der Sonnenscheibe und die Beleuchtung durch die Sonne. Die Lichtverteilung wird nach der Formel

$$f(R) = 1 - k + \frac{k}{R_\odot}\sqrt{R_\odot^2 - R^2}, \tag{27}$$

wo R der Abstand vom Zentrum der Scheibe ist, angesetzt und nach den Messungen von ABBOT für drei verschiedene Wellenlängen getrennt berechnet. Es erweist sich, daß die Randverdunkelung sich bis zu $R = 0{,}97\, R_\odot$ durch (27) sehr genau darstellen läßt, wenn man der Konstante k folgende Werte gibt:

Für $\lambda = 0{,}46\,\mu$ $\quad k = 0{,}73$,
$\lambda = 0{,}54\,\mu$ $\quad k = 0.62$,
$\lambda = 0{,}62\,\mu$ $\quad k = 0{,}54$.

[1] Proc Roy Soc London A 102, S. 411 (1923).

Für einen beschatteten Punkt der Mondoberfläche findet eine Verfinsterung der Sonne durch die Erde statt. Es sei T' das Zentrum des Erdschattens, C das Zentrum der Sonne für einen Beobachter im Zentrum der Erde (Abb. 4). Wir bezeichnen

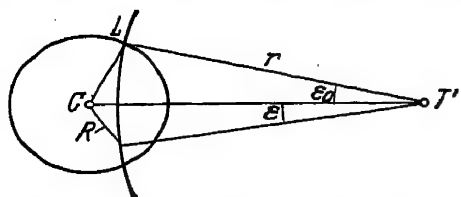



Abb. 4. Der Schatten der Erde auf der Sonnenscheibe.

$$CT' = \gamma; \quad T'L = r; \quad CT'L = \varepsilon_0; \quad CL = R_\odot.$$

Es soll die Lichtmenge i des elementaren Ringes berechnet werden, der durch die Radien r und $r + dr$ aus der Sonnenscheibe ausgeschnitten wird. Ein Element dieses Ringes hat die Helligkeit

$$di = f(R)\, r\, dr\, d\varepsilon = \left(1 - k + \frac{k}{R_\odot}\sqrt{R_\odot^2 - R^2}\right) r\, dr\, d\varepsilon$$
$$= \left(1 - k + \frac{k}{R_\odot}\sqrt{2\gamma r}\sqrt{\cos\varepsilon - \cos\varepsilon_0}\right) r\, dr\, d\varepsilon.$$

Somit

$$\left.\begin{aligned} i &= 2\left[\int_0^{\varepsilon_0}(1 - k)\, r\, dr\, d\varepsilon + \int_0^{\varepsilon_0}\frac{k r}{R_\odot}\sqrt{2\gamma r}\sqrt{\cos\varepsilon - \cos\varepsilon_0}\, d\varepsilon\, dr\right] \\ &= 2\left[(1 - k)\,\varepsilon_0 + \frac{k}{R_\odot}\sqrt{2 r\gamma}\, J_m\right] r\, dr, \end{aligned}\right\} \tag{28}$$

wo

$$J_m = \int_0^{\varepsilon_0}\sqrt{\cos\varepsilon - \cos\varepsilon_0}\, d\varepsilon = \frac{\pi m\sqrt{2}}{8}\left(1 + \frac{m}{32} + \frac{3m^2}{1024} + \cdots\right)$$

und

$$m = 4\sin^2\frac{\varepsilon_0}{2} = \frac{(R_\odot + \gamma - r)(R_\odot + r - \gamma)}{r\gamma}. \tag{29}$$

Die Beleuchtung des Punktes der Mondoberfläche durch den ganzen von ihm aus sichtbaren Teil der Sonne wird dann mit Rücksicht auf die Schwächung der Strahlen in der Erdatmosphäre sein

$$b = \int_{\gamma - R_\odot}^{\gamma + R_\odot} e^{-d}\, i\, dr. \tag{30}$$

In Abwesenheit der Erde wäre die Beleuchtung

$$B = \int_{\gamma - R_\odot}^{\gamma + R_\odot} i\, dr = 2\pi\int_0^{R_\odot}\left(1 - k + \frac{k}{R_\odot}\sqrt{R_\odot^2 - R^2}\right) R\, dR = \pi R_\odot^2\left(1 - \frac{k}{3}\right). \tag{31}$$

In Einheiten der Helligkeit des unbeschatteten Vollmondes ist daher die Helligkeit im Schatten

$$\frac{b}{B}.$$

Die Schwächung der Strahlen durch Extinktion und Refraktion. Ist A die Schwächung der Strahlen für die Einheit der Luftmasse und M_1 (Formel 26) die durchdrungene Luftmasse, so wird die Schwächung durch Extinktion

$$d_1 = AM_1.$$

Außer dieser tritt aber eine weitere Schwächung infolge der Refraktion der Strahlen ein. Bezeichnet man den entsprechenden Koeffizienten durch d_2, so setzt sich d in Gleichung (30) zusammen aus

$$d = d_1 + d_2.$$

Es sei (Abb. 5) I die Ebene der Sonne mit dem Zentrum derselben in C; ein Punkt der Sonnenscheibe sei in M. II sei die Ebene des Mondes, N ein Punkt des Schattens, in den die Strahlen von M nach ihrer Brechung in der Erdatmosphäre gelangen. T' ist der Gegenpunkt von N in der Sonnenebene. Um die Achse NT' herum ist die Wirkung der Atmosphäre für alle Punkte der Sonnenscheibe, die auf dem Kreise mit dem Zentrum in T' und dem Radius $T'M$ liegen, gleichartig. Von allen diesen Punkten gelangen Sonnenstrahlen nach M, deren Lichtweg wir bei der Größe der wirklichen Abstände als gleich ansehen dürfen. Es handelt sich jetzt um die Berechnung jener Schwächung, die durch Erweiterung des Lichtkegels $d\tau$ in der Atmosphäre infolge der verschieden starken Refraktion der Randstrahlen entsteht. Ohne Atmosphäre würde dieser Lichtkegel die Fläche dS beleuchten, in Wirklichkeit beleuchtet er die größere Fläche dS'. Die Schwächung durch Refraktion ist deshalb

$$s = \frac{dS'}{dS} \qquad (32)$$

und der Koeffizient der Schwächung

$$d_2 = -\ln s\,. \qquad (33)$$

Abb. 5. Der Weg der Sonnenstrahlen vom Sonnenpunkte M nach dem Schattenpunkte N.

Wir bezeichnen

$$MT = L; \quad TT'' = l; \quad MTT' = NTT'' = r; \quad TM' = L'.$$

Bei der Kleinheit der Winkel kann man schreiben

$$\tau = \frac{a + h_0'}{L}; \quad \tau' = \frac{a + h_0'}{L'} \quad \text{und} \quad \tau' = \tau - \omega\,,$$

wo ω die Gesamtablenkung des Strahls bedeutet.

Es ist weiter

$$r = \frac{NT''}{l} = \frac{(L' + l)\tau'}{l} = (a + h_0')\frac{L + l}{Ll} = (\pi_\odot + \pi_☾)\left(1 + \frac{h_0'}{a}\right) - \omega\,, \qquad (34)$$

wo $\pi_\odot = a/L$ und $\pi_☾ = a/l$ die Parallaxen der Sonne und des Mondes sind. Die Flächenelemente dS' und dS sind

$$dS' = l^2 r\, dr \quad \text{und} \quad dS = (L + l)^2 \tau\, d\tau\,,$$

dabei ist

$$dr = \left(\frac{L + l}{Ll} - \frac{d\omega}{dh_0'}\right) \quad \text{und} \quad d\tau = \frac{dh_0'}{L}\,.$$

Die Abschwächung wird:

$$\frac{dS'}{dS} = s = \left[1 - \frac{\omega}{\pi_\odot + \pi_☾}\left(1 - \frac{h_0'}{a}\right)\right]\left[1 - a\,\frac{d\omega}{dh_0'}\,\frac{1}{\pi_\odot + \pi_☾}\right]. \qquad (35)$$

Eine Diskussion dieser Gleichung zeigt, daß nicht nur eine Schwächung durch die Refraktion verursacht wird, sondern an Stellen, wo s sich dem Werte 0 nähert, eine Konzentration der Strahlen eintritt. Die Funktion s zeigt mehrere Maxima und Minima innerhalb des Kernschattens. Das Zentrum desselben muß ein wenig heller erscheinen als die Umgebung, und da dieser Effekt unabhängig ist von der Dispersion, so soll nach der Meinung des Verfassers die weißliche Farbe an den Rändern des Kernschattens auf ihn zurückzuführen sein.

Die Ausführung der Rechnungen. Wie die letzte Formel zeigt, ist die Refraktionswirkung von der Parallaxe des Mondes stark abhängig; aus den

Formeln (26) für die Gesamtablenkung und die Massen ersieht man ihre Abhängigkeit von der Wellenlänge durch die Konstante c. Die Helligkeitsverteilung im Kernschatten wird somit für die gültige Parallaxe und für die Wellenlängen der bei der Beobachtung benutzten Farbfilter jedesmal getrennt zu berechnen sein. Wir sehen deshalb davon ab, die vom Verfasser für Spezialfälle berechneten Tafeln hier wiederzugeben. Es ist zunächst notwendig, die Integrale (26) für die Ablenkung ω und die durchdrungenen Luftmassen M für verschiedene Höhen h_0 über der Erdoberfläche zu berechnen, wobei die unterste Schicht von 2 km Höhe unberücksichtigt bleiben kann. Das ist für die benutzten effektiven Wellenlängen getrennt durchzuführen. Dann ist die Schwächung durch Refraktion für die gegebene Parallaxe nach (35) und dann diejenige für Extinktion nach den Formeln (30) und (31), wiederum getrennt für die einzelnen Wellenlängen, durch numerische Integration zu berechnen.

Vergleich mit den Beobachtungen. Die Beobachtungen der Mondfinsternis vom 26. Sept. 1931, die in drei Farben ausgeführt waren, eigneten sich zu einem Vergleich mit der Theorie. Herangezogen wurden nur die Helligkeiten in der Nähe der Grenze des Kernschattens zwischen 30′ und 40′ Abstand vom Zentrum. Der beobachtete Helligkeitsabfall ist von dem berechneten für jedes Filter in verschiedenem Grade abweichend. Eine Übereinstimmung ist nur zu erreichen, wenn man einerseits den Absorptionskoeffizienten der oberen Schichten der Atmosphäre für die blauen Strahlen um 12% vergrößert, außerdem aber eine spezielle absorbierende Schicht in großer Höhe (150 bis 200 km) annimmt. Die Existenz einer solchen Schicht ist durch besondere Beobachtung von BAUER und DANJON[1] auf dem Mont Blanc und von F. LINK[2] auf dem Pic du Midi nachgewiesen. Aus den Abweichungen der Kurven für Rot und Gelb schließt der Verfasser auf die Wirkung und die Höhe der Ozonschicht, deren untere Grenze hiernach in der Höhe von 20 km über der Erde liegen soll.

Die Untersuchung von F. LINK zeigt somit die Möglichkeit, aus dem Verlauf der Helligkeit des Kernschattens in der Nähe seiner Grenze wichtige Schlüsse über die hohen Schichten der Atmosphäre zu ziehen. Ein näheres Studium dieser Erscheinungen auf dem Wege der photometrischen Analyse erscheint uns sehr erwünscht, um die Ergebnisse des Verfassers zu prüfen.

Über die Sichtbarkeit der Mondfinsternisse. Die Beobachtung lehrt, daß es helle und dunkle Mondfinsternisse gibt. Seit SEELIGER wissen wir, und es wird durch diese Untersuchung bestätigt, daß die Helligkeit in der Nähe des Zentrums des Kernschattens von der Durchsichtigkeit der Troposphäre, außerdem aber wesentlich von der Parallaxe des Mondes abhängt. Nach LINK kann ein Element im Zentrum des Kernschattens vollkommen dunkel sein, wenn die Atmosphäre bis zu 5,6 km undurchsichtig und die Parallaxe 54′ ist; dagegen tritt dasselbe bei der Parallaxe von 61′ ein, wenn die ersten 4,0 km der Atmosphäre auf dem ganzen Umkreise der Erde, den die entsprechenden Sonnenstrahlen streifen, in Wolken liegen. Soll der ganze Mond in der zentralen Phase der Finsternis unsichtbar bleiben, so muß die Undurchsichtigkeit der Atmosphäre sich bis zu 10 km erstrecken. Für das Studium der höheren Luftschichten eignen sich deshalb nur die Randpartien des Kernschattens bis zu etwa 20′ Randabstand.

47b. Über die Vergrößerung des Erdschattens bei Mondfinsternissen. Das Problem der Vergrößerung des Erdschattens ist in der besprochenen Arbeit von F. LINK nicht behandelt. In einer Untersuchung: „Die Helligkeit des Erdschattens auf dem verfinsterten Mond in der Nähe der Schattengrenze“, be-

[1] L'Astronomie (Juni 1923). [2] Lyon Bull 11, S. 229 (1929).

schäftigt sich M. DE SAUSSURE[1] eingehend mit demselben. Er legt seinen Betrachtungen diejenige Theorie der Erscheinung zugrunde, die H. v. SEELIGER in seinen klassischen Werken ausgearbeitet hat, stellt sich dabei aber die Aufgabe, den Helligkeitsverlauf bei verschiedenen Wellenlängen in der Nähe der Schattengrenze zu ermitteln. Er berücksichtigt deshalb sowohl die Abhängigkeit der Extinktion als der Refraktion von der Wellenlänge und trägt auch dem verschiedenen Verlauf der Randverdunkelung der Sonne in verschiedenen Farben Rechnung. Da in dem SEELIGERschen Formelsystem für die auf die Mondoberfläche einfallenden Lichtmengen der Refraktion der Strahlenbündel Rechnung getragen ist, so kann die Rechnung von M. DE SAUSSURE als ebenso streng angesehen werden wie diejenige von F. LINK. Sie bezieht sich aber nur auf vier Randpunkte in der Nähe der Schattengrenze; außerdem berücksichtigt sie die Absorption in der Ozonschicht nach vorgegebenen Daten im voraus, wobei diese Schicht als in 45 km Höhe beginnend mit 5 km Mächtigkeit angenommen wird. Dabei werden die Gesamtabsorption und die Lagen der Absorptionsbanden, sowie ihre Stärke für die Wellenlängen $\lambda_1 = 5200$, $\lambda_2 = 6000$ und $\lambda_3 = 6400$ A den neuesten Daten entnommen. Die Luftmassen in der Erdatmosphäre werden bis zu 62 km Höhe berücksichtigt, wobei das Dichtegesetz der Atmosphäre der Arbeit von HEPPERGER entnommen wird. v. HEPPERGERS Horizontalrefraktionen sind nach der BESSELschen Theorie berechnet, somit nicht mehr im Einklang mit den neuesten Daten über das Dichtegesetz der Atmosphäre. Die Luftmassen, die DE SAUSSURE, nach LAPLACE, proportional der Refraktion ansetzt, können deshalb nicht als einwandfrei gelten. Die Lichtmengen, die auf einen Punkt der Mondoberfläche auffallen, werden mit strenger Berücksichtigung der Absorption für die einzelnen Zonen der wirksamen Sonnenoberfläche und für drei Wellenlängen getrennt numerisch berechnet und summiert; das geschieht einmal ohne Berücksichtigung der Ozonschicht und dann mit Rücksicht auf dieselbe. Endlich wird auch noch der selektiven Absorption bei der Beobachtung des verfinsterten Mondes durch die Erdatmosphäre Rechnung getragen und mit Rücksicht auf die Empfindlichkeitskurve des Auges die subjektive Helligkeit in vier Punkten der Randzone berechnet.

Das Ergebnis dieser sehr sorgfältigen Arbeit ist folgendes: Der Verlauf der Helligkeit in der Nähe der Schattengrenze zeigt gegenüber den Kurven von HEPPERGER und SEELIGER den Unterschied, daß etwas außerhalb der geometrischen Schattengrenze, aber noch innerhalb des um 2% vergrößerten Schattenhalbmessers ein ausgesprochener Knick eintritt, der die scheinbare Vergrößerung des Erdschattens gut erklären kann, was für die Kurven von HEPPERGER und SEELIGER jedenfalls mit großer Schwierigkeit verbunden war.

47c. Die Beobachtungen der totalen Helligkeit der Mondfinsternisse weisen von Fall zu Fall sehr große Unterschiede auf. Sie können nicht durch die Unsicherheit der Beobachtungen allein erklärt werden. W. J. FISCHER[2] und A. DANJON[3] haben verschiedene Einstufungen der Helligkeit einer Mondfinsternis vorgeschlagen, um ein einheitliches System für dieselben einzuführen. Da die Helligkeit im Zentrum des Kernschattens von den atmosphärischen Bedingungen in der Troposphäre abhängig ist, diese aber nur von meteorologischem Interesse sein können, so wäre eine Reduktion der beobachteten Helligkeiten auf eine solche Phase der Finsternis, die von jenen Zuständen unabhängig ist, von Bedeutung. G. ZIMMERMANN[4] schlägt dafür die Phase der inneren Berührung des Mondes mit

[1] Verh d Naturforsch Ges in Basel 42, S. 211 (1931).
[2] Smithson Misc Coll 76 (1924) Nr. 9; Harv Repr 7 (1927).
[3] Bull Soc Astr France 39, S. 272 (1925).
[4] A N 247, S. 209 (1932).

dem Kernschatten vor. Er macht darauf aufmerksam, daß bei einer Photometrierung des Gesamtlichtes die Ableitung der Berührungshelligkeit mit großer Sicherheit auch dann möglich ist, wenn die Phase der Totalität nicht voll erreicht wird. Die Helligkeitskurve hat nämlich im Momente der Berührung einen Wendepunkt, dessen Ordinate leicht abzulesen und bei fast totalen Finsternissen leicht zu extrapolieren ist. Für die Beobachtung empfiehlt er eine von SELIWANOW[1] eingeführte Methode, bei der der Mond durch ein kleines, in umgekehrter Richtung (wobei das Objektiv zum Okular wird) benutztes Fernrohr punktförmig und damit sternähnlich gemacht wird. Aber auch diese Berührungshelligkeiten[2] des Mondes zeigen Unterschiede von so großem Betrage, daß es schwer fallen dürfte, sie allein durch verschiedene Durchlässigkeit der höheren Atmosphärenschichten zu erklären.

f) Über die Beleuchtung staubförmiger Massen.

65a. Neue Untersuchungen über den Saturnring. E. SCHOENBERGS Beugungstheorie als Erklärung des Lichtwechsels der Ringe. Der Verfasser[3] hatte schon in seinen früheren Arbeiten über die Veränderlichkeit der Saturnringe auf die Schwierigkeiten hingewiesen, die sich für die SEELIGERsche Theorie der Beschattung und Bedeckung der Ringteilchen ergeben, wenn man sie mit den Beobachtungen in Einklang bringen will. Er war gezwungen, eine Wolke feinsten Staubes anzunehmen, in den die schattenwerfenden größeren Körper eingebettet sind, wobei die Schatten durch die Dunstwolke gedämpft werden. Die Schwierigkeit dieser Hypothese lag darin, daß dieser Wolke eine Färbung zugeschrieben werden mußte, die röter war als das Licht der schattenwerfenden Körper. Eine neue Beobachtungsreihe[4] durch 4 Farbfilter (rot, gelb, grün und blau), mit demselben visuellen Photometer, in Belkawe in den Jahren 1927 bis 1930 ausgeführt, sollte den Einfluß der Dunstwolke und ihre Färbung klären. Es gelang in allen Oppositionen, sehr nahe an den Moment $\alpha = 0°$ heranzukommen und dadurch die Zeit der stärksten Veränderung der Helligkeit genügend durch Beobachtungen zu sichern, was in den früheren Beobachtungen durch Witterungsverhältnisse vereitelt war. Die neuen Kurven, in denen 360 Einzelbeobachtungen vereinigt wurden, zeigten für jede Farbe einen etwas verschiedenen Verlauf; dabei lag der Unterschied aber weniger im Gesamtbetrage der Helligkeitsänderung, als in der Lage sekundärer Wellen, die zwischen den Phasenwinkeln 2° bis 5° auftreten. Die Amplituden dieser Wellen liegen zwischen $0^m{,}02$ und $0^m{,}04$; an ihrer Realität kann aber nicht gezweifelt werden, weil sie auch in den früheren lichtelektrischen Messungen von P. GUTHNICK deutlich auftreten. Folgende Tabelle zeigt den Verlauf der Helligkeit des B-Ringes, bezogen auf die Helligkeit des Saturnzentrums in Größenklassen.

Tabelle 2. Tabelle der Helligkeiten des B-Ringes gegen das Zentrum der Planetenscheibe in Größenklassen.

Phasen	Filter							
	Rot	N	Gelb	N	Grün	N	Blau	N
0° 16′,2	$0^m{,}127$	31	$0^m{,}079$	27	$0^m{,}100$	29	$0^m{,}125$	35
0 44,6	0,235	12	0,233	11	0,236	9	0,278	14
1 29,5	0,361	13	0,277	15	0,310	14	0,311	14
2 25,8	0,438	16	0,345	17	0,320	15	0,403	17
3 16,5	0,423	5	0,346	7	0,456	5	0,435	6
4 45,3	0,423	3	0,382	2	0,382	2	0,450	3
5 26,6	0,488	11	0,422	6	0,472	8	0,457	6

[1] Mirovedenie Astr Bull Nr. 1—2 (1925).

[2] A N 244, S. 21 (1931); A N 251, S. 303 (1934).

[3] Photometrische Untersuchungen über Jupiter und das Saturnsystem. Ann Acad Sc Fennicae, Serie A, 16, Nr. 5 (1921).

[4] Neue Untersuchungen über den Saturnring. VJS d Astr Ges 68, S. 307 (1931).

N ist die Anzahl der gemittelten Beobachtungen. Wesentlich für alle 4 Kurven ist der äußerst steile Abfall zwischen $\alpha = 0°,0$ und $\alpha = 1°,0$ um nahezu 20% der Oppositionshelligkeit. Die sekundären Minima liegen für die einzelnen Farben etwas verschieden und scheinen für kurze Wellenlängen sich nach $\alpha = 0°$ zu verschieben. Ihre Existenz findet in der SEELIGERschen Theorie keine Erklärung. Der Verfasser schreibt sie Beugungserscheinungen zu und fragt sich, ob sich nicht auch die ganze Lichtschwankung aus der Beugungstheorie an kleinen Partikeln erklären läßt. Die bisher bekannten Beugungsdiagramme für Kugeln verschiedener Größe und verschiedener Brechungsexponenten zeigen freilich niemals eine Lichtschwankung von der Art, wie sie für die Erklärung der beobachteten Ringhelligkeiten angenommen werden müßte. Die von H. BLUMER und dem Verfasser berechneten zahlreichen Diffusionsdiagramme an total reflektierenden Kügelchen erstreckten sich bei verschiedenen Brechungsexponenten bis zu dem Werte des Arguments $x = 12$, wo

$$x = \frac{2\pi\varrho}{\lambda}$$

(ϱ ist der Halbmesser der Partikel und λ die Wellenlänge des auffallenden Lichtes). Diese Diagramme sind alle äußerst verschieden. Kleine Änderungen des Brechungsexponenten oder der Dimension der Kügelchen rufen bedeutende, im voraus gar nicht zu erwartende Änderungen der ganzen Figur des Diagramms zwischen $\alpha = 0°$ und $\alpha = 180°$ hervor. Eine Gesetzmäßigkeit zeigt sich aber ganz deutlich: die Anzahl der Minima und Maxima des reflektierten Lichtes zwischen den genannten Grenzen wächst mit der Vergrößerung der Partikel. Um sich ein Bild über das Aussehen des Diagramms zwischen $\alpha = 0°$ und $\alpha = 5°$ zu machen, das die Lichtschwankung der Saturnringe nach den Beobachtungen erklären könnte, wurden die Zahlen der Tabelle für Grün in polaren Koordinaten dargestellt (s. Abb. 6).

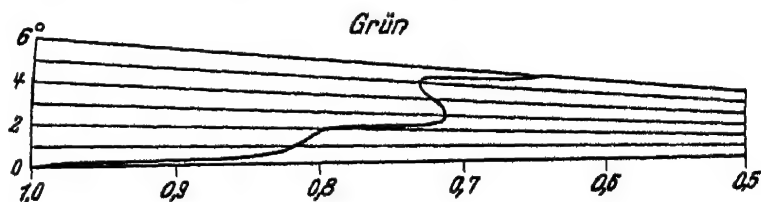



Abb. 6. Die Helligkeitsänderung des B-Ringes in Grün in polarer Darstellung.

Da keinerlei Anhaltspunkte für den möglichen Brechungsexponenten der Saturnringpartikel vorhanden waren, mußte dieser willkürlich zwischen 1,4 und 1,7 variiert werden. Die Rechnungen nach den Formeln von G. MIE wurden für wachsende Werte des Arguments zwischen $x = 10$ und $x = 30$ und die Phasenwinkel zwischen $\alpha = 0°$ und $\alpha = 5°$, von Grad zu Grad fortschreitend, durchgeführt. Das Ergebnis der Berechnung von 20 Diagrammen war folgendes:

1. Erst bei $x = 20$ findet man Diagramme mit dem steilen Abfall bei $\alpha = 0,0°$, in denen die Intensität für $\alpha = 1°$ nur noch 80% derjenigen bei $\alpha = 0°$ beträgt.

2. Bei $x = 20$ treten zum erstenmal auch die kleinen Wellen innerhalb der ersten 5° des Phasenwinkels auf. Es ist das aber nicht für alle Brechungsexponenten der Fall.

3. Eine kleine Änderung sowohl von x als von n (dem Brechungsexponenten) kann bedeutende Änderungen des Diagramms bedingen.

Dieser letzte Umstand ließ es aussichtslos erscheinen, die beobachtete Helligkeitsänderung für jede Wellenlänge streng darzustellen, denn wenn die Partikel des Ringes alle dasselbe n haben, so wird man unter keinen Umständen annehmen dürfen, daß sie alle auf einige Prozent genau von demselben Durchmesser sind. Was wir beobachten, ist eine Überlagerung verschiedener Diagramme, die nur zwei gemeinsame Züge aufweisen: den scharfen Abfall bei $\alpha = 0°$ und das Auftreten sekundärer Wellen zwischen 0° und 5°. Es wird dann auch verständlich, daß die

Beobachtungen in verschiedenen Farben keinen großen Unterschied aufweisen, bis auf eine Verlagerung der sekundären Wellen in der Richtung nach $\alpha = 0°$ für die kurzwelligen Strahlen. Die Abb. 7 zeigt eine Auswahl von Diagrammen, die in einem bestimmten Mischungsverhältnis die beobachtete Kurve darstellen könnten. Ein theoretischer Beweis dafür, daß die genannten Eigentümlichkeiten der Diagramme an die Größenordnung der Partikel von $x = 23$, den der Verfasser als wahrscheinlichsten Wert für x angibt, eindeutig gebunden sind, steht noch aus. In Anbetracht der Unmöglichkeit, die sekundären Wellen nach SEELIGER zu erklären, erscheint aber auch jetzt schon die Beugungstheorie der SEELIGERschen unbedingt überlegen. Eine Bestätigung derselben ist darin zu sehen, daß sie die Möglichkeit gibt, aus der gefundenen Größe der Partikel auf Grund der Theorie des Strahlungsdruckes die Temperatur des Saturnkörpers zu bestimmen. Der Verfasser findet tatsächlich seine in früheren Arbeiten verfochtene Hypothese über den Einfluß des Strahlungsdruckes auf die Zusammensetzung der Ringpartikel in den abgeleiteten Dimensionen derselben bestätigt. In der Tat ergibt sich aus $x = 23$ für die visuellen Strahlen der Durchmesser derselben $= 3{,}6\,\mu$, und wenn gerade diese dem stärksten Strahlungsdruck unterliegen sollen, so ergibt sich nach dem SCHWARZSCHILDschen Auswahlprinzip als Wellenlänge der intensivsten Strahlung des Saturnkörpers $10{,}8\,\mu$, oder eine Temperatur von 190° absolut. Diese Zahl ist mit der Temperaturbestimmung von COBLENTZ in vollkommener Übereinstimmung.

Abb. 7. Theoretische, auf dieselbe Einheit bezogene Helligkeitsänderung von total reflektierenden Kugeln, deren Durchmesser und Brechungsexponenten aus den überschriebenen Zahlen nach den Formeln $2\varrho = \frac{x\lambda}{\pi}$, $n = \frac{y}{x}$ zu entnehmen sind; die erste Zahl ist x, die zweite ist y; als dritte Zahl ist noch n angegeben.

Die Bedeutung dieser hier bestätigten Erklärung der Beschaffenheit der hellen Saturnringe für die Kosmogonie des Ringes liegt auf der Hand. Wenn der Strahlungsdruck die Ursache der Auswahl jener Partikelgrößen ist, die heute noch den Ring bilden, d. h. trotz der ständigen Zusammenstöße vor der Vereinigung mit dem Saturnkörper bewahrt geblieben sind, so müssen wir für frühere Epochen, als der Strahlungsdruck des Saturnkörpers ein wesentlich größerer war, eine weitere Entfernung der Ringteilchen annehmen. Wir hätten es also nicht mit einer Lostrennung der Ringe vom Zentralkörper, sondern umgekehrt mit einer Annäherung derselben im Laufe der Abkühlung des Planeten zu tun, wobei der Strahlungsdruck als regulierende und formende (s. hierzu den Artikel des Verfassers „Über die Strahlung der Planeten“)[1] Kraft eine wesentliche Bedeutung gehabt hat.

65b. Die Helligkeiten der einzelnen Ringe durch Farbfilter. In einer hier noch zu besprechenden Arbeit von N. BARABASCHEFF und B. SEMEJKIN (s. S. 49) über die Photometrie des Saturn sind außer der Planetenoberfläche auch die Helligkeiten der Ringe vermessen. Sie werden hier angeführt, wobei als Einheit die Helligkeit des Saturnzentrums gilt.

---

[1] Ergebn d exakt Naturwiss 5, S. 39 (1926).

Tabelle 3. Die Helligkeiten der Ringe in Einheiten der Zentralhelligkeit der Scheibe.

r/R		Filter		
		Rot	Gelb	Blau
0,000		1,000	1,000	1,000
1,000		0,000	0,000	0,080
1,069	Florring	0,000	0,000	0,092
1,221	Florring	0,000	0,000	0,114
1,374	Florring	0,116	0,162	0,151
1,526	B-Ring	0,588	0,770	0,865
1,680	B-Ring	0,489	0,648	0,715
1,832	B-Ring	0,463	0,640	0,726
1,990	CASSINIsche Teilung	0,023	0,049	0,073
2,137	A-Ring	0,126	0,140	0,154
2,290	A-Ring	0,108	0,126	0,134

Auffallend ist in diesen Zahlen, daß die Helligkeit des inneren Florringes in Blau bis an die Oberfläche des Planeten nicht verschwindet, während sie für Rot und Gelb nicht mehr meßbar ist. In der CASSINIschen Trennungslinie ist die Helligkeit ebenfalls im Blau am größten. Der helle Ring ist weißer als das Saturnzentrum. Die Helligkeitsunterschiede B-Ring minus A-Ring in Größenklassen sind für Blau 1,87 m, für Gelb 1,78 m und für Rot 1,66 m und bedeutend größer als die für visuelle Strahlen von E. SCHOENBERG[1] aus eigenen Beobachtungen und für photographische Strahlen aus den Aufnahmen von HERTZSPRUNG abgeleiteten Werte (0,5 m bzw. 0,6 m).

66a. Die Theorie des Tierkreislichts von C. HOFFMEISTER. Aus eigenen photometrischen Beobachtungen der Helligkeit des T. L. auf einer Tropenreise

Abb. 8. Isophoten des Zodiakallichts.

und älteren Beobachtungen der Figur und Lage desselben am Himmel hat C. HOFFMEISTER[2] eine neue Theorie der Beschaffenheit und der Figur derjenigen lichtzerstreuenden Meteorwolke aufgebaut, die die Erscheinungen des Zodiakallichts, der Lichtbrücke und des Gegenscheins verursacht. Die Beobachtungen sind vom Schiff aus mit einem visuellen Photometer ausgeführt, das dem von VAN RHIJN und YNTEMA benutzten ähnlich war, und erstrecken sich über 11 Nächte im Februar und März 1930. Sie umfassen fast das ganze Lichtband zwischen Abend- und Morgenlicht; ihre Genauigkeit ist naturgemäß nicht sehr groß; sie weisen auch gegen die früheren Beobachtungen von YNTEMA und VAN RHIJN recht bedeutende unaufgeklärte Differenzen auf, wie das bei der Schwierigkeit solcher Messungen und der Verschiedenheit der atmosphärischen Bedingungen zu erwarten war; bei der Reduktion der relativen Messungen auf Absolutwerte und bei der Elimination des zusätzlichen atmosphärischen Lichtes konnte keine große Sicherheit erreicht werden. Trotzdem sind von HOFFMEISTER dank seiner langjährigen Erfahrung in Beobachtungen des T. L. die wesentlichen Züge im Verlauf der Achsenhelligkeit mit dem Sonnenabstand und der Abfall der

---

[1] Ann Acad Sci Fennicae, Serie A, 16, Nr. 5, S. 54 (1923).
[2] Veröff d Sternw Berlin-Babelsb 8, Heft 2 (1930); 10, Heft 1 (1932).

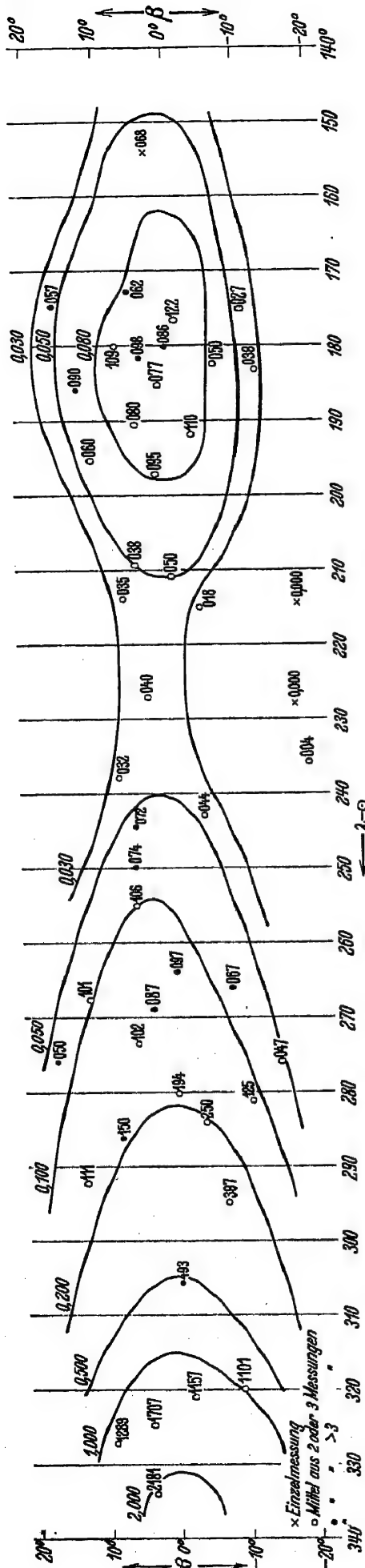



Abb. 9. Isophoten des Zodiakallichts.

Helligkeit mit der Breite durch Zahlen belegt worden, die in der Größenordnung richtig sind. Dadurch sind die wesentlichen Züge der ganzen Erscheinung des T. L., so wie es sich bei günstigem Himmel in tropischen Breiten dem Auge zeigt, erstmalig richtig hervorgehoben. Sie sind in unseren zwei Figuren (Abb. 8 und 9) dargestellt und können folgendermaßen beschrieben werden.

1. Das T. L. erscheint als ununterbrochenes Band längs der ganzen Ekliptik mit schwacher Neigung gegen dieselbe, mit anfangs starkem und zwischen 80° bis 140° (bzw. 260° bis 320°) Sonnenabstand sehr flachem Abfall der Achsenhelligkeit, die im Gegenscheingebiet (150° bis 180° Sonnenabstand) einen starken Anstieg zeigt.

2. Die vom Hauptlicht eingenommene, unten durch den Horizont begrenzte Fläche ist in erster Näherung dreieckig mit breiter Basis; nach oben nimmt die Konvergenz der als Grenzen anzusehenden Isophoten ab.

3. Die Brücke oder der Teil des T. L. zwischen Hauptlicht und Gegenschein ist auch im Gebiete des Minimums seiner Helligkeit, das bei 135° Sonnenabstand liegt, immer noch als ein etwa 10° breites Band mit deutlicher Abgrenzung zu erkennen.

Diese Tatsachen unterwirft HOFFMEISTER einer theoretischen Deutung. Er macht drei Annahmen über das Phasengesetz der Staubpartikel (das LAMBERTsche, das LOMMEL-SEELIGERsche Gesetz und die Phasenkurve des Mondes) und verschiedene Annahmen über den Dichteverlauf der Staubmasse. Die Ermittlung der Helligkeitswerte erfolgte nach der Formel

$$J = K\int_0^{\Delta_1} r^{-2} f(r, z)\,\varphi(\alpha)\,d\Delta\,, \tag{36}$$

wo r den Sonnenabstand, Δ den Erdabstand, z den vertikalen Abstand von der Hauptebene des T. L. und α den Phasenwinkel bedeuten. Nach SEELIGER ist in der Nähe der Sonne die Dichtefunktion $f(r, z)$ von ausschlaggebender Wirkung, dagegen in großen Elongationen, also im Gegenscheingebiet, nur die Phasenkurve $\varphi(\alpha)$ für den Verlauf der Integralfunktion bedeutsam. Es ist deshalb möglich, durch ein Näherungsverfahren die genannten Funktionen stückweise zu konstruieren, so daß das obige Integral die beobachteten Helligkeiten darstellt. Ganz hypothesenfrei geht das freilich nicht; irgendein „vernünftiger" Verlauf der Phasenkurve und des Dichtegesetzes muß angenommen werden. HOFFMEISTERS Versuchs-

rechnungen stützen sich auf die Annahme, daß das Phasengesetz demjenigen des Mondes ähnlich sein müsse, mit einem starken Abfall der Helligkeit für $\alpha = 0°$ und kleine Werte von α (Gegenscheingebiet). Die Möglichkeit, daß infolge der Kleinheit der Partikel evtl. auch Phasenkurven äußerst komplizierter Form, wie sie E. SCHOENBERG z. B. für die Saturnringpartikel abgeleitet hat, in Frage kommen, diskutiert er überhaupt nicht. Diese Möglichkeit müßte allerdings aus strahlungstheoretischen Betrachtungen begründet werden; sonst hat sie nur sehr geringe Wahrscheinlichkeit.

Schon die Betrachtung der Isophotenkarte zeigt, daß die SEELIGERsche Hypothese eines stark abgeplatteten Rotationselipsoids für die Figur der Staubwolke ausscheidet, wenn man die Isophoten als Projektionen der abgrenzenden Flächen gleicher Dichte ansehen darf. Dieser Schluß wird von HOFFMEISTER durch eine Reihe von Rechnungen belegt, die versuchsweise bei verschiedenen Annahmen über das Dichtegesetz und die Phasenkurve ausgeführt sind. Als wahrscheinlichster Verlauf der äußeren Begrenzung der T. L.-Materie ergibt sich bei HOFFMEISTER eine Figur, die man sehr annähernd als aus zwei Ringen bestehend beschreiben kann. Der erste Ring verdichtet sich nicht ständig mit Annäherung an die Sonne, sondern hat sein Dichtemaximum bei 0,7 des Erdbahnhalbmessers a, von wo aus er nach der Sonne zu und auch nach der Erde hin langsam an Dichte abnimmt, über die Erdbahn bis zum Abstande $1{,}1\,a$ hinausgreifend. Er besitzt eine beträchtliche Breite von etwa $0{,}3\,a$, die sich aber nicht genau bestimmen läßt. Dieser innere Ring bedingt die große Helligkeit des Abend- und Morgenlichtes bis zu etwa 90° Sonnenabstand. Er allein kann die Helligkeit der Brücke und des Gegenscheins nicht erklären. Diese werden wesentlich durch einen zweiten Ring mit einem Dichtemaximum in $2{,}4\,a$, zwischen der Mars- und der Jupiterbahn, bedingt. Auch über das Massenverhältnis der beiden Ringe hat HOFFMEISTER Betrachtungen angestellt. Wenn man die mittlere Dichte der Ringe gleich setzt und auch das Reflexionsvermögen, d. h. bei gleichen Bestandteilen der Staubwolken auch gleiche Feinheit der Partikel, annimmt, so ergeben sich mit Rücksicht auf die abgeschätzten Dimensionen des äußeren Ringes gleiche Massen für beide. Doch ist die Ausdehnung sowie auch die mittlere Entfernung des äußeren Ringes noch vollkommen unsicher, daher ist es auch obige Abschätzung; abgesehen von der Unmöglichkeit, alle in ihr zugrunde gelegten Voraussetzungen auch nur zu prüfen, fehlen noch die Beobachtungsgrundlagen zu solchen Schätzungen.

Die Helligkeit in den einzelnen Teilen des Lichtbandes setzt sich somit aus zwei Bestandteilen zusammen, von denen im Gegenscheingebiete der äußere Ring, in der Sonnennähe der innere wesentlich überwiegt. Die Trennung dieser Bestandteile wird streng niemals möglich sein, um so mehr, als auch der Raum zwischen den Ringen verdünnte Staubmaterie enthalten kann. Trotzdem erscheint die HOFFMEISTERsche Hypothese in ihren Grundzügen wohlbegründet zu sein. Aus der zusammengesetzten Lichtwirkung beider Staubringe läßt sich die beobachtete Helligkeit des ganzen Lichtbandes natürlicherweise gut darstellen, was aber vom Verfasser in Anbetracht der Unsicherheit und geringen Anzahl der Messungen gar nicht bis zur äußersten Schärfe durchgeführt wird. Es bleiben auch noch beträchtliche Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung im Gebiete des Gegenscheines bestehen, die aber durch Abänderung des Phasengesetzes beseitigt werden könnten.

Die geometrische Lage der beiden Staubringe. Wenn man auch auf die Bestimmung der Dichten und der Massen der beiden Ringe zum Teil aus prinzipiellen Gründen, zum Teil aus Mangel an scharfen Beobachtungen verzichten muß, so kann doch der Versuch gemacht werden, die Lage des Dichteäquators der beiden Ringe rein geometrisch zu bestimmen, und dieser Versuch wird von

HOFFMEISTER durchgeführt. Als Material dienen da die eigenen Zeichnungen des Verfassers während seiner Tropenreise und auch solche, die er in Sonneberg ausgeführt hat; dann die Beobachtungen von A. SEARLE[1] in Cambridge, Mass., und von A. E. DOUGLAS[2] in Arequipa, endlich die größte und wertvollste Reihe, die je beobachtet wurde, von G. JONES[3], die in verschiedenen Breitengraden zwischen $+42°$ bis $-54°$ auf einer Marineexpedition nach Ostasien ausgeführt worden ist.

Für die Festlegung der Lage des äußeren Ringes dienen die Beobachtungen und Zeichnungen des Gegenscheins und der Lichtbrücke. Diese sind weniger durch die Extinktion verfälscht als die Beobachtungen des Abend- und Morgenlichtes. Wenn der äußere Ring eine Hauptebene hat, zu der die Staubmassen symmetrisch angeordnet sind und die durch die Sonne geht, so soll die Neigung und die Knotenlänge dieser Hauptebene in bezug auf die Ekliptik bestimmt werden. Faßt man einen bestimmten Punkt des äußeren Ringes, am besten die Mitte des Gegenscheines, ins Auge und beobachtet denselben während eines Jahres, so muß er augenscheinlich um den Großkreis der Ekliptik eine Sinuslinie beschreiben, deren Knotenpunkte mit denen des Ringäquators zusammenfallen; die maximalen Breiten werden bei endlicher Entfernung des Ringes die Neigung der Bahnebene um die Parallaxe übersteigen. HOFFMEISTER ordnet und mittelt die Beobachtungen des Gegenscheines also nach Jahreszeiten oder Sonnenlängen und findet die Knotenlänge, entsprechend der Jupiterbahn, bei etwa 90°. Die Schwingungsweite der Sinuslinie ist etwa doppelt so groß als die Neigung der Jupiterbahn. Die ganze Linie ist bei weitem nicht durch Beobachtungen gedeckt, außerdem ist ein bedeutender Teil von Beobachtungen, die stark abweichende Breiten des Gegenscheines anzeigen, als vermutlich fehlerhaft ausgeschlossen. Der Schluß, daß die Hauptebene mit der Jupiterbahn zusammenfalle, erscheint somit nicht zwingend, wird aber als wahrscheinlich angenommen und auf seine weiteren Konsequenzen geprüft. Ohne eine Annahme über die Lage der Hauptebene, die, streng genommen, überhaupt nicht bestimmbar ist, sind auch weitere Schlüsse über die Entfernung und Ausdehnung des Ringes nicht möglich.

Abb. 10. Die Parallaxe der Knotenpunkte des äußeren Körpers in Länge.

Die angenommene Hypothese wird nun an der Lage des ganzen den Himmel überspannenden Lichtbandes an einem bestimmten Zeitpunkt geprüft. Auch dieses Lichtband muß Abweichungen von der Ekliptik in Breite aufweisen, die um den Betrag der Parallaxe die Neigung der Jupiterbahn übersteigen; dazu kommen aber starke parallaktische Verschiebungen der Knotenpunkte, wie sie in der Abb. 10 veranschaulicht sind.

In ihr bedeutet der innere Kreis die Erdbahn, der äußere den Ringäquator, P einen Punkt des Ringes, der in der Knotenlinie $S☊$ und deshalb auch in der Ekliptik liegt. Die scheinbare Knotenlinie ☊′, vom Punkte E der Erde aus, liegt in der Richtung $E☊'$. Mit den Bezeichnungen der Figur hat man folgende Gleichung für die Parallaxe des Ringes aus diesen Abweichungen der Knotenlänge:

$$r = R \sin(☊' - \odot) \operatorname{cosec}(☊ - ☊') . \tag{37}$$

Die Beobachtungen des Lichtbandes von HOFFMEISTER zeigen tatsächlich eine solche Verlagerung der scheinbaren Knotenlängen. Nimmt man die Hauptebene

[1] A N 132, S. 163 (1893). [2] Harv Ann 33, S. 15 (1900).
[3] Observations of the Zodiacal Light. United States Japan Expedition vol. III. Washington 1856.

als mit der Jupiterbahn zusammenfallend an, so ergibt sich auch die Möglichkeit, aus den beobachteten geozentrischen Längen und Breiten λ, β eines markanten Punktes, am besten der Mitte des Gegenscheines, seine heliozentrischen Koordinaten r, b und l zu bestimmen. Damit wird der Abstand des äußeren Ringes von der Erde $\varDelta$ und von der Sonne r bekannt. Folgendes Formelsystem kann dazu dienen:

$$\left.\begin{aligned} r^2 &= R^2 + \varDelta^2 - 2R\varDelta\cos\beta\cos(\lambda - \odot),\\ \sin b &= \sin i_{♃}\sin(l - \Omega_{♃}) = \frac{\varDelta}{r}\sin\beta,\\ r\cos b\cos l &= \varDelta\cos\beta\cos\lambda + R\cos(\odot + 180^\circ),\\ r\cos b\sin l &= \varDelta\cos\beta\sin\lambda + R\sin(\odot + 180^\circ), \end{aligned}\right\} \tag{38}$$

wo $R = 1$ gesetzt werden kann.

Praktisch ist die Bestimmung sehr unsicher. HOFFMEISTER findet für den Radius des Ringes Werte zwischen 1,5 und 2,0.

Die räumliche Lage des inneren Körpers. Für den inneren Teil der Staubwolke sind die parallaktischen Verschiebungen viel größer als für den äußeren Ring. Hier begnügt sich der Verfasser auch mit einer Bestimmung der Symmetrieebene, die nicht von vornherein als mit einer Planetenbahn zusammenfallend angenommen wird. Er entwickelt eine interessante Methode, aus rein geometrischen Betrachtungen die Lage dieser Ebene gegen die Ekliptik zu bestimmen. Die wirkliche Dichte und Ausdehnung der Materie, welche den Leuchteffekt des Abend- und Morgenlichtes verursacht, wird rechnerisch durch die Leuchtwirkung photometrischer Hauptpunkte ersetzt, deren Helligkeit der integrierten Helligkeit längs dem Sehstrahl gleich sein soll. Diese Helligkeit ist, abgesehen von konstanten Faktoren,

$$J = \int_0^{\varDelta_1} r^{-2} f(r)\,\varphi(\alpha)\,d\varDelta = \int_0^{\varDelta_1} \psi(\varDelta)\,d\varDelta, \tag{39}$$

wobei die rechtsstehende Fassung andeuten soll, daß man alle unter dem Integralzeichen stehenden Funktionen als solche des Erdabstandes $\varDelta$ ausdrücken kann. Die Entfernung $\varDelta_1$ entspricht dem Punkte, in dem die Dichte 0 wird. Die Werte der Funktion $\psi(\varDelta)$ liegen für verschiedene Elongationen e und den angenommenen Verlauf der Funktionen $f(r)$ und $\varphi(\alpha)$ berechnet vor; für jede Elongation gibt es einen Erdabstand $\varDelta_m$, für den die Funktion $\psi(\varDelta)$ ihr Maximum hat. Dieser Punkt wird der photometrische Hauptpunkt genannt. Bisher war vorausgesetzt, daß die Erde sich in der Hauptebene der inneren Staubwolke befindet; in so einem Falle würden auch die Hauptpunkte immer in dieser Ebene liegen; hat die Hauptebene aber eine Neigung gegen die Ekliptik, so wird man bei geringen Erhöhungen der errechneten Hauptpunkte über derselben die geozentrischen Örter dieser Punkte als auf der beobachteten Lichtachse liegend ansehen dürfen. Mit welchem Grade der Genauigkeit diese Näherung gültig ist, wird vom Verfasser nicht untersucht. Es ist dann ein leichtes, für jede Elongation aus dem Werte $\varDelta_m$ die heliozentrischen Koordinaten r_m, l, b und mit ihrer Hilfe die geozentrischen Koordinaten λ_m, β_m sowie Ω und i zu bestimmen. Es ist:

$$\left.\begin{aligned} r_m^2 &= 1 + \varDelta_m^2 - 2\varDelta_m\cos e,\\ \sin(l - \odot) &= \frac{\varDelta_m}{r_m}\sin e,\\ \cos(l - \odot) &= -\frac{1 + r_m^2 - \varDelta_m^2}{2r_m}, \end{aligned}\quad \text{und} \quad \begin{aligned} \sin b &= \sin i\sin(l - \Omega),\\ \operatorname{tg}\beta &= \frac{r_m}{\varDelta_m}\sin i\sin(l - \Omega),\\ \sin(l - \lambda) &= \frac{\sin e}{r_m},\\ \cos(l - \lambda) &= \frac{r_m^2 + \varDelta_m^2 - 1}{2r_m\varDelta_m},\\ \lambda &= \odot \pm e. \end{aligned}\right\} \tag{40}$$

Man ersieht hieraus, daß

1. jeder Punkt der Lichtachse mit vorgegebenem e im Laufe des Jahres in bezug auf die Ekliptik eine Sinuswelle beschreibt;
2. die Phase der Sinuswelle für Punkte der Lichtachse mit verschiedener Elongation nicht übereinstimmt;
3. zwei Punkte in gleicher östlicher und westlicher Elongation ($+e$ und $-e$) einen Phasenunterschied ihrer Sinuswellen aufweisen.

Das beste Beobachtungsmaterial zur Prüfung dieser rein geometrischen Verhältnisse sind die erwähnten Zeichnungen von JONES. HOFFMEISTER entnahm aus ihnen die Koordinaten der Lichtachse für verschiedene Elongationen und fand tatsächlich die jährliche Sinuswelle deutlich ausgeprägt. Das obige Formelsystem gestattet eine Bestimmung von Ω und i der Hauptebene für jeden Hauptpunkt getrennt. Die errechneten Einzelwerte streuen noch sehr stark, zeigen aber deutlich, daß es eine gemeinsame Hauptebene für den inneren Staubkörper überhaupt nicht gibt. Für die Knotenlänge ergibt sich ein Wert von $\Omega = 50°$ mit Abweichungen der Einzelwerte bis zu $30°$, der Wert der Neigung schwankt zwischen $1°$ und $3°$. HOFFMEISTER glaubt, daß diese Neigungsunterschiede reell sind und sich den Neigungen der Bahnen der inneren Planeten nahe anschmiegen.

66b. Die Helligkeit des nächtlichen Himmels. Alle Untersuchungen über die Helligkeit des T. L. sind dadurch so sehr erschwert, daß sich dasselbe nur wenig von der Helligkeit des Himmelsgrundes abhebt und die kleine Differenz der an sich geringen Helligkeiten nur mit geringer Genauigkeit festzustellen ist. Die Helligkeit des nächtlichen Himmels muß jeweilig gesondert gemessen werden; denn sie ist von Ort zu Ort und auch mit der Jahreszeit veränderlich. Auch die spektrale Zusammensetzung des Nachtlichtes ist von größter Bedeutung für die Trennung des T. L. von dem Lichte des Himmels. Die Helligkeit und das Spektrum des mondfreien nächtlichen Himmels ist Gegenstand vieler experimenteller Arbeiten der letzten Jahre gewesen, die wir im einzelnen nicht alle besprechen können, weil sie mehr geophysikalischer als astronomischer Natur sind. Ein Überblick über den Stand des Problems nach seiner astronomischen Seite hin erscheint uns aber notwendig.

Schon VAN RHIJN und YNTEMA hatten gefunden, daß die Helligkeit des nächtlichen Himmels ganz bedeutend größer sei als man infolge der Zerstreuung des Sternlichts erwarten müßte. Neuere Arbeiten von J. DUFAY[1—4] bestätigen dieses, wenn auch der von ihm mit besonderen für diesen Zweck konstruierten Photometern gefundene Wert für die Helligkeit des Himmels wesentlich geringer ist als der der genannten Forscher. Das gesamte Sternlicht kann in seiner Helligkeit demjenigen von 1100 Sternen erster Größe gleichgesetzt werden. Das von ihnen in der Atmosphäre zerstreute Licht ist nach DUFAY immer noch dreimal kleiner als die beobachtete Helligkeit des Himmels. Das Spektrum des Nachthimmels, das von verschiedener Seite photographisch aufgenommen worden ist (Lord RAYLEIGH[5—7], G. DUFFIELD[8, 9], W. SLIPHER[10—12], J. DUFAY[13], K. R. RAMANATHAN und J. V. KARANDIKAR[14]) zeigt auch eine andere Zusammensetzung, als man beim Streulicht erwarten müßte. Es ist bedeutend reicher an langwelligen Strahlen als

---

[1] C R 185, S. 142 (1927).
[2] Lyon Bull 10, S. 1 (1928).
[3] J d Phys 9, S. 390 (1928).
[4] J d Phys 10, S. 219 (1929).
[5] Nature 122, S. 315 (1928).
[6] Proc R S London 100, S. 367 (1922).
[7] Gerlands Beitr Geophys 19, S. 292 (1928).
[8] Mem of the Commonwealth Sol Obs 1, S. 1 (1929).
[9] Nature 123, S. 202 (1929).
[10] Ap J 55, S. 73 (1922).
[11] Publ A S P 41, S. 262 (1929).
[12] Pop Astr 37, S. 327 (1929).
[13] J d Phys 10, S. 219 (1929).
[14] J d Phys 7, S. 405 (1932); Nature 132, S. 749 (1933).

das Himmelsblau des Tages und nähert sich in seiner Zusammensetzung demjenigen der Sonne. Lord RAYLEIGH schätzt das Verhältnis Rot zu Blau zu 0,12 bis 0,3 für den Nachthimmel, während es für den Tag nur 0,03 beträgt. Ganz wesentlich ist die Helligkeit des Nachthimmels durch die grüne Nordlichtlinie 5577 A bedingt, die jederzeit und an beliebigen Stellen des Himmels im Spektrum zu finden ist. Ihre Helligkeit ist aber in verschiedenen Höhen und zu verschiedenen Zeiten veränderlich. DUFAY findet das Verhältnis der Schwärzung des Spektrogramms durch diese Linie zu derjenigen des übrigen Teils zwischen 4960 und 6000 A zu 0,6 und leitet daraus als Verhältnis der Strahlungsenergien für das ganze sichtbare Gebiet den Wert 0,4 ab. Bei Anwendung stärkerer Dispersionen zerfällt aber nach RAMANATHAN das Kontinuum des Nachtlichtspektrums in eine Reihe von Emissionslinien und Banden, die noch nicht identifiziert sind und deren Helligkeitsverhältnis zum Kontinuum noch nicht bestimmt ist. Das Spektrum des T. L. scheint alle diese Linien und Banden auch zu enthalten, so daß eine Trennung der Lichter bisher nicht möglich ist. Der letztgenannte Autor findet im Spektrum des Nachthimmels keine Absorptionslinien des Sonnenlichts.

Eine Untersuchung des dem T. L. eigenen Spektrums ist somit in keiner Weise gelungen und bleibt ein Erfordernis der Zukunft.

66c. Lichtelektrische Beobachtungen des Gegenscheins. In zwei Veröffentlichungen berichtet C. T. ELVEY[1] über lichtelektrische Beobachtungen des Gegenscheins am großen Refraktor der Yerkes-Sternwarte. Das Photometer gab meßbare Ausschläge für den Himmelsgrund in der Umgebung des Gegenscheins, so daß dessen Einfluß eliminiert werden konnte. Die Messungen geschahen an drei Abenden, dem 25. und 28. September und 1. Oktober 1932, in Abständen von 5° im Stundenwinkel und in Deklination und umfaßten bei jeder Messung 0,00294 □-Grad, die in sternfreien Gegenden gewählt waren. Die Extinktion wurde berücksichtigt und die Isophoten gezeichnet. So konnte ein Anstieg der Helligkeit nach dem Zentrum in vier Stufen festgelegt werden. Sowohl die Form als die Totalhelligkeit des Gegenscheins waren an den drei Tagen verschieden. Er war entweder rund oder längs der Ekliptik ausgezogen, wobei die Ausdehnung 25° bis 35° war. Im Zentrum war die Helligkeit der photographischen Helligkeit eines Sterns $6^m,22$ bis $6^m,54$ auf 1 □-Grad gleich. Die Abweichungen des Zentrums vom Gegenpunkte der Sonne schwankten zwischen 0° und 3°. Ein vorläufiger Versuch, zwei Filter anzuwenden, zeigte, daß der Gegenschein gelber ist als der Himmelsgrund.

g) Über die Extinktion des Lichtes in der Erdatmosphäre.

83a. Neue Tafeln der Luftmassen und die Theorie der Extinktion von M. F. LINK. Der Verfasser[2] stellt sich die Aufgabe, die vom Lichtstrahl in der Erdatmosphäre durchdrungenen Luftmassen aus den bis zu 40 km Höhe direkt beobachteten Dichten der Luftschichten zu berechnen und verwendet dazu die von HUMPHREYS[3] gegebenen, auf den neuesten Beobachtungen der Ballonaufstiege beruhenden Dichten (s. Tafel 1 auf S. 22). Nach den Untersuchungen von BEMPORAD (vgl. Ziff. 80, S. 184 in Band II) müßte der Einfluß der oberen Luftschichten über 9 km Höhe unwesentlich sein; denn bei den verschiedensten Annahmen über den Temperaturgradienten derselben erwies sich der Wert der Luftmasse für die Zenitdistanz = 87° noch als identisch derselbe. Für die ersten 9 km Höhe schließen sich die von BEMPORAD benutzten Luftdichten aber streng den Beob-

[1] Ap J. 75, S. 424 (1932); 77, S. 56 (1933).
[2] J O 17, S. 41 (1934).
[3] Physics of the Air. Mc.Graw-Hill Book Company. New York (1929).

achtungen an. Es erscheint deshalb zweifelhaft, ob die von LINK durch numerische Integration mit strengem Anschluß an die Beobachtungen bis zu 40 km Höhe errechneten Luftmassen einen Vorzug vor denjenigen von BEMPORAD haben können. Da die numerischen Daten und die Einzelheiten der Rechnung in der Arbeit von LINK nicht angeführt werden, ist eine Prüfung der Ursachen der immerhin bedeutenden Unterschiede beider Tafeln nicht möglich.

Interessant ist die von LINK angewandte Form des Integrals der Luftmassen. Zwischen der Höhe h_0 und der Grenze der Atmosphäre ist bei konzentrischer Schichtung der Atmosphäre die Luftmasse auf dem Wege des Lichtstrahles

$$M = \int_{h_0}^{\infty} \frac{\varrho \, dh}{\sqrt{1 - \sin^2 i}}, \tag{41}$$

wobei für den Einfallswinkel i die bekannte Gleichung der Refraktionskurve

$$\sin i = \frac{a + h_0}{a + h} \frac{\mu_0}{\mu} \sin z \tag{42}$$

gilt. Für den Brechungsexponenten wird die Beziehung

$$\mu = 1 + c\varrho \tag{43}$$

benutzt. Es wird aber der Ausdruck unter dem Radikal nicht wie üblich nach $(h - h_0) : a$ entwickelt, sondern nach der kleinen Größe

$$k = \frac{h - h_0}{a} - c(\varrho_0 - \varrho), \tag{44}$$

worauf bei Beschränkung auf erste Potenzen von h/a und $c\varrho$

$$\sin i = (1 - k) \sin z \tag{45}$$

wird und der Ausdruck für die Luftmasse bei Vernachlässigung der zweiten Potenz von k sich ergibt zu

$$M = \int_{h_0}^{\infty} \frac{\varrho \, dh}{\sqrt{\cos^2 z + 2k \sin^2 z}}. \tag{46}$$

Dieser Ausdruck wird numerisch integriert mit Zugrundelegung der HUMPHREYSschen Dichten und ergibt die Tafel der Luftmassen.

Interessant ist eine, praktisch wohl bedeutungslose Korrektion der Extinktionstafel infolge der Schwächung der Lichtstrahlen durch Refraktion, die von LINK erstmalig für die irdische Atmosphäre abgeleitet wird. Dabei ist nicht die Dispersion oder die verschiedenartige Lichtbrechung für verschiedene Wellenlängen gemeint, sondern der Umstand, daß ein außerhalb der Atmosphäre paralleles Bündel von Lichtstrahlen nach dem Durchgang durch dieselbe divergierend sein muß. Die oberen Strahlen des Bündels durchlaufen andere Luftschichten als die unteren, und ihre Refraktionskurven zeigen eine Abweichung in der Krümmung. Die sich hieraus ergebende Schwächung ist leicht auf die Formel

$$\Phi = 1 + \frac{dR}{dz} - c\varrho_0 \tag{47}$$

zurückzuführen, wo R die Refraktion bedeutet. Folgende Tabelle 4 gibt den Wert dieses Faktors Φ, mit dem die Luftmassen $F(z)$ zu multiplizieren sind, wenn man mit ihrer Hilfe die Reduktion auf den Zenit nach der üblichen Formel

$$m_z - m_0 = -2{,}5 \log p [F(z) - 1]$$

berechnen und dabei der Lichtschwächung durch Refraktion Rechnung tragen will. In der nächsten Tabelle (5) sind die Faktoren Ψ gegeben, mit deren Hilfe man

die Luftmassen von BEMPORAD in diejenigen von LINK überführen kann. Der Unterschied wird von $z = 83°$ an merklich, ist aber praktisch wohl von geringer Bedeutung, weil er erst 1% bei $z = 85°$ erreicht. Er ist aber größer, als man nach BEMPORADs Rechnungen erwarten dürfte. z ist die scheinbare Zenitdistanz.

Tabelle 4.
Schwächung durch Refraktion.

z	Φ	z	Φ
80°	1,007	89°00′	1,100
81	,009	10	,110
82	,011	20	,120
83	,014	30	,130
84	,018	40	,140
85	,025	50	,150
85,5	,029	90° 0′	,17
86,0	,035	5	,18
86,5	,041	10	,19
87,0	,049	15	,20
87°20′	,055	20	,21
40	,063	25	,22
88 00	,071	30	,23
20	,080		
40	,089		

Tabelle 5.

$$\psi = \frac{F(z) \text{ nach LINK}}{F(z) \text{ nach BEMPORAD}}.$$

z	Faktor
0°	1,000
30	1,000
60	1,000
75	1,000
80	1,000
82	1,000
83	1,002
84	1,005
85	1,010
86	1,013
87	1,009
87,5	1,010
88,0	1,014
88,5	1,029
89,0	1,020

h) Die Theorie der Diffusion und Absorption des Lichtes in Gasen und ihre Anwendung auf die Atmosphären der Planeten.

92a. Allgemeine Untersuchungen über die Diffusion des Lichts. E. SCHOENBERG[1] untersucht verschiedene Folgerungen aus dem RAYLEIGHschen Gesetz für die Lichtverteilung in durchstrahlten Medien feinster Partikel, die für astronomische Probleme von Bedeutung sind. Zunächst bestimmt er die Grenzen für die Größe der Partikel, für die das Gesetz seine Gültigkeit hat. Als obere Grenze hat schon RAYLEIGH selbst $^1/_4\,\lambda$ angegeben, wo λ die Wellenlänge des einfallenden Lichtes ist. Die Partikel können dabei Ionen, Atome, Moleküle eines Gases oder auch Aggregate derselben in flüssigem oder festem Zustande sein. Der Verfasser findet aus einer großen Reihe von berechneten Diffusionsdiagrammen, die für Kügelchen verschiedener Größe und von verschiedenem Brechungsindex durchgeführt wurden, die obere Grenze ebenfalls zwischen $^1/_3$ und $^1/_4\,\lambda$. Er findet aber weiter für größere Partikel, daß die Streuung des Lichtes bei ihnen in komplizierterer Weise erfolgt, die nur in erster Annäherung durch die Potenzen λ^{-3}, λ^{-2}, λ^{-1} dargestellt werden kann und die von dem Brechungsexponenten der Kügelchen stark abhängig ist. Seine Absicht ist dabei, nicht diese Abhängigkeit zu untersuchen, sondern die obere Grenze festzusetzen, bei der die Lichtzerstreuung von der Wellenlänge überhaupt noch abhängig ist. Er findet, daß dies bei der Partikelgröße von $3\,\lambda$ der Fall ist. Der Bereich der Größen von $^1/_3\,\lambda$ bis $3\,\lambda$ ist so gering, daß man bei einer willkürlichen Mischung von Gasen mit festen Partikeln verschiedenster Größe, wie man sie in der Umgebung von Sternen und von Planeten, aber auch im interstellaren Raume erwarten kann, den Transmissionskoeffizienten für die durchdringende Strahlung in der Form

$$p = p_0\,p_4 = p_0\,e^{-\beta\lambda^{-4}} \tag{48}$$

ansetzen kann, wo $1 - p_0$ die Absorption durch Abdeckung des Lichtes ohne Verfärbung, $1 - p_4$ die Lichtschwächung infolge der Lichtzerstreuung nach dem

[1] Mitt d Univ.-Sternw Breslau 3 (1932).

RAYLEIGHschen Gesetz bedeuten. Bei einer besonderen Auswahl der Partikelgrößen könnten allerdings auch Verfärbungen des durchdringenden Strahls nach anderen als der -4-ten Potenz erwartet werden, so daß der Transmissionskoeffizient die Form

$$p = p_0 p_1 p_2 p_3 p_4, \quad \text{wo} \quad p_1 = e^{-\varepsilon\lambda^{-1}}, \quad p_2 = e^{-\delta\lambda^{-2}}, \quad p_3 = e^{-\gamma\lambda^{-3}} \quad \text{ist}, \tag{49}$$

haben könnte. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß der Brechungsexponent in dem untersuchten Gebiete der Wellenlängen konstant oder nur wenig veränderlich ist. Die Betrachtung gilt deshalb für Gase und solche feste und flüssige Teilchen, die diese Bedingung erfüllen; den Fall metallischer Partikel, bei denen das nicht der Fall ist, behandelt der Verfasser in einer anderen Arbeit.

Der Koeffizient bei λ^{-4} in der Formel (48) für den Transmissionskoeffizienten ist

$$\beta = \frac{32}{3} \frac{\pi^3 (m-1)^2 H}{N}, \tag{50}$$

wo m der Brechungsexponent, N die Anzahl der Partikel auf dem Lichtwege und H der Lichtweg sind. Da $m-1$ der Dichte des Mediums (somit auch der Zahl N) proportional ist, so ist es auch β.

Der Verfasser bezeichnet β als die Diffusionskonstante und zeigt, wie diese Größe aus der Untersuchung der Intensitätsverteilung im Spektrum des durchdringenden Strahls und des durchleuchteten trüben Mediums bestimmt werden kann. Wenn man die Intensitätsverteilung im Spektrum des Sterns nach der PLANCKschen bzw. nach der WIENschen Formel ansetzt, so besteht zwischen dem Intensitätsmaximum λ_m der unverfärbten und demjenigen λ'_m der durchdringenden, verfärbten Strahlung die Beziehung

$$\left.\begin{aligned} &\lambda'^4_m \left(1 - \frac{\lambda_m}{\lambda'_m} \frac{1 - e^{-\frac{u}{\lambda_m}}}{1 - e^{-\frac{u}{\lambda'_m}}}\right) = 0{,}8\,\beta \\ \text{bzw.}\quad &\lambda'^4_m \left(1 - \frac{\lambda_m}{\lambda'_m}\right) = 0{,}8\,\beta, \\ \text{wo}\quad &u = \frac{c_2}{T} \quad (c_2 = 1{,}340\,\text{cm}\cdot\text{gr.},\ T = \text{abs. Temperatur}). \end{aligned}\right\} \tag{51}$$

Der Intensitätsgradient der logarithmischen Helligkeit des durchdringenden Strahls findet sich aus demjenigen der unverfärbten Helligkeit (E_λ) aus der Formel

$$\frac{d \ln E_\lambda p_\lambda}{d\lambda} - \frac{d \ln E_\lambda}{d\lambda} = 4\beta\lambda^{-5} \tag{52}$$

und ist unabhängig von dem Strahlungsgesetz.

Die Intensitätsverteilung im trüben Medium selbst, soweit sie durch die Zerstreuung der durchdringenden Strahlen allein bedingt ist, wird in verschiedenen Abständen von der Lichtquelle verschieden sein. Der Strahl wird auf seinem Wege durch das Medium gerötet und zerstreut dabei seine Strahlung in jedem Abstande nach dem Gesetze

$$\left.\begin{aligned} &J(\alpha) = \mu(\alpha)\,E, \\ \text{wo}\quad &\mu(\alpha) = \frac{\pi^2 (m^2-1)^2 (1 + \cos^2\alpha)}{2\lambda^4 N}. \end{aligned}\right\} \tag{53}$$

$J(\alpha)$ ist die Intensität der zerstreuten, E diejenige der einfallenden Strahlung, $\mu(\alpha)$ der Streuungskoeffizient für den Winkel α zwischen dem einfallenden und dem reflektierten Strahl. Setzt man für E den Wert $E_\lambda p_\lambda$ gemäß den

vorigen Formeln an, so findet man für das Maximum der Intensität λ_m'' der zerstreuten Strahlung folgende Beziehung zum Maximum λ_m der direkten Strahlung der Lichtquelle

$$\lambda_m''^4\left(1 - \frac{5\lambda_m}{9\lambda_m''}\right) = \frac{4}{9}\beta, \tag{54}$$

wobei für letztere das WIENsche Gesetz angenommen ist. Hier ist also β für verschiedene Abstände von der Lichtquelle verschieden; das Medium ändert seine Färbung mit β. Am kleinsten ist λ_m'' an der inneren Begrenzung des Mediums bei $\beta = 0$ gemäß der Formel

$$\lambda_m'' = \frac{5}{9}\lambda_m. \tag{55}$$

Für den logarithmischen Gradienten der zerstreuten Strahlung J_λ haben wir dann noch die Formel

$$\frac{d\ln J_\lambda}{d\lambda} - \frac{d\ln E_\lambda p_\lambda}{d\lambda} = -\frac{4}{\lambda}. \tag{56}$$

Alle diese Gleichungen beziehen sich auf sehr geringe Dichte des trüben Mediums, denn sie vernachlässigen die Selbstbeleuchtung der Partikel. Der Verfasser hat die Werte von λ_m' und λ_m'' bei verschiedenen Annahmen über die Diffusionskonstante und die Temperatur der Lichtquelle in Tabellen berechnet.

Eine Anwendung dieser Theorie ist von W. GLEISSBERG[1] auf das Spektrum des Kopfes des Kometen MOREHOUSE versucht worden. O. STRUVE[2] wandte dieselbe auf das Spektrum der Plejadennebel an. Er fand für diese aber keine Bestätigung der RAYLEIGHschen Streuungsformel. Die Streuung scheint hier nach einer anderen als der 4. Potenz der Wellenlänge zu erfolgen. In beiden genannten Fällen dürfte eine Nachprüfung an sichererem Beobachtungsmaterial vonnöten sein.

92b. Lichtzerstreuung und Absorption durch Wolken metallischer Partikel. Für eine Wolke metallischer Partikel, die so klein sind, daß sie Beugungserscheinungen hervorrufen, gelten wegen der starken Veränderlichkeit des Brechungsexponenten m, die durch Absorptionsgebiete im Spektrum bedingt ist, und auch wegen der komplexen Natur von m andere allgemeinere Formeln als bei gasförmigen und nichtabsorbierenden festen Partikeln. Nach MIE ist der Absorptionskoeffizient pro Millimeter bei Berücksichtigung sowohl der Diffusion als auch der Absorption durch den Ausdruck gegeben (Im = Imaginärteil)

$$k = N\frac{\lambda^2}{2\pi} Im\left(\sum_1^\infty{}_\nu (-1)^\nu (a_\nu - p_\nu)\right), \tag{57}$$

wo a_ν und p_ν die bekannten MIEschen Funktionen des Brechungsexponenten und des Parameters $\alpha = \frac{2\pi\varrho}{\lambda}$ sind. N ist die Anzahl der Partikel auf dem Lichtwege. Dagegen ist der Schwächungskoeffizient bei reiner Diffusion

$$k' = N\frac{\lambda^2}{2\pi}\sum_1^\infty{}_\nu \frac{|a_\nu|^2 + |p_\nu|^2}{2\nu + 1}, \tag{58}$$

wo die senkrechten Striche bedeuten, daß von den a_ν und p_ν die Absolutwerte zu nehmen sind. Dieser Ausdruck war in den bisher referierten Arbeiten des Verfassers allein benutzt. Er führt für sehr kleine Partikel, bei Mitnahme nur des ersten Gliedes der Entwicklung, auf die bekannte RAYLEIGHsche Formel, nach der die durchdringende Strahlung proportional zu λ^{-4} ist. Nach derselben Potenz erfolgt

[1] Mitt d Univ.-Sternw Breslau 3 (1932).
[2] Ap J 77, S. 274 (1933).

dann auch die Erleuchtung des Mediums, indem die am stärksten für das durchgehende Licht geschwächten Wellenlängen im Spektrum des Mediums die vorherrschenden sind. Berechnet man dagegen die durchdringende Strahlung nach der Formel (57) für k, so folgt für kleine Partikel ein anderes Schwächungsgesetz; da aber der absorbierte Teil der Strahlung nicht zerstreut wird, muß für die Erleuchtung der Wolke selbst das alte Gesetz gültig bleiben. E. SCHOENBERG und B. JUNG[1] behandeln diese Aufgabe mit Rücksicht auf Probleme der Beleuchtung von Nebeln durch Sterne und der interstellaren Absorption des Lichts. Indem sie die Formeln (57) und (58) bis auf 5. Potenzen des Parameters α entwickeln, finden sie folgende Ausdrücke:

$$k = -\frac{6C\pi}{\lambda} \cdot Im\left[\frac{m^2-1}{m^2+2}\left\{1+\left(0{,}9 - 2\frac{1-0{,}1\,m^2}{m^2+2} + \frac{1}{30}\frac{m^2+2}{m^2+1{,}5}(m^2+4)\right)\alpha^2\right\}\right], \tag{57'}$$

$$k' = \frac{24\pi^3}{\lambda^4} CV \left|\frac{m^2-1}{m^2+2}\left\{1+\left(0{,}9 - 2\frac{1-0{,}1\,m^2}{m^2+2}\right)\alpha^2\right\}\right|^2. \tag{58'}$$

Hier bedeutet $C = NV$ die Konzentration der Partikel. Man ersieht aus ihnen, daß die durchdringende Strahlung in erster Näherung nach λ^{-1} geschwächt wird, dagegen die zerstreute Strahlung nach λ^{-4}. Das gilt aber nur innerhalb solcher Gebiete der Wellenlängen, für die $Im\,\frac{m^2-1}{m^2+2}$ und $\left|\frac{m^2-1}{m^2+2}\right|^2$ als konstant angesehen werden können. Die Verfasser berechnen nach den Daten über die Brechungsexponenten der im Weltall vorkommenden Elemente, die aus der chemischen Analyse der Meteoriten bekannt sind, den Verlauf dieser Funktionen innerhalb der Wellenlängen 260 bis 650 $\mu\mu$. Dieser Verlauf zeigt allerlei Unregelmäßigkeiten, die nur für die größeren Wellenlängen zwischen 500 und 650 $\mu\mu$ in eine ziemliche Konstanz übergehen. Für dieses Wellenlängengebiet würden somit die obengenannten Gesetze gelten, soweit man die höheren Glieder der Entwicklung gegenüber dem 1. Gliede vernachlässigen kann. Die Verfasser bestimmen die Grenzwerte der Partikelgrößen 2ϱ, für die dieses der Fall ist, und finden für die häufigsten Elemente Fe und Mg diese Grenze für alle fraglichen Wellenlängen ziemlich konstant bei etwa 25 $\mu\mu$. Die entsprechende Grenze für reine RAYLEIGH-Streuung liegt etwa bei 125 $\mu\mu$.

Bei Mitnahme nur des 1. Gliedes der Formel (58′) ergibt sich für die Intensität der zerstreuten Strahlung $I_z(\lambda)$ in senkrechter Richtung zur einfallenden $E(\lambda)$:

$$I_z(\lambda) = \frac{3}{8\pi} k'(\lambda) E(\lambda) = \frac{9\pi^2}{\lambda^4} NV^2 \left|\frac{m^2-1}{m^2+2}\right|^2 E(\lambda). \tag{59}$$

Für die Helligkeit des durchdringenden Strahls hat man dagegen:

$$I_d(\lambda) = E(\lambda)\, e^{-k(\lambda)} = E(\lambda)\, e^{-NV\frac{6\pi}{\lambda} Im\left(-\frac{m^2-1}{m^2+2}\right)}. \tag{60}$$

Diese Gleichungen können bei der Vermessung der Plejadennebel und in anderen ähnlichen Fällen zur Bestimmung sowohl der Partikelgröße als der Volumdichte der Wolken benutzt werden, wenn die spektralen Intensitäten ihnen nicht widersprechen.

C. SCHALÉN[2] machte als erster einen Versuch der Anwendung der Formel (57) zur Bestimmung der Partikelgröße in einer absorbierenden Dunkelwolke. Er nahm an, daß diese Wolke aus Eisenpartikeln besteht und berechnete das Verhältnis der Koeffizienten $k(\lambda)$ für zwei Wellenlängen $\lambda_1 = 395$ und $\lambda_2 = 440\ \mu\mu$, für die er in den mit einem Objektivprisma erhaltenen Spektren der Sterne die Absorption gemessen hatte. Bei vorgegebenem m konnte er das genannte Ver-

[1] A N 253, S. 261 (1934). [2] Upsala Medd. Nr. 58 (1933).

hältnis für verschiedene Partikelgrößen berechnen und in einer Kurve darstellen. Er begnügte sich dabei mit drei Gliedern der Formel (57), was für Partikeldurchmesser bis 200 $\mu\mu$ ausreicht, und fand eine einfach ansteigende Kurve, aus der er dann die Partikelgröße nach den Beobachtungen entnahm. Der Anstieg seiner Kurve fällt in das Gebiet der Partikelgrößen zwischen 40 und 160 $\mu\mu$, während für kleinere Partikel sich entsprechend unseren Festsetzungen ein konstanter Wert ergibt. Wie E. SCHOENBERG und B. JUNG in der obengenannten Arbeit bemerken, war keineswegs die Gewähr dafür vorhanden, daß bei Fortsetzung der Rechnungen für wachsende Partikelgrößen nicht noch beliebig viele Maxima und Minima der Kurve $\frac{k(\lambda_1)}{k(\lambda_2)}$ auftreten, so daß eine Entnahme der Größe der Partikel nicht mehr eindeutig möglich wäre. Die genannten Verfasser setzten die Rechnungen unter Anwendung der Formel (57') bis zu Partikelgrößen von 350 $\mu\mu$ fort und wählten dabei andere Brechungsexponenten m und Wellenlängen λ_1 und λ_2. Für noch größere Partikel ist die Rechnung praktisch nicht durchführbar, weil die Anzahl der mitzunehmenden Glieder sehr schnell anwächst. Im berechneten Gebiete tritt noch ein kleines Minimum auf, sonst scheinen die Kurven parallel zur Abszissenachse weiter zu verlaufen. Damit ist die SCHALÉNsche Methode als praktisch brauchbar erwiesen.

92c. Farbenexzesse und interstellare Diffusion des Lichts. Durch die Arbeiten der letzten Jahrzehnte ist mit Sicherheit festgestellt, daß sich in der Ebene der Milchstraße eine Schicht absorbierender Materie von geringer Höhe und noch unbestimmter seitlicher Ausdehnung ausbreitet. Sie ist nicht in allen Richtungen von gleicher Dichte und in ihren lokalen Verdichtungen zum Teil Ursache der schon dem bloßen Auge auffallenden dunklen Höhlen und Risse des Milchstraßenbandes. Die einzelnen sehr zahlreichen Untersuchungen über die Absorption des Sternlichtes durch diese dunkle Materie zu behandeln, ist nicht unsere Aufgabe. Nur diejenigen Untersuchungen über das Absorptionsproblem, welche die Verfärbung des Lichtes im Zusammenhang mit der Gesamtabsorption vom theoretischen Standpunkt behandeln, müssen hier besprochen werden. W. GLEISSBERG beschäftigt sich in einer Reihe von Arbeiten mit diesem Problem[1–3]. Auf Grund der ersten Arbeiten von E. SCHOENBERG, in denen die Möglichkeit metallischer Bestandteile der absorbierenden Wolken nicht berücksichtigt war, erwartet er als Gesetz der Streuung des Lichtes für ein Gemisch aus Gasen und festen Partikeln einen Transmissionskoeffizienten von der Form

$$p(\lambda) = p_0\, e^{-\beta\lambda^{-4}} = p_0\, p_4 \tag{61}$$

und versucht p_0 und p_4 aus den beobachteten Farbenexzessen zu berechnen. Dieser Exzeß ist durch die Gleichung definiert

$$E = A_p - A_v, \tag{62}$$

wo alle Größen in Größenklassen pro Kiloparsec ausgedrückt sind und A_p die photographische, A_v dagegen die visuelle Absorption des Sternlichtes bedeuten. Nun ist

$$A_p = 2{,}5\left(\log\int_0^\infty E_\lambda\cdot\varphi_\lambda\, d\lambda - \log\int_0^\infty E_\lambda\,\varphi_\lambda\, p_\lambda\, d\lambda\right), \tag{63}$$

$$A_v = 2{,}5\left(\log\int_0^\infty E_\lambda\, e_\lambda\, d\lambda - \log\int_0^\infty E_\lambda\, e_\lambda\, p_\lambda\, d\lambda\right), \tag{64}$$

[1] AN 246, S. 329 (1932). [2] AN 248, S. 317 (1933).
[3] AN 249, S. 373 (1933).

wo E_λ die Strahlungsenergie des Sternes, φ_λ die Empfindlichkeit der photographischen Platte, e_λ die Empfindlichkeit des Auges bedeuten. In erster Näherung kann aber, wenn λ_1 und λ_2 die effektive photographische bzw. visuelle Wellenlänge sind und p_1 bzw. p_2 die Transmissionskoeffizienten für dieselben bedeuten,

$$\left.\begin{aligned} A_p &= -2{,}5 \log p_1 , \\ A_v &= -2{,}5 \log p_2 \end{aligned}\right\} \tag{65}$$

gesetzt werden, und hieraus kann man, wenn $\bar{\beta}_p$ und $\bar{\beta}_v$ Näherungswerte von β sind,

$$\left.\begin{aligned} \bar{\beta}_p &= \frac{0{,}4}{\text{Mod}} \cdot \lambda_1^4 A_p , \\ \bar{\beta}_v &= \frac{0{,}4}{\text{Mod}} \cdot \lambda_2^4 A_v \end{aligned}\right\} \tag{66}$$

berechnen. GLEISSBERG zeigt, wie man bei Kenntnis der Funktionen E_λ, e_λ, φ_λ aus diesen Näherungswerten die strengen Werte β_p und β_v bequem bestimmen kann und stellt jetzt die Forderung, daß dieselben sich identisch ergeben müssen, wenn der Ansatz für den Transmissionskoeffizienten richtig war. Diese Forderung muß selbstverständlich für eine physikalische Konstante, die von der Art ihrer Ableitung unabhängig ist, erfüllt sein. Tatsächlich findet der Verfasser aus einer ganzen Reihe unabhängiger photographischer und lichtelektrischer Farbenexzesse denselben Wert der Diffusionskonstante

$$\beta = 0{,}016 \cdot 10^{-16} .$$

Dabei sind die von den einzelnen Autoren aus ihren Beobachtungen abgeleiteten Werte der Farbenexzesse sehr verschieden, was aber in der Verschiedenheit der verglichenen Spektralgebiete seine Ursache hatte. Aus den genäherten Gleichungen (66) und der Gleichung (62) folgt für den Exzeß

$$E = 2{,}5\, M \bar{\beta} (\lambda_1^{-4} - \lambda_2^{-4}) , \tag{67}$$

wo $\bar{\beta}$ einen Näherungswert von β bezeichnet; man ersieht hieraus die Abhängigkeit des Farbenexzesses von der charakteristischen Differenz $\lambda_1^{-4} - \lambda_2^{-4}$ der benutzten effektiven Wellenlänge. Der Farbenexzeß ist, wenn auch in geringem Grade, vom Spektraltypus der Sterne abhängig, wie nebenstehendes mit der Konstanten $\beta = 0{,}016 \cdot 10^{-16}$ berechnetes Täfelchen zeigt.

Die Temperaturabhängigkeit der Farbenexzesse.

	$T = 20\,000°$	$8000°$	$4000°$
A_p	0,53	0,50	0,44
A_v	0,20	0,20	0,18
E	0,33	0,30	0,26

Zur Bekräftigung seiner Ergebnisse versuchte W. GLEISSBERG noch bei anderen Annahmen über die Abhängigkeit des Transmissionskoeffizienten von der Wellenlänge eine Übereinstimmung in den verschiedenen Systemen der Farbenexzesse zu erreichen; dieses erwies sich aber als unmöglich.

Nach einer Untersuchung von W. BECKER[1] müssen am Himmel Gebiete unterschieden werden, für die die Farbenexzesse bedeutend verschieden sind. BECKER unterscheidet sowohl weiße, rote als auch gemischte Gebiete am Himmel, und GLEISSBERG leitet aus den zugehörigen Farbenexzessen für die weißen und die gemischten Gebiete etwas kleinere Werte der Diffusionskonstante β ab. Ebenso gibt es einzelne Flecke am Himmel, für die die Rotverfärbung besonders groß ist, wie die Umgebung von ε Orionis, bei der sich die Wirkung des Orionnebels vielleicht noch bemerkbar macht. Zusammenfassend kann man sagen,

[1] Z f Ap 5, S. 101 (1932).

daß die bisherigen Bestimmungen der Verfärbung des Sternlichtes mit Hilfe der Farbenexzesse die Zerstreuung des Lichtes nach dem RAYLEIGHschen Gesetz bestätigen, daß dagegen die spektralen Absorptionsbestimmungen in den Plejadennebeln und auch in einzelnen Dunkelwolken eine andere Verfärbung aufweisen.

Dort, wo das RAYLEIGHsche Gesetz gilt, ist eine Absorption ohne Verfärbung nicht nachzuweisen, somit die ganze Absorption auf kleinste Partikel zurückzuführen.

97a. Die Beleuchtung der Planeten, die von Atmosphären umgeben sind. Neue Ergebnisse. Unter Anwendung der von E. SCHOENBERG (Ziff. 92 bis 99) entwickelten Theorie der Beleuchtung von Planetenatmosphären ist eine Reihe von Untersuchungen über die Planeten Venus, Mars, Jupiter und Saturn veröffentlicht worden. Die Theorie selbst hat keine weitere Entwicklung erfahren, so daß wir uns hier auf die Wiedergabe ihrer praktischen Anwendungen auf visuelle und photographische photometrische Vermessungen der Planetenoberflächen beschränken können.

Venus. E. SCHOENBERG[1] hat seine visuellen Beobachtungen durch fünf Farbfilter, die er mit seinem visuellen Photometer und verschiedenen Fernrohren an der Venusoberfläche ausgeführt hat, einer Analyse unterworfen. Die Beobachtungen erstrecken sich über Phasenwinkel bis zu 126°, und die vermessenen Punkte umfassen deshalb fast alle Werte für den Einfalls- und den Reflexionswinkel des Lichtes zwischen 0° und 90°, außerdem verschiedene Azimute. Venus ist das günstigste Objekt für eine Prüfung der Theorie. In den Formeln für die reflektierte Lichtmenge [(55) bis (59) in Ziff. 97] ist das Reflexionsgesetz der Oberfläche unbestimmt. Um die Annahme zu prüfen, ob diese Oberfläche eine Wasserdampf-Wolkenschicht sein könne, benutzt der Verfasser das von ihm für eine solche abgeleitete Reflexionsgesetz[2]; außerdem macht er Versuche mit dem LAMBERTschen und dem LOMMEL-SEELIGERschen Gesetze. Jedesmal werden die Schwächungskoeffizienten $C_\lambda = c_\lambda + \gamma_\lambda$ der über der reflektierenden Schicht befindlichen gasförmigen Atmosphäre bestimmt. Nur bei Zugrundelegung der LAMBERTschen Formel für die Oberfläche ergibt sich eine genügende Darstellung der Beobachtungen durch die Theorie. Die Wasserdampf-Wolkenschicht findet somit keine Bestätigung, was mit den spektroskopischen Ergebnissen der amerikanischen Beobachter in Einklang ist. Die Ergebnisse der Analyse sind folgende Werte des Diffusions- (c_λ) und des Absorptionskoeffizienten (γ_λ) für die effektiven Wellenlängen der Filter.

Tabelle 6.

Filter	λ_{eff}	c_λ	γ_λ	A_λ
Rot	$6{,}3 \cdot 10^{-5}$ cm	0,136	0,014	0,24
Gelb	$5{,}9 \cdot 10$	0,177	0,020	0,20
Grün	$5{,}3 \cdot 10$	0,255	0,020	0,29
Blau	$4{,}3 \cdot 10$	0,653	0,012	0,26
Violett	$4{,}0 \cdot 10$	0,826	0,019	0,27

Die Albedowerte A_λ in der letzten Spalte sind LAMBERTsche Albedos. Die kleinen Werte für den Absorptionskoeffizienten γ_λ zeigen, daß man eine gute Bestätigung der RAYLEIGHschen Lichtzerstreuungsformel, deren Gültigkeit die ganze Theorie voraussetzt, in den Werten $C_\lambda = \beta \lambda^{-4}$ erwarten kann, wenn man dieselben mit dem Argument λ^{-4} graphisch darstellt. Es ist das tatsächlich der Fall. Die Werte C_λ liegen auf einer durch den Nullpunkt gehenden Geraden mindestens ebenso

[1] Sitzber d Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1931, XXI.
[2] Mitt d Univ.-Sternw Breslau 3, S. 1 (1932).

genau, wie das für die irdische Atmosphäre der Fall ist. Die Steigung dieser Geraden β bezeichnet der Verfasser als Diffusionskonstante. Ihr Wert ist

$$\beta = \frac{32}{3} \frac{\pi^3 (n-1)^2 H}{N} = 0{,}0209 \cdot 10^{-16}$$

gegenüber $0{,}0084 \cdot 10^{-16}$ bei der Erdatmosphäre. Dieser große Wert könnte entweder durch eine größere Dichte der Venusatmosphäre oder durch einen bedeutend größeren Wert des Brechungsexponenten n ihrer Gase erklärt werden. Der Verfasser macht darauf aufmerksam, daß ein stärker brechendes Gas auch ein stärkeres Diffusionsvermögen besitzen müsse, wie das ja aus der obigen Formel folgt; deshalb müsse sich auch bei sonst identischen Bedingungen eine weniger durchsichtige Atmosphäre ergeben. Indem er den Brechungsexponenten der Venusatmosphäre aus der Verlängerung der Hörnerspitzen des Planeten ableitet (siehe hierzu auch „Die Diffusions- und Refraktionskonstante der Venusatmosphäre" von demselben Verfasser[1]), stellt er eine Beziehung zwischen dem Brechungsexponenten und dem Molekulargewicht des Gases auf, für den ein Zahlenwert angegeben werden kann.

Die Vergleichung mit den Tabellenwerten verschiedener in Frage kommender Gase führt ihn zum Schlusse, daß der Hauptbestandteil der Venusatmosphäre CO_2 sein müsse, wenn man ihre photometrischen Eigenschaften mit dem Brechungsvermögen in Einklang bringen will. Diese Voraussage hat eine Bestätigung gefunden. PETTIT und NICHOLSON fanden Kohlensäurebanden im ultravioletten Teil des Venusspektrums.

Ein wichtiges Ergebnis der SCHOENBERGschen Arbeit ist somit die Trennung des von der Atmosphäre herrührenden Lichtes von dem an der Oberfläche reflektierten Lichte; diese Anteile sind für jedes Filter verschieden. Für die visuellen Strahlen ist die Atmosphäre der Venus nicht ganz undurchsichtig, ihre Helligkeit aber doch so stark, daß das Fehlen jeder Oberflächenzeichnung erklärlich wird. Der Verfasser stellt Betrachtungen über den Temperaturgradienten und die Höhe der Venusatmosphäre an und entwickelt eine Methode, mit deren Hilfe diese Größen durch Messungen des Venusdurchmessers durch verschiedene farbige Filter bestimmt werden könnten. Diese Betrachtungen setzen die strenge Gültigkeit des RAYLEIGHschen Gesetzes voraus und würden bei Abweichungen von demselben versagen. Solche Abweichungen sind sehr wahrscheinlich, wie der Verfasser selbst bei der Diskussion der von WRIGHT gemessenen farbigen photographischen Durchmesser festgestellt hat. Leuchtende Entladungen in der Art unserer Polarlichter können auch in den oberen Schichten der Venusatmosphäre erwartet werden und müssen dann durch ihre zusätzliche Helligkeit aus dem Rahmen der RAYLEIGHschen Streuungstheorie fallen.

Mars. N. BARABASCHEFF und B. SEMEJKIN[2] haben photographische Aufnahmen des Planeten Mars durch drei Filter in derselben Weise, wie es E. SCHOENBERG mit seinen visuellen Beobachtungen getan hat, einer photometrischen Analyse unterworfen und sind dabei zu bemerkenswerten Ergebnissen gelangt. Die Aufnahmen sind an einem 200 mm-Zeissrefraktor mit einer vergrößernden Planetenkamera gemacht. Die Vermessung der roten Aufnahmen, für die die Atmosphäre am durchsichtigsten ist, zeigte, daß für die Oberfläche selbst nur das LAMBERTsche Reflexionsgesetz in Frage kommt. Das erleichtert die weitere Analyse sehr und ermöglicht eine getrennte Bestimmung der Albedo A_λ, des Schwächungskoeffizienten $C_\lambda = c_\lambda + \gamma_\lambda$ und seiner Bestandteile, des Streuungskoeffizienten c_λ und des Absorptionskoeffizienten γ_λ. Es wurden folgende Werte erhalten:

[1] Sitzber d Preuß Akad d Wiss 1933, I.

[2] Z f Ap 8, S. 44 (1934).

Tabelle 7.

	Rotes Filter $\lambda_{eff} = 649\ m\mu$	Gelbes Filter $\lambda_{eff} = 563\ m\mu$	Blaues Filter $\lambda_{eff} = 461\ m\mu$
A_λ	0,153	0,117	0,102
C_λ	0,017	0,028	0,850
γ_λ	0,0010	0,0051	0,1393
c_λ	0,0160	0,0229	0,8361

Die Darstellung der Beobachtungen längs des Intensitätsäquators ist sehr gut. Freilich ist bei der Kleinheit der Marsscheibe von nur 1,01 mm die Randhelligkeit durch Beugung und photographische Nachbareffekte wahrscheinlich etwas verfälscht und die Übereinstimmung am Rande der Scheibe deshalb nicht von Bedeutung. Die Streuungskoeffizienten für Gelb und Rot sind in Übereinstimmung mit der RAYLEIGHschen Formel, denn sie ergeben folgende Werte der Diffusionskonstante β:

$$\beta_{\text{rot}} = 0{,}002684 \cdot 10^{-16}, \qquad \beta_{\text{gelb}} = 0{,}002301 \cdot 10^{-16},$$

die nicht wesentlich voneinander abweichen. Unter der Voraussetzung gleicher Beschaffenheit und Temperatur der Mars- und der Erdatmosphäre ergibt sich hieraus als Druck der Atmosphäre an der Marsoberfläche 37 mm der Quecksilbersäule.

Die Albedowerte entsprechen der ziegelroten Wüstenoberfläche des Planeten, sind aber nur für Gelb und Rot als gesichert anzusehen. Für das blaue Filter versagt die RAYLEIGHsche Formel vollkommen, trotz der guten Darstellung der Beobachtungen durch die Theorie mit den oben angegebenen Konstanten. Das folgt aus dem enormen Werte für die Diffusionskonstante $\beta_{\text{blau}} = 0{,}03776 \cdot 10^{-16}$. Nach der RAYLEIGHschen Formel wäre nach den Werten für Gelb und Rot der Schwächungskoeffizient $C_{\text{blau}} = 0{,}062$ zu erwarten, der wirkliche Wert ist beinahe 14mal so groß. Diese Erscheinung ist im Einklang mit der starken Vergrößerung der Marsscheibe auf den WRIGHTschen[1] violetten Aufnahmen, die unter dem Namen WRIGHTsches Phänomen in der Literatur diskutiert worden ist. B. FESSENKOW und H. MENZEL haben gezeigt, daß diese Vergrößerung nicht auf normal zerstreutes Sonnenlicht in den obersten Atmosphärenschichten zurückgeführt werden kann. Dasselbe hat E. SCHOENBERG für die violetten Durchmesser von Venus nachgewiesen. Die Erscheinung kann in beiden Fällen auf selektiv reflektierende kleinste Partikel oder auf leuchtende Entladungen in den obersten Schichten der Atmosphären zurückgeführt werden.

Außer den Messungen auf dem Intensitätsäquator sind solche auf dem Zentralmeridian der Marsoberfläche durchgeführt. Sie zeigen größere Abweichungen von der Theorie, was auf eine andere Albedo einzelner Teile der Marsoberfläche oder auf eine Verschiedenheit der atmosphärischen Verhältnisse in den äquatorialen und den polaren Gegenden zurückgeführt werden kann. Für das rote Filter finden die Verfasser als Albedo: in Wüstengegenden 0,153, für Meere 0,133 und für die Polgegenden 0,220, wobei aber nicht der Polarfleck gemeint ist.

Jupiter. Eingehende Untersuchungen über die Helligkeitsverteilung auf der Jupiterscheibe nach photographischen Aufnahmen des Planeten haben N. BARABASCHEFF und B. SEMEJKIN veröffentlicht. Sie sind in mehreren Artikeln in russischer Sprache[2] und zusammenfassend in einer deutschen Arbeit in der Zeitschrift für Astrophysik[3] veröffentlicht und können hier nach der letzteren referiert werden. Die Aufnahmen sind mit demselben Instrument, demselben Vergrößerungssystem und denselben drei Farbfiltern erhalten worden wie die besprochenen Marsaufnahmen. Der äquatoriale Durchmesser des Planeten betrug 3,32 mm.

[1] Lick Bull 12, S. 48 (1925).
[2] Kharkiv Astr Obs 3, S. 1 (1931); 4, S. 1 (1932). — R A J 10, S. 381 (1933); 11, S. 131 (1934).
[3] Z f Ap 8, S. 179 (1934).

Die Randhelligkeiten sind hier nach Tafeln von B. FESSENKOW wegen Beugung korrigiert. Die Vermessung mit einem KOCHschen Registrierphotometer erfolgte längs des hellen äquatorialen Streifens, längs des angrenzenden nördlichen dunklen Streifens und außerdem senkrecht dazu, längs des Zentralmeridians. Folgende zwei Tabellen veranschaulichen die Ergebnisse. In der ersten Tabelle stehen in der ersten Spalte die Abstände vom Zentrum der Scheibe in Einheiten des äquatorialen Halbmessers, in den folgenden die relativen Helligkeiten in Einheiten der zentralen und rechts daneben die Abweichungen derselben von der LAMBERTschen Formel in Größenklassen.

Tabelle 8. Längs des Intensitätsäquators.

r/R	Rotes Filter	Δm	Gelbes Filter	Δm	Blaues Filter	Δm
0,000	1,00	0,00	1,00	0,00	1,00	0,00
0,120	0,99	0,00	0,99	0,00	1,00	−0,01
0,241	0,95	0,02	0,96	0,01	0,98	−0,01
0,361	0,91	0,02	0,91	0,02	0,94	−0,01
0,482	0,86	0,02	0,84	0,05	0,87	0,01
0,602	0,78	0,03	0,76	0,05	0,78	0,03
0,723	0,63	0,10	0,62	0,12	0,64	0,08
0,843	0,44	0,22	0,40	0,32	0,49	0,08
0,904	0,29	0,42	0,26	0,55	0,48	0,13

Die Unterschiede zwischen Gelb und Rot sind sehr gering, nur das blaue Filter zeigt einen wesentlich geringeren Helligkeitsabfall zum Rande der Scheibe. Der Abfall ist für alle Filter stärker als beim LAMBERTschen Gesetz. Die zweite Tabelle gibt die Verhältnisse der Helligkeiten des dunklen zu dem hellen Streifen, wobei erstere auf den Äquator umgerechnet sind.

Tabelle 9. Dunkler Streifen.

r/R	Rotes Filter	Gelbes Filter	Blaues Filter
0,000	0,83	0,81	0,75
0,123	0,83	0,81	0,74
0,246	0,85	0,82	0,72
0,369	0,84	0,82	0,71
0,442	0,86	0,84	0,70
0,554	0,84	0,84	0,70
0,677	0,85	0,86	0,68
0,800	0,85	0,80	0,67
0,923	0,90	0,81	0,76

Die Zahlen der Tabelle sind Helligkeitsverhältnisse. Wir sehen, daß dieselben in allen drei Filtern sich nahezu konstant halten. Es scheint somit sicher zu sein, daß ein wesentlicher Höhenunterschied der Materie des hellen und des dunklen Streifens nicht besteht. Wenn das der Fall wäre, müßte sich die Wirkung der Atmosphäre in der Veränderlichkeit der Verhältniszahlen mit dem Lichtwege oder dem Abstande r/R zeigen. Weiter ist durch die Tabelle der Augenschein bestätigt, daß der dunkle Streifen im Verhältnis zum hellen eine rote Färbung hat.

Alle Versuche der Verfasser, die Helligkeitsverteilung längs des hellen äquatorialen Streifens, dessen Albedo als konstant angesehen werden kann, nach der Theorie von SCHOENBERG darzustellen, erwiesen sich als vergeblich. Die Streuung c_λ in der Jupiteratmosphäre ergab sich immer sehr klein im Vergleich zur Absorption γ_λ; dabei waren verschiedene Kombinationen der Werte A_λ und $C_\lambda = c_\lambda + \gamma_\lambda$ möglich, bei denen die Beobachtungen innerhalb der Fehlergrenzen darstellbar waren. c_λ/C_λ war dann immer sehr klein. Es ist aber nicht möglich, eine starke Absorption anzunehmen, weil dann die Gesamtalbedo des Planeten sich als viel zu klein ergibt. Die Verfasser schließen deshalb auf die Existenz einer sehr dünnen Gasatmosphäre, die dabei eine beträchtliche Absorption neben einer geringen Streuung aufweist. Das findet in den Absorptionsbanden des Jupiter-

spektrums eine wesentliche Stütze. Die sichtbaren Wolken der Jupiteroberfläche könnten bei ihrer tiefen Temperatur sehr wohl aus festen Partikeln bestehen, die nach SCHOENBERGS Untersuchungen über Diffusionsdiagramme feinster Teilchen ein von deren Größe abhängiges, im voraus gar nicht zu berechnendes Reflexionsgesetz der Oberfläche zur Folge haben könnten. In solch einem Falle wäre es unmöglich, dieses Gesetz von der Atmosphärenwirkung zu trennen. Ich möchte hier darauf aufmerksam machen, daß P. GUTHNICK und E. SCHOENBERG einen bedeutenden Phasenkoeffizienten des Planeten ($0^m,01$ bis $0^m,02$) nachgewiesen haben, der sich nicht durch die Intensitätsverteilung auf der Scheibe bei verschiedenen Phasen erklären läßt. Er kann sehr wohl in einem in der Beleuchtungsrichtung zugespitzten Diffusionsdiagramm der festen Teilchen der Wolkenoberfläche seine Erklärung finden. Eine dünne Gasatmosphäre würde seine Wirkung auf die Gesamthelligkeit des Planeten nur wenig abschwächen. Eine weitere Stütze der Hypothese einer sehr dünnen Gasatmosphäre kann in ihrer geringen Horizontalrefraktion gesehen werden, wofür der Durchmesser des Jupiterschattens, wie er sich aus den Bedeckungen der Trabanten ergibt, ein Beweis ist. Die Erscheinung, daß der Jupiterschatten genau so groß ist, als hätte der Planet keine Gasatmosphäre, ist meines Wissens bisher nicht beachtet und noch weniger einer Untersuchung unterworfen worden. Sie findet in den Ergebnissen von BARABASCHEFF und SEMEJKIN eine bündige Erklärung.

Die Vermessung der Helligkeiten des Zentralmeridians zeigt außer den Einsenkungen bei den dunklen Streifen folgende Eigentümlichkeiten: die Polgegenden sind am hellsten für das gelbe Filter und entsprechen im Gelb den Helligkeiten der Äquatorrandpunkte. Für das blaue Filter ist die südliche Polgegend heller als die nördliche, für das rote findet das Umgekehrte statt; für beide Filter sind aber die beiden Polarzonen schwächer als die entsprechenden Punkte des Äquators.

Saturn. Dieselben Autoren[1] veröffentlichen auch ihre Vermessungen der Helligkeit der Saturnscheibe auf Platten, die mit derselben Apparatur und denselben Filtern erhalten wurden. Bei der Kleinheit der Saturnscheibe sind die Fehler, die durch Beugung und chromatische Aberration des Objektivs und photographische Effekte bedingt sind, hier besonders gefährlich; die Verfasser bestimmen sie durch Aufnahmen einer gleichmäßig hellen beleuchteten Scheibe, die genau denselben Durchmesser von 1,3 mm auf den Platten ergab, wenn sie durch den Refraktor photographiert wurde. Die Randhelligkeiten des Planeten wurden um solche Beträge korrigiert, wie sie die Aufnahmen des künstlichen Planeten an den entsprechenden Randpunkten aufwiesen. Die Methode erscheint einwandfrei bis auf den Einfluß der in Wirklichkeit ungleichmäßigen Helligkeit der wahren Saturnscheibe. Die korrigierte Helligkeitsverteilung auf dem Intensitätsäquator und dem Zentralmeridian ist in der folgenden Tabelle gegeben.

Tabelle 10. Die Helligkeiten auf der Saturnscheibe.

Auf dem Äquator				Auf dem Zentralmeridian			
r/R	rotes Filter	gelbes Filter	blaues Filter	r/R	rotes Filter	gelbes Filter	blaues Filter
0,000	1,00	1,00	1,00	0,000	1,00	1,00	1,00
,153	1,00	0,99	0,99	,164	0,98	0,99	0,99
,306	0,97	,96	,96	,326	,90	,96	,95
,458	,89	,91	,92	,492	,77	,83	,88
,610	,74	,80	,84	,656	,51	,62	,71
,763	,51	,62	,71	,819	,33	,38	,47
,916	,39	,38	,63	,983	,22	,22	,32

[1] R A J 10, S. 389 (1933); Z f Ap 7, S. 303 (1933); 8, S. 179 (1934).

Die Zahlen r/R für den Zentralmeridian sind in Einheiten des polaren Radius ausgedrückt. Der Helligkeitsabfall nach dem Pol ist wesentlich steiler als längs des Äquators. Hier spielen Albedounterschiede zwischen der äquatorialen und der Polgegend eine Rolle, die es unmöglich machen, die Beobachtungen auf dem Zentralmeridian für die Untersuchung der Atmosphäre zu benutzen. Der äquatoriale Streifen zeigt einen ähnlichen Helligkeitsabfall in den drei Farben wie bei Jupiter; der Unterschied zwischen Blau, das auch hier den geringsten Helligkeitsabfall zeigt, und Gelb ist aber bei Saturn nicht so stark wie bei Jupiter. Es ist deshalb möglich, mit dem LAMBERTschen Gesetz für die Oberfläche und reiner Streuung in der Atmosphäre die Helligkeitsverteilung zu erklären. Die Albedowerte und die Streuungskoeffizienten haben dann nebenstehende Werte.

Tabelle 11.

Filter	A_λ	$C_\lambda = c_\lambda$
Rotes	0,4	0,012
Gelbes	0,5	0,025
Blaues	0,4	0,150

Doch ist diese Lösung nicht eindeutig. Dazu ist die Verschiedenheit der Lichtwege des einfallenden und des reflektierten Strahles in der Atmosphäre in den beobachteten Punkten zu gering. Die Beobachtungen lassen sich auch bei Annahme eines anderen Reflexionsgesetzes der Oberfläche, das eine gleichmäßige Helligkeit der Scheibe bedingen würde, durch reine Absorption ohne Streuung erklären. Es ergeben sich dann die Transmissionskoeffizienten für Rot 0,698, für Gelb 0,712 und für Blau 0,856. Diese sind nun wieder zu klein für die hohe Albedo des Planeten. Es ist deshalb auch bei Saturn das Ergebnis der photometrischen Analyse eine in jedem Falle sehr dünne Gasatmosphäre mit einem bedeutenden Anteil der Absorption neben der Streuung. Eine Trennung beider Anteile ist zunächst nicht möglich.

Band II.

Kapitel 2.

Spektralphotometrie.

Von

H. Brück-Potsdam.

Mit 1 Abbildung.

Die Zahl der astrophysikalischen spektralphotometrischen Untersuchungen hat in dem letzten Jahrzehnt eine ungewöhnliche Steigerung erfahren. Dies zeigt sich besonders deutlich auf dem Gebiete der Linienphotometrie, die vor einem Jahrzehnt noch in den ersten Anfängen stand, während sie gegenwärtig die Mehrzahl aller Arbeiten umfaßt. In dem anderen Teilgebiete der Spektralphotometrie, der photometrischen Untersuchung des kontinuierlichen Sternspektrums, hat man inzwischen neben der Bestimmung von relativen oder absoluten Temperaturen der Erforschung der Abweichung der Sternstrahlung von derjenigen eines schwarzen Körpers stärkere Aufmerksamkeit zugewendet.

f) und g) Die photographischen Methoden zur Bestimmung der Intensitätsverteilung im Spektrum der Fixsterne.

Einleitung. Im folgenden beschränken wir uns auf das Gebiet der photographischen Spektralphotometrie, ohne dabei Vollständigkeit beanspruchen zu können. Visuelle spektralphotometrische Beobachtungen von einiger Bedeutung sind in den letzten Jahren nicht mehr gemacht worden.

Die Entwicklung der photographischen Technik, insbesondere die Benutzung panchromatischer und für das rote und ultrarote Spektralgebiet (bis λ 10000) sensibilisierter Emulsionen hat zudem zu einer beträchtlichen Erweiterung des der Photographie ursprünglich zugänglichen Wellenlängenbereiches beigetragen[1]. Durch die Benutzung von Quarzoptik[2] und bei Verwendung von Spiegelteleskopen durch die Ersetzung der im Ultravioletten schlecht reflektierenden Silber- durch eine Aluminium- oder Chromschicht sind die Messungen auch in das kurzwellige Gebiet bis an diejenige Grenze vorgedrungen, die die Ozonschicht der Erdatmosphäre allen Untersuchungen von Sternspektren im Ultravioletten entgegenstellt (λ 2900)[3].

[1] Hier sei auch die Hypersensibilisierung panchromatischer Platten mit ammoniakalischen Silbersalzlösungen erwähnt, die den Schwellenwert der Platte um 1,0 bis 1,5 Größenklassen herabsetzt. Hierüber und über weitere Vorzüge der Hypersensibilisierung, z. B. den durch sie hervorgerufenen Ausgleich der spektralen Empfindlichkeitsunterschiede der Platte siehe etwa: R. Wildt, Phot Korr 69, S. 81 (1933).

[2] Vgl. auch H. Kienle, Veröff Gött Heft 25 (1932) = Jahrb d Sonnblick-Vereins Wien für 1931, S. 1; D. Barbier, D. Chalonge et E. Vassy, Rev d'Opt Théor et Instr 13, S. 199 (1934).

[3] Näheres hierüber findet sich im Artikel „Kolorimetrie" dieses Bandes.

Die photometrische Auswertung der Spektrogramme, d. h. zunächst die Bestimmung der Schwärzungen der verschiedenen Spektralbereiche, geschieht gegenwärtig fast ausnahmslos mit Hilfe des selbstregistrierenden Photometers. In den letzten Jahren sind verschiedene derartige Instrumente konstruiert worden. Alle benutzen als Helligkeitsindikatoren eine Photozelle oder ein Thermoelement in Verbindung mit einem Elektrometer oder Galvanometer. Als ein für die verschiedensten Zwecke hervorragend geeignetes Instrument hat sich das lichtelektrische ZEISSsche Registrierphotometer bewährt[1]. Das Ausmessen der Registrierplatten geschieht durch einfaches Auflegen einer Glasplatte, in die ein Quadratmillimeternetz geritzt ist oder in besonderen Meßapparaten[2]. Vielfach wird auch Registrierpapier mit Quadratmillimeterteilung verwandt.

Während bei der visuellen Schwärzungsphotometrie etwa mit HARTMANNS Photometer eine gewisse Verbreiterung der fadenförmigen Sternspektren unerläßlich ist, ermöglicht die Benutzung eines Registrierphotometers (allgemeiner jedes objektiven Photometers) auch die Ausmessung unverbreiterter fokaler Spektra. Bei ihrer Registrierung wird die Höhe des Photometerspaltes größer als die Breite des Spektrums gewählt, d. h. ein Streifen der klaren Platte zu beiden Seiten des Spektrums mitregistriert. Das Photometer mißt in diesem Falle keine reinen Schwärzungen, sondern ähnlich wie bei der „Durchmessermethode" in der Photometrie von Integralhelligkeiten ein Konglomerat von Schwärzung und Breite des Spektrums, eine „Pseudoschwärzung"[3]. Für die Aufnahme unverbreiterter Spektren spricht in erster Linie die damit verbundene Verkürzung der Belichtungszeit, dagegen die besondere Abhängigkeit der Aufnahmen von Führungsfehlern und von der Luftunruhe. Bei der Registrierung unverbreiterter Spektren macht sich außerdem mit der geringeren Größe der photometrierten Fläche der Einfluß des Plattenkorns in stärkeren Schwankungen der Registrierkurve bemerkbar[4]. Aus diesem Grunde wird man bei Benutzung einer lichtstärkeren Apparatur eine Verbreiterung der Sternspektren vorziehen. Unter den verschiedenen Methoden dafür hat sich die photometrisch einwandfreie Aufnahme einer Reihe dicht nebeneinanderliegender fadenförmiger Spektra sehr bewährt[5].

D. CHALONGE und E. VASSY[6] erzeugen die Verbreiterung von Objektivprismenspektren durch Ausnutzung des astigmatischen Fehlers des Objektivs. Das Prisma sitzt vor einem Objektiv von 4,5 cm Öffnung und 50 cm Brennweite. Das Objektiv liegt nicht wie üblich senkrecht zu dem aus dem Prisma austretenden

[1] Bei diesem Photometer geschieht die Übertragung der Bewegung der Spektralplatte auf die der Registrierplatte mit Hilfe eines zweiarmigen Hebels, der jedes beliebige Übersetzungsverhältnis zwischen 1:1 und etwa 1:500 einzustellen gestattet. Die photoelektrische Einrichtung des Instrumentes weicht von dem ersten Registrierphotometer P. P. KOCHS insofern ab, als ein fester KRÜGER-Widerstand, keine zweite Kompensationszelle zur Ableitung des Photostroms benutzt wird. — Beschreibungen weiterer Registrierphotometer finden sich u. a. bei J. A. CARROLL and E. B. MOSS, M N 91, S. 191 (1931); H. H. PLASKETT, M N 95, S. 160 (1934); L. S. ORNSTEIN, J. H. MOLL u. H. C. BURGER, Objektive Spektralphotometrie, Braunschweig 1932. Im übrigen werden in fast allen einschlägigen größeren Arbeiten die bei ihnen benutzten Photometer ausführlich beschrieben. Die Genauigkeit eines thermoelektrischen Photometers untersucht E. PETTIT, Publ A S P 41, S. 140 (1929).

[2] Ein Apparat von TOEPFER-Potsdam ist abgebildet bei J. WEMPE, Veröff Gött Heft 28 (1932) = Z f Ap 5, S. 246.

[3] Siehe hierzu H. KIENLE, Veröff Gött Heft 11 (1930) = Ges Wiss Gött Math Phys Klasse 1930, S. 90; J. WEMPE, vgl. Anm. 2.

[4] Um auch bei hochempfindlichen Emulsionen ein möglichst feines Korn zu erhalten, empfiehlt sich in jedem Falle die Benutzung von Feinkornentwicklern, die im übrigen zu der benutzten Emulsion „passen" müssen.

[5] Eine mechanische Verbreiterungsvorrichtung mit einer Art Schraffierkassette beschreibt B. MEYERMANN, Z f Instrk 48, S. 104 (1928). Sie unterliegt allerdings dem Einwand, daß die Platte nicht kontinuierlich, sondern intermittierend belichtet wird.

[6] Rev d'Opt Théor et Instr 13, S. 113 (1934).

Strahlenbündel, ist vielmehr um seine zur brechenden Kante des Prismas parallele Achse gedreht. Infolge des Astigmatismus tritt hierdurch eine Verbreiterung des Spektrums in sagittaler Richtung ein, wenn die Platte in der meridionalen Bildfeldschale liegt. Das Maß der Verbreiterung hängt von dem Winkel ab, um den das Objektiv gedreht ist. Mit dem Sinn der Drehung hat man es in der Hand, das blaue oder das rote Ende des Spektrums weiter von der optischen Achse zu entfernen und damit stärker zu verbreitern. Parallel mit der Drehung des Objektivs muß eine solche der Kassette gehen, damit die Platte jeweils in die Tangentialebene an die meridionale Bildfeldschale gebracht werden kann. CHALONGE und VASSY erhalten mit einer Objektivdrehung von 15° eine mittlere Spektralbreite von 1,3 mm. Voraussetzung für die Möglichkeit einer solchen Anordnung ist die Erfüllung der Sinusbedingung bei dem benutzten Objektiv.

38. Die Umwandlung der Schwärzungen in Intensitäten. Die Erfahrungen der letzten Jahre haben zu einer größeren Einsicht in die besonderen Voraussetzungen geführt, die bei jeder photographisch-spektralphotometrischen Arbeit erfüllt sein müssen, wenn man sich nicht mit angenäherten Ergebnissen begnügen will, sondern größtmögliche Genauigkeit anstrebt.

Von der Extinktion abgesehen, deren Absolutwert bei dem Vergleich der Intensitätsverteilung in Sternspektren mit derjenigen eines schwarzen Körpers in Erscheinung tritt, ist für die Reduktion der Beobachtungen und ihre Genauigkeit die Kenntnis der Beziehung zwischen einfallender Intensität und erzeugter Plattenschwärzung von ausschlaggebender Bedeutung. Vor der Besprechung der einzelnen Arbeiten bringen wir dementsprechend eine kurze Zusammenstellung der hierfür am meisten verwandten Methoden und ihrer Vor- und Nachteile.

Führen wir an Stelle von Schwärzung den allgemeineren Begriff „photographische Wirkung" ein, so läßt sich das Grundprinzip der photographischen Photometrie nach H. KIENLE[1] folgendermaßen formulieren: „Zwei Intensitäten heißen gleich, wenn sie bei gleicher Qualität (Wellenlänge) in gleicher Zeit unter identischen Abbildungsverhältnissen (geometrisch-optisch wie beugungstheoretisch gleiche Bildgröße) und bei identischer photographischer Behandlung (Gleichheit der Emulsion und der Entwicklung) die gleiche photographische Wirkung erzeugen."

Die Herstellung der Schwärzungskurve kann 1. unter Benutzung des Lichtes der Sterne selbst, 2. unter Verwendung einer künstlichen Lichtquelle erfolgen. Wenn der damit verbundene Licht- bzw. Zeitverlust das Zustandekommen der Arbeit nicht gefährdet, so ist für exakte Untersuchungen im allgemeinen die erste Methode vorzuziehen, da es bei der zweiten nicht leicht ist, alle Forderungen des obigen Prinzips zu erfüllen.

1. Methode. a) Die einwandfreieste Form hat diese Methode in der Verwendung eines Stabgitters vor dem Objektiv oder Spiegel des Fernrohrs gefunden. Sie eignet sich in erster Linie für eine Objektivprismenanordnung, läßt sich aber auch für Aufnahmen mit dem Spaltspektrographen verwenden. Hier ersetzt man bei größeren Instrumenten das Gitter vor dem Objektiv zweckmäßigerweise durch ein solches im Spektrographen, das man in den parallelen Strahlengang zwischen Kollimatorlinse und Prismen einschaltet (Drahtgitter oder Raster). Verwendet man zur Ableitung der Schwärzungskurve nur das Zentralbild und die Seitenbilder und verzichtet wegen des zeitlichen Nacheinanders der Aufnahmen auf die Kombination des Zentralbildes mit dem Bild ohne Gitter, so erfüllt dieses Verfahren alle photometrischen Forderungen und ist die beste Methode für

[1] Veröff Gött Heft 12 (1930) = Z f Ap 1, S. 13.

Fundamentaluntersuchungen. Von großer Bedeutung ist die genaue Bestimmung der effektiven Gitterkonstanten. Für kleinere Instrumente wird der starke Lichtverlust hinderlich, den die Vorschaltung des Gitters hervorruft.

b) Die Methode der stufenweisen Abblendung des Objektivs hat verschiedene Nachteile. Das zeitliche Nacheinander der Aufnahmen, die optischen Fehler des Objektivs oder Spiegels, die Änderung des Beugungsbildes bei Veränderung der Objektivöffnung lassen diese Methode für exakte Untersuchungen als ungeeignet erscheinen.

c) Bei Aufnahmen mit dem Spaltspektrographen benutzt man zur Eichung mit Vorteil einen Neutralkeil oder ein neutrales Stufenfilter vor dem Spalt. Die an und für sich sehr gute Methode setzt nur wegen der notwendigerweise beträchtlichen Verbreiterung der punktförmigen Sternbilder große Lichtstärke der Apparatur voraus. Sehr brauchbar ist sie bei der Aufnahme von Sonnenspektren mit größeren Instrumenten (Turmteleskopen).

d) An Stelle eines Stufenfilters empfiehlt sich bei derartigen Sonnenaufnahmen auch ein Stufenspalt, den man vor oder direkt an die Stelle des normalen Spektrographenspaltes setzt.

e) Für dieselben Zwecke wird häufig ein rotierender Sektor vor dem Spalt des Spektrographen benutzt. Seine Anwendbarkeit scheint aber auf diejenigen Fälle beschränkt zu sein, in denen es nicht auf äußerste Genauigkeit ankommt. Hier ist er wegen seiner bequemen Handhabung gut zu gebrauchen.

2. Methode. Will man den mit der Aufnahme der photometrischen Skala mit Sternlicht verbundenen Beobachtungszeitverlust vermeiden und die zur Ableitung der Schwärzungskurve dienenden Marken mit Hilfe einer künstlichen Lichtquelle erhalten, so kommen dafür in erster Linie die unter 1 c), d) und e) genannten Methoden in Betracht. Neben ihnen ist noch die Anwendung des Röhrenphotometers und des Stufenblendenkondensors zu nennen. Voraussetzung für eine exakte Photometrie ist stets, daß die Marken möglichst bald vor oder nach der Aufnahme der Sternspektren mit demselben Instrument unter denselben photometrischen Bedingungen aufgenommen werden.

Die Benutzung eines besonderen Hilfsspektrographen zum Aufdrucken dieser Marken läßt eine dieser Voraussetzungen außer acht. Noch weniger exakt ist es, wenn auf eine spektrale Zerlegung des Lichtes und damit auf die Berücksichtigung der Abhängigkeit der Gradation von der Wellenlänge überhaupt verzichtet wird. Bei derartigen Methoden, zu denen z. B. das Aufkopieren der Marken mit einem Röhrenphotometer der üblichen Bauart gehört, kann man jener Abhängigkeit wenigstens angenähert dadurch Rechnung tragen, daß man passende Farbfilter in den Lichtweg einschaltet.

Hat man es mit einem älteren Plattenmaterial zu tun, das man nachträglich wenigstens einer qualitativen photometrischen Untersuchung unterwerfen möchte, so kann man unter Umständen Methoden anwenden, wie sie in Ziff. *77* und *77a* beschrieben werden.

F. S. HOGG[1] versucht die Reduktion eines derartigen Materials mit Hilfe einer „Standard"-Intensitäts-Schwärzungskurve durchzuführen, die er als Mittel aus mehreren Einzelkurven verschiedener Herkunft erhält. Dieselbe Methode benutzt Miss C. H. PAYNE[2] bei der Bestimmung von Linienintensitäten an einem ungeeichten Plattenmaterial.

44a. Die Eichung der photographischen Platte mit dem Röhrenphotometer. Die Herstellung der Schwärzungsskala mit dem Röhrenphotometer unter Benutzung einer künstlichen Lichtquelle und die entsprechende Reduktion

[1] Harv Bull 856 (1928).
[2] Harv Bull 858 (1928); Harv Repr 46 (1928); 48 (1928); Harv Bull 874 (1930).

der Beobachtungen ist von BRILL an Hand der Arbeiten von EBERHARD und YÜ ausführlich beschrieben worden. CH'ING-SUNG YÜ[1] hat sein Material an Spektren von B- und A-Sternen sowie einigen Cepheiden unter Zuhilfenahme eines Registrierphotometers neu ausgewertet und durch weitere Beobachtungen ergänzt.

Dasselbe Röhrenphotometer und im wesentlichen auch die gleiche Reduktionsmethode benutzen L. BERMAN[2] bei einer spektralphotometrischen Untersuchung planetarischer Nebel, F. L. WHIPPLE[3] und C. J. KRIEGER[4] bei der Beobachtung von Cepheiden und B. G. KARPOV[5] bei dem Studium der Wasserstoffemissionen in frühen B-Sternen. Als Aufnahmeinstrument dient ihnen der gleiche spaltlose Zweiprismenspektrograph am Crossley-Reflektor wie YÜ. Zur Bestimmung von Linienintensitäten verwenden WHIPPLE und KARPOV daneben einen Ein- und Dreiprismenspektrographen am 36zölligen Lick-Refraktor.

Ein Röhrenphotometer der gleichen Bauart gebraucht A. COLACEVICH[6] zur Eichung von Cepheidenaufnahmen mit einer Spiegel-Prismenkamera.

Schließlich ist hier das Röhrenphotometer der Yerkes-Sternwarte zu nennen, das eine 14stufige Intensitätsskala liefert und in Arbeiten von O. STRUVE und Mitarbeitern[7], C.T. ELVEY[8], P.C. KEENAN[9] und anderen[10] zur Eichung von Spektrogrammen benutzt wird, die ausnahmslos zur Bestimmung von Linienintensitäten in den Spektren verschiedener Sterne dienen. O. STRUVE, P. C. KEENAN und J. A. HYNEK[11] versuchen bei einer Untersuchung des Kontinuums früher Spektren mit den gleichen Marken auch Objektivprismenaufnahmen zu reduzieren, benutzen aber keinerlei Farbfilter und können so nur sehr rohe Resultate erhalten.

Ein Röhrenphotometer in Verbindung mit dem Aufnahmespektrographen verwendet H. ZANSTRA[12]. Sein Beobachtungsmaterial, das zum Studium der Helligkeiten planetarischer Nebel (Totalintensitäten der monochromatischen Nebelbilder) und der Temperaturen ihrer Zentralsterne dient, besteht in Spektrogrammen, die mit einem spaltlosen Ultraviolettspektrographen am 72zölligen Victoria-Spiegel gewonnen worden sind. Zur Reduktion der Aufnahmen befindet sich neben den Nebelspektren auf dem gleichen Film eine Reihe von in ihren Intensitäten abgestuften Vergleichsspektren. Diese werden durch ein Röhrenphotometer erzeugt, von dessen sechs übereinanderstehenden leuchtenden Flächen ein 15fach verkleinertes Bild auf dem Spalt des Spektrographen entworfen wird. Die Aufnahmen der Vergleichsspektren werden am Tage nach der Aufnahme der Nebelspektren nach Abnahme des Spektrographen vom Fernrohr gemacht. Als Lichtquelle dient das Tageslicht, in dessen Spektrum die H- und K-Linien gleichzeitig die Wellenlängen in den Vergleichsspektren festlegen. Die Vergleichsspektren werden ebenso lange wie die Nebelspektren belichtet.

44b. Die Anwendung des Stufenblendenkondensors. Die Methode von HIRSCH und SCHÖN. Eine dem Röhrenphotometer in manchem ähnliche Methode zur Herstellung der Intensitäts-Schwärzungsskala liegt bei der Verwendung einer

---

[1] Publ A S P 39, S. 112 (1927); Lick Bull 15, S. 1 (1930).
[2] Lick Bull 15, S. 86 (1930).
[3] Lick Bull 16, S. 1 (1932).
[4] Ap J 74, S. 10 (1931); 75, S. 147 (1932). Zu KRIEGERS Reduktionsmethode vgl. auch H. S. MENDENHALL, Lick Bull 14, S. 133 (1930).
[5] Lick Bull 16, S. 159 (1934).
[6] Mem Osserv Arc 51, S. 75 (1933).
[7] Ap J 70, S. 131, 135 (1929); 76, S. 309 (1932); 79, S. 409 (1934).
[8] Ap J 69, S. 237 (1929); 70, S. 141 (1929); Pop Astr 37, S. 265 (1929); Ap J 71, S. 191 (1930); 79, S. 263 (1934); ELVEY u. KEENAN, Ap J 74, S. 223 (1931).
[9] Ap J 73, S. 118 (1931); 75, S. 277 (1932).
[10] C. T. ELVEY u. R. S. ZUG, Ap J 70, S. 243 (1929); J. PAUWEN, Ap J 70, S. 263 (1929); N. VAN ARNAM, Ap J 79, S. 140 (1934) und andere.
[11] Ap J 79, S. 1 (1934).
[12] Publ Dom Obs Victoria 4, S. 209 (1931); Z f Ap 2, S. 1 (1931).

Stufenblende vor, wie sie G. HANSEN[1] und R. FRERICHS[2] beschrieben haben. Die Stufenblende besteht aus einer Metallplatte, die eine Reihe rechteckiger, horizontaler Blendenausschnitte von gleicher Höhe, aber verschiedener Länge trägt. Sie wird gleichmäßig von dem diffusen Licht einer künstlichen Lichtquelle beleuchtet. Von der leuchtenden Fläche entwirft eine entsprechend gestellte Zylinderlinse ein Bild derart, daß das Bild jeder einzelnen Blende in Richtung ihrer Höhe scharf wird. Dann ist die Intensität der einzelnen Blendenbilder ihren Längen auf der Stufenblende proportional. Das Bild der Stufenblende kann entweder auf die zu eichende Platte selbst oder auf den Spalt eines Spektrographen geworfen werden, in dem das künstliche Licht zerlegt wird, bevor es auf die Platte fällt. In diesem Falle ist die Parallelität der Spaltbacken zu prüfen. Das erste tut R. v. D. R. WOOLLEY[3] in verschiedenen Untersuchungen über die FRAUNHOFERschen Linien des Sonnenspektrums. Als künstliche Lichtquelle benutzt er eine Quecksilberlampe, deren Licht durch Wratten-Filter hindurchgeht. Als Aufnahmeapparatur dient ihm EVERSHEDs Spektrograph mit Flüssigkeitsprismen. In anderen Arbeiten über denselben Gegenstand[4] (Aufnahmen mit dem 150 Fuß-Turmteleskop der Mt. Wilson-Sternwarte) verwendet derselbe Verfasser eine Stufenblende mit einem Hilfsspektrographen, als künstliche Lichtquelle einen Eisenbogen.

Ein ähnlicher Stufenblendenkondensor in Verbindung mit einem Hilfsspektrographen wird von R. MINKOWSKI[5] in einer Arbeit über die Intensitätsverteilung in den Spektrallinien des Orionnebels — Aufnahmen mit dem Hamburger 1 m-Spiegel — benutzt.

An dieser Stelle soll auch eine von R. v. HIRSCH und M. SCHÖN[6] angegebene Methode zum Intensitätsvergleich von Spektrallinien in Spaltspektrogrammen Erwähnung finden, bei der durch eine in den Strahlengang des Spektrographen gebrachte Blendenanordnung eine kontinuierliche Lichtschwächung erreicht wird. Kollimator- und Kameraobjektiv des Spektrographen tragen Blenden mit quadratischen Öffnungen. Das daraus hervortretende Lichtbündel wird durch eine in den Lichtweg eingeschobene horizontale Schneide derart geschwächt, daß die Spektrallinien in ihrer Längsrichtung einen kontinuierlichen Intensitätsabfall aufweisen. Die Schwärzungskurve und damit die Intensitätsverhältnisse werden durch einfache Längsphotometrierung der Linien gewonnen.

44c. Die Anwendung des Stufenspaltes. Ist für die Anwendung der Stufenblende eine optische Abbildung auf den Spalt des Spektrographen nötig, so wird der Stufenspalt direkt auf den hierbei weit geöffneten Spektrographenspalt aufgesetzt. Der Stufenspalt[7] besteht aus 3 bis 5 Spalten verschiedener Breite. Der engste von diesen ist so weit zu wählen, daß keine Beugungseffekte auftreten, durch die die Proportionalität zwischen Spaltbreite und durchgelassener Intensität aufhört, der weiteste ist durch die noch zulässige Unreinheit des Spektrums definiert. Der Stufenspalt muß ebenso wie die Stufenblende gleichmäßig beleuchtet werden. Die Eichung beider ist leicht und unabhängig von der Farbe der Beleuchtungsquelle.

Ein solcher Stufenspalt wird von S. A. KORFF[8] bei einer Untersuchung der FRAUNHOFERschen Linien des Sonnenspektrums am 75 Fuß-Spektrographen der Mt. Wilson-Sternwarte benutzt. KORFF photographiert zuerst mit normalem

[1] Z f Phys 29, S. 356 (1924).
[2] Z f Phys 31, S. 305 (1925); vgl. auch ORNSTEIN, MOLL, BURGER, Objektive Spektralphotometrie. Braunschweig 1932.
[3] M N 92, S. 806 (1932); 93, S. 691 (1933); Ann Sol Phys Obs Cambridge 3, S. 79 (1933).
[4] Ap J 72, S. 256 (1930); 73, S. 185 (1931).
[5] Z f Ap 9, S. 202 (1934). [6] Z f Ap 1, S. 164 (1930).
[7] Vgl. auch ORNSTEIN, MOLL u. BURGER, Anm. 2. [8] Ap J 76, S. 291 (1932).

Spalt das Sonnenspektrum, wobei er ein 1 cm langes Stück des Spaltes abblendet. Auf dieses Stück des weit geöffneten Spaltes legt er dann den Stufenspalt und nimmt mit dem gleichen Sonnenlicht die Stufen auf.

Handelt es sich um Sternspektren, so müssen die Stufen mit einer künstlichen Lichtquelle erzeugt werden. Dies tun u. a. S. L. BOOTHROYD[1] und R. C. WILLIAMS[2] bei der Eichung ultravioletter Sternspektrogramme, G. SHAJN[3] bei der Untersuchung von Linienintensitäten. Eine am Spektrographen fest angebaute Eichapparatur mit Stufenspalt und künstlicher Lichtquelle benutzen E. G. WILLIAMS[4] bei der Photometrierung von Spaltspektrogrammen der interstellaren Ca-Linien und P. W. MERRILL und O. C. WILSON[5] bei der Untersuchung der PASCHEN- und BALMER-Linien in Sternspektren.

Einen Hilfsspektrographen mit Stufenspalt, der zur Eichung der Harvard-Spektrogramme dienen soll, beschreibt Miss ANGER[6]. Ein ähnlicher Spektrograph wird auch von W. M. H. GREAVES, C. DAVIDSON und E. MARTIN[7] in einer größeren Arbeit benutzt, über die in Ziff. 55 bis 56 ausführlich berichtet wird.

44d. Der rotierende Sektor. Als bequeme, wenn auch umstrittene Methode zum Drucken von Intensitätsmarken, die sich besonders für die Eichung von Sonnenaufnahmen an größeren Instrumenten eignet, erweist sich die Anwendung eines rotierenden Stufensektors. Unmittelbar vor den Spalt des Spektrographen gestellt, erlaubt er theoretisch eine beliebig weitgehende Lichtabschwächung. Da bei kleiner werdendem Öffnungswinkel der konstant bleibende Betrag des Einstellungsfehlers dauernd wächst, darf die Abschwächung indessen nicht zu weit getrieben werden, wenn die Genauigkeit nicht zu stark leiden soll. In der Praxis benutzt man als stärkste Abschwächung etwa zwei Größenklassen. Die Zahl der Zwischenstufen ist verschieden, ein in Potsdam benutzter Sektor hat deren sieben. Die Eichung des Sektors erfolgt durch direkte Ausmessung der Winkelöffnungen. Wichtig ist die Nachprüfung der Parallelität des Spektrographenspaltes, was durch Querphotometrierung eines ohne Sektor aufgenommenen Spektrums geschehen kann.

Über die Anwendbarkeit des rotierenden Sektors in der photographischen Photometrie gehen die Meinungen bis heute sehr auseinander. Es unterliegt keinem Zweifel, daß der Sektor bei zu kleinen Drehzahlen erhebliche Fehler geben kann. Die Bedingungen, unter denen er gute Resultate liefert, hat A. E. WEBER[8] in einer grundlegenden Arbeit festgestellt und dabei u. a. auch den Einfluß der Drehzahl untersucht. Seine Ergebnisse sind durch F. GOOS und H. MEYER[9] bestätigt worden. Eine Arbeit von H. M. KELLNER[10], die sich gegen die Anwendbarkeit des Sektors ausspricht, dürfte einer schärferen Kritik nicht standhalten. Berechtigt erscheinen hingegen die Einwände H. KIENLES[11] gegen Untersuchungen von J. H. WEBB[12], der die Benutzung des Sektors befürwortet, in seiner Arbeit aber zu dem Schluß kommt, daß „die Intensitätsschwärzungskurven einer panchromatischen Platte für alle Wellenlängen die gleichen sind".

Der rotierende Sektor wird bei Untersuchungen von Linien des Sonnenspektrums durch H. VON KLÜBER[13], A. UNSÖLD[14] und H. BRÜCK[15] zur Eichung

---

[1] Ap J 80, S. 1 (1934). [2] Ap J 80, S. 7 (1934). [3] M N 94, S. 642 (1934).
[4] Ap J 79, S. 280 (1934). [5] Ap J 80, S. 19 (1934). [6] Harv Bull 883 (1931).
[7] Colour Temperatures. Greenwich 1932. [8] Ann d Phys 45, S. 801 (1914).
[9] F. Goos, Z f Phys 31, S. 229 (1925); F. Goos u. H. MEYER, Z f Phys 35, S. 806 (1925).
[10] Z f wiss Photogr 24, S. 41 (1926). [11] Z f Ap 10, S. 160 (1935).
[12] J Opt Soc Amer 23, S. 157, 316 (1933).
[13] Z f Phys 44, S. 481 (1927); Z f Ap 6, S. 161 (1933).
[14] Z f Phys 46, S. 765 (1928); Ap J 69, S. 209, 275, 322 (1929); Z f Phys 59, S. 353 (1930); Z f Ap 3, S. 77 (1931).
[15] Z f Ap 1, S. 58 (1930).

eines Plattenmaterials benutzt, das auf Aufnahmen mit den Turmteleskopen des Potsdamer oder Mt. Wilson-Observatoriums beruht. Hier ist das Sonnenbild so groß, daß der im ganzen 1 bis 1,5 cm hohe Sektor als gleichmäßig beleuchtet angesehen werden kann. Eine einzige gleichzeitige Aufnahme mit derselben Lichtquelle, der Sonne, dient zur Untersuchung der Linien und zur Ableitung der Schwärzungskurve.

Soll der rotierende Sektor zur Eichung von Sternspektren dienen, so müssen die Intensitätsmarken mit Hilfe einer künstlichen Lichtquelle hergestellt werden, die alle Stufen gleichmäßig beleuchtet. So nimmt A. UNSÖLD[1] bei seinen Beobachtungen der Linie $H\alpha$ in frühen Spektraltypen mit einem Einprismenspektrographen am Hamburger 1 m-Spiegel die Marken mit Hilfe eines kleinen Hilfsspektrographen, eines Sektors und einer Neon-Glimmlampe auf.

In ähnlicher Weise benutzen W. BAADE, F. GOOS, P. P. KOCH und R. MINKOWSKI[2] bei ihrer Untersuchung der Intensitätsverteilung in den Spektrallinien des Orionnebels zum Drucken der Intensitätsmarken einen besonderen kleinen Spektrographen, in den ein Stück der für die Nebelaufnahme bestimmten Platte hineingelegt wird. Der rotierende Sektor befindet sich unmittelbar vor der Platte. Der Spektrographenspalt wird von diffusem Quecksilberlicht gleichmäßig beleuchtet. Bei einer Fortführung dieser Arbeit verwendet R. MINKOWSKI[3] außer dem Sektor auch den Stufenblendenkondensor und läßt hierbei dessen Strahlengang von dem gleichen Sektor unterbrechen. Es ergeben sich so Intensitätsmarken, welche mit intermittierendem Licht gewonnen sind und die mit anderen, mit dem gleichen Stufenblendenkondensor bei kontinuierlicher Beleuchtung erhaltenen Marken verglichen werden können. MINKOWSKI findet eine „ausgezeichnete" Übereinstimmung zwischen den Schwärzungskurven, die mit intermittierendem, und denen, die mit nichtintermittierendem Licht erhalten worden sind.

53a. Weiteres zur Keilmethode von H. H. PLASKETT. Die Anwendung der Keilmethode von H. H. PLASKETT ist von BRILL ausführlich beschrieben worden. Die Methode verlangt erstens eine Keilaufnahme desjenigen Sterns, dessen Intensitätsverteilung ermittelt werden soll, zweitens eine ebensolche Aufnahme einer Standardlichtquelle, deren spektrale Intensitätsverteilung bekannt ist. Als solche kann ein anderer Stern oder eine künstliche Lichtquelle dienen. Hinzu kommt die Eichung des Keils im Laboratorium. Die Hauptschwierigkeit dieser an und für sich ausgezeichneten Methode liegt in der Notwendigkeit einer beträchtlichen Verbreiterung des aufzunehmenden Sternspektrums und in dem darin begründeten starken Lichtverlust.

H. H. PLASKETT gibt nun bei einer spektralphotometrischen Untersuchung von Z Andromedae (mittlere Größe $9^m,6$) mit dem Universalspektrographen am 72zölligen Spiegel der Victoria-Sternwarte ein Verfahren an, das in Abänderung der ursprünglichen Keilmethode auch schwächere Sterne aufzunehmen gestattet[4]. Er stützt sich dabei auf eine neuere Arbeit von T. R. MERTON[5].

Bezeichnen wir mit J_0 die auf den Keil auffallende, mit J die von ihm durchgelassene Intensität in der Höhe h über der Spitze des Keils, so ist

$$J = J_0 (1-\beta)^2 e^{-k_\lambda h \operatorname{tg} \alpha} = J_0 (1-\beta)^2 10^{-h \sigma_\lambda}. \tag{1}$$

Hier bedeutet α den Winkel an der Spitze des Keils, k_λ den Absorptionskoeffizienten (für die Wellenlänge λ) des Glases, aus dem der Keil geschnitten ist (für die Dicke 1). β ist der Bruchteil des Lichtes, der von der Keiloberfläche reflektiert

[1] Z f Ap 4, S. 172 (1932). [2] Z f Ap 6, S. 355 (1933). [3] Z f Ap 9, S. 202 (1934).
[4] Publ Dom Astrophys Obs Victoria 4, S. 119 (1928).
[5] Proc Roy Soc London A 113, S. 697 (1927).

wird, $\sigma_\lambda = k_\lambda \operatorname{tg} \alpha \lg_{10} e$ die optische Dicke des Keils in der Höhe 1 über der Keilspitze.

Bei der praktischen Durchführung der modifizierten Keilmethode wird zuerst von dem Stern, dessen Intensitätsverteilung bestimmt werden soll, ein gewöhnliches Spektrum A ohne Benutzung des Keils aufgenommen. Danach setzt man auf dieselbe Platte mit demselben Spektrographen bei gleicher Belichtungszeit ein Keilspektrum B der Standardlichtquelle, deren Intensitätsverteilung bekannt ist. Nun mißt man die Schwärzungen D_λ im Spektrum A und bestimmt im Keilspektrum B bei derselben Wellenlänge die entsprechenden Höhen h_λ, bei denen ebendiese Schwärzungen erreicht werden.

Ist $a_s K_s$ die Intensität pro mm, die die Schwärzung D_λ im Spektrum A an der Stelle λ hervorruft, so ist diese gleich der Intensität, die dieselbe Schwärzung im Keilspektrum an der Stelle λ in der Höhe h_λ erzeugt. Da die Absorption im Spektrographen a_s für die Spektren A und B die gleiche ist, so ist K_s, beide Male am Spektrographenspalt gemessen, nicht nur die unbekannte Intensität des Sternspektrums, sondern auch die der Standardlichtquelle, die in der Höhe $m \cdot h_\lambda$ durch den Keil auf den Spalt durchgelassen wird. Hier ist m das Brennweitenverhältnis von Kollimator zu Kamera. Danach wird unter Berücksichtigung von (1) die gesuchte Intensität

$$K_s = J_s (1-\beta)^2 \, 10^{-m h_\lambda \sigma_\lambda}. \tag{2}$$

Die zu messende Intensitätsverteilung K_s läßt sich damit nach Bestimmung der Keilkonstanten im Laboratorium aus der bekannten Intensitätsverteilung der Standardlichtquelle ableiten. Der große Vorzug der modifizierten Methode liegt offenbar darin, daß das Spektrum des zu untersuchenden Sterns ohne Keil aufgenommen werden kann.

In der erwähnten Arbeit von H. H. PLASKETT dient als Standardlichtquelle ein Stern, dessen durch eine Zylinderlinse verbreitertes Licht langsam über dem Keil hin und her geführt wird.

In einer Untersuchung von Linienintensitäten in planetarischen Nebeln, deren Beobachtungsmaterial mit den gleichen instrumentellen Hilfsmitteln gewonnen worden ist, benutzt H. H. PLASKETT[1] sowohl die ursprüngliche wie die modifizierte Keilmethode. Als Standardlichtquelle verwendet er einen Kohlebogen bzw. einen Stern.

Die gleiche Methode dient H. H. PLASKETT[2] zur Eichung von Sonnenspektren, die mit einem Gitterspektrographen in Verbindung mit einem Coelostaten gemacht worden sind und von ihm zur Bestimmung von Linienintensitäten verwandt werden.

C. S. BEALS[3] benutzt zur Photometrie seiner Platten einen Keil vor dem Spalt eines Hilfsspektrographen, der von einer künstlichen Lichtquelle beleuchtet wird. Seine zahlreichen Untersuchungen beziehen sich auf die interstellaren Kalziumlinien und auf die Spektren der WOLF-RAYET-Sterne und Novae. In gleicher Weise verfährt A. D. THACKERAY[4] bei der Bestimmung von Linienintensitäten in Sonnen- und Sternspektren.

Einen Hilfsspektrographen mit künstlicher Lichtquelle und einem Neutralkeil vor dem Spalt benutzen auch FR. BECKER und A. KOHLSCHÜTTER[5] zum Aufkopieren von Vergleichsspektren auf Objektivprismenaufnahmen, die zur Ableitung der Intensitätsverteilung bei einer größeren Zahl von Sternen dienen.

[1] Harv Circ 335 (1928). [2] M N 91, S. 870 (1931).
[3] M N 91, S. 966 (1931); 92, S. 196 (1932); 93, S. 585 (1933); 94, S. 663 (1934); Publ Dom Astrophys Obs Victoria 6, S. 95 (1934).
[4] M N 94, S. 99 (1933); 94, S. 538 (1934); 95, S. 293 (1935).
[5] Bonn Veröff Nr. 27 (1933).

53b. Die Anwendung des Stufenfilters. Dem Neutralkeil in der Anwendungsweise ganz ähnlich ist das Stufenfilter, das aus einer Reihe verschieden dicker Schichten von kathodenzerstäubtem Platin auf einer Glas- oder Quarzunterlage besteht[1]. Die Eigenschaften, insbesondere die Neutralität derartiger Stufenfilter sind mehrfach untersucht worden, besonders ausführlich von H. KIENLE und H. SIEDENTOPF[2] und wieder von H. KIENLE[3]. Es zeigt sich, daß die genannten Filter bei dickeren Platinschichten, die weniger als 50% des auffallenden Lichtes durchlassen, im Gebiet zwischen λ 3500 und λ 10000 mit zunehmender Wellenlänge stärker absorbieren, bei mittlerer Durchlässigkeit hingegen in dem ganzen Wellenlängenbereich neutral sind. Werden die Platinschichten sehr dünn, so wird umgekehrt die Absorption mit abnehmender Wellenlänge stärker. Wichtig ist auch die Beobachtung, daß man anscheinend mit einer Glasunterlage bessere Neutralfilter erhält als mit einer Quarzunterlage. Endlich kann nach den Beobachtungen KIENLES die Neutralität der Filter vor allem im Violetten zerstört werden, wenn man zum Schutz der Platinschicht auf diese ein Deckglas mit Kanadabalsam aufkittet. Will man hierauf nicht überhaupt besser verzichten, so muß man eine Luftzwischenschicht zwischen Platin und Deckglas freilassen. Die Stufenfilter geben bisweilen zu störenden Interferenzen Anlaß, die man indessen durch Benutzung keilförmiger Plättchen vermeiden kann.

Mit diesen Einschränkungen eignet sich das Stufenfilter, vor dem Spalt des Spektrographen angebracht, vorzüglich zur photometrischen Eichung. Besonders gut läßt es sich bei Aufnahmen von Sonnenspektren an nicht zu kleinen Instrumenten verwenden, bei denen ein Teil des Sonnenbildes die ganze Höhe des Filters gleichmäßig beleuchtet. An dieser Stelle sind die verschiedenen Arbeiten von M. G. J. MINNAERT[4], MINNAERT und B. VAN ASSENBERGH[5] und MINNAERT und G. F. W. MULDERS[6] zu nennen, sämtlich Untersuchungen der FRAUNHOFERschen Linien des Sonnenspektrums. In die Reihe dieser Utrechter Arbeiten, die sich weitgehend auf die spektralphotometrischen Untersuchungen von ORNSTEIN, BURGER u. a. stützen, gehört auch eine Untersuchung des Flash-Spektrums von A. PANNEKOEK und M. G. J. MINNAERT[7]. In ähnlicher Weise wie diese bestimmt W. GROTRIAN[8] die Intensität der Linien und des kontinuierlichen Spektrums der Korona. Zur Reduktion dienen ihm Vergleichsaufnahmen des Sonnenspektrums, die unter Vorschaltung eines Stufenfilters mit dem gleichen Spektrographen wie die Koronaspektren gewonnen sind. Zur Abschwächung des Sonnenlichtes bei den Skalenaufnahmen werden nach dem Vorgang von H. LUDENDORFF[9] diffuse Reflexion des Sonnenlichtes an einer Kreideplatte und in den Strahlengang eingeschaltete Drahtgitter benutzt.

Auch für die Photometrie von Sternspektren ist das Stufenfilter mehrfach benutzt worden, hier stets beleuchtet von einer künstlichen Lichtquelle. So verwendet E. G. WILLIAMS[10] einen Spektrographen mit zwei parallelen, nebeneinanderliegenden Spalten. Auf den einen fällt das Sternlicht, auf den anderen, vor dem das Stufenfilter befestigt ist, das diffuse Licht einer Lampe. Beide Lichtwege sind voneinander getrennt, so daß das Lampenspektrum gleichzeitig

---

[1] Siehe dazu auch ORNSTEIN, MOLL, BURGER, Anm. 1, S. 52.
[2] Z f Phys 58, S. 726 (1929); vgl. auch die Bemerkungen von H. KIENLE, Z f Ap 1, S. 331 (1930).
[3] Z f Ap 1, S. 13 (1930); 4, S. 282 (1932).
[4] Z f Phys 45, S. 610 (1927).
[5] Z f Phys 53, S. 248 (1929).
[6] Z f Ap 1, S. 192 (1930).
[7] Verh Akad Wetensch Amsterdam 13, Nr. 5 (1928).
[8] Z f Ap 2, S. 106 (1931); 3, S. 199 (1931); 7, S. 26 (1933).
[9] Sitzber Preuß Akad Wiss Jahrg. 1925, S. 83.
[10] Ann Sol Phys Obs Cambridge 2, S. 25 (1932).

und durch entsprechende Wahl der Spaltbreite auch mit derselben Expositionszeit wie das Sternspektrum aufgenommen werden kann. Das Sternbild auf dem Spalt ist durch eine Zylinderlinse verbreitert, muß aber trotzdem in Rektaszension leicht hin und her geführt werden.

Legt man das Stufenfilter direkt auf die zu eichende Platte und beleuchtet es gleichmäßig mit einer künstlichen Lichtquelle, deren Licht man zuvor durch passende Farbfilter hat gehen lassen, so kann man aus den erhaltenen Stufen eine allerdings recht rohe Schwärzungskurve ableiten. Diese Anordnung wird nach dem Vorbild von TH. DUNHAM[1] in Arbeiten von F. S. HOGG[2] und Miss E. T. R. WILLIAMS[3] benutzt.

53c. H. KIENLES Anwendung des Stufenfilters zur Erzeugung abgestufter künstlicher Sternspektra. H. KIENLE[4] macht den Versuch, die Schwärzungskurve auch bei Objektivprismenaufnahmen aus den Spektren einer Reihe von

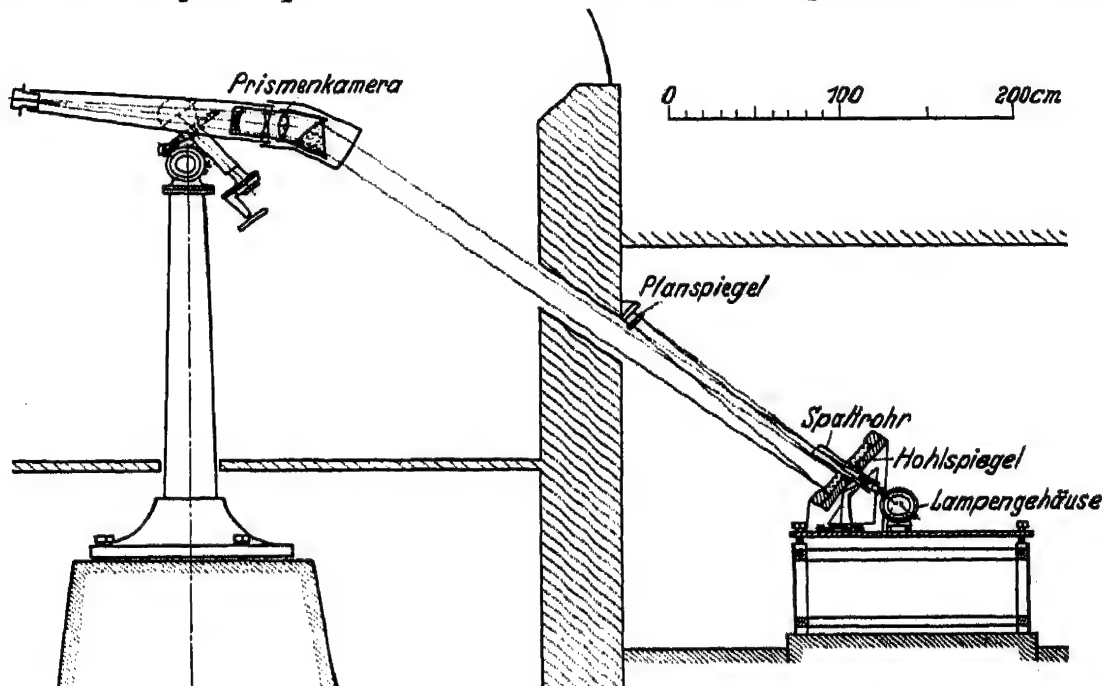



Abb. 1. Anordnung zur Erzeugung künstlicher Sternspektren. Meridianschnitt durch Prismenkamera und Kollimator [aus Z f Ap 1, S. 16 (1930)].

künstlichen Sternen abzuleiten, deren Intensitäten in bekannter Weise abgestuft sind. Die hierbei zu lösende Aufgabe formuliert KIENLE folgendermaßen: „Es sollen mit dem gleichen Instrument und auf der gleichen Platte neben den Spektren der Sterne eine Serie in bekannter Weise abgestufter Spektra einer künstlichen Lichtquelle erzeugt werden, so daß die Spektra der künstlichen Sterne photographisch-photometrisch identisch mit denen der natürlichen sind."

Als künstliche Lichtquelle benutzt KIENLE eine Wolfram-Bandlampe, deren Band durch ein Linsensystem auf ein Diaphragma abgebildet wird. Das Diaphragma besteht aus einem Platin-Stufenfilter mit 10 Stufen der Breite 1,2 mm, über das eine Kupferfolie mit 14 gleich großen kreisrunden Löchern von 0,028 mm Durchmesser in Abständen von 1,2 mm gedeckt ist. Das Licht der Lampe geht durch die beiden äußersten Löcher auf beiden Seiten ungehindert hindurch, während es vor den mittleren 10 Löchern Platinschichten von verschiedener Dicke durchlaufen muß und dadurch in Stufen von etwa je 0,4 Größenklassen abgeschwächt wird. Das ganze Diaphragma befindet sich in der Brennebene

[1] Harv Bull 853 (1927); 858 (1928).
[2] Harv Bull 859 (1928).
[3] Pop Astr 36, S. 352 (1928); Harv Circ 348 (1929).
[4] Gött Veröff Heft 12 (1930) = Z f Ap 1, S. 13.

eines aus einem Parabol- und einem Planspiegel bestehenden optischen Systems, das das Licht der 14 künstlichen Sterne parallel macht und auf das Objektivprisma des Fernrohrs wirft (siehe Abb. 1). KIENLE bezeichnet diese Anordnung zur Erzeugung künstlicher Sterne als Kollimator, da sie zusammen mit der Objektivprismenkamera einen vollständigen Spektrographen ergibt. Das Brennweitenverhältnis von Kamera zu Kollimator ist 1 zu 2. Damit werden die Bilder der künstlichen Sterne verkleinert, so daß ihre unverbreiterten Spektren die gleiche Breite wie die entsprechenden der natürlichen Sterne haben.

53d. Die Untersuchungen von C. D. SHANE. C. D. SHANE[1] entwickelt eine neuartige Methode, um die Konturen von Absorptionslinien möglichst frei von systematischen Fehlern zu bestimmen. Ihre Anwendung setzt größere instrumentelle Mittel voraus und ist nicht ganz einfach, verspricht aber, wie ihre Prüfung an einigen Linien des Sonnenspektrums zeigt, unter diesen Voraussetzungen gute Erfolge. Für die Spektralaufnahmen benutzt SHANE den 30 Fuß-Littrow-Spektrographen des Snow-Teleskopes auf dem Mt. Wilson. Vor diesen Spektrographen schaltet er in den Lichtweg ein FABRY-PEROT-Etalon ein. Die entstehenden Spektren sind dann von nahezu parabolischen Streifen durchzogen. Die Photometrierung dieser Streifen ergibt, wie die Theorie zeigt, bessere, d. h. von systematischen Fehlern weitgehend freie Ergebnisse für die zu untersuchenden Linienkonturen als die gewöhnliche Methode, bei der diese in dem normalen Spektrographenspektrum gemessen werden. Wie SHANE zeigt, setzt seine Methode die Lösung einer Integralgleichung erster Ordnung voraus, die in mehreren Annäherungen erfolgen kann. Die photometrische Eichung der Platten führt er mit Hilfe eines photographischen Stufenkeils durch, der vor den Spalt des Spektrographen gesetzt und von Sonnenlicht beleuchtet wird.

53e. Die Benutzung der Polarisation im Spektrographen zur photometrischen Eichung. Zur Photometrie von Spaltspektrogrammen empfiehlt Y. ÖHMAN[2] die Benutzung eines Kalkspatkristalls, den er in den Spektrographen dicht hinter den Spalt einbaut. Bei entsprechender Stellung des Kristalls werden von einer solchen Apparatur von jedem Stern nicht ein, sondern wegen des ordentlichen und außerordentlichen Strahls zwei Spektren entworfen. Da das Sternlicht in jedem Spektrographen wegen der verschiedenen Reflexionen an den Prismenoberflächen verhältnismäßig stark polarisiert wird, sind diese beiden Spektren verschieden intensiv. Ihre Helligkeitsdifferenz hängt von dem benutzten Spektrographen ab und ist für diesen konstant. Sie ist um so größer, je mehr Prismen dieser besitzt. ÖHMAN findet beispielsweise bei der Benutzung eines Prismas dafür den Wert $0^m,4$, bei zwei Prismen $1^m,5$. Diese konstante Größendifferenz will ÖHMAN zur Platteneichung benutzen. Eine wesentliche Voraussetzung für die Anwendbarkeit dieser Methode, die gleichzeitige Schärfe beider Spektren, scheint bei der Benutzung eines längeren Kollimators erfüllt zu sein. Bei einem Dreiprismenspektrographen findet ÖHMAN eine leichte Abhängigkeit jener Größendifferenz von der Wellenlänge. Polarisationseffekte im Sternlicht selber, die hier störend wirken könnten, haben sich bisher nicht nachweisen lassen.

55—56. Die Beobachtungen von W. M. H. GREAVES, C. DAVIDSON und E. MARTIN. Die spektralphotometrischen Untersuchungen mit dem Ziel der Bestimmung eines absoluten Systems von Farbtemperaturen ausgewählter Standardsterne, über deren Anfänge BRILL bereits berichtet hat, sind von W. M. H. GREAVES, C. DAVIDSON und E. MARTIN nach Vorausschickung weiterer vorläufiger Resultate[3] in einer größeren Veröffentlichung zusammengefaßt

[1] Lick Bull 16, S. 76 (1933). [2] Stockholm Medd Nr. 12 (1933).

[3] M N 90, S. 104 (1929). Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden von A. BRILL [Zf Ap 3, S. 373 (1931)] mit denjenigen von R. A. SAMPSON [M N 90, S. 636 (1930)] verglichen.

worden[1]. Zu dieser Arbeit hat H. KIENLE[2] in einem ausführlichen Referat kritische Bemerkungen publiziert.

In dem ersten Teil der Arbeit werden die relativen Anschlüsse, d. h. die relativen Gradienten der spektralen Intensitätsverteilung der Standardsterne gegeneinander, in dem zweiten der „absolute" Anschluß einiger von diesen Sternen an eine Laboratoriumslichtquelle untersucht. Die Greenwicher Standardsterne umfassen ein System von 25 Sternen der Typen B2 bis A5, das in sich durch im ganzen 93 paarweise Anschlüsse festgelegt und dessen Mittel mit Hilfe von 6 A-Sternen an eine Laboratoriumslichtquelle angeschlossen wird. Mit Hilfe der Gradienten dieser 25 Standardsterne werden durch weiteren Vergleich diejenigen von 37 anderen Sternen der Typen B, A, F und G bestimmt.

Für die Ableitung der relativen Gradienten beschränken sich die Greenwicher Beobachter auf die Untersuchung der Intensitätsverhältnisse in zwei weit auseinanderliegenden Gebieten im blauen (410 bis 450 $\mu\mu$) und roten (610 bis 640 $\mu\mu$) Teile des Spektrums. Die genauen Wellenlängen dieser Meßstellen haben im Laufe der sechsjährigen Beobachtungszeit mehrfach, zumal nach dem Umbau des Aufnahmeinstrumentes, gewechselt. Während die Beobachter zunächst für die Kamera ihres spaltlosen Spektrographen (s. BRILL) eine photographisch korrigierte Linse von 6 Zoll Öffnung und 27 Zoll Brennweite verwenden, ersetzen sie diese im Jahre 1928 zur Untersuchung eines größeren Wellenlängenbereiches durch einen Hohlspiegel von 7 Zoll Öffnung und 35 Zoll Brennweite. Mit dieser Anordnung haben die über den ganzen Bereich scharfen Spektren von λ 3968 bis λ 6563 eine Länge von 3 cm.

Auch das Verfahren der photometrischen Eichung der Aufnahmen ist von den Greenwicher Beobachtern zweimal innerhalb der Beobachtungsreihe geändert worden. Zuerst benutzen sie für die Aufnahme jedes einzelnen Sternes das strenge Gitterverfahren (Vergleich der Zentral- und Seitenbilder). Wegen des hierbei unumgänglichen Lichtverlustes nehmen sie von 1928 ab nur mehr zwei hellere Standardsterne auf jeder Platte mit Gitter, die übrigen Sterne dagegen ohne Gitter auf. Ist schon dieses Verfahren nicht so exakt wie das erste, so erscheint das in Greenwich zuletzt angewandte noch weniger einwandfrei. Hier wird überhaupt auf die Benutzung des Gitters verzichtet und die photometrische Skala mit einem besonderen Hilfsspektrographen mit Stufenspalt und künstlicher Lichtquelle (diffuses Licht einer elektrischen Lampe) erzeugt. Das erste Verfahren umfaßt rund $^1/_6$, das zweite $^2/_3$ und das dritte wieder $^1/_6$ des gesamten Materials an relativen Anschlüssen.

Die Skala des Hilfsspektrographen wird nach der Halbblendenmethode geeicht, mit der auch die im übrigen durch geometrische Ausmessung des Gitters bestimmte Gitterkonstante geprüft wird.

Nach H. KIENLE[2] weicht die durch den Eichspektrographen erzeugte photometrische Skala von der Gitterskala ab und führt in ihrer Anwendung auf die Bestimmung der Gradienten zu um fast 17% größeren Werten als diese.

Die gemessenen relativen Gradienten werden wegen des Einflusses der Extinktion um die Beträge $A\Delta \sec z$ in der üblichen Weise verbessert[3].

Für den absoluten Anschluß ausgewählter Sterne an eine irdische Lichtquelle benutzen die Greenwicher Beobachter das durch passende Farbfilter

[1] Observations of Colour Temperatures of Stars made at the Royal Observatory Greenwich in the Years 1926–1932, under the Direction of Sir Frank Dyson. London 1932.

[2] V J S 67, S. 397 (1932).

[3] Einwände von J. DUFAY [M N 91, S. 549 (1931)] gegen die Berücksichtigung des Einflusses der Extinktion werden von W. M. H. GREAVES [M N 91, S. 938 (1931)] mit Recht zurückgewiesen.

hindurchgehende Licht eines Kodak-Azetylenbrenners, der in rund 180 m Entfernung von dem Beobachtungsinstrument eine Blende von 2 mm Durchmesser beleuchtet. Um die Strahlen dieses künstlichen Sternes parallel zu machen, wird der Cassegrainspiegel entsprechend umjustiert. Bei allen absoluten Anschlüssen wird die photometrische Eichung der Platten durch Aufnahmen mit dem Hilfsspektrographen ausgeführt.

Die Hauptschwierigkeit bei dem absoluten Anschluß ist die Bestimmung der Extinktion, die in die spektrale Intensitätsverteilung der Sterne („atmosphärische Rötung") ebenso wie in die des Azetylenbrenners („horizontale Rötung") eingeht. Zu der Bestimmung der atmosphärischen Rötung werden auf derselben Platte die Spektra eines zenitnahen Standardsterns und zweier weiterer Standardsterne in Zenitdistanzen von 50° bis 60° aufgenommen[1]. Die horizontale Rötung wird durch Aufnahme des Spektrums einer Lampe bestimmt, deren Licht einmal direkt, das andere Mal, nachdem es den Weg von 180 m einmal hin und her durchlaufen hat, in das Beobachtungsinstrument fällt.

Für die Reduktion der absoluten Anschlüsse ist die genaue Bestimmung der Temperatur des Kodak-Azetylenbrenners wesentlich. Wie die Greenwicher Beobachter nachträglich finden, zeigt der von ihnen verwandte Brenner gewisse Abweichungen von der Norm und vor allem eine nicht vorhergesehene Abhängigkeit der Flammentemperatur von dem während der Beobachtungszeit nicht kontrollierten Druck in dem einhüllenden Zylinder. Aus diesen Gründen sind die Ergebnisse des absoluten Anschlusses in dieser Arbeit verhältnismäßig unsicher.

W. M. H. GREAVES, C. DAVIDSON und E. MARTIN[2] ergänzen ihre Untersuchungen über die Bestimmung des Nullpunktes der Sterntemperaturskala durch eine weitere ausführliche Arbeit, in der sie bei sorgfältiger Diskussion aller Fehlerquellen im wesentlichen die gleichen Methoden wie in der vorangehenden benutzen. Die Hauptabweichung der neuen Arbeit liegt in der Benutzung einer Wolfram-Bandlampe an Stelle des wenig brauchbaren Azetylenbrenners als irdischer Vergleichslichtquelle. Die Eichung dieser Lampe, d. h. die Bestimmung ihrer Temperatur bei bestimmter Stromstärke, ist im National Physical Laboratory ausgeführt worden.

Die Beobachter nehmen auf jeder Platte neben dem Spektrum des Standardsternes dasjenige der Bandlampe, und zwar das letztere mit dem Hilfsspektrographen, auf. Zur Untersuchung des Unterschieds in den optischen Wegen benutzen sie den Azetylenbrenner, dessen Licht einmal aus 180 m Entfernung mit dem Sternspektrographen, das andere Mal im Laboratorium mit dem Hilfsspektrographen photographiert wird. Bei diesem Verfahren wird die Brennertemperatur offenbar nur während dieser beiden aufeinanderfolgenden Aufnahmen und nicht mehr während längerer Zeit als konstant vorausgesetzt. Die Greenwicher Beobachter wollen den absoluten Anschluß mit dieser Arbeit abschließen und sich in Zukunft auf die Bestimmung relativer Anschlüsse weiterer Sterne an die von ihnen untersuchten Standardsterne beschränken.

56a. Die spektralphotometrischen Arbeiten der Göttinger Sternwarte. Im Jahre 1926 hat H. KIENLE[3] ein umfangreiches Beobachtungsprogramm mit dem Ziel der Bestimmung eines Fundamentalsystems von Sterntemperaturen und darüber hinaus der Feststellung der Abweichungen der Sternstrahlung von der des schwarzen Körpers begonnen. Das Göttinger Programm umfaßt

---

[1] Die Bemerkungen von H. KIENLE zu den Extinktionskorrektionen sind nach einer Arbeit von A. BRILL [Z f Ap 6, S. 203 (1933)] nicht stichhaltig.

[2] M N 94, S. 488 (1934).

[3] Gött Veröff Heft 11 (1930) = Ges Wiss Gött Math Phys Klasse 1930, S. 90.

30 gleichmäßig über den Nordhimmel verteilte hellere Sterne aller Spektralklassen, deren Gradienten und spektrale Helligkeiten im ganzen zugänglichen Spektralbereich untersucht werden sollen. Der erste Teil des Programms besteht in dem Vergleich der „Fundamentalsterne" untereinander, von denen jeder einzelne an mindestens drei andere angeschlossen wird, der zweite Teil im Anschluß der Sterne an den schwarzen Körper. Zur Erfassung eines möglichst großen Spektralbereiches werden drei Instrumente in den Dienst der Aufgabe gestellt. Für den normalen photographischen Bereich (λ 3500 bis λ 4900) wird ein U.V.-Triplett (15:150 cm) in Verbindung mit einem Objektivprisma von 50° brechendem Winkel benutzt. Die Aufnahmen erfolgen auf Filmen, die entsprechend der Fokalkurve des Objektivs gekrümmt sind. Ein Spiegel (16:140 cm) in Verbindung mit zwei Objektivprismen von 8° bzw. 12° liefert auf panchromatischen Platten den Bereich von λ 3500 bis etwa λ 7000. Für den kurzwelligen Teil des Spektrums wird ein Quarzspektrograph an einem Spiegel (20:200 cm) verwandt. Dieser zunächst versilberte Spiegel wurde später vernickelt, womit die kurzwellige Grenze bis zu λ 3000 vorgeschoben werden konnte. Die drei ineinandergreifenden Instrumente zeigen keine merklichen systematischen Unterschiede in den Beobachtungen.

Jeder Anschluß eines Fundamentalsterns a an einen anderen b besteht aus mindestens zwei symmetrischen Sätzen vom Typus abba oder baab. Die photometrische Eichung wird bei sämtlichen Aufnahmen nach dem strengen Gitterverfahren durchgeführt, d. h. jeder Stern wird mit der Kombination Objektivprisma + Objektivgitter aufgenommen, wobei nur Zentral- und Seitenbilder zur Ableitung der Schwärzungskurve benutzt werden.

Wie in der Einleitung bereits erwähnt, sind die Göttinger Spektren nicht verbreitert. Bei dem Mitregistrieren einer schmalen Zone des klaren Plattengrundes wird hierbei der Vorteil wahrgenommen, daß man durch entsprechende Wahl der Registrierspaltlänge die Schwärzungskurve innerhalb gewisser Grenzen so gestalten kann, daß die gesuchten Intensitäten in ihren geradlinigen Teil fallen.

Eine eingehende Darstellung der Vorarbeiten am U.V.-Triplett gibt J. Wempe[1]. Wesentlich für die Genauigkeit der Beobachtungen ist eine exakte Bestimmung der Gitterkonstanten, die von Wempe nach verschiedenen Methoden durchgeführt wird. Hierbei stellt sich heraus, daß nur die absolute Intensitätsmessung von Zentral- und Seitenbildern (Gitter im parallelen Strahlengang einer künstlichen Lichtquelle) und die photographische Eichung nach Hertzsprungs Methode (Intensitätsdifferenz zwischen Sternspektralaufnahmen ohne Gitter und Beugungsspektren 1. Ordnung) zu einwandfreien Resultaten führen. Die geometrische Bestimmung der Gitterkonstanten, wozu Wempe auch die Drehgittermethode von H. Bucerius[2] heranzieht, erweist sich als ebenso unzulänglich wie die Benutzung von Blenden vor dem Gitter bzw. Objektiv. Die gefundene Gitterkonstante ist unabhängig von der Wellenlänge.

Im zweiten Teil seiner Arbeit untersucht Wempe die atmosphärischen Einflüsse, insbesondere die Extinktion, zu deren Bestimmung er eine Reihe von Aufnahmen in größeren Zenitdistanzen macht (die Temperaturanschlüsse werden nur in Zenitdistanzen kleiner als 25° angestellt). Es zeigen sich starke Schwankungen des Wertes der Extinktion von Nacht zu Nacht[3] wie zu den verschiedenen

[1] Gött Veröff Heft 28 (1932) = Z f Ap 5, S. 154.

[2] A N 247, S. 361 (1933); vgl. auch die weiteren Arbeiten desselben Verfassers über die Theorie des Objektivgitters: A N 246, S. 33 (1932); 248, S. 201 (1933).

[3] An dieser Stelle sei auch eine Arbeit von Fr. Becker und N. Tapia [Z f Phys 58, S. 742 (1929)] erwähnt, deren Autoren aus spektralphotometrischen Messungen im Sonnenspektrum für die Beobachtungsstation La Paz ein anomales Verhalten der Tageskurve der Extinktion finden.

Jahreszeiten, die aber für die relativen Sternanschlüsse keine wesentliche Fehlerquelle bilden. Gefährlicher kann der Einfluß der Luftunruhe werden.

Dieselbe Triplettprismenkamera benutzt S. Günther[1] zur Aufnahme der Spektren von 95 Sternen früher Typen, in denen er die Intensitäten der Balmer-Linien und ihre Abhängigkeit von instrumentellen Einflüssen untersucht. Die Reduktionsmethoden sind die gleichen wie im Temperaturprogramm, nur werden die schwächeren Sterne ohne Gitter aufgenommen und ihre photometrische Eichung aus Gitteraufnahmen heller Sterne auf derselben Platte abgeleitet.

Eine Spezialuntersuchung mit der Spiegel-Prismenkamera über die Intensitätsverteilung in den Spektren der helleren Plejadensterne hat H. Strassl[2] veröffentlicht. Für die photometrische Eichung dienen ebenso wie bei Günther Gitteraufnahmen hellerer Sterne, während die schwächeren auf derselben Platte ohne Gitter photographiert sind. Als eine wenig beachtete Fehlerquelle findet Strassl eine von der Wellenlänge abhängige zeitliche Veränderung der Plattenempfindlichkeit während der Aufnahme.

56b. Weitere spektralphotometrische Arbeiten mit Prisma und Gitter. H. Jensen[3] stellt für eine Untersuchung der Temperaturskalen der Fixsterne ein Beobachtungsprogramm von 17 helleren Sternen aller Spektralklassen auf, das in seiner Durchführung und Reduktion den Göttinger Arbeiten ähnlich ist. Als Instrument benutzt er einen Spiegel (20:420 cm) mit einem 16°-Objektivprisma + Gitter. Die Spektren werden mit Hilfe einer vor der Platte befindlichen Zylinderlinse verbreitert.

Seine Beobachtungen, die sich etwa von λ 3600 bis λ 6500 erstrecken, werden durch W. W. Morgan und B. A. Wooten[4] bis zu λ 10000 ins ultrarote Gebiet hinein ausgedehnt (Spiegel 15:150 cm mit 15°-Prisma + Gitter).

Jensen bestimmt die photometrische Skala im allgemeinen aus dem Vergleich der Zentral- und Seitenbilder und nimmt nur schwächere Sterne ohne Gitter auf, bei denen dann hellere, auf derselben Platte mit Gitter aufgenommene Sterne zur Eichung dienen. Morgan und Wooten benutzen zu demselben Zweck das Zentralbild und das Bild ohne Gitter.

In gleicher Weise, die durch die Lichtschwäche des Instrumentes (Triplett 15:150 cm + 15°-Prisma) bedingt ist, eicht P. ten Bruggencate[5] seine spektralphotometrischen Aufnahmen von Cepheiden, bei denen er das kontinuierliche Spektrum und qualitativ auch die Linienintensitäten untersucht.

Hier sind auch die umfangreichen spektralphotometrischen Arbeiten von Y. Öhman[6] zu nennen, der mit einem Astrographen (15:150 cm) in Verbindung mit einem Objektivprisma Linienintensitäten in frühen Spektraltypen untersucht. Die Skala bestimmt er aus Zentral- und Seitenbildern. Mit den gleichen Methoden verfolgt derselbe Verfasser[7] die kontinuierliche Wasserstoffabsorption in den hellen Plejadensternen, wozu er Aufnahmen mit dem 1 m-Spiegel der Sternwarte Stockholm und einem spaltlosen Quarzspektrographen benutzt.

Die gleiche Apparatur dient B. Lindblad und E. Stenquist[8] zu ihren spektralphotometrischen Untersuchungen. In beiden Fällen wird ein Gitter mit einem Durchmesser von 107 cm benutzt, das vor der Öffnung des großen Spiegels angebracht ist.

---

[1] Gött Veröff Heft 36 (1933) = Z f Ap 7, S. 106.
[2] Gött Veröff Heft 29 (1932) = Z f Ap 5, S. 205.
[3] A N 248, S. 217 (1933).
[4] Ap J 80, S. 229 (1934).
[5] Ann Bosscha Sterrew 5, Teil 1 (1931).
[6] Medd Upsala Nr. 47/48 (1930).
[7] Stockh Astr Iakt Undersökn 11, Nr. 10 (1933).
[8] Stockh Astr Iakt Undersökn 11, Nr. 12 (1934).

61—66. Die spektralphotometrischen Beobachtungen von R. A. Sampson. Die Untersuchungen von R. A. Sampson über die effektiven Temperaturen der Sterne sind bereits von Brill ausführlich behandelt worden. Sie werden von R. A. Sampson[1] mit den gleichen spektralphotometrischen Methoden in einer längeren Arbeit weitergeführt, die zugleich eine Zusammenstellung aller seiner Beobachtungen von 1923 bis 1929 bringt. Die atmosphärische Extinktion wird in der neuen Arbeit genauer als bisher berücksichtigt, und es werden ihre verbesserten Werte auch an die früheren Beobachtungen angebracht.

66a. Die spektralphotometrischen Beobachtungen von N. W. Storer. Die von N. W. Storer[2] bei seinen Untersuchungen über die Intensitätsverteilung im kontinuierlichen Spektrum von Riesen- und Zwergsternen benutzte spektralphotometrische Methode ist von A. Brill[3] zusammen mit Storers Beobachtungsergebnissen ausführlich beschrieben worden, so daß wir hier darauf nicht weiter einzugehen brauchen. Dort sind auch die kritischen Bemerkungen erwähnt, die H. Kienle[4] zu wesentlichen Punkten von Storers Arbeit geäußert hat.

76. Die photometrische Eichung durch Abblenden des Objektivs. Die Methode der Abblendung des Objektivs bringt es mit sich, daß die Skalenaufnahmen nacheinander gemacht werden müssen, durch instrumentelle oder atmosphärische Änderungen also systematisch verfälscht werden können. Zur Herabsetzung dieser Fehlerquelle sind möglichst kurze Expositionszeiten erwünscht. Abgesehen von den durch die optischen Fehler des Objektivs oder Spiegels bedingten Schwierigkeiten macht sich besonders bei unverbreiterten Spektren die Änderung des Beugungsbildes bei Veränderung der Objektivöffnung störend bemerkbar. Die Reduktion der Beobachtungen ist von Brill bereits beschrieben worden.

Mit dem 24zölligen Spiegel der Harvard-Sternwarte in Verbindung mit einem Objektivprisma untersucht B. P. Gerasimovič[5] das kontinuierliche Spektrum früher Spektraltypen. Als Blende dient ihm eine runde Scheibe mit vier gleich großen, kreisförmigen Öffnungen, die symmetrisch zum Mittelpunkt gelegen sind. Durch Abdecken von ein, zwei oder drei Öffnungen werden mit konstanter Belichtungszeit von einem Standard-A0-Stern mehrere Expositionen gemacht, neben die mit derselben Belichtungszeit die Spektren der zu untersuchenden Sterne aufgenommen werden. Die atmosphärische Extinktion wird in der üblichen Weise berücksichtigt.

In ähnlicher Weise bestimmt S. L. Thorndike[6] mit dem Crossley-Spiegel der Lick-Sternwarte und einem Zweiprismen-Quarzspektrographen das Kontinuum früher Spektraltypen.

R. Wildt und E. J. Meyer[7] arbeiten bei einer Untersuchung des Jupiterspektrums mit dem Einprismenspektrographen am Babelsberger 125 cm-Spiegel, der einmal mit voller Öffnung, dann auf 80 cm abgeblendet benutzt wird. Der Blendenwert wird lichtelektrisch zu $1^{m},145$ bestimmt.

Miss C. H. Payne eicht einen Teil ihres Materials in Harv Repr 46 nach der Abblendmethode[8].

---

[1] M N 90, S. 636 (1930). [2] Lick Bull 14, S. 41 (1929).

[3] Vgl. den Artikel „Die Temperaturen der Fixsterne" in diesem Handbuch, der etwa 3 Jahre später als die „Spektralphotometrie" erschienen ist.

[4] Z f Ap 1, S. 332 (1930).

[5] Harv Circ 339 (1929); s. auch B. P. Gerasimovič und C. H. Payne, Harv Bull 866 (1929).

[6] Lick Bull 17, S. 9 (1934). [7] Z f Ap 3, S. 354 (1931).

[8] Vgl. zu dieser und den beiden folgenden Ziff. 77 und 77a auch das Buch von Miss C. H. Payne, The Stars of High Luminosity. Harv Obs Monogr Nr. 3 (1930).

77. Die photometrische Eichung mit zwei oder mehr Sternen. Die photometrische Eichung mit Sternen bekannter Helligkeit eignet sich vor allem zur Reduktion von Objektivprismenaufnahmen, die ursprünglich für andere, etwa für Durchmusterungszwecke bestimmt waren und keine Intensitätsskala tragen.

So beruhen die spektralphotometrischen Untersuchungen L. HUFNAGELS[1] über Temperaturen von Riesen- und Zwergsternen auf Objektivprismenaufnahmen, die für den HENRY DRAPER-Katalog aufgenommen waren. Für die Reduktion werden, wie bereits von BRILL ausführlich beschrieben, die spektralen Helligkeitsdifferenzen der auf der Platte vorhandenen A0-Sterne gleich ihren Größendifferenzen gesetzt.

Hierher gehört auch eine Reihe weiterer spektralphotometrischer Arbeiten der Harvard-Sternwarte von Miss C. H. PAYNE[2], F. S. HOGG[3] und Miss G. MAULBETSCH[4], Untersuchungen des Kontinuums und der Kalziumlinien, deren Material sämtlich aus Objektivprismenaufnahmen besteht. Das Reduktionsverfahren ist das gleiche, ebenso wie bei den Arbeiten Y. ÖHMANS[5] über die Wasserstofflinien der Plejaden- und Praesepesterne. Dieselbe Methode benutzen B. LINDBLAD und E. STENQUIST[6] sowie J. M. RAMBERG[7] bei spektralphotometrischen Untersuchungen an Riesen- und Zwergsternen.

77a. F. S. HOGGS Eichung von Spaltspektrogrammen. Fast alle Spaltspektrogramme tragen neben dem Stern- ein Eisen- oder Titanvergleichsspektrum. Die Intensitäten der Linien dieser Vergleichsspektren lassen sich unter gewissen Umständen theoretisch oder experimentell bestimmen. Sie liefern damit nach F. S. HOGG[8] eine Art photometrischer Skala zur Reduktion auch solcher Spaltspektrogramme, die von vornherein nicht für eine derartige Bearbeitung vorgesehen waren.

Die Intensitäten der Emissionslinien eines Eisenbogenspektrums hängen von den physikalischen Bedingungen ab, unter denen der Bogen brennt. Unabhängig von diesen sind nur die Intensitätsverhältnisse der Linien eines Multipletts, bei denen sich wegen nahezu gleicher Anregungsspannung der Linien auch der Einfluß etwaiger Selbstumkehr weniger bemerkbar macht. HOGG benutzt deshalb nicht das ganze Eisen-Vergleichsspektrum, sondern nur die Linien gewisser Multipletts, die zwischen λ 4000 und λ 5000 liegen. Ihre Intensitätsverhältnisse entnimmt er den theoretischen Arbeiten von SOMMERFELD und HÖNL und anderen, deren weitgehende Gültigkeit durch R. FRERICHS[9] experimentell bestätigt worden ist. Bestimmt man die Schwärzungen der entsprechenden Linien auf der Platte, so liefert jedes Multiplett je nach der Anzahl seiner Linien eine mehr oder weniger sichere Intensitäts-Schwärzungskurve, gültig für den Wellenlängenbereich, in dem es liegt. HOGG kombiniert die Kurven der einzelnen Multipletts (analog wie in Harv Circ 301) zu einer mittleren Schwärzungskurve, die wegen der größeren Anzahl der Linien genauer bestimmt ist, aber auch an der Vernachlässigung der Abhängigkeit der Gradation von der Wellenlänge leidet.

Um zu prüfen, inwieweit die verschiedenen Fehlerquellen (Ungenauigkeiten der Intensitätsformeln, Selbstumkehr, Blends und andere) die Anwendung dieser Methode ermöglichen, benutzt HOGG eine Laboratoriumsaufnahme, die neben einem Eisenspektrum eine unabhängig aufkopierte photometrische Skala trägt.

---

[1] Harv Circ 343 (1929); Harv Bull 874 (1930).
[2] Harv Bull 848 (1927).
[3] Harv Bull 859 (1928).
[4] Harv Circ 360 (1931); 377 (1932).
[5] Stockholm Medd 8 (1932); 10 (1932).
[6] Stockh Astr Iakt Undersökn 11, Nr. 12 (1934).
[7] Stockh Astr Iakt Undersökn 11, Nr. 13 (1934).
[8] Harv Circ 337 (1929).
[9] Ann d Phys 81, S. 807 (1926).

Die Schwärzungskurven, einmal mit dieser Skala, das andere Mal aus den Intensitäten der Eisenlinien bestimmt, weichen nur wenig voneinander ab.

Bei der photometrischen Untersuchung von Sternspektren nach dieser Methode ist zu bedenken, daß deren Belichtungszeit unter Umständen mehr als tausendmal länger als die des Eisen-Vergleichsspektrums ist. Nach einer Arbeit von E. F. M. VAN DER HELD und B. BAARS[1] sollen die Schwärzungskurven aber jedenfalls bei den von ihnen untersuchten Platten und bei Verwendung von Rodinalentwickler 1 : 20 noch bei einem Belichtungsverhältnis von 1 : 1000 parallel sein.

HOGG untersucht nach der geschilderten Methode Linienkonturen von Kalziumlinien in einigen Spaltspektrogrammen und findet gleiche Ergebnisse wie bei Benutzung von geeichten Objektivprismenaufnahmen. In derselben Weise bestimmt E. M. LINDSAY[2] Linienkonturen aus Spektrogrammen der Victoria-Sternwarte.

C. S. BEALS[3] schätzt bei Aufnahmen, die eine anderweitige Intensitätsskala tragen, den Fehler ab, den man bei der Benutzung einer aus zwei Eisenmultipletts resultierenden mittleren Schwärzungskurve begeht. Er findet, daß die einzelne Platte Fehler bis zu 50% geben kann, daß die Fehler im allgemeinen aber, besonders bei Mittelung der Ergebnisse aus zwei oder mehr Platten, sehr viel kleiner sind. Er benutzt HOGGS Methode zur Eichung von Spektren der Nova Cygni und der Nova Aquilae.

P. C. KEENAN[4] versucht, für eine photometrische Skala die Intensitäten einer Reihe von Linien des Titan-Vergleichsspektrums zu benutzen. Diese bestimmt er nicht theoretisch, sondern experimentell mit Hilfe der auf den gleichen Platten aufgenommenen Skala eines Röhrenphotometers. Mit Hilfe der Titanlinienskala untersucht er Linienkonturen, deren Werte innerhalb von 15% mit denjenigen aus geeichten Platten übereinstimmen.

Hier soll noch eine Methode von Miss C. H. PAYNE[5] Erwähnung finden, die bei der Bestimmung von Linienintensitäten in ungeeichten Spektren größerer Dispersion von Nutzen sein kann. Man nimmt die zu untersuchenden Sterne mit dem Objektivprisma auf, bestimmt nach einer passenden Methode die Intensitäten der in diesen Spektren vorhandenen Hauptlinien und benutzt diese dann zur Intensitätsbestimmung aller übrigen Linien in den Spektren größerer Dispersion. Die Methode hat den Vorteil, daß die Resultate unabhängig von der benutzten Platte sind, vorausgesetzt, daß die „Hauptlinien" und die übrigen Linien des Sternspektrums ähnliche Konturen haben. Miss PAYNE untersucht auf diese Weise z. B. das Spektrum von ε Aurigae.

81—82. Die Fehlerquellen bei der Bestimmung von Linienintensitäten. Die Untersuchung und Berücksichtigung der instrumentellen und anderen Fehlerquellen wird in vielen, bereits genannten Arbeiten über Linienintensitäten ausführlich beschrieben, denen wir hier nur noch einige spezielle hinzufügen wollen. L. S. ORNSTEIN und M. MINNAERT[6] behandeln den Einfluß des Spektrographen und des zur Auswertung benutzten Mikrophotometers sowie der photographischen Effekte auf die zu messenden Linienkonturen.

Für einen Gitterspektrographen untersucht J. A. CARROLL[7] theoretisch die Abhängigkeit der Intensitätsverteilung in einer Absorptionslinie, im besonderen ihrer Restintensität von der begrenzten Auflösung des Gitters. Er findet eine einfache Beziehung zur Ermittlung derjenigen Korrektionen, die man unter Berücksichtigung der Konstanten des benutzten Gitters an die beobachtete Restintensität anzubringen hat, um die wahre zu erhalten.

[1] Z f Phys 45, S. 364 (1927). [2] Harv Circ 368 (1931).
[3] Publ Dom Astrophys Obs Victoria 6, S. 95 (1934). [4] Ap J 73, S. 118 (1931).
[5] Harv Bull 855 (1928). [6] Z f Phys 43, S. 404 (1927). [7] M N 88, S. 154 (1927).

Das durch Streuung an den verschiedenen Teilen des Spektrographen (Prismen, Linsen, Wänden usw.) entstehende und sich den Linien überlagernde kontinuierliche Streulicht kann die Restintensitäten von Absorptionslinien stark verfälschen. Bei der Untersuchung von Linien in einem begrenzten Spektralbereich läßt sich seine Intensität durch die Benutzung von Farbfiltern vor dem Spalt des Spektrographen herabsetzen, mit denen man die nicht zu beobachtenden Farbbereiche ausschaltet. Besser noch ist die Verwendung eines Monochromators vor dem eigentlichen Hauptspektrographen, wie ihn R. O. REDMAN[1] für die Beobachtung des Sonnenspektrums beschreibt und A. D. THACKERAY[2] in Verbindung mit dem 21 Fuß-Konkavgitter der Sternwarte Cambridge zur Bestimmung der Intensitäten mehrerer FRAUNHOFERscher Linien anwendet.

Daß der Einfluß der Streuung in der Erdatmosphäre auf die Struktur von Sonnenlinien nur von sekundärer Bedeutung ist, zeigt H. BRÜCK[3] durch die Untersuchung der Konturen einiger FRAUNHOFERscher Linien und ihrer zeitlichen Veränderlichkeit bei einer partiellen Sonnenfinsternis (Beobachtungen mit dem Turmteleskop des Potsdamer Observatoriums).

Mehrfach ist darauf hingewiesen worden, daß die systematischen Abweichungen zwischen den Ergebnissen verschiedener Beobachter bei der Untersuchung der Intensität sowie der von der Auflösung der Apparatur unabhängigen Gesamtabsorption von Linien durch die Unbestimmtheit des kontinuierlichen Grundes bedingt sind. Miss E. T. R. WILLIAMS[4] weist darauf hin, daß diese Unbestimmtheit nicht nur bei den H- und K-Linien der späten Typen auftritt, sich vielmehr auch bei den Wasserstofflinien der A-Sterne bemerkbar macht, eine Beobachtung, die C. T. ELVEY und O. STRUVE[5] bestätigen.

---

[1] MN 95, S. 290 (1935). [2] MN 95, S. 293 (1935). [3] ZfAp 1, S. 58 (1930).
[4] ApJ 72, S. 127 (1930). [5] ApJ 72, S. 277 (1930).

Band II.

Kapitel 3.

Kolorimetrie.

Von

H. VON KLÜBER-Potsdam.

Mit 9 Abbildungen.

Einleitung. Die Ermittlung von Farbenäquivalenten nimmt in der beobachtenden Astronomie einen immer noch wachsenden Raum ein. Insbesondere gewinnen alle Untersuchungen, bei denen es sich um ein größeres Sternmaterial handelt, besondere Bedeutung durch die wichtigen Beiträge, die sie für zwei grundlegende Probleme der astronomischen Forschung liefern. Es ist dies einmal die Frage nach der Verteilung der Spektren bzw. Temperaturen im Aufbau des Sternsystems und zum anderen die nach dem Vorhandensein einer interstellaren Absorption. Mag es sich nun um eine lokale oder um eine allgemeine interstellare Absorption handeln, in jedem Falle ist der letztere Punkt kosmologisch von besonderer Wichtigkeit. Daneben geben die Farbenindizes genäherte Intensitäts-Werte für gewisse Wellenlängengebiete in den Sternspektren. Wesentlich ist schließlich auch die Weiterentwicklung der Methodik so weit, daß mit einer gewissen Sicherheit absolute Helligkeiten der Sterne ermittelt werden können.

Zur Grundlage der Kolorimetrie und der Methodik ist naturgemäß in letzter Zeit nicht viel Neues hinzugekommen. Die inzwischen vorliegenden Arbeiten beschränken sich meist entweder auf den Ausbau schon bekannter Methoden oder auf die sorgsame Ausschaltung von Fehlerquellen. Zum Teil liefern sie bereits wertvolles Material in größerer Menge.

Die Vervollkommnung der photographischen Technik, der Herstellung von Filtern und die steigende Sicherheit bei der Anwendung der Photozelle erlauben immer besser, in beliebigen, wohldefinierten Farbengebieten zu arbeiten. Besonders ein immer weiteres Fortschreiten in das rote und ultrarote Wellenlängengebiet ist neuerdings angebahnt worden. Die Erkenntnis, daß die Berücksichtigung der Empfindlichkeitsfunktion der gesamten benutzten Apparatur, die Reduktion auf Absorptionsfreiheit und auf ein wohldefiniertes System, etwa auf das der reziproken Temperaturen, wichtig ist, findet immer mehr Beachtung.

Das nachfolgende wird sich darum in Übereinstimmung mit dem beschränkten Raum hauptsächlich referierend auf die wesentlichsten Arbeiten zur Kolorimetrie aus den letzten Jahren zu beschränken haben, ohne indessen dabei Vollständigkeit beanspruchen zu können. Zahlreiche kolorimetrische Arbeiten, deren Ziel im besonderen in der Materialbeschaffung zu sehen ist, gehören nicht in den Rahmen dieser Darstellung.

b) Die Bestimmung der verschiedenen Arten von Farbenäquivalenten.

4. Monochromatische Farbenäquivalente. Effektive und extreme Wellenlängen. Eine ausführliche und kritische Arbeit zur Bestimmung von Farben-

äquivalenten nach der Methode der effektiven Wellenlängen hat R. CHERUBIM[1] veröffentlicht. Die Wichtigkeit der Farbenkurve des benutzten Instrumentes und der Berücksichtigung der Plattensorte geht daraus aufs neue hervor. Manche Refraktoren sind durchaus ungeeignet, andererseits können durch geeignete Wahl der Plattenempfindlichkeit selbst ungeeignete Instrumente noch brauchbar gemacht werden. Der Zusammenhang zwischen den λ_{eff} und dem Spektraltypus (Abb. 1 und 2) ist natürlich im allgemeinen nicht ganz einfach, da beiden Systemen ja sehr verschiedene Definitionen zugrunde liegen[2]. Insbesondere werden die Spektraltypen A und F nur schwer unterscheidbar, die Trennung der Typen bei K gelingt dagegen in der Regel recht gut. Viel günstiger werden natürlich die Beziehungen zwischen den λ_{eff} und den normalen Farbenindizes oder den reziproken Temperaturen, für deren genäherte Ermittlung in großem Umfange sie eine durchaus brauchbare Methode darstellen. Daß beispielsweise gewisse Absorptionsbanden in den Sternspektren bereits merkliche Änderungen im Farbenindex und in den λ_{eff} verursachen können, ist ohne weiteres einzusehen[3].

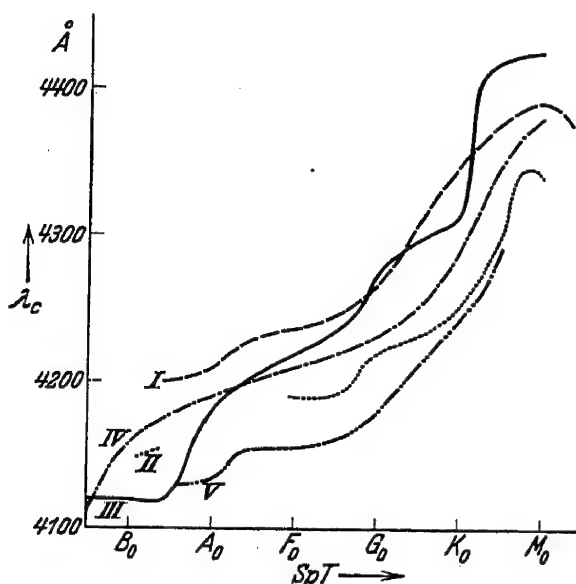



Abb. 1. Zusammenhang zwischen Spektraltypus (DRAPER) und λ_{eff} für einige Refraktoren: *I* DOORN, B A N 4, S. 115 (1927). Aus 140 Sternen. *II* BALANOWSKY, Poulkovo Bull 10, Nr. 94, S. 7 (1924). Aus 75 Sternen. *III* LINDBLAD, Ark Mat Astr Fys 13, Nr. 26 (1918). Aus 58 Sternen. *IV* BERGSTRAND, Jub Nr. A N 1921. Aus 43 Sternen. *V* COLLINDER, Ark Mat Astr Fys 19 B, Nr. 11 (1926). Aus 32 Sternen. [Nach Veröff Sternw Göttingen Nr. 9 (1929).]

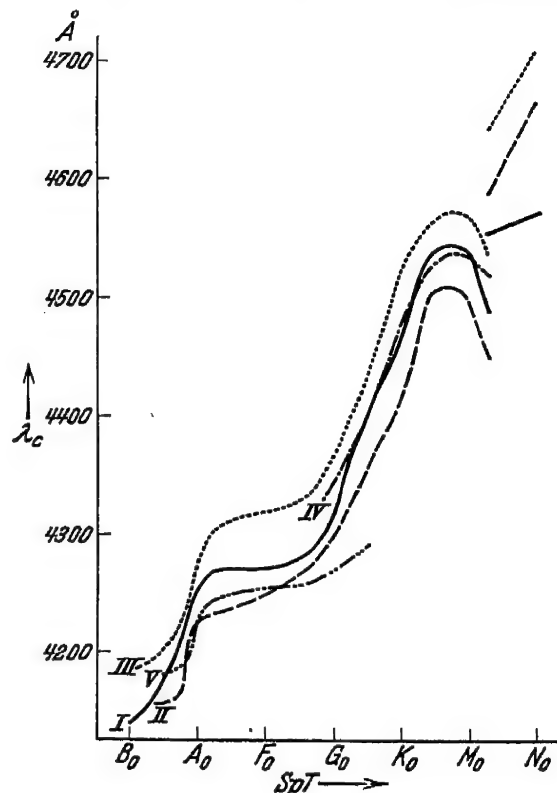



Abb. 2. Zusammenhang zwischen Spektraltypus (DRAPER) und λ_{eff} für einige Reflektoren: *I* GREENWICH, F. Dyson 1926. Aus 864 Sternen. *II* BERGSTRAND, Nova Acta Upsal (IV) 2, Nr. 4 (1909). Aus 92 Sternen. *III* WOLF, A N 213, S. 49 (1921); 219, S. 109 (1923). Aus 39 Sternen. *IV* HERTZSPRUNG, Ap J 42, S. 111 (1915). Aus 24 Zwergsternen. *V* HERTZSPRUNG, Mem Acad Copenhague (VIII) 4, Nr. 4 (1923). Aus 139 Plejadensternen. [Nach Veröff Sternw Gött Nr. 9 (1929).]

In jedem Falle ist der Anschluß an eine Normalsequenz nötig; die seinerzeit von BERGSTRAND-ROSENBERG[4] dafür vorgeschlagene Sternsequenz ist inzwischen von einer Reihe verschiedener Beobachter und mit sehr verschiedenen Instru-

---

[1] Veröff Univ-Sternw Gött Heft 9 (1929). Daselbst ausführliche Literatur.
[2] E. HERTZSPRUNG, B A N 4, S. 95 (1927).
[3] C. H. PAYNE u. P. TEN BRUGGENCATE, Harv Bull Nr. 876 (1930).
[4] A N 215, S. 447 (1922).

menten durchbeobachtet und vermessen worden. Eine gemeinsame Bearbeitung hat sie von W. FÜHRER[1] erfahren, der auch die im allgemeinen quadratischen Beziehungen zwischen den einzelnen Systemen aufgestellt hat. Auch N.W. DOORN[2] bestimmte die λ_{eff} einer größeren Zahl nordpolnaher Sterne und stellte formelmäßige Beziehungen zu anderen Farbsystemen auf.

Wie weit die sehr interessante Unterscheidung der absoluten Helligkeiten durch effektive Wellenlängen möglich ist, hat noch einmal J. BALANOWSKY[3] untersucht. Ähnlich wie schon LINDBLAD[4] findet er, daß der Änderung der absoluten Helligkeit um eine Größenklasse eine Änderung der λ_{eff} um etwa 0,8 $\mu\mu$ entspricht; nach den späteren Spektraltypen hin wird der Effekt etwas größer. Bedenkt man die zahlreichen Fehlerquellen dieser an sich weit mehr für summarische Untersuchungen geeigneten Methode, so sind auf diesem Wege keine sehr zuverlässigen Resultate zu erwarten.

Daß allerlei atmosphärische Einflüsse recht merkliche Verfälschungen der λ_{eff} verursachen können, bemerkten schon K. LUNDMARK und W. J. LUYTEN[5] und die Greenwicher Beobachter C. R. DAVIDSON und E. MARTIN[6]. A. ROBB[7] konnte solche Wirkungen ebenfalls bestätigen. Systematische Untersuchungen in dieser Richtung hat insbesondere V. OBERGUGGENBERGER[8] angestellt, der gleichzeitig zur Erzielung größerer Genauigkeit bei der Vermessung den beachtlichen Vorschlag macht, das Heliometerprinzip auf das zu verwendende Meßmikroskop anzuwenden[9]. Der M.F. des Mittels bei seinen Untersuchungen erreicht bei einem B-Stern ± 9 A, für einen K-Stern ± 10 A, wenn auch einzelne Messungen oder Meßgruppen öfter viel genauer ausfallen. Ein Temperatureffekt ist zweifellos vorhanden, ebenso naturgemäß ein rötender Einfluß bei zunehmender Zenitdistanz[10], während andererseits der von VALLIN und K. E. LUNDMARK und den Greenwicher Beobachtern bemerkte „Fogging effect" (Einfluß der Luftfeuchtigkeit) nicht sichergestellt werden konnte.

Die naheliegende Anwendung des lichtelektrischen Registrierphotometers auf die Vermessung der λ_{eff} hat A. H. FARNSWORTH[11] unternommen. Ihre Messungen zeigen keine Abhängigkeit der λ_{eff} von der Belichtungszeit, die maximale Schwärzung bleibt am gleichen Ort der Platte, wie dies schon G. EBERHARD[12] bemerkte. Diese Vermessungsart dürfte für die Untersuchung von Temperaturschwankungen einzelner Objekte vielleicht Erfolg ergeben.

5. Dichromatische Farbenäquivalente: Farbenindizes und Verwandtes. Eine Kombination von Objektivgitter mit verschiedenen Filtern hat C. H. PAYNE[13] versucht. Auf der Platte entstehen dann je nach der Filterkombination in den verschiedenen Ordnungen der Beugungsspektra Bilder aus mehr oder minder eng begrenzten Spektralgebieten, die sich gut in eine Vergleichsskala einordnen lassen und Material für ein nach Wellenlängen wohldefiniertes Farbsystem geben, das an andere Systeme anschlußfähig ist[14].

Natürlich können auch Methoden, die der eigentlichen Spektralphotometrie unmittelbar nahestehen, zur Ableitung von Farbwerten benutzt werden, indem gewisse Teile oder Linien des Sternspektrums als Farbäquivalente benutzt

---

[1] A N 247, S. 73 (1932); 248, S. 17 (1933).
[2] B A N 4, S. 115 (1927). [3] A N 226, S. 394 (1925). [4] Ap J 49, S. 289 (1919).
[5] M N 82, S. 495 (1922). [6] M N 84, S. 425 (1924). [7] Ap J 65, S. 315 (1927).
[8] Mitt Sternw Innsbruck Nr. 5 (1931) = Sitzber Wiener Akad Wiss IIa 140, Heft 3/4 (1931).
[9] Z f Instrk 55, S. 75 (1935).
[10] V. OBERGUGGENBERGER, Mitt Sternw Innsbruck Nr. 7 (1934) = Sitzber Wiener Akad Wiss IIa 143, Heft 1/2 (1934).
[11] Publ A S P Bd. 43, S. 340 (1931); Lick Bull 16, S. 145 (1933).
[12] Seeliger-Festschr. S. 44. Berlin: Julius Springer 1924.
[13] Harv Ann 89, S. 44 (1932). [14] C. H. PAYNE, Harv Bull 892, S. 7 (1933).

werden. Die Definition des so erhaltenen Farbwertes ist hinsichtlich seiner Wellenlänge in solchen Fällen besonders gut. Einen Farb- bzw. Temperaturindex auf derartigem, schon mehr spektralphotometrischem Wege hat E. T. R. WILLIAMS[1] für die Typen von B8 bis F0 abgeleitet durch Messung der totalen Energieabsorption in der K-Linie des Ca^+. Ebenfalls spektralphotometrisch aus zwei verschiedenen Wellenlängengebieten im Spektrum bestimmte Y. ÖHMAN[2] Farbenindizes.

Die Ermittlung von Farbenindizes von extragalaktischen Nebeln erfordert im allgemeinen besondere Vorkehrungen, da diese Gebilde häufig nicht sternähnlich genug aussehen, um ohne weiteres mit richtigen Sternbildchen verglichen werden zu können. Es sind bisher nur wenige Messungen bekanntgeworden. E. F. CARPENTER[3] hat derartige Farbenindizes zu ermitteln versucht, wobei vor der photographischen Platte eine Glasplatte von geeigneter Dicke mit einem Loch darin angebracht war. Das Bild des Nebels fällt dabei durch das Loch der Glasplatte, die umgebenden Sterne werden zu nebelähnlichen extrafokalen Bildern, so daß eine unmittelbare Vergleichsmöglichkeit besteht.

Auch an dem (kontinuierlichen) Plejadennebel wurden Farbbestimmungen versucht mit dem speziellen Ziel, Aussagen über die Art der Lichtreflexion an den Partikeln des Nebels machen zu können. Es konnten aber hier noch reguläre Aufnahmen mit Spaltspektrographen gemacht werden[4].

Die schon früher von G. A. TICHOFF und N. TAMM angegebene Methode der Bestimmung von Farbenindizes, die neuerdings auch von Å. WALLENQUIST[5] angewandt wurde, ist von H. NÖBEL[6] in etwas abgeänderter Form ausgebaut worden. Ein Halbgitter vor dem Objektiv diente dabei zur Ermittlung der Intensitätsskala.

Eine Methode, gleichzeitig durch eine einzige Aufnahme „blaue" und „gelbe" Bilder eines jeden Feldsternes zu erhalten, hat H. ROSENBERG angegeben; sie wurde mit Erfolg von W. FÜHRER[7] praktisch erprobt. In einigem Abstand von der in der Bildebene eines Reflektors liegenden Aufnahmeplatte lag ein Doppelfilter in Form zweier mit den brechenden Kanten aneinanderliegender Prismen von sehr kleinem brechenden Winkel und zu vernachlässigender Dispersion. Das eine Prisma ist als Blau-, das andere als Gelbfilter gefärbt. Auf der photographischen Platte entstehen dann von jedem Stern dicht nebeneinander ein „blaues" und ein „gelbes" Sternbildchen, die beide in bekannter Weise ausphotometriert werden können. Die Methode eignet sich wegen der sekundären Spektren der Objektive für Refraktoren weniger gut; auch sollte nur dicht an der optischen Achse gearbeitet werden.

Überlegungen über die Eignung eines Objektivprismas für Ableitung von Farbenäquivalenten hat auch P. ROSSIER[8] veröffentlicht.

Eine zunächst vielversprechende Methode zur Ermittlung von Farbenindizes unter Benutzung zweier Filter hat R. J. TRÜMPLER[9] vorgeschlagen. Sie wird häufig als Halbfiltermethode bezeichnet. Unmittelbar vor die photographische Platte wird ein Filter gesetzt, dessen eine Hälfte für violettes, dessen andere Hälfte für gelbes Licht durchlässig ist. Auf der photographischen Platte entspricht dann die eine Hälfte des Sternfeldes einer Aufnahme mit Violettfilter, die andere Hälfte einer solchen mit Gelbfilter. Die Aufnahme wird nach Drehen

[1] Harv Repr 62 (1929).
[2] Ark Mat Astr Fys 20A, Nr. 23 (1927) = Medd Upsala Nr. 33 (1927).
[3] Publ A S P 43, S. 294 (1931); auch E. HUBBLE, Ap J 76, S. 44 (1932).
[4] O. STRUVE, C. T. ELVEY u. P. C. KEENAN, Ap J 77, S. 274 (1933).
[5] Ann Bosscha-Sterrenwacht 3, S. 3 (1931).
[6] Diss. Leipzig 1934.
[7] Diss. Kiel 1929; A N 247, S. 73 (1932).
[8] Publ Obs Genf 25, S. 17 (1934).
[9] Lick Bull 14, S. 89 (1929).

des Filters um 180 Grad wiederholt, so daß von jedem Stern je ein Bild durch jede der beiden Filterhälften entsteht. Beide Aufnahmen sind voneinander unabhängig und können sogar in ganz verschiedenen Nächten und auf verschiedenen Platten gemacht werden. Zur Reduktion auf Größenklassen muß eine Sequenz von Helligkeiten in dem zu untersuchenden Felde bekannt sein, die man im allgemeinen durch Übertragung einer Normalsequenz in der gewöhnlichen Weise erlangen kann. Man kann die Übertragung ohne Filter herstellen und damit wesentlich an Zeit und Sicherheit gewinnen, muß dann aber die Farbengleichung zwischen dem benutzten Violettfilter und dem internationalen System gesondert bestimmen. Die Schwärzungskurve für die „blauen" Bilder ist dann aus den bekannten photographischen Größen gegeben. Da aber bekanntlich zufolge des sog. PURKINJE-Effektes die Gradation der photographischen Platte von der Wellenlänge abhängt, gilt für die „gelben" Bilder ein etwas anderes Schwärzungsgesetz. Die „gelben" Bilder werden mit der bisher allein bekannten Schwärzungskurve der „blauen" Bilder reduziert, und die Ergebnisse müssen nun um einen noch zu bestimmenden Betrag wegen des PURKINJE-Effektes korrigiert werden. Die Methode bestimmt diese notwendige Korrektion durch zwei zusätzliche, verschieden lange Aufnahmen. Hierin ist jedoch die Voraussetzung enthalten, daß die Korrektion nur von der Schwärzung abhängig sei, unabhängig von der diese erzeugenden Kombination von Intensität und Belichtungszeit. Denn schreibt man die Schwärzungsfunktion, ohne sich auf die Form im übrigen irgendwie festzulegen, etwa in der SCHWARZSCHILDschen Form, so gilt

$$m = \varphi(S) + m_0 + 2{,}5\, p \log t,$$

wo S die Schwärzung und p der wohlbekannte SCHWARZSCHILDsche Exponent ist. Wesentlich für die Brauchbarkeit der Methode ist es, daß p unabhängig von der Wellenlänge sei; ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so tritt außer der PURKINJE-Korrektion noch eine weitere Korrektion auf, die ihrerseits nicht nur von der Schwärzung, sondern auch von der Belichtungszeit abhängt. Sie kann alsdann aber offenbar nicht mehr aus Aufnahmen mit verschieden langen Belichtungszeiten abgeleitet werden[1]. Wenn, wie das gewöhnlich der Fall ist, mehrere Größenklassen zu überbrücken sind, muß die Konstanz von p für beide Farbengebiete eine sehr große sein, zum Beispiel für den bei C. J. KRIEGER[2] praktisch vorkommenden Fall mindestens 1%. Neuere Untersuchungen lassen kaum einen Zweifel, daß das Verhalten von p zum mindesten von Fall zu Fall besonders untersucht werden muß[3].

In verbesserter Form ist die Zweifiltermethode nach einem Vorschlag von R. J. TRÜMPLER durch R. S. ZUG[4] ausgebaut worden. Das Sternfeld wird dabei aufgenommen einmal durch ein Rotfilter und einmal davon unabhängig durch ein Blaufilter. Zusätzlich werden alsdann noch vier Aufnahmen des Feldes hergestellt mit einem speziell kombinierten Vierfachfilter, das zwischen jeder Aufnahme um 90 Grad gedreht wird. Dieses kombinierte Filter von quadratischer Form besteht aus dem schon oben beschriebenen Doppelfilter (Halbfilter), bei dem also ein Blau- und ein Rotfilter in der Plattenmitte zusammenstoßen, über das ein zweites Neutralfilter von der halben Größe des Quadrates so gelegt ist, daß es gleichzeitig eine Hälfte des Blau- und eine Hälfte des Rotfilters bedeckt. Ein durchsichtiger Glasstreifen auf dem übrigen, nicht von diesem Neutralfilter bedeckten Filterteil sorgt dafür, daß der optische Lichtweg an allen Stellen dieses

---

[1] J. WEMPE, V J S 67, S. 414 (1932). [2] Lick Bull 14, S. 95 (1929).
[3] N. W. STORER, Lick Bull 14, S. 41 (1929); dagegen H. KIENLE, Z f Ap 1, S. 332 (1930); auch A. HNATEK, Z f wiss Photogr 22, S. 177 (1923); R. WILDT, Z f Ap 3, S. 386 (1931).
[4] Lick Bull 16, S. 119 (1933).

kombinierten Vierfachfilters gleich ist. Bei jeder der vier Aufnahmen mit diesem Filter wird also je ein Viertel des Sternfeldes durch ein Blau- bzw. Rotfilter aufgenommen, die beiden anderen Viertel gleichzeitig durch je ein gleiches Blau- und Rotfilter plus dem Neutralfilter. Durch die vierfache Drehung des Filters wird jeder Feldstern mit jeder Filterkombination je einmal aufgenommen. Die Abschwächung durch das Neutralfilter ist bekannt und die bezüglichen Schwärzungskurven können damit in der bekannten Weise gewonnen werden.

Die steigende Bedeutung umfangreicher Farbenindexdurchmusterungen und ihre Beziehung zur Untersuchung der Sternstrahlung und der interstellaren Absorption[1] erfordern überhaupt immer genauere Berücksichtigung der photographischen und optischen Empfindlichkeitsverhältnisse, die dem betreffenden System zugrunde liegen. Auf die Bedeutung der Empfindlichkeitsfunktion hat insbesondere H. KIENLE[2] hingewiesen. Wir reproduzieren hier die Abb. 3 als ein Beispiel für die immerhin nicht unbeträchtlichen Unterschiede, die sich hier auftun können.

Abb. 3. Empfindlichkeitskurven des Auges und photographischer Platten: *Z* Zäpfchenkurve des Auges, *S* Stäbchenkurve des Auges, *P* Seed 30 + etwa 10 cm UV-Glas nach PARKHURST, *B* Eastman Supersensitive + etwa 5 cm UV-Glas nach BRILL, *I* Eastman 33 + etwa 15 cm gewöhnliches Glas, *II* Eastman 40 + etwa 15 cm gewöhnliches Glas, *IU* Eastman 33 + 10 cm UV-Glas, *IIU* Eastman 40 + 10 cm UV-Glas. [Nach Z f Ap 2, S. 95 (1931).]

Es ist wichtig, gemessene Farbenindizes wegen Absorption zu korrigieren[3]. Solche Reduktionen, die jedoch mit Kritik anzuwenden sind, teilt mit G. SHAJN[4] für das Wellenlängengebiet von λ 370 $\mu\mu$ bis λ 650 $\mu\mu$, für die BALMER-serie E. G. WILLIAMS[5]. Nicht zu vernachlässigen ist auch vielfach die Reduktion wegen kontinuierlicher Wasserstoffabsorption, für die Material durch C.-S. YÜ[6] und B. G. KARPOV[7] geliefert wird.

Die Wichtigkeit der Kenntnis der Empfindlichkeit der jeweils benutzten photographischen Emulsion ist augenfällig[8]. Die meist angegebenen Empfindlichkeiten der Emulsionen sind insofern leicht irreführend, weil sie sich in der Regel auf Laboratoriumslichtquellen beziehen, deren spektrale Energieverteilung von derjenigen astronomischer Lichtquellen beträchtlich abzuweichen pflegt. Auf wichtige, noch laufende Untersuchungen in den Laboratorien der großen photographischen Firmen, so unter anderen der Agfa und der Eastman Kodak Co., sei besonders hingewiesen[9]. Die Empfindlichkeitswerte einer Anzahl von Platten

[1] Z.B. W. GLEISSBERG, A N 249, S. 373 (1933). Daselbst Literatur.
[2] Z f Ap 2, S. 95 (1931).
[3] Vgl. hierselbst Kapitel „Die Temperaturen der Fixsterne", Nachtrag, Ziff. 19, 20 und 27.
[4] M N 94, S. 642 (1934). [5] Ap J 79, S. 280 (1934). [6] Lick Bull 12, S. 104 (1926).
[7] Lick Bull 16, S. 159 (1934). [8] Vgl. R. WILDT, Photogr Korr 69, Nr. 6 (1933).
[9] Vgl. Arbeiten im J Opt Soc Amer. Ferner: Monographs on the Theory of Photography from the Kodak Research Laboratories. New York: Rochester 1921 ff; Veröffentlichungen der wissenschaftlichen Zentrallaboratorien der photographischen Abteilung, Agfa. Leipzig: Hirzel 1930 ff.

gibt nach eigenen Untersuchungen J. STOBBE[1]; da sie für alle Arten von Farbenindexbestimmungen wichtig sind, geben wir hier in Abb. 4 und 5 einige Resultate wieder. Besonders hingewiesen sei in diesem Zusammenhang noch auf eine Untersuchung von U. SCHMIESCHECK[2], der eine beträchtliche Anzahl handelsüblicher Platten in ähnlicher Weise untersucht hat und Gradienten und Farbenempfindlichkeiten mitteilt, Werte, denen allerdings zunächst nur ein allgemein orientierender Charakter zukommt. Von den speziell in amerikanischen Arbeiten viel verwandten Eastman-Emulsionen reproduzieren wir hier ebenfalls einige relative Empfindlichkeiten (Abb. 6). Der photographischen Industrie ist es in den letzten Jahren gelungen, Emulsionen mit speziellen Empfindlichkeitsbereichen in praktisch allen erwünschten Wellenlängengebieten herzustellen. Wir reproduzieren hier als Beispiel eine entsprechende Zusammenstellung der Eastman Kodak Comp.[3] (Abb. 7); in ähnlicher Weise werden Spezialemulsionen heutzutage von den meisten größeren photographischen Firmen, in Deutschland speziell auch von der Agfa[4], hergestellt.

Abb. 4. Relative Empfindlichkeiten einiger photographischer Platten: *A* Imperial 1200; *B* Agfa Astro; *C* Agfa Isochrom; *D* Voigtländer Illustra; *E* Eisenberger Ultra Rapid; *F* Kranseder Reform; *G* Agfa Aerochrom; *H* Herzog Ortho-Isodux; *J* Matter Ultra Rapid. [Nach A N 251, S. 65 (1933).]

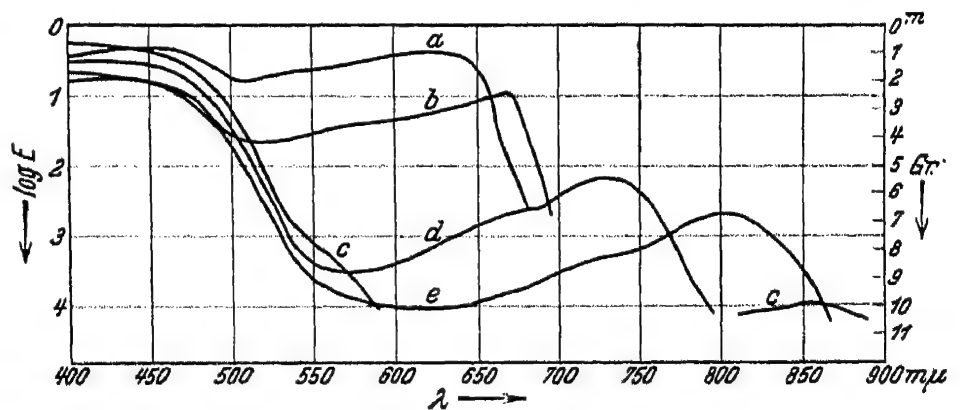



Abb. 5. Relative Empfindlichkeiten einiger photographischer Platten: *a* Agfa Pan 1494; *b* Agfa Superpan; *c* Agfa Infrarot 855; *d* Agfa Infrarot Rapid 730; *e* Agfa Infrarot Rapid 810. [Nach A N 251, S. 65 (1933).]

Ganz ähnlich ist auch die optische Industrie in der Lage, spezielle Glasfilter für fast beliebige Wellenlängengebiete zu liefern, die in Verbindung mit einer geeigneten Platte erlauben, sich praktisch jeder beliebigen speziellen Aufgabe bei der Bestimmung von Farbenindizes anzupassen. Ausführliche derartige Filterkataloge sind veröffentlicht u. a. von dem Jenaer Glaswerk Schott und Gen.[5]. In amerikanischen Arbeiten werden in der Regel die bewährten Wratten-Filter verwandt.

Über die immer mehr zur Anwendung gelangenden Neutralfilter aus aufgestäubtem Platin berichtet u. a. H. KIENLE[6].

[1] A N 251, S. 65 (1933); auch M. BILTZ, Phys Z 34, S. 200 (1933); J. EGGERT, Z f techn Phys 14, S. 177 (1933).
[2] Jahresber d Abt f Luftbildwesen d D V L. Berlin 1930, S. 509.
[3] Eastman Kodak Company, Photographic Plates for Use in Spectroscopy and Astronomy. Rochester-New York 1933.
[4] H. K. WEICHMANN, Z f wiss Photogr 34, S. 136 (1935).
[5] Jenaer Farb- und Filtergläser. Jena: Jenaer Glaswerk, Schott u. Gen.
[6] Z f Ap 4, S. 282 (1932).

Für eine sorgsame Reduktion und Auswertung von Farbenindexbestimmungen ist schließlich auch die Kenntnis der Durchlässigkeit der jeweils benutzten optischen Systeme von Wichtigkeit. Im Einzelfalle wird häufig eine besondere Untersuchung nötig sein. In der Literatur sind solche Durchlässigkeitswerte nur sehr selten veröffentlicht worden. Man wird sich häufig darauf beschränken müssen, allgemeine Durchschnittswerte anzunehmen. Alles erreichbare Material ist hierfür gesammelt und zusammengestellt in den Glastechnischen Tabellen[1].

Abb. 6. Relative Empfindlichkeiten einiger Eastman-Platten: *a* Eastman 50; *b* Eastman 40 (ähnlich früherer Seed 27); *c* Eastman 33; *d* Eastman Process. (Nach Veröff Eastman Kodak Comp 1933.)

Bei der Verwendung von Reflexionsspiegeln ist insbesondere die selektive Absorption der Reflexionsschicht zu berücksichtigen. Die bisher üblichen Silberspiegel zeigen schon bald nach dem Versilbern eine merkliche Veränderung und ein allmähliches Absinken ihres Reflexionsvermögens, dessen Rückgang 20 und mehr Prozent erreichen kann. Die schon seit einiger Zeit von Dr. HOCHHEIM in den Laboratorien der I. G. Farbenindustrie in Ludwigshafen hergestellten und ähnlich neuerdings auch in Amerika verwandten außerordentlich haltbaren Reflexionsschichten aus einer im Hochvakuum aufgebrachten Aluminiumlegierung an Stelle der bisher üblichen Silberbelegung haben ein außerordentlich hohes und vom Rot bis ins Ultraviolett sehr gleichmäßiges Reflexionsvermögen[2]. Abb. 8 zeigt einige durchschnittliche Reflexionsvermögen[3] im Vergleich zum menschlichen Auge, zur photographischen Platte und zur atmosphärischen Durchlässigkeit.

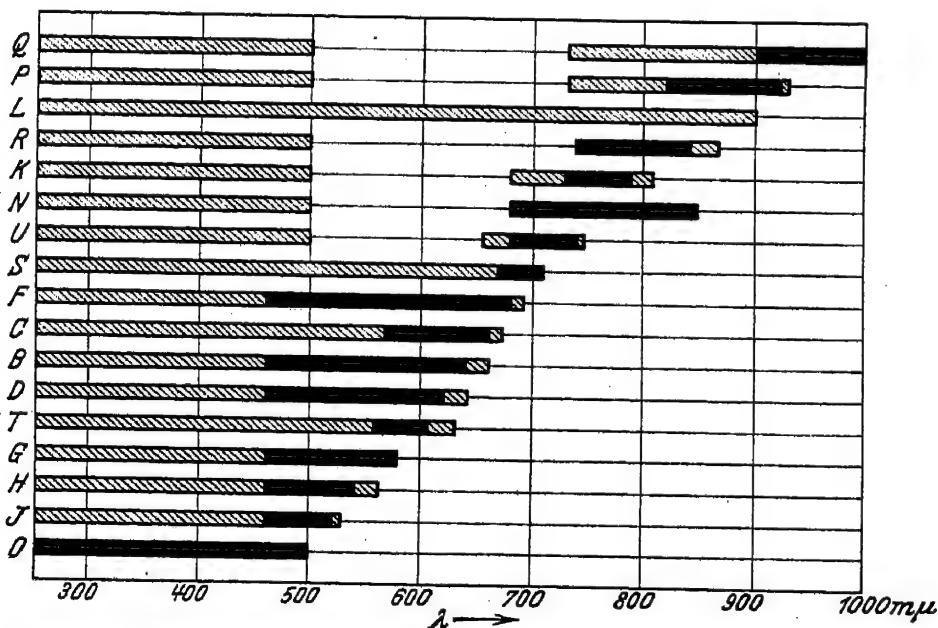



Abb. 7. Empfindlichkeitsbereiche einiger Eastman-Platten. Spezielle Empfindlichkeit voll geschwärzt. (Nach Veröff Eastman Kodak Comp 1933.)

[1] W. EITEL, M. PIRANI u. K. SCHEEL, Glastechnische Tabellen. Berlin: Julius Springer 1932.

[2] J. STRONG, E. PETTIT u. W. H. WRIGHT, Publ A S P 46, S. 18, 27, 32 (1934); M. L. HUMASON, Publ A S P 47, S. 81 (1935).

[3] Nach E. PETTIT, Publ A S P 46, S. 27 (1934); R. C. WILLIAMS u. G. S. SABINE, Ap J 77, S. 316 (1933); E. HAGEN u. H. RUBENS, Ann d Phys 1900ff.

Noch in voller technischer Entwicklung begriffen ist das Gebiet der Photozellen, von denen nach bevorstehender Vervollkommnung auch die beobachtende Astrophysik noch viel erwarten darf. Die Verwendung lichtelektrischer Methoden hat schon in den letzten Jahren beträchtlich Eingang in die Astronomie gefunden[1].

Es scheint, daß die Verwendung der sog. Widerstandszellen[2] (Selen, Thallium), deren maximale Empfindlichkeiten weit im Roten oder Ultraroten liegen, aus mancherlei Gründen, unter denen Trägheit, Ermüdungserscheinungen und Temperaturempfindlichkeit erwähnt werden mögen, für die Astrophysik keine größere Bedeutung erlangen wird.

Technische Entwicklung hat insbesondere in letzter Zeit die sog. Sperrschichtphotozelle erfahren, wobei im allgemeinen eine wenige μ dicke Kupferoxydulschicht auf die Kupferoberfläche aufgetragen ist. Der theoretische Wirkungsgrad ist außerordentlich günstig, da bereits wenige Lichtquanten ein Elektron auszulösen vermögen. Die Zelle ist im übrigen ebenfalls temperaturempfindlich, und da sie mit sehr kleinem Außenwiderstand betrieben werden muß und sehr große Kapazität besitzt, ist eine brauchbare Verstärkung des Photostromes nicht gut möglich.

Abb. 8. Einige Reflexionsvermögen im Vergleich mit der Empfindlichkeit des menschlichen Auges, mit der photographischen Platte und der atmosphärischen Durchlässigkeit: *A* Aluminium; *B* Legierung BRANDES-SCHÜNEMANN; *C* Chrom; *S* Silber, chemisch niedergeschlagen, ganz frisch, sinkt im praktischen astronomischen Gebrauch bald beträchtlich ab; *E* Empfindlichkeit der Platte Eastman 40; *F* Empfindlichkeit des Auges; *G* Durchlässigkeit der Atmosphäre über dem Mt. Wilson. [Nach Publ A S P 46, S. 27 (1934).]

Am erfolgreichsten dürften sich nach wie vor die gasgefüllten Photozellen erweisen, die mit ihrer ausgesprochenen spektralen Empfindlichkeitsverteilung sich bei der Verwendung mit geeigneten Filtern für die Bestimmung von Farbenindizes bestens eignen. Die Entwicklung derartiger Zellen ist noch in vollem Fluß[3]. Photozellen geben bisher in der astronomischen Photometrie die genauesten Resultate. Die Proportionalität zwischen Lichtintensität und Photostrom ist in den hier praktisch benutzten Bereichen ausgezeichnet[4]. Erwünscht wäre nur eine noch weiter gesteigerte Empfindlichkeit der Zellen. Die absolute lichtelektrische Ausbeute für einige Kathoden wurde u. a. von W. KLUGE[5] gemessen, wie unsere

[1] P. GUTHNICK, Die Sterne 1933, S. 2; E. J. MEYER, Z f Instrk 55, S. 111 (1935).
[2] W. E. BERNHEIMER, V J S 65, S. 255 (1930).
[3] Vgl. u. a. Arbeiten im J Opt Soc Amer; auch K. O. KIEPENHEUER, Die Sterne 1934, S. 81; R. FLEISCHER u. H. TEICHMANN, Die lichtelektrische Zelle. Dresden-Leipzig 1932.
[4] H. SCHNELLER, Z f Ap 8, S. 82, 85 (1934).
[5] Phys Z 34, S. 115 (1933).

Abb. 9 zeigt. Ausgesprochene selektive Maxima sind nunmehr schon für eine ganze Reihe von Kathodenmaterialien bekannt. Wir geben hier die folgenden wichtigen Näherungswerte:

Li	λ 2800	Ba. . . .	λ 3800	K-Cs. . .	λ 4500
Na . . .	3400	K-Hg_2 . .	3800	Rb . . .	4800
Ca. . . .	3500	K-Na . .	3900	Cs. . . .	5300
Sr	3600	K	4360		

Außerdem sind Verfahren zur Herbeiführung verschiedenartigster selektiver Photoeffekte bekannt[1], wodurch Maxima der Empfindlichkeit weit im Rot und Ultrarot erzeugt werden können, wie z. B. bei der ultrarot sensibilisierten Zäsiumzelle[2]. Das Kathodenmaterial baut sich in diesem Falle auf aus Ag als Trägermetall, aus einer Zwischenschicht aus Cs_2O und aus der darauf adsorbierten äußerst dünnen Cs-Schicht.

Der Dunkelstrom und kleine Schwankungen zufälliger Art erschweren die Messungen mit Photozellen bei sehr geringen Lichtintensitäten, wie dies bei der Sternphotometrie fast stets der Fall ist. Man hat dem mit starker Unterkühlung der Zellen entgegenzuarbeiten versucht[3]. J. S. Hall[4] hat ein Sternphotometer mit Zäsiumoxydzelle verwandt, das zur Bekämpfung des Dunkelstromes mit flüssiger Luft oder CO_2 gekühlt wurde und dessen maximale spektrale Empfindlichkeit im Ultraroten bei λ 8000 liegt. Überhaupt ist das Konstanthalten der Temperatur bei Photozellen, deren Empfindlichkeit aufs höchste ausgenutzt werden soll, auch ohne spezielle Kühlung, wichtig.

Abb. 9. Absolute lichtelektrische Ausbeute einiger Alkalien. [Nach Phys Z 34, S. 115 (1933).]

Über die als unliebsame Störungen auftretenden Ermüdungs- und Erholungserscheinungen hat neuerdings H. Janssen[5] gearbeitet. Formeln und Daten für die Berücksichtigung der atmosphärischen Dispersion in der photoelektrischen Photometrie gibt W. M. Smart[6].

Größere Meßreihen von lichtelektrischen Farbenindizes mit Hilfe von Filtern liegen vor von C. T. Elvey[7], der auch am Zodiakallichte Farbenbestimmungen vornahm, sowie in der großen Reihe der von W. Becker[8] veröffentlichten Babelsberger Farbenindizes. Photoelektrische Farbwerte von zahlreichen Sternen früher Spektraltypen im Cepheus wurden auch von C. T. Elvey und T. G. Mehlin[9] veröffentlicht.

Hingewiesen sei in diesem Zusammenhang noch kurz auf die aussichtsreiche Methode der Lichtmessung nach dem Prinzip des Geiger-Müllerschen Licht-

[1] W. Kluge, Phys Z 34, S. 115 (1933).
[2] W. Kluge, Z f wiss Photogr 32, S. 142 (1933).
[3] F. Löhle, Z f Phys 54, S. 137 (1929); R. Suhrmann u. H. Theissing, Z f techn Phys 14, S. 154 (1933); F. Löhle, Z f Ap 6, S. 293 (1933).
[4] Wash Nat Ac Proc 18, S. 365 (1932); Ap J 79, S. 145 (1934).
[5] Z f Ap 7, S. 249 (1933); vgl. aber 8, S. 82 u. 85 (1935).
[6] M N 94, S. 115 (1934); S. 839 (1934).
[7] Ap J 74, S. 298 (1931); 80, S. 61 (1934).
[8] Z f Ap 5, S. 101 (1932); Berlin-Babelsberg Veröff 10, Heft 3 (1933).
[9] Ap J 74, S. 298 (1931); 75, S. 353 (1932); auch J. Stebbins, Ap J 74, S. 289 (1931); J. Stebbins u. C. M. Huffer, Publ Washburn Obs 15, S. 5 (1934); Wash Nat Ac Proc 19, S. 597 (1933).

zählers. Im Zählrohr kommt tatsächlich jedes einzelne ausgelöste Photoelektron zur Registrierung, während bei der Photozelle ebenso wie bei der photographischen Platte erst eine beträchtliche Summation eintreten muß. Die Empfindlichkeit (Quantenausbeute) übertrifft darum erheblich jede andere bekannte Anordnung, ganz besonders im Ultraviolett[1]. Praktische astrophysikalische Anwendung hat der Lichtzähler bereits bei Messungen der U.V.-Strahlung im Sonnenspektrum gefunden[2]. Für seine erfolgreiche Anwendung in der beobachtenden Astrophysik in größerem Umfange ist allerdings noch mancherlei technische Entwicklungsarbeit zu leisten.

Auf eine mögliche Fehlerquelle bei der Bestimmung von Farbenindizes beliebiger Art ist neuerdings öfter hingewiesen worden, ohne daß bis jetzt hierin eine endgültige Klärung erfolgen konnte. E. T. R. WILLIAMS[3] maß den kontinuierlichen Untergrund in Sternspektren an verschiedenen Stellen und glaubt eine jahreszeitliche Schwankung der Farbenindizes in dem Sinne gefunden zu haben, daß in den Monaten Juli bis August eine etwas stärkere Rötung der Farben einzusetzen scheint. Einen ähnlichen Verdacht auf gewisse jahreszeitliche Schwankungen äußert auch J. GREENSTEIN[4] auf Grund gewisser Widersprüche in verschiedenen Farbkatalogen sowie H. SCHNELLER[5] aus der Farbengleichung zwischen Messungen von ZINNER und HERTZSPRUNG.

7. Farbengleichungen. WILSINGS Rotkeilmethode. Nachdem es zunächst J. WILSING nicht gelungen war, ein geeignetes Blaufilter zu finden, um im Kolorimeter die Lampenstrahlung der Vergleichslichtquelle künstlich dem zu beobachtenden Sterne anzugleichen, beschrieb, nachdem schon frühere Arbeiten in dieser Richtung vorlagen[6], neuerdings K. GRAFF[7] ein Kolorimeter mit einem speziell kombinierten Blau-Rot-Doppelkeil, der mit der Vergleichslichtquelle weitgehend alle am Himmel vorkommenden Färbungen und nur diese herzustellen gestattet und sich gut bewährt hat. J. HOPMANN[8] hat ebenfalls ein Photometer konstruiert, das unter sorgsamer Berücksichtigung der spektralen Empfindlichkeitsfunktion mit geeigneten Filterkeilen als Kolorimeter verwendbar ist.

8. Farbenkataloge. Ohne Vollständigkeit zu beanspruchen, mögen hier noch folgende größere Reihen von Bestimmungen von Farbenäquivalenten angeführt werden:

Determinations of Effective Wavelengths of Stars made at the Royal Observatory, Greenwich 1920—1925. London 1926.

H. SHAPLEY u. M. L. WALTON, Spectra and Colour Indices at the North Galactic Pole. Harv Bull 859 (1928).

E. S. KING, Photovisual Magnitudes of Southern Stars. Harv Ann 85, Nr. 10 (1929).

H. ALDEN u. P. VAN DE KAMP, Photovisual Magnitudes for the Selected Areas at $\delta + 75°$. Publ Groningen Nr. 44 (1929).

E. S. KING u. R. L. INGALLS, Red Magnitudes of Bright Stars. Harv Ann 85, S. 191 (1930).

L. T. SLOCUM, A Study of Colour Indices of Faint Stars in five Selected Areas in the Milky Way. Lick Bull 15, S. 123 (1931).

---

[1] K. H. KREUCHEN, Z f Phys 94, S. 549 (1935). Daselbst Literatur.
[2] E. MEYER, M. SCHEIN u. B. STOLL, Nature 134, S. 535 (1934).
[3] Harv Circ 348 (1929). [4] Harv Bull 876 (1930). [5] A N 249, S. 243 (1933).
[6] B. FESSENKOFF, R A J 4, S. 169 (1927); A N 236, S. 297 (1929).
[7] Mitt Wiener Sternw Nr. 1, S. 42 (1931).
[8] Veröff Univ-Sternw Leipzig Heft 3 (1931) = Abh Sächs Akad Math Phys Klasse 42 (1931).

K. Graff, Kolorimetrische Durchmusterung der Sterne bis 5^m zwischen dem Nordpol und 40° nördlicher Deklination. Mitt Sternw Wien 3, S. 117 (1933).

F. W. Wright, Photovisual Sequences for Series VIII of the Atlas Stellarum Variabilium. Harv Bull 892 (1933).

J. Armeanca, Photographische und photovisuelle Helligkeiten von polnahen Sternen. Z f Ap 7, S. 78 (1933) = Veröff Sternw Göttingen Nr. 35 (1933).

W. Führer, Farbenäquivalente von 51 polnahen Sternen. A N 248, S. 17 (1933) = Publ Sternw Kiel Nr. 19 (1933).

W. Becker, Lichtelektrische Farbenindizes von 738 Sternen. Berlin-Babelsberg Veröff 10, S. 3 (1933).

E. T. R. Williams, A Study of the Color Indices of 535 Faint Stars of Known Spectra in Low Galactic Latitudes. Ap J 79, S. 395 (1933).

J. S. Hall, Photo-electric Photometry in the Infra Red with the Loomis-Telescope. Ap J 79, S. 145 (1934).

W. Becker, Rothelligkeiten von 190 Sternen. Z f Ap 9, S. 79 (1934).

Å. Wallenquist, Colorimetric Investigations of Bright Southern Stars. Ann Sternw Lembang 5, S. 4 (1935).

c) Beziehungen der Farbenäquivalente zu anderen Größen.

9. Die Beziehung zu Temperatur und Spektrum. Daß die Farbenindizes im allgemeinen nicht ohne weiteres eindeutige lineare Beziehungen zu anderen Parametern, wie Temperatur oder Spektraltypus, zu haben brauchen, ist auf Grund ihrer Entstehungsgeschichte ohne weiteres verständlich. Es ist vielmehr für jedes System von Farbenindizes eine diesbezügliche besondere Untersuchung nötig. Bei der Besprechung der Methode der λ_{eff} wurde schon darauf eingegangen. Allgemeine theoretische Überlegungen, wie sie sich u. a. in Arbeiten von G. Tiercy und P. Rossier[1] finden, führen in allgemein praktischen Fällen in der Regel nicht weiter. Farbenindexsysteme der letzten Zeit sind mehrfach schon in dieser Richtung diskutiert worden, so u. a. von E. Öpik[2], der Beziehungen zwischen Farbe, absoluter Helligkeit und Spektrum untersucht. Zwischen den Typen B8 bis F8 genügt der Farbenindex allein zur Ableitung der absoluten Größe nicht mehr. Auch W. Becker[3] und W. E. Bernheimer[4] konnten Beiträge liefern für die Beziehung zwischen Farbenindex und Spektraltypus.

Allgemein steht der Farbenindex einem guten Temperaturäquivalent[5] sehr nahe, daneben gehen aber auch ein bei B-Sternen die selektive Absorption, bei den Typen A und F die Wasserstoffabsorption, bei den weiteren Typen die Linien- und schließlich bei den K- und M-Sternen immer stärker die Bandenabsorption[6]. Farbenindizes vom Ultravioletten bis Ultraroten zur Ableitung von absoluten Helligkeiten bestimmte auch W. Collmann[7] mit ausdrücklicher Berücksichtigung der hierfür wichtigen Zyanbande[8] bei λ 3883, konnte aber nicht über die Resultate von Öpik[9] hinauskommen. Auch von Y. Öhman[10] liegen Arbeiten in ähnlicher Richtung vor.

Die Frage des Zusammenhanges der blauen Farbenindizes mit den absoluten Helligkeiten ist wohl im wesentlichen geklärt[11]. Die absolut hellen B- und A-Sterne

[1] In mehreren Publ Obs Genf.

[2] Publ Obs Astr Tartu (Dorpat) 27, Nr. 1 (1929); Harv Circ 359 (1931); J. Balanowsky u. V. Hase, Bull Inst Astr Leningrad 18, S. 215 (1927).

[3] Z f Ap 7 S. 281 (1933).

[4] Z f Ap 9, S. 123 (1934).

[5] Unter anderem A. Brill, Z f Ap 6, S. 213 (1933); 7, S. 58 (1933).

[6] C. J. Anger, Harv Bull Nr. 882 (1933).

[7] Z f Ap 9, S. 185 (1934).

[8] N. W. Storer, Lick Bull 14, S. 41 (1929).

[9] Publ Obs Astr Tartu 24 (1925).

[10] Ap J 80, S. 171 (1934).

[11] B. Sticker, Veröff Univ-Sternw Bonn 23 (1930); W. Becker, Z f Ap 5, S. 101 (1932).

sind weißer als die schwächeren; umgekehrt geht der Effekt in den Klassen G, K und M, wogegen F als offenbare Übergangsklasse keinen oder fast keinen Effekt zeigt. Extreme Gelbfärbung zeigen die c-Typen (Übergiganten) in den früheren und späteren Spektralklassen. Die infraroten Farbenindizes scheinen den Leuchtkrafteffekt weniger deutlich zu zeigen[1]. Das Problem der gelben B-Sterne ist noch nicht geklärt[2]. Ihre Farbtemperatur liegt im Widerspruch zu ihrem Spektralcharakter anomal tief; die verschiedenen möglichen Ursachen stehen noch zur Diskussion[3].

Untersuchungen über Beziehungen zwischen Farbenexzeß und interstellarer Kalziumabsorption stammen neuerdings von E. G. WILLIAMS[4].

Auf ein merkwürdiges statistisches Verhalten der Farbenindizes hat erneut B. STICKER[5] hingewiesen, nachdem schon vorher eine Arbeit in dieser Richtung von J. K. E. HALM[6] vorlag. Die Analyse der Farbenhäufigkeitsfunktion der Sterne nach einer von DOETSCH angegebenen Methode läßt die Existenz von sechs bevorzugten (typischen) Farbwerten, also wohl auch Temperaturwerten, vermuten. In diese sechs Gruppen lassen sich danach die bisher beobachteten Farben aller Sterne mit befriedigender mathematischer Vollständigkeit gruppieren. In der Folge ist diese interessante kosmologische Erscheinung mehrfach diskutiert worden, ohne bisher eine endgültige Klärung gefunden zu haben[7].

---

[1] J. S. HALL, Ap J 79, S. 145 (1934).
[2] Vgl. hierselbst Kapitel „Temperaturen der Fixsterne" Nachtrag, Ziff. 27 und 28.
[3] B. GERASIMOVIČ, Z f Ap 4, S. 265 (1932); E. ÖPIK, Harv Circ 359 (1931); W. BECKER, Z f Ap 9, S. 79 (1934); O. STRUVE, P. C. KEENAN u. J. A. HYNEK, Ap J 79, S. 1 (1934).
[4] Ap J 79, S. 280 (1934).
[5] Veröff Univ-Sternw Bonn Nr. 23 (1930); Z f Ap 1, S. 174 (1930).
[6] Cape Zone Catalogue. London 1927.
[7] H. KIENLE, Z f Ap 3, S. 1 (1931); B. STICKER, Z f Ap 4, S. 53 (1931); E. ÖPIK, Harv Bull 885 (1931).

Band II.

Kapitel 4.

Lichtelektrische Photometrie.

Von

H. Rosenberg-Kiel.

Mit 3 Abbildungen.

a) Allgemeines.

5. Farbenempfindlichkeit. Die höchste Rotempfindlichkeit der Alkalimetalle weist der selektive Photoeffekt des Zäsiums auf. Da der Schmelzpunkt dieses Elementes sehr niedrig liegt (+26,5° C), so daß es bereits bei normalen Sommertemperaturen zu schmelzen pflegt, fand es zunächst wenig praktische Verwendung in Photozellen, und erst in neuerer Zeit scheint es gelungen zu sein, durch Aufdampfen von Cs-Verbindungen (CsO) auf Silber stabilere Zäsiumphotozellen herzustellen. Die Empfindlichkeit des selektiven Photoeffekts an einer derartigen Zäsiumzelle, verglichen mit derjenigen einer hydrierten Kaliumzelle, ist aus der Abb. 1 ersichtlich.

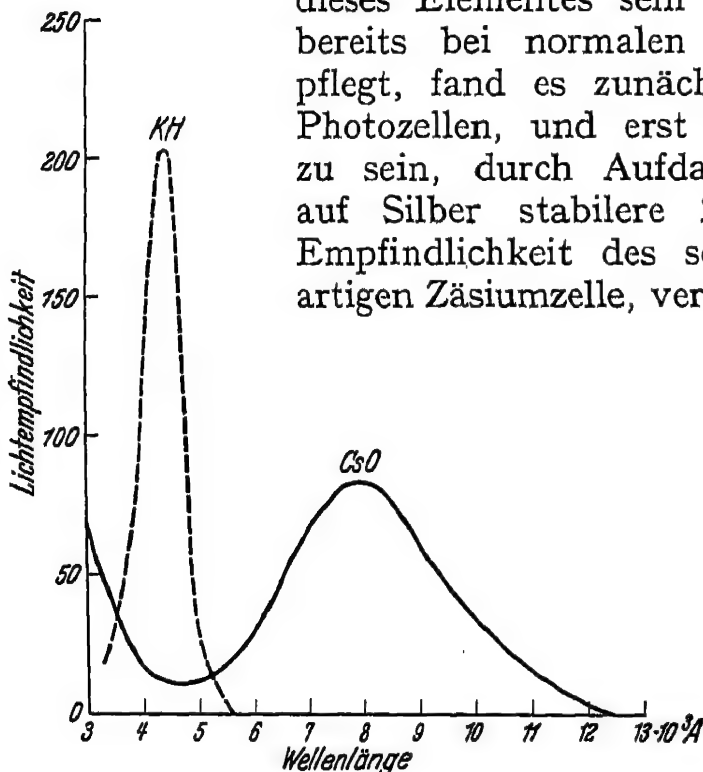



Abb. 1. Farbenempfindlichkeit einer CsO-Zelle und einer KH-Zelle. (Aus Ap J 79, S. 150, Abb. 2.)

CsO zeigt eine Empfindlichkeit zwischen $\lambda = 4500$ und 12500 A mit einem Maximum bei etwa 7800 A; bei Wellen unter 4000 A setzt dann der normale Photoeffekt ein, der mit steigender Frequenz wächst. Durch Verwendung geeigneter Rotfilter sind daher diese Zellen zur Messung der Rot- und Infrarotintensitäten von Sternen besonders brauchbar.

b) Konstruktion und Eigenschaften der Photozellen.

9. Fehlerquellen der alkalischen Photozellen. Selbständige Elektronenemission. Zäsiumzellen besitzen eine augenscheinlich nur diesem Metall eigentümliche Störungsquelle, welche Messungen schwacher Lichteindrücke erschwert. John S. Hall verwandte zur Messung von Infrarotintensitäten von Sternen in Verbindung mit dem Loomis-Teleskop des Yale Observatory[1] eine CsO-Zelle des Bell Telephone Laboratory in Newyork. Alle untersuchten Zellen dieser Art zeigten einen ungewöhnlich starken Dunkelstrom, der auch bei bester Isolierung

[1] Ap J 79, S. 145 (1934).

der Elektroden von den Zellenwänden und bei Anwendung von Schutzringen nicht zum Verschwinden zu bringen war. Eingehende Untersuchungen ergaben als Ursache diese Stromes eine eigene kräftige Elektronenemission des Zäsiums bei Zimmertemperatur (thermionic emission). Durch Einschließen der Zelle in ein DEWARsches Gefäß und Abkühlung auf — 40° C mit Hilfe von fester Kohlensäure gelang es, den Dunkelstrom auf $<10^{-15}$ Amp. herabzudrücken, einen Betrag, der bei der Messung von Sternhelligkeiten nicht mehr störte. In Verbindung mit dem Rotfilter Nr. 87 von WRATTEN und WAINWRIGHT, das alle Wellenlängen <8000 A scharf abschneidet, ergab die Zelle für einen K0-Stern einen Farbenindex von —1,4 Größenklassen gegen die optischen Helligkeiten.

Es wurden mit diesem Instrument bisher Helligkeiten von 11 Plejadensternen zwischen $2^m,96$ und $6^m,46$ gemessen, ferner eine vollständige Reihe des Lichtwechsels von ζ Geminorum und Infrarotintensitäten (Farbenindizes) für alle Sterne des nördlichen Himmels (347) heller als $4^m,4$ mit Ausnahme von Polaris. Die Messungen erfolgten nach der Auflademethode (vgl. c, 13, δ) mit Hilfe eines LINDEMANN-Elektrometers. Der mittlere zufällige Fehler einer Sternhelligkeit beträgt $\pm 0^m,007$.

12a. Sperrschichtphotozellen. Seit dem Erscheinen des Bd. II/1 dieses Handbuches ist ein neuer photoelektrischer Effekt entdeckt bzw. wiederentdeckt worden, der „Sperrschichtphotoeffekt", der von dem „äußeren Photoeffekt" in den alkalischen Photozellen und von dem „inneren Photoeffekt" (Widerstandsänderung) in den Selenzellen grundsätzlich verschieden ist und in der Photometrie bereits weitgehend Verwendung gefunden hat.

Schon 1876 wurde von W. G. ADAMS und R. E. DAY[1] an einer bestimmten Art von Selenzellen das Auftreten einer selbständigen elektromotorischen Kraft unter Einwirkung des Lichtes festgestellt; eine entsprechende Erscheinung wurde von G. F. FRITTS beobachtet, als er mit der Prüfung einiger tausend derartiger Zellen beschäftigt war, doch zeigte sich der Effekt nur an einer einzigen Zelle. Obgleich WERNER v. SIEMENS die Bedeutung dieser vereinzelten Beobachtungen bereits klar erkannt hatte[2], scheinen sie mit der Zeit völlig in Vergessenheit geraten zu sein.

So konnte im Jahre 1930 B. LANGE[3] die Beobachtung des gleichen Phänomens als Neuentdeckung publizieren; gleichzeitig gab er die Konstruktion einer auf diesem Prinzip beruhenden Kupfer-Kupferoxydul-Photozelle an, welche praktisch brauchbare Resultate lieferte. Um die gleiche Zeit scheint in dem Forschungslaboratorium des Siemenskonzerns unter Leitung von SCHOTTKY an dem gleichen Problem gearbeitet worden zu sein; denn kurz nach der soeben erwähnten Veröffentlichung von LANGE erfolgte im gleichen Jahre eine erste Mitteilung[4] sowie weitere Arbeiten[5], die sich mit der Entstehung des Photoeffektes in derartigen Zellen beschäftigen und die Bedeutung der „Grenzschichten", wie sie zwischen kristallinischen Stoffen aufzutreten pflegen, als Vorbedingung für das Zustandekommen des neuen Photoeffektes klar erkennen lassen. Es ist seltsam, daß diese Erkenntnis nicht schon früher erfolgt ist; denn aus dem Jahre 1926 liegt bereits eine Patentanmeldung der Westinghouse Brake Comp.[6] vor, in der eine Anordnung beschrieben wird, die sich von der LANGEschen Photozelle nur in ihrer Ausführung, nicht aber grundsätzlich unterscheidet.

Die erste LANGEsche Zelle besteht aus einer Kupferplatte mit aufgewachsener Oxydulschicht, wie sie in den bekannten Trockengleichrichtern Verwendung findet;

[1] Proc Roy Soc London 25, S. 113 (1877).
[2] Berl Sitzber 1885, S. 147.
[3] Phys Z 31, S. 139 (1930).
[4] Naturwiss 18, S. 735 (1930).
[5] Phys Z 31, S. 916 (1930) — Z f techn Phys 11, S. 458 (1930).
[6] Brit Patent 277610 USA vom 14. IX. 1926.

auf die Oxydulschicht ist als Gegenelektrode eine dünne durchsichtige Metallschicht aufgedampft. Verbindet man das Mutterkupfer mit der Gegenelektrode, so fließt bei Belichtung der Zelle durch die Gegenelektrode hindurch in dem Leiter ein Strom, der Photostrom.

Über den Ort der Entstehung der Photoelektronen gingen die Meinungen zunächst auseinander. LANGE nimmt an, daß die Elektronen der Gegenelektrode entstammen und eine relativ geringe Austrittsarbeit zu leisten haben, um in den Halbleiter (Cu_2O) einzutreten. Gegen diese Deutung spricht von vornherein die spektrale Empfindlichkeit dieser Art von Zellen, deren Maximum im langwelligen Teile liegt (Grenzwellenlänge etwa bei 14000 A), während sie gegen das kurzwellige Ende hin schnell abnimmt und auf Strahlen kürzer als etwa 4500 A nicht mehr reagiert. SCHOTTKY kommt auf Grund einer großen Anzahl von Versuchen zu der Ansicht, daß die Photoelektronen aus dem Kupferoxydul stammen, und zwar in der Nachbarschaft der Grenzschicht gegen das Mutterkupfer erzeugt werden. Das Experimentum crucis ist verhältnismäßig einfach anzustellen und absolut überzeugend: Erteilt man der Gegenelektrode die Form eines schmalen, scharf begrenzten Streifens und bildet die erregende Lichtquelle ebenfalls in Form eines schmalen, scharf begrenzten Lichtstreifens von den gleichen Dimensionen auf der Oberfläche der Zelle ab, so ist die Größe des Photostromes eine Funktion des Abstandes des Lichtfleckes von der Gegenelektrode; der Strom ist am stärksten, wenn der Lichtfleck auf eine Stelle des Kupferoxyduls dicht neben der Gegenelektrode fällt und geht sofort zurück, wenn man den Lichtfleck auf die Gegenelektrode selbst richtet. Das Maß der Abschwächung hängt von dem Grade der Lichtabsorption in der Gegenelektrode ab. Bei wachsender Entfernung des Lichtfleckes von den Grenzen der Gegenelektrode nimmt der Photostrom nach einem Exponentialgesetz ab, wie sich auf Grund des wachsenden elektrischen Widerstandes an der Oberfläche der Oxydulschicht zwischen Lichtfleck und Gegenelektrode erwarten läßt.

Abb. 2. Schematischer Aufbau und äußerer Stromkreis der Sperrschichtzelle.

Von maßgebender Bedeutung für das Zustandekommen des Photostromes im äußeren Leiter ist das Vorhandensein einer sperrenden Schicht zwischen Mutterkupfer und Kupferoxydul, auf der auch die Unipolarität der Trockengleichrichter beruht. Die nebenstehende Abb. 2 zeigt schematisch den Aufbau und den äußeren Stromkreis einer solchen Sperrschichtzelle.

Das auffallende Licht löst Elektronen in der Cu_2O-Schicht aus. Für das Zustandekommen des Photostromes in dem äußeren Leiter kommen nur diejenigen Elektronen in Frage, die in das Kupfer gelangen; die in der Oxydulschicht selbst absorbierten Elektronen bleiben daher außer Betracht. Um in die Substanz, in der sie ausgelöst sind, zurückzugelangen, stehen den Elektronen zwei Wege zur Verfügung. Einmal können sie von dem Oxydul über die Gegenelektrode, den äußeren Stromkreis und das Mutterkupfer über die Sperrschicht, die nur in der umgekehrten Richtung (Cu_2O—Cu) sperrend wirkt, wieder in die Oxydulschicht gelangen; oder sie gehen — nach Überwindung des Sperrwiderstandes — den umgekehrten Weg direkt in das Mutterkupfer. Welchen Weg die Elektronen wählen werden, hängt von der Größe des Widerstandes im äußeren Stromkreis ab. Um die Elektronenausbeute im äußeren Kreise möglichst zu steigern, wird

man daher diesen Widerstand — Weg im Cu_2O, Weg an der Oberfläche der Oxydulschicht bis zur Gegenelektrode und Galvanometerwiderstand — möglichst klein halten müssen. Aus der Stromrichtung läßt sich schließen, daß der Strom im äußeren Kreis durch Elektronen erzeugt wird, deren kinetische Energie groß genug ist, um die sperrende Wirkung der Grenzschicht zu überwinden; der Strom fließt daher in der Richtung des Pfeiles in Abb. 2.

Wir haben bisher vorausgesetzt, daß sich die sperrende Schicht zwischen Kupferoxydul und Mutterkupfer befindet. An diese Lage ist die Sperrschicht jedoch nicht gebunden. Wie aus Arbeiten im Forschungslaboratorium des Siemenskonzerns hervorgeht, tritt nämlich an der Grenze von massiven Kupferoxydulplatten gegen alle lose oder fest aufgebrachten Metalle ebenfalls eine Sperrwirkung auf, also auch an der Grenze zwischen Oxydul und Gegenkathode. Auf Grund dieser Beobachtung läßt sich eine weit günstigere Anordnung für die Konstruktion von Sperrschichtzellen angeben. Bei den bisherigen Betrachtungen mußte das Licht, um in die Nähe der Sperrschicht auf der Hinterwand des Kupferoxyduls zu gelangen, die ganze Oxydulschicht durchsetzen und erlitt dabei eine starke Absorption. Aus dieser Anschauung ergibt sich auch der Grund für die Rotempfindlichkeit dieser Art von Zellen. Kupferoxydul, in der Durchsicht intensiv rot gefärbt, filtert das auffallende Licht und läßt nur die langwelligen Strahlen in das Innere der Schicht eintreten, in welcher die Arbeit der Elektronenauslösung vor sich geht.

Wenn man dagegen die Sperrschicht nach der Vorderwand des unipolaren Halbleiters verlegt, so ergibt sich eine wesentlich günstigere Ausnutzung des Lichtes, welche die Stärke des Photostromes bis zu 1000% zu steigern gestattet, und das Maximum der Empfindlichkeit rückt nach den kürzeren Wellenlängen vor. Wir unterscheiden daher bei den Sperrschichtphotozellen Hinterwand- und Vorderwandeffekt. Die Stromrichtung der beiden Effekte ist selbstverständlich entgegengesetzt.

Die photoelektrische Wirkung ist nicht auf Cu_2O beschränkt, sondern findet sich auch bei anderen kristallinischen Halbleitern mit Grenzflächen gegen Metall, in besonders hohem Grade bei den Selensperrschichtzellen[1], deren Lichtempfindlichkeit diejenige der Cu_2O-Zellen erheblich übersteigt. Die hier gewöhnlich benutzte Kombination besteht aus einer Eisen-Selen-Verbindung auf Eisen (wie sie bei den Selentrockengleichrichtern der Süddeutschen Apparatefabrik in Nürnberg verwandt wird) und einer dünnen, durchsichtigen Silberschicht als Gegenelektrode.

Auch Lange[2] beschreibt eine neuere Konstruktion seiner Sperrschichtzelle, bei der eine Silber-Selen-Verbindung eine besondere Rolle spielt; die elektromotorische Kraft dieser Zelle soll 0,3 Volt pro Lux betragen, während eine Cu_2O-Vorderwandzelle nur $2,5 \cdot 10^{-5}$ Volt lieferte. Das Empfindlichkeitsmaximum ist nach der Seite der kürzeren Wellenlängen verschoben, die Grenzen der wirksamen Wellenlängen liegen bei 4000 und 8500 A. Die Lichtempfindlichkeit gegen noch kürzere Wellen scheint durch die relativ große elektrostatische Kapazität der Sperrschichtzellen aufgehoben zu werden. Die Selensperrschichtzellen sind durchweg Vorderwandzellen.

Es ist nicht schwer, sich eine brauchbare Sperrschichtphotozelle aus einer einem gewöhnlichen Trockengleichrichter entnommenen Cu_2O-Cu-Platte oder Selen-Eisen-Platte selbst herzustellen, da man zu diesem Zweck nur eine geeignete Gegenelektrode durch Aufdampfen oder durch Kathodenzerstäubung des gewünschten Metalles (Platin, Silber, Gold) oder durch Anpressen eines Gitternetzes auf die Oberfläche des Halbleiters aufzubringen hat. Da brauchbare Sperrschicht-

[1] Phys Z 32, S. 286 (1931).
[2] Science News Letter 19, S. 227 (235) (1931).

zellen der verschiedenen Arten heute bereits durch eine Reihe von Firmen in den Handel gebracht werden (Siemens & Halske A. G., Berlin; Radiosender A. G., Berlin; Süddeutsche Telephonapparate-, Kabel- und Drahtwerke A. G., Nürnberg; Weston Photronic Cell, U.S.A.), so braucht man sich mit der Selbstherstellung der Sperrschichtzellen heute im allgemeinen nicht mehr zu befassen.

Die Abhängigkeit des Photostromes von der Lichtstärke verläuft nach den Untersuchungen von v. AUWERS und KERSCHBAUM[1] streng proportional, während der Zusammenhang zwischen elektromotorischer Kraft (Leerlaufspannung) und Lichtstärke deutliche Abweichungen von der Proportionalität aufweist. Eine meßbare Trägheit in bezug auf den Photostrom scheint bei den Sperrschichtzellen nicht vorhanden zu sein. Einer besonderen Untersuchung bedarf es bei jeder derartigen Zelle, um festzustellen, ob die Lichtempfindlichkeit über die ganze Oberfläche hin konstant ist. Nach Messungen des Verfassers an einer ganzen Anzahl verschiedenartiger Sperrschichtzellen wechselt die Empfindlichkeit für verschiedene Stellen der Oberfläche erheblich, so daß es geboten erscheint, bei der Vergleichung von Lichteindrücken stets die gleiche Stelle der Oberfläche zu benutzen. Ob die Änderungen des Photostromes tatsächlich von einer verschiedenen Empfindlichkeit der Zelle an verschiedenen Stellen oder von einem wechselnden Widerstand im äußeren Stromkreis verursacht wurden, hat sich nicht mit Sicherheit feststellen lassen.

Für die Messung des durch eine Sperrschichtzelle erzeugten Photostromes kommt nur die direkte Methode mittels eines Galvanometers geeigneter Empfindlichkeit (bei großen Intensitäten eines Milliamperemeters) in Frage.

Verwendung der Sperrschichtzellen. Trotzdem die Sperrschichtzelle in der praktischen Photometrie bereits weitgehend Anwendung gefunden hat, ist ihre Bedeutung für die Lösung astrophysikalischer Probleme bisher beschränkt geblieben. Der Grund hierfür ist wohl in der relativ geringen Empfindlichkeit für schwache Lichteindrücke zu suchen, da selbst die besten zur Zeit im Handel erhältlichen Sperrschichtselenzellen noch lange nicht an die Lichtempfindlichkeit der gasgefüllten Alkalizellen in der Nähe des Entladungspotentials heranreichen. Während ihre Anwendung daher am Himmel zunächst auf die direkte Messung der größeren Intensitäten (Sonne, Mond, Tageshimmel usw.) beschränkt ist, scheint sich der Sperrschichtzelle dagegen ein fruchtbares Anwendungsgebiet bei der Konstruktion mikrophotometrischer Apparate zu eröffnen. Ein am Yale Observatory konstruiertes photoelektrisches Mikrophotometer[2], das in seinen wesentlichen Grundzügen dem SCHILTschen Mikrophotometer ähnlich ist, verwendet an Stelle der dort benutzten Thermosäule eine Eisen-Selen-Sperrschichtzelle (Weston Photronic cell) mit bestem Erfolg.

Da das Empfindlichkeitsmaximum der „Photronic cell" im sichtbaren Gebiet liegt, so bietet die Verwendung einer solchen Zelle den großen Vorteil, daß als abbildende Systeme die gewöhnliche Mikrooptik verwandt werden darf, während die in dem ursprünglichen SCHILT-Mikrophotometer und auch in dem von der Firma C. ZEISS, Jena, konstruierten Mikrophotometer verwandten Thermosäulen eine auch für das infrarote Gebiet korrigierte Spezialoptik erfordern. Das in dem Yale-Mikrophotometer mit der Photronic cell (Dunkelwiderstand etwa $= 7000\ \Omega$) benutzte Galvanometer hat einen inneren Widerstand von $500\ \Omega$ und erfordert für den aperiodischen Zustand einen äußeren Dämpfungswiderstand von $2400\ \Omega$. Um das Instrument dem wechselnden Dunkelwiderstand verschiedener Zellen und dem etwas wechselnden Widerstand der Zelle bei verschiedener Belichtung anpassen zu können, wurde das in Abb. 3 angegebene Schaltungsschema benutzt,

[1] Ann Phys 7, S. 129 (1930).
[2] Ap J 78, S. 305 (1933).

das eine Feinregulierung der Dämpfung für alle gewünschten Zwecke gestattet. Bei Beleuchtung der Blende mit einer 32kerzigen Autoscheinwerferlampe und einem Blendenbild auf der Platte von 0,2 mm Durchmesser gibt das Galvanometer für den glasklaren Plattengrund einen Ausschlag von über 500 mm. Diese Empfindlichkeit reicht für die beabsichtigten Messungen völlig aus und ließe sich durch Anwendung eines empfindlicheren Galvanometers noch erheblich steigern.

Abb. 3. Schaltungsschema der Photronic cell im Mikrophotometer. (Aus Ap J 78, S. 311, Abb. 4.)

P.C. Photronic cell; *G* Galvanometer; R_1 fester Widerstand (1500 Ω); R_2 veränderlicher Widerstand (2000 Ω); R_3 Spannungsteiler (200 Ω).

Nach den aussichtsreichen Versuchen am Yale Observatory scheint die Sperrschichtzelle berufen zu sein, gerade in den verschiedenen lichtelektrischen Mikrophotometern — nichtregistrierenden sowohl als registrierenden — eine bedeutende Rolle zu spielen, da sie bei völlig ausreichender Empfindlichkeit vor der Thermosäule den Vorteil besitzt, daß der Stromkreis wegen seiner relativ hohen Widerstände wenig empfindlich gegen kriechende Thermoströme ist, die schwer zu vermeiden sind, ferner vor der alkalischen Photozelle den Vorzug einer einfacheren Schaltung sowie der Abwesenheit von Hilfspotentialen bietet und keinen elektrostatischen Schutz gegen Änderungen des äußeren Feldes erfordert. Durch Verwendung von zwei gegeneinander geschalteten Sperrschichtzellen (Differentialstrahlungsmesser) lassen sich Helligkeitsschwankungen der Beleuchtungslampe in ähnlicher Weise eliminieren wie in dem Zeissschen thermoelektrischen und in dem Rosenbergschen photoelektrischen Mikrophotometer.

Band II.

Kapitel 5.

Photographische Photometrie.

Von

G. EBERHARD-Potsdam.

Mit 4 Abbildungen.

b) Allgemeines, Definitionen, Messung der Schwärzung.

13a. Messung der Gesamtschwärzung. Neben den Messungen des Durchmessers und der Flächenschwärzung hat in den letzten Jahren die Messung der Gesamtschwärzung, d. h. des Gesamteindruckes, welcher durch den vereinten Einfluß von Schwärzung und Durchmesser entsteht, eine sehr häufige Verwendung erfahren, nachdem geeignete Apparate hierfür konstruiert worden sind. Zur Messung der Gesamtschwärzung wird das Sternbildchen mittels einer kreisförmigen Blende, die direkt die photographische Schicht berührt, aus der Platte herausgeblendet und nun das durch die Blende insgesamt hindurchtretende Licht gemessen. Das Verhältnis zu dem Licht, das durch die Blende an einer von Sternen freien Stelle geht, stellt die Größe dar, die man als Gesamtschwärzung bezeichnet. Dieses Verfahren besitzt den Vorteil desjenigen der Durchmessermessungen, Helligkeitsbestimmungen bis zu den schwächsten Sternen unter Benutzung fokaler Aufnahmen ausführen zu können, ohne die Nachteile des letzteren. Durchmessermessungen sind nämlich anstrengend und zeitraubend und vor allem sind sie leicht systematischen Fehlern unterworfen, da die Bilder der hellen Sterne häufig eine ganz andere Begrenzung als die der schwachen besitzen. Die Begrenzung ist ferner von der Luftunruhe stark abhängig. Der Beobachter weiß in solchen Fällen nicht, was er überhaupt als Begrenzung ansehen soll. Diese Schwierigkeit fällt bei Messungen der Gesamtschwärzung fort, und die Arbeit wird durch Benutzung von Photo- oder Thermozellen außerdem erheblich erleichtert. Die ersten Instrumente für die Messung der Gesamtschwärzung sind von H. T. STETSON[1] und von J. SCHILT[2] erbaut und ausführlich beschrieben worden. Hier soll das Aufbauprinzip eines ähnlichen, sehr zweckmäßig durchkonstruierten und bequem zu behandelnden Instrumentes, des thermoelektrischen Photometers der Zeiss-Werke, dargelegt werden[3].

„Das von der Lampe *1* ausgehende Licht teilt sich in zwei getrennte, optisch aber völlig gleiche Wege und fällt unter Vermittlung mehrerer Beleuchtungslinsen und Prismen einerseits durch die Platte *2*, andererseits durch den Photometerkeil *3* auf die beiden Lochblenden *4*. Diese werden durch zwei gleiche Linsensysteme auf die beiden Glieder eines Doppel-Thermoelementes *5* abgebildet.

[1] Ap J 43, S. 253, 325 (1916); 58, S. 36 (1923).
[2] B A N 1, S. 19; Groningen Publ Nr. 32 (1924).
[3] Zeiss Astro 268: Thermoelektrisches Photometer.

Die Elemente sind gegeneinandergeschaltet, so daß durch die Leitung *6* die Differenz der beiden einzelnen Ströme abfließt und von einem Schleifengalvanometer angezeigt wird.

Bei der Messung wird zunächst die den Stern enthaltende Stelle der Platte mit der oberen Spaltblende *4* in Berührung gebracht und darauf der Keil *3* so lange verschoben, bis der Galvanometerausschlag verschwindet. Dann wird der Keil abgelesen. Diese Messung wird mit einer benachbarten leeren Schichtstelle wiederholt. Die Differenz der so erhaltenen Keilablesungen gibt ein Maß für die Helligkeit des Sternes, und zwar ist diese Differenz nahezu der Intensität, d. h. ihr Logarithmus der Größenklasse des Sterns, proportional.

Abb. 1. Thermoelektrisches Photometer der Zeiss-Werke (schematisch).

Das Doppelthermoelement ist um eine unter 45° geneigte Achse drehbar derart, daß die beiden einzelnen Elemente ihre Lage vertauschen. Das Mittel aus zwei in den beiden Lagen des Thermoelementes vorgenommenen Messungen ist daher frei von einer etwaigen Ungleichheit der einzelnen Elemente sowie von einem etwaigen Nullpunktsfehler des Galvanometers."

Wie man sieht, ist das eigentlich messende Organ der Keil, das Galvanometer wird nur als Nullinstrument benutzt.

Abb. 2. Thermoelektrisches Photometer der Zeiss-Werke.

Eine eingehende Beschreibung des Instrumentes (Abb. 2), sein Betrieb und seine Justierung, die Vorschriften für die Messung nebst Beispiel einer solchen sind in der zitierten Schrift der Zeiss-Werke enthalten. Das thermoelektrische Photometer kann übrigens auch zu reinen Schwärzungsmessungen sowie durch eine Zusatzeinrichtung zur photometrischen Auswertung von Spektren benutzt werden.

13b. Das photoelektrische Photometer von H. SIEDENTOPF[1]. Bei der Messung der Gesamtschwärzung fokaler Sternbilder wird die mittlere Durchlässigkeit eines kleinen festen Areales, welches das Sternbild umschließt, bestimmt. Da Schwärzung und Durchmesser gleichzeitig mit der Helligkeit des Sternes wachsen, nimmt die Schwärzungskurve eine ungünstige Form an, außerdem werden die hellen Sterne bedeutend genauer als die schwachen gemessen. Bei verschieden hellen Objekten wird aber auch verschieden viel von dem Platten-

[1] A N 254, S. 33 (1934).

schleier mitgemessen, bei hellen Objekten wenig, bei schwachen sehr viel. Das Meßverfahren mit fester Blende erweist sich demnach als verbesserungsbedürftig. SIEDENTOPF hat nun auf Grund der obigen Bedenken eine Methode ausgearbeitet, welche diese Mißstände nicht besitzt: Das Sternbild wird stark vergrößert auf eine Irisblende abgebildet, die durchtretende Lichtmenge, welche mittels einer Photozelle gemessen werden kann, wird durch Verstellung der Irisblende konstant gehalten. Die Öffnung der Irisblende dient somit als Maß für die Gesamtschwärzung des Sternbildes, sie gibt einen „effektiven Durchmesser" des Sternbildes. Man kann danach die Methode als eine photoelektrische Durchmesserbestimmung fokaler Bilder mittels einer Nullmethode bezeichnen.

Der Apparat (Abb. 3) ist folgendermaßen aufgebaut. Die Lichtquelle l wird durch den Lampenkondensator K_1 in den Mikroskopkondensator K_2 ab-

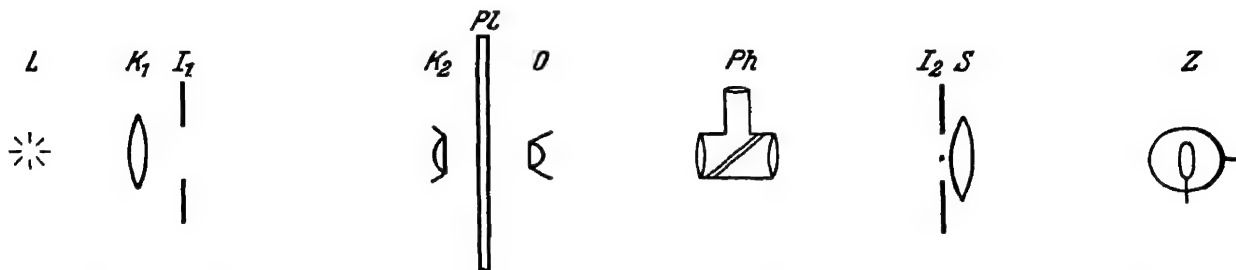



Abb. 3. Thermoelektrisches Photometer von SIEDENTOPF (schematisch).

gebildet, während der Mikroskopkondensator K_2 die gleichmäßig beleuchtete Öffnung der Irisblende I_1 stark verkleinert in die Schicht der zu untersuchenden Platte Pl abbildet. Durch das Mikroskopobjektiv O in Verbindung mit dem photographischen Okular „Phoku" Ph wird von der Plattenschicht ein stark vergrößertes Bild in die Ebene der Irisblende I_2 entworfen; gleichzeitig kann man das zu messende Sternbild in dem seitlichen Okular des Phoku sehen und auf das Fadenkreuz einstellen. Die Sammellinse S macht das durch die Irisblende I_2 hindurchtretende Licht wieder konvergent, so daß es auf die lichtdicht eingebaute Photozelle Z fällt. Die Irisblende I_1 wird zur Vermeidung von Streulicht so weit geschlossen, daß ihr Bild auf I_2 nur wenig größer ist als die größte Öffnung der Meßblende.

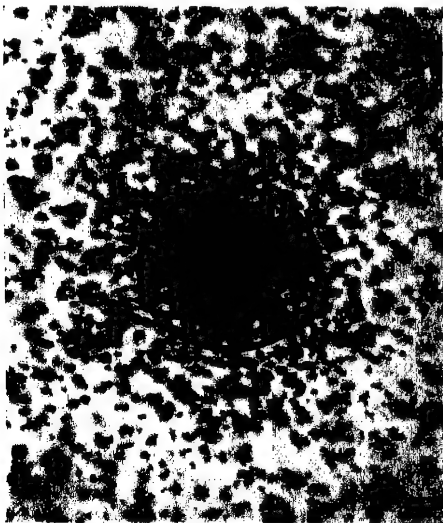



Abb. 4. Effektiver Durchmesser.

Den Zusammenhang zwischen dem „effektiven Durchmesser" und dem allgemeinen Eindruck des Sternbildes zeigt Abb. 4. Man erkennt an dem eingezeichneten Kreis, der die jeweilige Öffnung der Meßblende darstellt, daß etwa der Kerndurchmesser des Sternbildes gemessen wird. Die Methode von SIEDENTOPF stellt offenbar eine Verbesserung der Gesamtschwärzungsmessung fokaler Bilder dar.

13c. Schätzung der Gesamtschwärzung. In manchen Fällen ist es nicht möglich, die Gesamtschwärzung fokaler Sternbilder zu messen, beispielsweise wenn es sich um enge Doppelsterne oder Sterne in engen Sternhaufen (Kugelsternhaufen) handelt, in anderen Fällen würde die Messung eine zu zeitraubende und zu große Arbeit werden. Gerade letztere Fälle kommen recht häufig vor, wie die Aufsuchung von schwachen Veränderlichen und die Herstellung ihrer Lichtkurve aus zahlreichen fokalen Aufnahmen oder die Bestimmung von Helligkeiten in sehr sternreichen Gegenden bei der Untersuchung kosmischer Dunkel-

wolken. Man hat nun für alle diese Aufgaben eines der in der visuellen Photometrie üblichen Schätzungsverfahren, z. B. des von ARGELANDER, für die Bestimmung der Gesamtschwärzungen oder richtiger des Gesamteindruckes des Bildes auf der Platte, der sich aus der Größe und Schwärzung des Sternscheibchens zusammensetzt, herangezogen und, wie die Erfahrung zeigt, damit sehr gute Erfolge erzielt. Man verfährt folgendermaßen: Man sucht auf der Aufnahme, genau wie es ARGELANDER macht, eine Folge von Sternen verschiedener Schwärzungen heraus und schätzt die Schwärzung der zu bestimmenden Sterne in diese Reihe ein, indem man die Schwärzung eines jeden Sternes zwischen die zweier benachbarter Schwärzungen nach Stufen bestimmt. Das kann so geschehen, daß man die Schwärzung direkt gegen die der Vergleichssterne schätzt, falls letztere nahe genug an den zu bestimmenden liegen, oder aber man bringt einen Plattenstreifen, welcher die Bilder eines Sternes enthält, die durch verschiedene, genügend eng gewählte Belichtungszeiten gewonnen wurden, an Stelle des Fadenkreuzes in einem Meßmikroskop verschiebbar an oder legt diesen auf die auszuwertende Platte, Schicht gegen Schicht, und verschiebt dann den Streifen, bis die Schwärzung des zu messenden Sternes zwischen zwei ihm an Schwärzung nächstliegenden Skalenbildern des Plattenstreifens liegt. Die Skala soll aus derselben Plattensorte genommen und, wenn möglich, zusammen mit der zu vermessenden Platte entwickelt werden, damit die Skalenbilder den Sternbildern möglichst ähnlich sind. Es ist besonders vorteilhaft, wenn die Skalenplatte am selben Abend wie die zu vermessende Platte aufgenommen wird, damit die Bilder der Skala und der Platte durch die Luftunruhe in gleicher Weise beeinflußt sind.

Die Beziehung zwischen Schwärzung und Sternhelligkeit, d. h. die Herstellung der Schwärzungskurve, wird mittels einer Reihe von Sternen bekannter Helligkeit gewonnen, welche auf die zu vermessende Platte mit aufgenommen werden. Hierzu dient etwa die Polarsequenz oder eine der Selected Areas KAPTEYNS oder eine andere Standardgegend. Die Berechnung der Schätzungen erfolgt dann in genau der gleichen Weise wie in der visuellen Photometrie, z. B. bei der Stufenschätzungsmethode von ARGELANDER.

Bei der Ausführung dieser Schätzungen spielt sowohl der Durchmesser als auch die Schwärzung der Sternbilder eine Rolle. Bei den hellen Sternen, die eine sehr große Schwärzung besitzen, ist die Durchmessergröße für die Einschätzung hauptsächlich maßgebend, sie variiert nämlich beträchtlich mit der Helligkeit des Sterns. Bei den schwachen Sternen dagegen ändert sich der Durchmesser nur wenig, es ist bei ihnen die Schwärzung von bestimmendem Einfluß auf die Schätzung. Für die zwischen beiden Extremen liegenden Sterne kommen sowohl Durchmesser wie Schwärzung gleichzeitig in Betracht. Die Genauigkeit der Schätzung wird unter diesen Umständen somit nicht gleichmäßig für das überhaupt meßbare Intervall sein. Die Erfahrung hat aber gezeigt, daß die Genauigkeit der Schätzungen recht groß ist und nicht viel hinter der von Messungen zurücksteht, falls man nur die Platten verwertet, die eine genügende Güte besitzen, also alle ausscheidet, die bei zu unruhiger Luft erhalten worden sind. Als mittleren Fehler einer geschätzten Helligkeit gibt LARINK[1] $\pm 0^m{,}05$, GROSSE[2] $\pm 0^m{,}05$, SCHNELLER[3] $\pm 0^m{,}06$. Die Gefahr, subjektive oder persönliche Fehler bei den Schätzungen zu machen, ist allerdings wesentlich größer als bei eigentlichen Messungen, z. B. mit dem Mikrophotometer. Besonders leicht kann eine subjektive Beeinflussung der Schätzungen eintreten bei Nachprüfungen bei

[1] Astr Abh Hamb Sternw 2 Nr. 6, S. 5 (1922).
[2] Astr Abh Hamb Sternw 4 Nr. 2, S. 39 (1932).
[3] Berlin-Babelsberg Veröff 8, Nr. 6, S. 22 (1931).

Kenntnis des Resultates, d. h. wenn man vorher weiß, in welchem Sinne die Schätzung abzuändern ist. Ein sehr lehrreiches Beispiel hierfür führt TH. MÜLLER[1] an.

Nicht alle fokalen Sternaufnahmen eignen sich zur Auswertung mittels des Schätzungsverfahrens. Es ist klar, daß diejenigen Aufnahmen sich um so sicherer durch Schätzung bearbeiten lassen, bei denen die Größe der Sternscheibchen auf der Platte mit der Helligkeit am stärksten variiert, wie das auch bei Auswertungen durch Durchmessermessungen der Fall ist. Kleinen Helligkeitsänderungen sollen große Durchmesserveränderungen entsprechen. Dazu eignen sich besonders Aufnahmen mit Objektiven, die zwar ein großes Gesichtsfeld haben, deren Korrektionszustand aber nur ein mittlerer ist, während Aufnahmen mit Objektiven von sehr hohem Korrektionszustand und mäßiger Brennweite sich nicht eignen. Versuche, die SCHWARZSCHILD auf dem Potsdamer Observatorium an Aufnahmen mit einem Zeissschen Triplet (Öffnung 15 cm, Brennweite 150 cm) machen ließ, ergaben eine nur sehr geringe Genauigkeit. Geeignet sind aber die kurzbrennweitigen Objektive mit sehr großem Öffnungsverhältnis (etwa 1:2), wie sie zur Überwachung des Himmels und zum Aufsuchen schwacher Veränderlicher benutzt werden.

Weiterhin sind Objektive und Spiegel von sehr gutem Korrektionszustand, aber großer Brennweite günstig. Hier wird die Größe des Sternbildchens von der Luftunruhe stark beeinflußt derartig, daß helle Sterne wesentlich größere Scheibchen als schwache geben. Die Untersuchungen Veränderlicher in Kugelsternhaufen, die unter anderem in Berlin-Babelsberg mit dem großen, sehr guten Spiegel (8,4 m Brennweite) aufgenommen worden sind, beweisen dies auf das beste. Freilich dürfen Aufnahmen bei sehr großer Luftunruhe nicht benutzt werden, bei denen Helligkeitsunterschiede bis zu einer halben Größenklasse bei schwächeren Sternen nicht wahrnehmbar werden. Mit Abnahme der Plattengüte werden die Schätzungen um so schlechter, je lichtschwächer die geschätzten Sterne sind[2].

c) Die photographische Platte und ihre Eigenschaften.

16a. Schichtdickenfehler. W. H. E. BANDERMANN[3] hat die Schichtdicken an verschiedenen Stellen einer Trockenplatte untersucht. Er zerschnitt die Platten in Stücke von 1×1 cm Seitenlänge und wog die auf jedem Stück befindliche Emulsionsmenge. Auf diesem Wege erhielt er gewissermaßen eine Schichtdickenkarte der betreffenden Trockenplatte. Als Beispiel seien die nebenstehenden Zahlen (mg) einer auf diese Weise untersuchten Platte gegeben.

5,6	5,6	5,8	5,6	5,0	4,7	4,1	3,7	3,2	3,1
5,7	6,2	6,3	6,2	6,0	5,2	4,6	4,0	3,4	3,2
6,0	6,2	6,0	5,9	5,6	5,2	4,8	4,2	3,5	3,3
5,8	5,7	5,6	5,3	5,2	4,8	4,5	4,0	3,5	3,3
5,5	5,3	5,0	4,9	4,8	4,5	4,2	3,8	3,5	3,3
5,2	5,1	4,8	4,5	4,5	4,2	4,0	3,7	3,5	3,2
5,0	4,7	4,5	4,3	4,1	4,0	3,8	3,5	3,3	3,1
4,8	4,5	4,2	4,0	3,9	3,8	3,6	3,4	3,2	3,0

Es stellte sich aus zahlreichen Versuchen heraus, daß an den dicksten Stellen die Schicht oft doppelt soviel Emulsion trägt als an den dünnsten. Die Schichtdickenänderungen verlaufen auch durchaus nicht immer und im wesentlichen in einer und derselben Richtung auf der Platte, sondern häufig nach Größe und Richtung unregelmäßig, ja sogar

[1] Berlin-Babelsberg Veröff 11, Nr. 1, S. 81 (1933).
[2] Berlin-Babelsberg Veröff 11, Nr. 1, S. 7 (1933).
[3] Z f Phys 90, S. 266 (1934).

sprunghaft. BANDERMANN bestätigt somit das Ergebnis von EBERHARD, daß die Fehler in photographisch-photometrischen Messungen in der Hauptsache durch Ungleichmäßigkeiten der Schichtdicke erzeugt werden. Er hält es aber zur Zeit für nicht möglich, die Technik des Gießens so zu verbessern, daß diese Ungleichmäßigkeiten wesentlich vermindert werden, und er schlägt deshalb folgendes Mittel vor, wie man sie bei photometrischen Messungen unschädlich machen oder wenigstens stark herabdrücken kann. BANDERMANN mißt die Transparenz einer jeden Platte *vor* der Benutzung an verschiedenen Stellen für diffuses, inaktinisches Licht (1000—3000 mμ) etwa mit Hilfe eines selbstregistrierenden Infrarotphotometers und stellt hiermit eine Schichtdickenkarte der Platte, wie in obigem Beispiel, her. Voraussetzung ist, daß das Glas der Platte Licht obiger Wellenlängen ohne Absorption hindurchläßt. Außerdem wird durch Auftragen derselben Emulsion auf eine ebene, etwas geneigte Glasplatte derselben Art wie die Aufnahmeplatte ein Emulsionskeil hergestellt, und auch dieser wird mit dem Infrarotphotometer durchgemessen. Auf diesen Keil wird nun mehrfach eine Skala so aufkopiert, daß Schwärzungskurven für verschiedene Schichtdicken gewonnen werden. Aufnahmeplatte und Keilplatte werden dann zusammen entwickelt. Aus der Schichtdickenkarte der Aufnahmeplatte sieht man, welche Schwärzungskurve für eine jede Stelle anzuwenden ist: nämlich die, welche aus der Schichtdicke des Keiles entnommen ist, welche der der Plattenstelle entspricht. Auf die Weise wird also eine jede Stelle der Aufnahmeplatte mit einer ihrer Schichtdicke entsprechenden Schwärzungskurve reduziert.

Dieses Verfahren von BANDERMANN dürfte die Fehler, welche durch ungleichmäßige Schichtdicke entstehen, weitgehend verkleinern. Um ein sicheres Urteil über diese Methode zu erhalten, müßten aber praktische Versuche in größerem Maßstabe vorangehen, welche BANDERMANN in Aussicht stellt. Vor allem müßte erprobt werden, ob sich solche Emulsionskeile mit genügender Sicherheit technisch herstellen lassen. Aber wenn das Verfahren auch praktisch sich als nicht durchführbar erweisen sollte, wäre eine Prüfung einer jeden Platte mit einem Infrarotphotometer von großem Werte, weil man dann grobe Fehler in der Schichtdicke wenigstens erkennen würde und Platten mit solchen von vornherein unbenutzt lassen könnte.

Ein anderes Mittel, die Schichtdickenfehler zu verringern, besteht darin, daß man das Licht nur bis zu einer gewissen Tiefe in die Platte eindringen läßt oder, wenn es tiefer eingedrungen ist, die Platte nur bis zu einer gewissen Tiefe durchentwickelt. Ersteres läßt sich dadurch bewerkstelligen, daß man die Platte vor der Belichtung in einem Bad eines nichtsensibilisierenden, gut absorbierenden, aber die Empfindlichkeit der Platte nicht zu sehr herabsetzenden Farbstoffes (etwa Filtergelb) anfärbt.

Eine Entwicklung, die nur bis zu einer geringen Schichtdicke hinabreicht, läßt sich durch Benutzung alkoholischer, wasserarmer Entwickler ausführen. Beide Verfahren haben aber, wie aus Versuchen von EBERHARD hervorgeht, den Nachteil, daß die Schwärzungskurven sehr flach verlaufen und dadurch der Übergang von der Schwärzung zu der einwirkenden Intensität recht unsicher wird.

Werden nicht Schwärzungen, sondern Sterndurchmesser gemessen, so sind Ungleichmäßigkeiten der Schichtdicke von viel kleinerem Schaden. Im allgemeinen besitzen übrigens Photofilme viel gleichmäßigere Schichtdicken als Platten und würden diesen vorzuziehen sein, wenn es gelänge, sie völlig plan in der Kassette festzuhalten.

d) Die photometrischen Methoden.

29. Die Methode von HERTZSPRUNG. Der letzte Absatz von Ziff. 29 (Handb. II/2, S. 471—472) ist als unrichtig zu streichen.

31a. Herstellung der Schwärzungskurve nach LAU und JOHANNESON. Auf eine eigentümliche Weise erzeugen LAU und JOHANNESON[1] die Schwärzungskurve. Sie setzen vor die Kassette des photographischen Apparates parallel zur Platte, in einigen Millimeter Abstand eine Mattscheibe und richten dann den Apparat auf einen Stern. Als Bild desselben erscheint dann auf der photographischen Platte eine verwaschene Kreisfläche, deren Größe mit dem Logarithmus der Helligkeit wächst. Als Größe ist der Streuwinkel einzusetzen, der sich aus dem Abstand zweier gegenüberliegenden Stellen gleicher Schwärzung und dem Abstand der Mattscheibe von der Platte ergibt. Es ließen sich in einer einzigen Aufnahme Helligkeitsunterschiede von 1:100 überbrücken. Die logarithmische Abhängigkeit der Intensität vom Streuwinkel ist von Vorteil, da die Größenklassen der Sterne ebenfalls logarithmisch definiert sind. Für kleine Streuwinkel ($<4°$) scheint übrigens diese Gesetzmäßigkeit nicht mehr zu bestehen.

Es wäre erwünscht, wenn dieses Verfahren in größerem Maßstabe praktisch ausgeprobt würde, denn es könnte für gewisse astrophotographische Aufgaben Verwendung finden. Bisher ist es nur im Laboratorium benutzt worden.

e) Die verschiedenen Verfahren zur Herstellung der Schwärzungskurve.

34a. Bestimmung des Nullpunktes der Skala. Befinden sich die zu vermessenden Sterne in einem Himmelsareal, das auf einer einzigen Platte aufgenommen werden kann, so genügt es, die Polsequenz oder eine andere Standardregion mit auf die Platte aufzunehmen, um die Helligkeiten der Sterne an den internationalen Nullpunkt anzuschließen. Es ist zweckmäßig, zwei Polaufnahmen, die eine vor, die andere nach der des Areales, zu machen, und zwar so, daß Pol und Areal ungefähr gleiche Höhe über dem Horizont haben. Eine Wiederholung der Aufnahme auf einer zweiten Platte läßt erkennen, ob die Messungen die gewünschte Genauigkeit haben, oder ob noch weitere Aufnahmen nötig sind. Wesentlich schwieriger ist die Festlegung des Skalennullpunktes für einen Helligkeitskatalog, der sich über ein größeres Himmelsareal, besonders einen Gürtel rings um den Himmel, etwa eine Zone bestimmter Deklination erstreckt, wo also die Aufnahmen nicht mehr auf eine, sondern auf mehrere Platten gemacht werden müssen. Wäre jede der Platten fehlerfrei und fände keine Anhäufung zufälliger Fehler beim Anschluß einer Platte an die andere statt, so würde es am einfachsten sein, auf die erste Platte neben dem eigentlichen Areal eine Standardregion mit aufzunehmen. Skala und Nullpunkte wären bestimmt, und es ließe sich die Helligkeit sämtlicher Sterne der Platte im internationalen System angeben. Die zweite Platte, welche die eine Hälfte der ersten überdeckt, würde sich durch die beiden Platten gemeinsamen Sterne an die erste anschließen lassen, womit wieder Skala und Nullpunkt festgelegt sein würden. Eine weitere Aufnahme der Standardregion würde also nicht nötig sein. Indem auf diese Weise jede folgende Platte an die vorhergehende angeschlossen wird, muß die ganze Zone in allen ihren Teilen gleiche Skala und einen gleichen Nullpunkt haben, und die Helligkeiten der Sterne, die der letzten und der ersten Platte gemeinsam sind, müßten sich beim Schluß des Ringes als gleich ergeben.

In der Praxis gestaltet sich aber diese Kettenmethode leider ganz anders. Die Platten sind nämlich nicht fehlerfrei, die Emulsionsschicht hat nicht überall

[1] Z f techn Phys 14, S. 559 (1933).

die gleiche Schichtdicke; außer zufälligen Fehlern in der Schichtdicke sind meist auch solche vorhanden, die einen nahezu gesetzmäßigen Verlauf über die Platte hin haben. So kann z. B. die Schicht eine prismatische Gestalt haben. Weiterhin können sich zufällige Fehler beim Anschluß der Platten aneinander anhäufen. Es ist klar, daß unter solchen Verhältnissen das oben geschilderte Verfahren nicht anwendbar ist, sondern zu mehr oder minder großen Fehlern führen muß. Die Nullpunkte, die sich auf diese Weise ergeben würden, würden nicht identisch mit denen sein, welche man durch Aufnahme der Polsequenz auf eine jede einzelne Platte erhalten würde. Andererseits würden die zwei aufeinanderfolgenden Platten gemeinsamen Sterne infolge der Plattenfehler nicht die gleiche Helligkeit für beide Platten besitzen, wenn man auf jede der beiden Platten die Polsequenz separat aufnehmen würde, d. h. also, wenn man die Helligkeit eines jeden der gemeinsamen Sterne für beide Platten gleichsetzt, würde scheinbar der Nullpunkt, trotz Aufnahme der Polsequenz auf beide Platten, für die zweite ein anderer sein als für die erste Platte. Im Verlauf der Zone würde der Nullpunkt sprunghafte Änderungen von Platte zu Platte aufweisen, das System des Zonenkataloges also nicht homogen sein.

Das Ziel des Beobachters ist daher zunächst, wie SCHWARZSCHILD[1] sagt: „nicht ein definitives, sondern nur ein kontinuierliches System von photographischen Helligkeiten abzuleiten, welches dann noch einer nachträglichen von der Rektaszension und Sterngröße abhängigen Korrektion bedarf". SCHWARZSCHILD nahm daher für die erste Platte einen angenähert richtigen Nullpunkt an, die folgende Platte wurde dann mit Hilfe der beiden Platten gemeinsamen Sterne auf die erste reduziert. Die Helligkeitsdifferenzen der gemeinsamen Sterne sind aber dann nicht mehr konstant, sondern zeigen Gänge, die von der Position der Sterne auf der Platte abhängig sind. Diese Gänge werden rechnerisch oder graphisch ausgeglichen, ihr Verlauf für die ganze Platte extrapoliert und an die Helligkeiten angebracht. Damit ist der Nullpunkt der vorhergehenden Platte auf die nachfolgende übertragen, und dieses Verfahren wird bis zum Schlusse des Ringes fortgesetzt. Auf diese Weise ist also wenigstens ein kontinuierliches System erhalten worden, aber nicht ein richtiges, denn die Helligkeiten der Sterne, die der ersten und letzten Platte gemeinsam sind, werden wohl nur selten übereinstimmen, es bleibt ein Schlußfehler bestehen. Selbst wenn aber dieser Null sein würde, wäre dies noch kein Beweis der Richtigkeit, da sich die Anschlußfehler auch an einer Stelle kompensieren, statt dauernd anhäufen können. Der Katalog würde also einen systematischen Fehler besitzen, der eine Funktion der Rektaszension ist.

Der Übergang zu einem definitiven System kann nun durch einen Vergleich mit einem anderen, fehlerfreien Katalog bewirkt werden. SCHWARZSCHILD z. B. suchte die A0-Sterne der Größe 5,5 bis 6,5 aus der Potsdamer Durchmusterung heraus und verglich seine Helligkeiten mit den Potsdamer. Aus diesem Vergleich leitete er Korrektionen ab und brachte sie an die Göttinger Helligkeiten an. Im Teil II der Göttinger Aktinometrie (S. 1 f.) hat SCHWARZSCHILD dann noch die Homogenität seines Systems direkt geprüft, einmal dadurch, daß er verschiedene Rektaszensionsstunden kurz hintereinander auf dieselbe Platte photographierte, und auf eine zweite Art, indem er auf ein und dieselbe Platte sowohl ein Stück der Zone als auch die Polgegend aufnahm (S. 5 f.). Er fand bei dieser Prüfung, daß die Göttinger Aktinometrie im wesentlichen richtig ist.

BERGSTRAND schloß seinen Helligkeitskatalog der Zone $+60°$ bis $+65°$ an den zweiten Greenwicher Katalog photographischer Helligkeiten an, und

[1] Göttinger Aktinometrie I, S. 5 (1910).

zwar durch eine besondere Reihe von Aufnahmen, welche eine genügende Anzahl Sterne besaßen, die sowohl seiner Zone als der Greenwicher angehören. Über die Einzelheiten der Nullpunktsbestimmung und über die Herstellung eines Helligkeitskataloges für eine Zone findet man Näheres sowohl in den beiden Teilen der Göttinger Aktinometrie als auch bei BERGSTRAND[1].

Eine analoge Aufgabe ist bei der Bestimmung der Helligkeiten für die KAPTEYNschen Selected Areas zu lösen. Hier haben zwei aufeinanderfolgende Platten keine Sterne gemeinsam, aber auf jede Platte sind zwei aufeinanderfolgende Areale aufgenommen worden, so daß die Areale doch kettenartig aneinander angeschlossen sind. Jede Zone wurde außerdem an den Pol an sechs Stellen angeschlossen, die nahezu 4^h auseinander liegen. F. H. SEARES hat diese Methode des Kettenanschlusses auf Grund der Theorie der Ausgleichungsrechnung behandelt und nach dieser Untersuchung praktisch die Anschlüsse der Mount Wilson Selected Areas ausgeführt. In gleicher Weise verfuhren A. H. FARNSWORTH[2] und I. LEHMANN-BALANOWSKAJA[3]. Es würde zu weit führen, die Darlegungen von SEARES hier zu reproduzieren, es sei aber ausdrücklich auf seine ausführliche Untersuchung hingewiesen[4]. Man vergleiche hierzu auch weitere Ausführungen von SEARES[5].

Als historisch interessant sei erwähnt, daß der erste, der ein einheitliches System von Sternhelligkeiten rings um den Himmel herum aufgestellt hat, L. SEIDEL[6] gewesen ist. Er hatte die gegenseitigen Helligkeitsdifferenzen zwischen einer großen Zahl heller Sterne des Nordhimmels mittels des STEINHEILschen Photometers gemessen, und es handelte sich darum, aus den zahlreichen Differenzen innerhalb dieses photometrischen Netzes nun die Helligkeiten selbst abzuleiten. SEIDEL hat aus mehreren hundert Gleichungen der Form:

$$\begin{aligned} m_1 - m_2 &= \Delta_1' \\ m_1 - m_3 &= \Delta_2' \\ &\vdots \\ m_2 - m_3 &= \Delta_1'' \\ &\vdots \end{aligned}$$

die 72 Unbekannten m_1 bis m_{72} nach einem rasch konvergierenden Näherungsverfahren berechnet. $m_1, m_2 \ldots m_{72}$ sind die Helligkeiten der Sterne, Δ die gemessenen Helligkeitsdifferenzen. MÜLLER und KEMPF[7] haben bei der Herstellung ihres Fundamentalsterngürtels, auf den die PD gegründet ist, das SEIDELsche Verfahren benutzt.

k) Die Vergleichung photographisch-photometrischer Kataloge und die internationale Polsequenz.

48a. Abhängigkeit der Helligkeiten von der Position der Sterne. Es hat sich bei der Vergleichung von Helligkeitskatalogen gezeigt, daß Helligkeitsdifferenzen zwischen den beiden Katalogen gemeinsamen Sternen auftreten, die von

---

[1] Photométrie des étoiles de la zone de déclinaison comprise entre $+60°$ et $+65°$. Upsala 1933.

[2] Publ Yerkes Obs 4, Teil 2 (1927).

[3] Bull Poulkovo 13, S. 2 (1932).

[4] Mt Wilson Catalogue of Photographic Magnitudes in Selected Areas 1—139, S. XXII ff. Washington 1930.

[5] Third Report of the Progress of the Plan of Selected Areas, S. 43 ff. Groningen 1932.

[6] Resultate photometrischer Messungen an 208 der vorzüglichsten Fixsterne, S. 91 ff. München 1862.

[7] Photometrische Durchmusterung, Teil 1. Publ Astrophys Obs Potsdam Nr. 31, S. 115 ff. (1894).

der Position der Sterne, z. B. von der Rektaszension, abhängen. Mindestens einer der Kataloge hat also einen von der Position der Sterne abhängigen systematischen Fehler. Wie es scheint, ist das Auftreten eines solchen Fehlers keine Ausnahme, vielmehr ist er recht häufig bei Katalogvergleichungen gefunden worden. So besteht z. B. eine derartige systematische Helligkeitsdifferenz zwischen den beiden Teilen der Yerkes-Actinometry, ebenso zwischen den Katalogen von Harvard (HPP), Pulkovo, Greenwich einerseits und der Upsalaer Zone andererseits. SCHWARZSCHILD fand bei der Herstellung der Göttinger Aktinometrie eine solche systematische Helligkeitsdifferenz (Ziff. 34a), und er konnte sie festlegen durch Anschluß seiner Messungen an die PD. Sie ist, da sie bis zu einigen Zehnteln einer Größenklasse ansteigen kann, nicht zu vernachlässigen.

Dieser systematische Fehler besteht darin, daß der Skalennullpunkt eines Helligkeitskataloges nicht durch die ganze Zone hindurch konstant bleibt, sondern sich von Platte zu Platte mehr oder minder ändert und dadurch einen z. B. von der Rektaszension abhängigen Gang annimmt. Wie ein solcher Fehler entstehen kann, ist bereits in Ziff. 34a auseinandergesetzt. Seine Bestimmung ist nicht leicht, da er meist mit dem Skalenfehler und der Farbengleichung zusammen vorkommt. Man ist, wenn man ihn von diesen trennen will, auf den Weg sukzessiver Näherungen angewiesen, wie dies z. B. von BERGSTRAND durchgeführt wurde. Ein anderes Verfahren schlug SCHWARZSCHILD ein (Ziff. 34a), doch dürfte dieses nicht immer anwendbar sein.

Bei breiten Zonen, die sich über viele Deklinationsgrade erstrecken, dürfte außer von der Abhängigkeit von der Rektaszension auch noch eine solche von der Deklination vorhanden sein, doch ist bisher ein solcher Fall noch nicht bekanntgeworden. Die Konstanthaltung des Skalennullpunktes durch eine ganze Zone hindurch ist jedenfalls viel schwieriger, als man eigentlich denken sollte, so daß BERGSTRAND[1] zu dem Urteil kam: „Les différences des zéros des divers catalogues, fonction de l'ascension droite et probablement aussi de la déclinaison, sont plus difficiles à déterminer d'une manière satisfaisante. Il semble, qu'en général, la fixation exacte d'un zéro indépendant des positions des étoiles, est sujettée à des difficultés considérables. C'est là peut-être un des points les plus faibles de la photométrie photographique des étoiles."

48b. Systematische Unterschiede zweier Helligkeitskataloge. Ist zwei Katalogen eine größere Zahl von Sternen gemeinsam, so läßt sich das Verhalten der Kataloge gegeneinander, in den Hauptzügen wenigstens, ohne weitere Rechnung aus den Helligkeitsdifferenzen $K - K'$ der den beiden Katalogen gemeinsamen Sterne erkennen, wenn man diese Differenzen einmal nach den Helligkeiten des Kataloges K, ein zweites Mal nach den Farben bzw. Spektraltypen und drittens nach den Rektaszensionen ordnet oder graphisch darstellt. Die Skalendifferenzen der beiden Kataloge, die Farbendifferenzen und die Abhängigkeit von der Rektaszension treten dann zutage.

Die rechnerische, nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeführte Untersuchung gestattet aber, feinere Züge im Verhalten der Kataloge aufzudecken.

Stellt man die Helligkeitsdifferenzen $K - K'$ mit Hilfe der Gleichung in Ziff. 48 dar, so ist ein System von Gleichungen der Form

$$K_m - K'_m = x + y(K_m - K_0) + z c_m$$

zu lösen, in welchem K_0 die mittlere Helligkeit der zur Vergleichung gelangenden Sterne ist, x die Nullpunktsdifferenz, y die Skalendifferenz, und z die Farben-

[1] Étude sur les relations existant entre les divers systèmes de grandeurs stellaires photographiques, S. 32. Upsala 1934.

differenz darstellen. Sollte sich zeigen, daß der Koeffizient y eine Abhängigkeit von der Farbe hat oder der Koeffizient z eine solche von der Helligkeit, so ist der Gleichung noch ein weiteres Glied: $u(K_m - K_0)c$ mit dem zu bestimmenden Koeffizienten u anzuhängen oder obige Gleichungen sind für jeden Spektraltypus einzeln zu lösen. Mit den gefundenen Werten von x, y, z, u berechnet man nun die $K_m - K'_m$ und sieht, ob diese berechneten Werte einen von der Rektaszension abhängigen Gang aufweisen. Ist ein solcher vorhanden, so stellt man ihn am besten graphisch in einer Kurve dar und bringt die aus dieser Kurve bestimmten Korrektionen an die beobachteten $K_m - K'_m$ an. Evtl. ist nun die ganze Rechnung noch einmal zu wiederholen, die x, y, z, u sind von neuem zu berechnen, d. h. man verwendet ein Verfahren sukzessiver Näherungen, das wohl fast immer sehr rasch zum Ziele führen wird. Ein Beispiel einer solchen Rechnung ist in der in Ziff. 48a erwähnten Abhandlung von BERGSTRAND gegeben.

48c. Genauigkeit der Helligkeitsbestimmung eines Sternes. Der mittlere Fehler einer Sternhelligkeit, soweit er aus der inneren Übereinstimmung der Messungen berechnet werden kann, dürfte bei guten Katalogen etwa $\pm 0^m,03$ betragen. Zieht man aber in Betracht, daß fast alle Kataloge systematische Fehler der in den vorigen Ziffern beschriebenen Art haben, so resultiert meist eine geringere Genauigkeit als die angegebene, doch läßt sich keine allgemeine Aussage machen; es sei auf die speziellen Katalogvergleichungen hingewiesen. Insbesondere sind die von F. H. SEARES und seinen Mitarbeitern ausgeführten diesbezüglichen Arbeiten anzuführen, welche in den Literaturzusammenstellungen, Handb. II/2, S. 517f. und unten genannt sind.

Auf den Einfluß, den die mehr oder minder große Vollständigkeit der beiden Kataloge auf die Beziehungen der Kataloge aufeinander ausübt, hat ST. HOLM[1] in mehreren Abhandlungen hingewiesen.

n) Literaturverzeichnis, Nachtrag.

Agfa, Veröffentlichungen des wissenschaftlichen Zentral-Laboratoriums der photographischen Abteilung Agfa I (1930), II (1931), III (1933), IV (1935).

H. ALDEN and P. VAN DE KAMP, Photovisual magnitudes of the Selected Areas at $\delta = +75°$ derived from plates taken at the Leander McCormick Observatory, discussed by P. J. van Rhijn and B. J. Bok. Publ Groningen Nr. 44 (1929).

J. ARMEANCA, Photographische und photovisuelle Helligkeiten von polnahen Sternen. Z f Ap 7, S. 78 = Gött Veröff Nr. 35 (1933).

N. BARABASCHEFF u. B. SEMEJKIN, Photographische Photometrie des Planeten Jupiter und Untersuchung der Jupiter- und Saturnatmosphäre. Z f Ap 8, S. 179 (1934).

F. BECKER u. A. KOHLSCHÜTTER, Spektrale Intensitätsmessungen an 1393 Sternen des Südhimmels. Bonn Veröff Nr. 27 (1933).

Ö. BERGSTRAND, Étude sur les relations existant entre les divers systèmes de grandeurs stellaires photographiques. Upsala Universitäts Årsskrift 1934 = Upsala Medd Nr. 59.

— Photométrie des étoiles da la zone de déclinaison comprise entre $+60°$ et $+65°$. 1933 = Upsala Medd Nr. 57.

— Fotografisk bestämning av stjärn magnitudes. P A T 14, S. 89 (1933).

A. BRILL, Photographisch-photometrische Untersuchungen an hellen Fixsternen. I. Über die Extinktion in der Erdatmosphäre. Berlin-Babelsberg Veröff 9, Nr. 2 (1931).

H. BUCERIUS, Zur Theorie des realen Objektivgitters. A N 248, S. 201 (1933).

— Über das Drehgitter und seine Anwendbarkeit zu einer kontinuierlichen photographischen Photometrie. A N 246, S. 33; 247, S. 361 (1932).

W. H. CHRISTIE, Photometry with the Schraffierkassette. Ap J 78, S. 313 (1933) = Mt Wilson Contr 476.

[1] Ap J 77, S. 229 (1934) = Lund Medd I, Nr. 134; Lund Circ 10, S. 302 (1934).

F. W. Dyson, Photographic magnitudes of stars brighter than $14^m,0$ in 40 of Kapteyns Selected Areas determined at the R. Observatory Greenwich. London 1931.
— Photographic magnitudes of stars brighter than $9^m,1$ between declination $+65°$ and declination $+75°$ determined at the R. Observatory Greenwich. Edinburgh 1914.
A. S. Fairley, The Yerkes Actinometry, second series, Zone $+75°$ to $+60°$. Ap J 73, S. 125 (1931); A N 245, S. 17 (1932).
W. Führer, Farbäquivalente von 51 polnahen Sternen. A N 247, S. 73 (1932).
K. Haidrich, Die Leistungssteigerung der photographischen Platte bei Aufnahme schwacher Nebelhelligkeiten. I, II. A N 248, S. 49 (1933); 250, S. 17 (1933).
P. Heinisch, Untersuchung über die Zerstreuung des Lichtes durch entwickelte Emulsionsschichten. Diss. Techn. Hochschule Charlottenburg 1931.
C. Hoffmeister, Fünf Jahre photographischer Überwachung des Himmels in Sonneberg. A N 250, S. 397 (1933).
S. Holm, A Comparison of the Yerkes and the Greenwich photographic magnitudes. Ap J 77, S. 229 = Lund Medd. I, Nr. 134 (1933).
— Note on external mean errors. Lund Circ Nr. 10, S. 302 (1934).
E. P. Hubble, Surface brightness of threshold images. Ap J 76, S. 106 (1932) = Mt Wilson Contr 453.
R. Jürgens, Über die Zerstreuung von Licht in photographischen Negativen und Einfluß auf die Messungen von Schwärzungen. Diss. Hamburg 1928.
H. Kienle, Über Eigentümlichkeiten von Neutralfiltern aus Platin. Gött Veröff Nr. 24 (1932).
E. S. King, A manual of celestial photography. Boston 1931.
— and R. L. Ingalls, Red magnitudes of bright stars. Harv Ann 85, Nr. 11 (1930).
I. Lehmann-Balanowskaja, Katalog der photographischen Größen der Sterne der Potsdamer Photometr. Durchmusterung in der Zone $+57°,5$ bis $+77°,5$. Bull Obs Poulkovo 13, Nr. 2 (1932).
B. Lindblad, Spektralphotometrische Untersuchungen an Riesen- und Zwergsternen. V J S 68, S. 359 (1933).
A. Markov and N. Sytinskaja, Results of application of focus plate-holder in surface photometry of nebulae. C R Acad Sc de USSR 5, S. 73 (1933).
C. H. Martin, Photovisual magnitudes of 219 stars in NGC 3532. B A N 7, S. 61 (1933).
Th. Müller, Neue Untersuchungen über die Veränderlichen im Kugelsternhaufen Messier 3. Berlin-Babelsberg Veröff 11, Heft 1 (1933).
V. Oberguggenberger, Über die Möglichkeit der photometrischen Auswertung extrafokaler Aufnahmen mit Spiegelteleskopen. Sitzber Akad Wien IIa, 142, Heft 3/4 (1933).
Y. Öhman, On the use of Iceland spar for the intensity calibration of slit spectra. Ark Mat Astr Fys 24 A, Nr. 10 (1933).
L. S. Ornstein, W. J. H. Moll u. H. C. Burger, Objektive Spektralphotometrie. Sammlung Vieweg 108/109. Braunschweig 1932.
C. H. Payne, A heterochromatic study of the Pleiades. Harv Ann 89, Nr. 2 (1931).
— The Harvard photographic photometry. Harv Bull 892 (1933).
— Photographic magnitudes of bright stars north of $+80°$. Harv Bull 881 (1932).
— Photovisual magnitudes in Harvard standard regions. Harv Bull 881 (1932).
— Photovisual magnitudes in Harvard standard regions. Harv Ann 89, Nr. 1 (1931).
— Relations between photovisual systems. Harv Bull 892 (1933).
C. W. Read, On the technique of spectral intensity measurement with special reference to choice of photographic plate. Phil Mag 11, S. 1152 (1931).
F. Schembor, Eine einfache Methode zur Bestimmung der Gesamthelligkeit des Mondes. A N 245, S. 205 (1932).
H. Schneller, Untersuchungen über kurzbrennweitige photographische Objektive und deren Verwendung bei der Beobachtung veränderlicher Sterne. Berlin-Babelsberg Veröff 8 Nr. 6 (1931).
F. H. Seares, Magnitudes and colors of stars in the Selected Areas (Third Report on the progress of the plan of Selected Areas), S. 43. Groningen 1932.
— Systematic corrections to magnitudes and an extension of the polar sequence. Ap J 78, S. 141 = Mt Wilson Contr 472 (1933).
— and M. C. Joyner, Systematic corrections to photographic magnitudes of polar stars. Ap J 79, S. 267 = Mt Wilson Contr 489 (1934).
— Commission de photométrie stellaire. Trans Internat Astr Union 4, S. 136 (1933).
H. Siedentopf, Photographisch-photometrische Untersuchungen. I. A N 254, S. 33 (1934).

A. DE SITTER, Photographic magnitudes of stars brighter than $7^m,5$ between declination $+80°$ and the pole. B A N 6, S. 65 (1930); S. 139 (1931).

H. STRASSL, Kurzfristige Änderungen der Empfindlichkeit photographischer Platten. V J S 68, S. 325 (1933).

— Die Intensitätsverteilung in den Spektren der helleren Plejadensterne. Gött Veröff Nr. 29 (1932).

S. L. THORNDIKE, Apparent photographic magnitudes of 24 proper motion stars. Publ A S P 45, S. 255 (1933).

Å. WALLENQUIST, An attempt to determine photovisual magnitudes without a colour-filter and a study of the colours and the magnitudes of the stars in the galactic cluster Messier 7 and its surroundings. Ann Bosscha-Sterrew 3, Teil 4 (1931).

— A study of colors and magnitudes of stars in the open cluster Messier 38. Upsala Medd 56 (1932).

J. WEMPE, Beiträge zur photographischen Spektralphotometrie. Gött Veröff Nr. 28 (1932).

R. WILDT, Über Eigentümlichkeiten panchromatischer Platten. Gött Veröff Nr. 20 (1931).

H. C. WILLIS, Photographic magnitudes of proper motion stars. Ap J 80, S. 319 (1934).

F. W. WRIGHT, Photovisual sequences for the series VIII of the Atlas Stellarum Variabilium. Harv Bull 892 (1933).

R. G. ZUG, Comparison of the revised Harvard photometric and the international photovisual systems between the sixth and tenth magnitude. Ap J 73, S. 26 (1931).

Band II.

Kapitel 6.

Visuelle Photometrie.

Von

W. HASSENSTEIN-Potsdam.

Mit 5 Abbildungen.

Die einleitenden Abschnitte a—c des Kapitels „Visuelle Photometrie" enthielten eine Darlegung der grundlegenden Begriffe und Prinzipien der visuellen Photometrie auf Grund der Lehren der physiologischen Optik sowie eine Würdigung des Refraktors als photometrisches Hilfsinstrument. Zu diesen Abschnitten, welche einen im wesentlichen in sich abgeschlossenen Charakter trugen, sind zusätzliche Angaben nicht vorgesehen. Doch sind die wichtigsten in den Jahren 1930—1934 erschienenen einschlägigen Arbeiten im ersten Teil des im Anhang gegebenen Literaturverzeichnisses angeführt. Entsprechend den Hauptabschnitten des betreffenden Kapitels werden im folgenden zunächst die in den Methoden der Helligkeitsmessung, sodann die in den Methoden der Helligkeitsschätzung in den Jahren 1930—1934 erzielten Fortschritte in den Hauptzügen dargelegt. Die Titel sowohl der Mehrzahl der besprochenen als auch zahlreicher weiterer Arbeiten, auf deren nähere Betrachtung hier verzichtet werden konnte, sind in dem zweiten und dritten Teil des Literaturverzeichnisses zusammengestellt worden.

f) Die Methoden der Gleichheitsphotometrie.

Der Fortschritt beruht weniger in der Aufzeigung neuer Methoden als vielmehr in der Weiterentwicklung der schon vorhandenen Methoden, wobei der Schwerpunkt des Fortschritts bei den flächenphotometrischen Methoden liegt. Nach Behandlung einiger mehr allgemeiner Fragen (Filter, systematische Fehler) werden Neukonstruktionen und vorbildliche Beobachtungsmethoden erstlich auf dem Gebiet der Punktphotometrie, sodann der Flächenphotometrie besprochen.

33. Allgemeine Gesichtspunkte. Zur konstanten bzw. stufenförmig fortschreitenden Abschwächung natürlicher oder künstlicher optischer Bilder werden neuerdings vielfach Platinfilter — das sind Glasplatten mit einer mittels Kathodenzerstäubung hergestellten Platinschicht — verwendet. Mit der Untersuchung der Eigenschaften solcher Filter, insbesondere ihrer Selektivität, haben sich unter anderen H. KIENLE[1] und J. HOPMANN[2] beschäftigt. KIENLE betont die Notwendigkeit, die Platinschicht an Luft grenzen zu lassen.

Farbenfilter finden in der visuellen Photometrie häufig Anwendung, um das künstliche Vergleichslicht auf die mittlere Farbe der zu messenden

[1] Z f Ap 1, S. 13 (1930); 4, S. 282 (1932).
[2] Veröff Univ-Sternw Leipzig Heft 3, S. 13 (1932).

zölestischen Objekte zu bringen. Ein Beispiel hierzu findet sich bei J. HOPMANN[1], der das Filter für das Vergleichslämpchen auf Grund eingehender Rechnung so wählt (SCHOTTsches Blauglas BG 8 in 3 mm Stärke), daß die spektrale Intensitätsverteilung des gefilterten Lampenlichtes für foveales Sehen mit der entsprechend definierten Intensitätsverteilung eines G-Sternes möglichst nahe übereinstimmt. — Einschneidender ist die Bedeutung des Farbenfilters, wenn es, vor das Okular des Photometers gesetzt, dazu dient, natürliche und künstliche Objekte auf die gleiche Farbe zu bringen bzw. eine Beobachtung in mehr oder weniger monochromatischem Lichte zu ermöglichen. Als Hauptvorteile dieses neuerdings vielfach angewendeten Verfahrens sind einmal die Vermeidung der systematischen Farbenfehler, ferner die Steigerung der Genauigkeit bei der Vergleichung, schließlich die Möglichkeit der Bestimmung von Farbenindizes zu nennen. Als Nachteile sind indessen anzusehen der oft sehr erhebliche Verlust an Lichtstärke sowie die Schwierigkeit, Filterbeobachtungen mit solchen ohne Filter in Beziehung zu setzen. Mit letzterem Problem haben sich M. G. J. MINNAERT und J. VAN DER BILT in einer 1932 erschienenen Abhandlung[2] sehr erfolgreich beschäftigt. Bei J. HOPMANN[3] findet man die Berechnung der Absorptionskoeffizienten für ein Gelb- und für ein Blaufilter sowohl auf Grund der Zapfenals der Stäbchenkurve des Auges. Die Filter sollen die Bedingung erfüllen, eine möglichst große Farbenindexamplitude zu geben. Die schließlich gewählten Farbgläser — Gelbglas OG 1 (1 mm), Blauglas BG 4 (0,5 mm) — geben für extrafoveales Sehen zwischen den Sternspektren B und M eine Farbenindexamplitude von $0^M,9$.

Neue Erfahrungen hinsichtlich des Positionswinkelfehlers. Unter Leitung von W. W. SCHARONOW[4] wurden zwecks Untersuchung des CERASKI-Effektes die Helligkeiten von künstlichen Sternen in verschiedenen Positionswinkeln von 9 Beobachtern mit Hilfe von Sternphotometern der Typen ROSENBERG oder GRAFF gemessen. Die Effekte, welche in einigen Fällen $0^M,3$ erreichen, befolgen kein allgemeines Gesetz, indem sie für verschiedene Beobachter und sogar für verschiedene Augen desselben Beobachters ganz verschieden ausfallen. Die Helligkeit der beobachteten Lichtpunkte war ohne merklichen Einfluß auf den Effekt. — C. WIRTZ[5] studiert den beim Vergleich der Flächenhelligkeiten flächenhafter Objekte auftretenden Positionswinkelfehler. Er leitet aus den Vergleichungen eines Nebelflecks mit dem Photometerfleck eines GRAFFschen Photometers (Wiener Refraktor $d = 67$, $f = 1036$ cm, Vergr. 193) den systematischen Messungsunterschied ab:

$$\text{links minus rechts} = -0^M,39 \pm 0^M,04 \text{ m. F. } (n = 22).$$

Entsprechend wurde im Laboratorium beim Messen eines künstlichen Nebelflecks gefunden:

$$l - r = -0^M,21 \pm 0^M,03 \text{ m. F. } (n = 11).$$

Einen Beitrag zum Studium der von der ungleichen Bildbeschaffenheit des natürlichen und des künstlichen Sternes abhängigen systematischen Fehler[6] gibt L. DETRE[7]. Dieser Fehler kommt bei Messungen mit Keilphotometern in einer Änderung der Keilkonstante zum Ausdruck.

[1] Veröff Univ-Sternw Leipzig Heft 3, S. 10 (1932).
[2] M N 92, S. 422 (1932). — Nähere Besprechung siehe weiter unten.
[3] Veröff Univ-Sternw Leipzig Heft 3, S. 10 (1932).
[4] Tashkent Bull Nr. 1, S. 4 (1933).
[5] Sitzber Akad Wiss Wien 141, S. 163 (1932).
[6] In Handb. Bd. II, S. 627 als „Bildstruktur- oder Flächenfehler" bezeichnet.
[7] A N 252, S. 327 (1934).

Bei ruhiger Luft, wenn die natürlichen Sterne klein und scharf erschienen, wurde aus Messungen von Sternen der Nordpolarfolge ein merklich größerer Wert für die Keilkonstante erhalten als bei unruhiger Luft.

34 und 35. Punktphotometer. Ein besonders einfaches Beispiel eines Photometers, bei dem die Abbildung der beiden zu vergleichenden natürlichen Sterne durch ein und dasselbe Objektiv bewirkt wird, bietet das ansetzbare Keilphotometer von J. FADEEV[1]. Der nur 0,5 mm breite Keil ist in der Fokalebene des Okulares etwas seitlich angebracht und läßt sich in der Längsrichtung meßbar verschieben. Ein zum Keil senkrecht stehendes Fadenpaar legt die Stelle im Gesichtsfeld fest, an welche der hellere, abzuschwächende Stern gestellt wird. Ein wesentlicher Nachteil dieses Photometers besteht darin, daß wegen des Fehlens einer besonderen Vergleichsvorrichtung die Bilder der beiden zu vergleichenden Sterne im allgemeinen in weitem Abstand voneinander stehen.

J. ELLSWORTH[2] sowie E. VANDEKERKHOVE[3] haben in enger Anlehnung an A. DANJONS „photomètre différentiel à oeil de chat" „Katzenaugenphotometer" konstruiert und zu Messungen an Veränderlichen verwendet, ohne indessen die von DANJON erzielte extrem hohe Genauigkeit erreichen zu können. VANDEKERKHOVE beschreibt einen Registrierapparat für die Stellung des Katzenauges und gibt eine sehr eingehende Untersuchung der dem Photometer anhaftenden systematischen Fehlerquellen.

Abb. 1. Photographischer Kreiskeil nach E. GOLDBERG (GRAFF, Grundriß d Astroph S. 233).

Das Kreiskeilphotometer von K. GRAFF[4] ist hinsichtlich der Einfachheit der Bauart dem FADEEVschen Photometer vergleichbar, aber von den Nachteilen desselben im wesentlichen frei. Die aus Vergleichslämpchen und Meßkeil bestehende photometrische Einrichtung ist unmittelbar in den Strahlengang des aus Kollektivlinse und aplanatischer Lupe zusammengesetzten schwachen Okulares eingebaut. Der künstliche Stern wird durch Ausblenden einzelner Fadenteile eines 4-Voltlämpchens vermittels einer Rotationsblende erzeugt, durch ein Blauglas gefärbt und mittels eines photographischen Kreiskeiles nach E. GOLDBERG (Abb. 1) meßbar abgeschwächt. Das Photometer bewährte sich u. a. bei der Bestimmung der Helligkeiten des Planeten Eros und von 100 Vergleichsternen für denselben. — Nach einer kleinen Abänderung — der künstliche Stern wird durch einen Lichtfleck („künstlichen Nebel") ersetzt — wird das Photometer auch zur Messung der Gesamthelligkeiten schwacher Nebelflecke verwendbar[5].

Abb. 2. Blaurotkeilkolorimeter von K. GRAFF (schematisch) (Mitt Wiener Sternw Nr. 1, S. 22).

Das Blaurotkeilkolorimeter von K. GRAFF (Abb. 2)[6] ist zwar in erster Linie zur Messung von Sternfarben bestimmt, soll aber, da es in der Bauart dem ZÖLLNERschen Photometer (welches ja auch zugleich Kolorimeter ist) nahe verwandt und überhaupt in mancher Beziehung für ein Sternphotometer vorbildlich ist, hier kurz beschrieben werden. Das Licht des 4-Voltlämpchens L passiert eine

[1] Publ Kharkiv 4, S. 96 (1933).
[2] J O 15, S. 49 (1932); B S A F 47, S. 52 u. 196 (1933).
[3] Univ Bruxelles Inst d'Astr (2) Nr. 23 (1934).
[4] Mitt Wiener Sternw Nr. 1, S. 27 (1931).
[5] Mitt Wiener Sternw Nr. 2, S. 86 (1932).
[6] Mitt Wiener Sternw Nr. 1, S. 21 (1931).

Negativlinse und die Blendenscheibe B. Es durchdringt dann den Farbkeil K, der aus einem Blauglas und einem kompensierenden Rotglas zusammengesetzt ist, die aus zwei GLAN-THOMPSON-Prismen N bestehende Einrichtung zur Herstellung gleicher Helligkeit zwischen dem natürlichen und dem künstlichen Stern, das Mikroobjektiv M und schließlich die ZÖLLNERsche Glasplatte S. An Stelle des Gegengewichtes ist eine zylindrische Trockenbatterie T angebracht, die, durch einen Drahtauslöser A betätigt, ein grünes Ableselämpchen von 2 Volt Spannung zum Aufleuchten bringt, das die weiße Zelluloidskala des Keils völlig genügend erleuchtet. GRAFF[1] hat mit dem beschriebenen Apparat u. a. eine kolorimetrische Durchmusterung von 1200 Sternen bis 5^M zwischen dem Nordpol und 40° südlicher Deklination ausgeführt.

Das „Glasplattenphotometer" von W. H. STEAVENSON[2] ist ein einfach gebauter ansetzbarer Apparat, bei dem wie bei PICKERINGS Keilphotometer das im seitlichen Photometerarm befindliche Vergleichslämpchen durch einen Meßkeil abgeschwächt wird. Neuartig ist an ihm die Vergleichsvorrichtung, d. h. die Art, wie im Gesichtsfelde der künstliche Stern erzeugt wird. In der Fokalebene des Objektives ist eine quadratische Glasplatte von 20 mm Seitenlänge und 2,5 mm Dicke normal zu der optischen Achse befestigt. Die dem Okular zugekehrte Fläche ist mit einer Reihe von kleinen, mit dem Diamanten geritzten, nahe kreisförmigen Kerben von 0,05 mm Durchmesser versehen. Wird die Glasplatte von ihrer Schmalseite her durch das Vergleichslämpchen erleuchtet, so werden im Okular punktförmige Reflexe sichtbar, welche den Bildern der natürlichen Sterne sehr ähnlich sind. Das vollkommenste Bild wird in die Mitte des Gesichtsfeldes gebracht und als Vergleichsobjekt benutzt. Die Genauigkeit der Einstellung erwies sich bei der versuchsmäßigen Messung eines Sternpaares als befriedigend.

37 und 38. Flächenphotometer. Zunächst einige Erfahrungen mit dem ROSENBERGschen Photometer. C. WIRTZ[3] hat sich beim Studium der Verteilung der Flächenhelligkeit auf beleuchteten Rotationsellipsoiden (künstlichen Planeten) im Laboratorium eines ROSENBERGschen Photometers bedient. Die künstlichen Planeten befinden sich im Brennpunkt eines Kollimatorobjektives $d = 6{,}6$, $f = 85$ cm. Das Photometer ist mit einem Objektiv $d = 4$, $f = 45$ cm ausgerüstet. Der Photometerfleck wurde bei der Messung nacheinander auf 13 verschiedene Stellen der Planetenscheibe gebracht. Jeder Planet wurde bei 8 verschiedenen Neigungen seiner Polarachse durchgemessen. Für den m. F. einer gemessenen Helligkeitsdifferenz gegen das Zentrum der Planetenscheibe ergab sich der Wert $\pm 0^m{,}025$. Die zum Teil durch Mängel der Versuchsanordnung bedingten systematischen Fehler wurden sorgfältig untersucht. — In einer weiteren Arbeit[4] wird die Abhängigkeit der Flächenhelligkeit des künstlichen Planeten vom Phasenwinkel untersucht. Mit schmaler werdender Sichel nimmt die Genauigkeit der Messungen rasch ab. Um die auftretenden systematischen Fehler aufzuklären, wurden Hilfsmessungen an einer ebenen Kreisscheibe von 10 mm Durchmesser ausgeführt. Hierbei ergab sich der m. F. einer auf $4 + 4$ Einstellungen beruhenden Helligkeitsdifferenz zu $\pm 0^m{,}033$. — W. HASSENSTEIN[5] hat ein nach Angaben K. SCHWARZSCHILDS konstruiertes ROSENBERG-Photometer von etwas abweichender Form — die Abschwächungsvorrichtung besteht aus drei hintereinandergeschalteten Nikols[6] — zur Messung von Veränderlichen im extrafokalen Bilde verwendet. Die Messungen wurden

---

[1] Mitt Wiener Sternw Nr. 3, S. 117 (1933) = Sitzber Akad Wien IIa 142, S. 387 (1933).
[2] M N 92, S. 839 (1932). [3] Z f Ap 1, S. 149 (1930).
[4] Z f Ap 5, S. 21 (1932); 6, S. 236 (1933).
[5] V J S 67, S. 278 (1932); A N 253, S. 481 (1934). [6] Vgl. Handb Astrophys 2, S. 670.

grundsätzlich bei fovealem Sehen ausgeführt. Der mittlere Fehler einer auf 12 + 12 Einstellungen beruhenden Helligkeitsdifferenz zweier Sterne beträgt im Durchschnitt $\pm 0^M,04$.

Das von K. GRAFF[1] zur Messung der Himmelshelligkeit verwendete Thoriumfleckokular ist im wesentlichen eine Kopie des Flächenphotometers von H. J. GRAMATZKI. Das in einer kleinen Röhre untergebrachte Leuchtpräparat (Leuchtfarbe Nr. 10 der Torangesellschaft) erzeugt mittels eines unter 45° abgeschliffenen Glasstabes, der als totalreflektierendes Prisma wirkt, einen scharf begrenzten Lichtfleck im Gesichtsfelde des RAMSDEN-Okulares. Um die Himmelshelligkeit während der Dämmerung von Tag zu Tag unter Kontrolle zu halten, wurde das kleine Instrument gegen den Zenit bzw. den Horizont gerichtet und — unter Verzicht auf eine künstliche Abschwächung — der genaue Zeitpunkt notiert, in welchem der Himmel die Helligkeit des leuchtenden Flecks annahm. Bei der Reduktion wurde der Intensitätsabfall der Leuchtfarbe von November 1930 bis Februar 1931 mit 30% in Rechnung gestellt.

J. HOPMANN[2] hat das Verdienst, die astrophotometrische Brauchbarkeit der von G. GEHLHOFF und H. SCHERING angegebenen photometrischen Methode dargetan zu haben, wenn auch die mit seinem Photometer erreichbare Genauigkeit etwas hinter den Erwartungen zurückbleibt. Das nach HOPMANNS Plänen von ZEISS gebaute Universal-Astrophotometer (Abb. 3) besitzt Einrichtungen 1. für die Messung extrafokaler Bilder nach der Methode von GEHLHOFF-SCHERING, 2. für die Messung fokaler, entweder punktförmiger oder flächenhafter Bilder und 3. für kolorimetrische Messungen nach WILSINGS Rotkeilmethode. Eine nähere Beschreibung des dem Leipziger Heliometer ($d = 16$, $f = 192$ cm) angepaßten Photometers sei an Hand der Abbildung gegeben, wobei zunächst die der GEHLHOFF-SCHERINGschen Methode entsprechenden Teile beschrieben seien:

1 Gewinde zum Anschrauben des Photometers an den Refraktor.

2 u. *3* Drehung und Klemmung im Positionswinkel.

4 u. *5* Zwei Sätze Neutralfilter aus kathodenzerstäubtem Platin zur Abschwächung der vom Objektiv erzeugten Bilder um $0^m,5$, $1^m,0$ und $1^m,5$ bzw. um 2^m, 4^m und 6^m.

8 LUMMER-BRODHUNscher Photometerwürfel, welcher das Sternlicht in den linken Seitenarm des Photometers reflektiert.

8—9 Rohr, dessen Länge sich zum Zweck der Fokussierung teleskopartig ändern läßt.

9 Totalreflektierendes Prisma.

11 Mit 0,5 mm-Quadratnetz versehene Glasplatte, in deren Ebene der natürliche und der künstliche Stern scharf abgebildet werden.

12 ABBEsche Beleuchtungseinrichtung.

13 Okular, welches dazu dient, die beiden in *11* entstehenden punktförmigen Bilder zu betrachten und zur Deckung zu bringen.

10 Irisblende, bei der Messung dem auf die Diagonalfläche des Würfels *8* akkommodierenden Auge als Einblicköffnung dienend.

14 Revolver, um nach Herstellung der Koinzidenz der Bilder *10* an die Stelle von *11* zu bringen.

29 In Gewinde *1* schraubendes Rohr von 10 cm Länge mit Negativlinse *30* ($f = 12,5$ cm). Letztere Linse dient dazu, die bei *1* liegende Brennebene des Heliometerobjektivs um ungefähr 45 cm nach *11* bzw. *10* vorzuverlegen. Die Äquivalentbrennweite des Refraktors wird durch diese Hilfslinse von 192 cm auf rund 10 m gebracht. Das ist wichtig, weil dank dieser Einrichtung der

[1] Mitt Wiener Sternw Nr. 1, S. 15 (1931); Nr. 2, S. 79 (1932).

[2] Veröff Univ-Sternw Leipzig Heft 3 (1932).

Durchmesser der extrafokalen Sternbilder stark reduziert und ihre Flächenhelligkeit entsprechend erhöht wird.

Die zur Erzeugung, Projektion, meßbaren Abschwächung und Färbung des künstlichen Vergleichslichtes dienenden Teile des rechten Photometerarmes sind die folgenden:

28 4 Volt-Photometerlämpchen nebst Opalglas.

23, 23 Projektionslinsen zur Abbildung der Lampenblende in *21*.

24—27 Beweglicher sowie fester Nikol nebst Intensitätskreis, Nonius und Triebwerk.

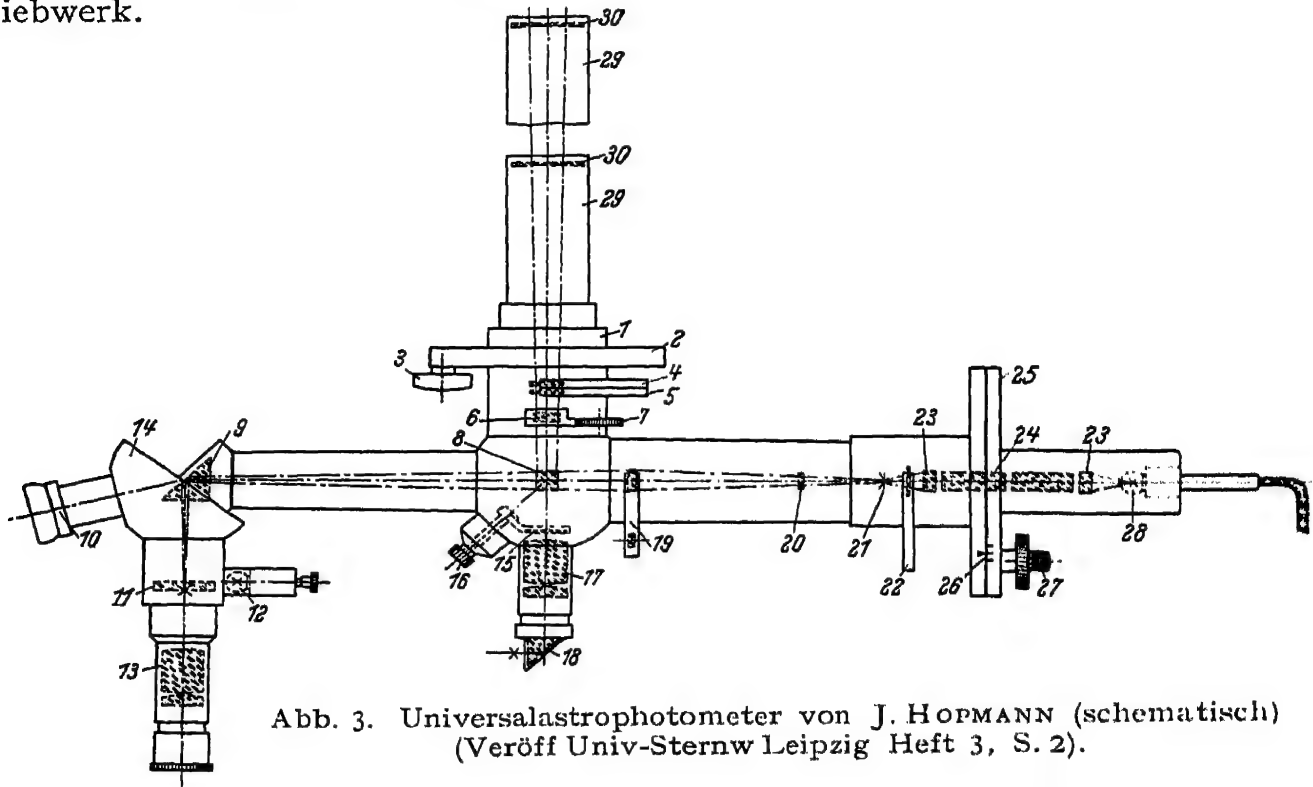



Abb. 3. Universalastrophotometer von J. HOPMANN (schematisch) (Veröff Univ-Sternw Leipzig Heft 3, S. 2).

22 Neutralfilter für Abschwächung um $0^m,5$, $1^m,0$ oder $1^m,5$.

21 6 Lochblenden mit Durchmessern zwischen 2 mm und 0,06 mm, eine Abschwächung bis zu maximal 10^m gestattend.

20 Blaufilter.

19 Projektionslinse von 9 cm Brennweite zur Abbildung der Lochblende *21* in *11* bzw. *10*.

Der Beobachter, dessen Auge auf den in 25 cm Abstand befindlichen Photometerwürfel akkommodiert, sieht das innere Feld vom scheinbaren Durchmesser 1° vom Licht des Sternes, das äußere Feld vom Durchmesser 2°,2 vom Licht des Vergleichslämpchens erleuchtet.

Das HOPMANNsche Photometer als Punkt-, Flächen- oder Rotkeilphotometer. Bei dieser Verwendung werden die natürlichen Objekte sowie das künstliche Vergleichsobjekt in *8* scharf abgebildet. Um dies zu erreichen, wird bei *30* eine Negativlinse $f = 20$ cm, bei *19* eine Projektionslinse $f = 3$ cm eingesetzt. An die Stelle des Photometerwürfels *8* tritt die ZÖLLNERsche schräge Glasplatte. Das mit Zenitprisma *18* versehene orthoskopische Okular *17* wird auf *8* fokussiert. Durch den Knopf *16* lassen sich die Filter *15* (Gelb- und Blaufilter) in den Lichtweg bringen[1].

Will man den Universalapparat als Flächenphotometer verwenden, so läßt sich an Stelle der schrägen Glasplatte *8* ein Photometerwürfel mit sehr kleinen Feldern nach E. SCHÖNBERG einsetzen.

[1] Die Filter *15* lassen sich auch in den Lichtweg *8—9* bringen.

Will man schließlich kolorimetrische Messungen anstellen, so wird der bei *6* und *7* angeordnete WILSINGsche Rotkeil nebst Zahnrad, Triebschraube und Ableseskala in Betrieb genommen.

HOPMANNS Abhandlung enthält aufschlußreiche Untersuchungen über die verschiedenen Fehlerquellen, welche auf die Messungen einwirken, sowie ferner sorgfältige Bestimmungen der Durchlässigkeitskoeffizienten der verschiedenen Neutral- und Farbgläser. Da HOPMANN die Vergleichungen nach der GEHLHOFFschen Methode prinzipiell bei extrafovealem Sehen anstellt, so fällt der mit der Zwischenschaltung der Hilfslinse *30* sowie der totalreflektierenden Prismen *8* und *9* verbundene Lichtverlust nicht allzu schwer ins Gewicht, und es lassen sich bei einer Objektivöffnung von 16 cm noch Sterne bis zu 9^M messen, während Sterne heller als 6^M abgeblendet werden müssen. Ein unvermeidlicher Nachteil der flächenphotometrischen Messung sehr schwacher Sterne liegt darin, daß die Helligkeit des Himmelshintergrundes in aller Schärfe mitgemessen werden muß. HOPMANN gibt eine übersichtliche Tafel zur Reduktion der Messungen auf schwarzen Untergrund. In einer späteren Arbeit „Photometrische und kolorimetrische Untersuchungen an ζ Aurigae“[1] gibt er für die bei der Messung der Helligkeitsdifferenz $\zeta - \eta$ (16 + 24 Einst.) erreichte Genauigkeit den mittleren Fehler $\pm 0^M{,}06$ an, ein in Anbetracht der extrafovealen Beobachtungsweise — welche der fovealen an Genauigkeit unterlegen ist[2] — befriedigendes Ergebnis.

HOPMANN[3] hat die GEHLHOFFsche Methode auch auf die Messung von Flächenhelligkeiten angewandt. Gemessen wird die Gesamthelligkeit des in der Augenblende abgebildeten Flächenstückes. Beim Anschluß der Flächenhelligkeiten ausgewählter Stellen des Orionnebels an die Helligkeiten benachbarter Sterne wurde eine befriedigende Genauigkeit erzielt.

Zum Typus der Photometer, bei denen die zu vergleichenden Lichtquellen (bzw. nur eine derselben) in der Pupille des Auges scharf abgebildet werden, gehören ferner die von F. LINK 1929 und von J. DUFAY 1930 konstruierten Apparate.

Das Flächenphotometer von F. LINK[4] (Abb. 4), welches dazu dient, die Helligkeit der Sonne in verschiedenen Spektralbereichen zu messen, ist eine Abart des Universalphotometers von CH. FABRY und H. BUISSON. Durch das kleine Objektiv D ($f = 13$ cm) wird zunächst ein Bild der Sonne in der Ebene der Blende C entworfen. Sodann wird durch die Sammellinse A in der Augenblende B ein Bild der Blende C und gleichzeitig ein Bild des Fadens des seitlich angeordneten Vergleichslämpchens erzeugt. Die Brennweite der Linse A ist so gewählt, daß das Auge auf die Diagonalfläche des Photometerwürfels akkommodieren kann. Die Einstellung auf gleiche Helligkeit der Vergleichsfelder wird durch den neutralen Meßkeil F im Verein mit den Neutralgläsern E_1 und E_2 bewirkt. Schließlich nimmt das Farbenfilter G einen engen Wellenlängenbereich aus der Gesamtstrahlung heraus.

Abb. 4. Flächenphotometer von F. LINK (schematisch) (Lyon Bull 11, S. 230).

Bei dem Flächenphotometer von J. DUFAY[5] handelt es sich im Gegensatz zu DUFAYS erstem Photometer[6] um einen ansetzbaren Apparat, bei dem die

[1] Mitt Sternw Leipzig Nr. 1 (1933).
[2] Vgl. Handb Astrophys 2, S. 548 u. 633.
[3] Veröff Univ-Sternw Leipzig Heft 4 (1934).
[4] Lyon Bull 11, S. 229 (1929).
[5] J Phys et Rad (7) 1, S. 124 (1930); C R 190, S. 166 (1930).
[6] Siehe Handb Astrophys 2, S. 679f.

Linse L, auf welche das Auge akkommodiert, jetzt Okular ist, während sie dort Objektiv war. Gemäß DUFAYS Beschreibung akkommodiert der Beobachter mit Hilfe einer Lupe auf den mit einem schwach vergrößernden Okular versehenen Okularkreis des Fernrohrs. Ein weißer diffuser Schirm verdeckt die Hälfte des Okularkreises. Er erhält Licht von einer kleinen durch den neutralen Meßkeil hindurchscheinenden Glühlampe. Die obenerwähnte Lupe entwirft ein Bild des Sternes im Zentrum der Blende, welche den Ort des Auges festlegt. Der Beobachter sieht so unter einem Winkel von ungefähr 3° zwei sich berührende Halbkreise, von denen der eine vom Stern, der andere von der Hilfslichtquelle erleuchtet ist, und macht durch Verschieben des Keiles die beiden Flächen gleich hell. — J. DUFAY und R. GINDRE[1] haben mit diesem Instrument 65 Anschlüsse des Bedeckungsveränderlichen u Herculis ($4^M,7-5^M,3$, Sp. B 3) an den Nachbarstern ω ($5^M,4$, Sp. G0) ausgeführt. Der m. F. einer auf 15 + 20 Einstellungen beruhenden Helligkeitsdifferenz der beiden Sterne beträgt $\pm 0^M,03$.

Dem vorstehend beschriebenen Photometer im Prinzip sehr ähnlich ist das „photomètre pour l'étude des variations lunaires" von G. DELMOTTE[2]. Der Erfinder gibt eine sehr ausführliche Beschreibung des Apparates sowie auf Grund mehrerer Abbildungen eine Anweisung zur Selbstherstellung der einzelnen Teile desselben, z. B. des photographischen Keiles. Da nur wenige Probemessungen am Monde vorliegen, so ist die praktische Brauchbarkeit des Photometers noch nicht als erwiesen anzusehen.

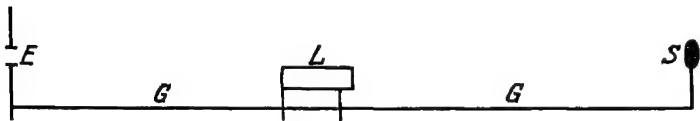



Abb. 5. Flächenphotometer von C. HOFFMEISTER (schematisch) (Berlin-Babelsberg Veröff 8, Heft 2, S. 10).

Die Photometrie schwacher Flächenhelligkeiten am Himmel hat durch die Arbeiten C. HOFFMEISTERS eine wesentliche Förderung erfahren. Insbesondere ist diesem Forscher die Konstruktion von zwei sehr brauchbaren Photometern zu verdanken. Das 1929 konstruierte Flächenphotometer[3] (Abb. 5) beruht auf dem von KAPTEYN herrührenden Prinzip des Photometers von YNTEMA[4], weicht aber in der Ausführung stark von diesem ab. Die Photometerlampe L läßt sich längs der 84 cm langen Gleitschiene G verschieben. Am Vorderende der Gleitschiene befindet sich die Meßscheibe S, die man durch die Einblicköffnung E auf den Himmelsgrund projiziert sieht. Der Abstand LS läßt sich an einem Maßstab ablesen und dient als Maß für die Helligkeit der Scheibe S. Die Beobachtung geschieht so, daß man durch E über S die zu messende Himmelsstelle anvisiert und dann durch Verschieben der Lampe die Helligkeit der Scheibe S so reguliert, daß sie vor dem Himmelsgrund unsichtbar wird. — Das Photometer ist azimutal montiert auf einer 65 cm hohen Messingsäule. Das 3,5 Volt-Vergleichslämpchen ist in ein zylindrisches Blechgehäuse eingeschlossen, welches nur nach vorn hin eine Blendenöffnung von 2 mm Durchmesser besitzt. Unmittelbar vor dieser befinden sich eine Milchglasscheibe und ein dichtes Blaufilter. Die sternförmige Meßscheibe, deren äußerer Durchmesser etwa 35 mm beträgt, hat einen kreisförmigen Ausschnitt von 8 mm Durchmesser und ist mit diffus reflektierendem Papier überzogen. Lampe, Schirm S und Gleitschiene sind in ein 15 cm weites, innen geschwärztes Rohr eingeschlossen, an dessen Außenseite sich der Maßstab befindet.

Messung und Reduktion. Sind l und l_0 die den Abständen $LS = a$ und $LS = a_0$ entsprechenden Leuchtdichten der Meßscheibe, so besteht die

[1] Lyon Bull 12, S. 87 (1930).
[2] B S A F 46, S. 537 (1932).
[3] Berlin-Babelsberg Veröff 8, H. 2 (1930); V J S 65, S. 232 (1930).
[4] Handb Astrophys 2, S. 680.

Proportion: $l:l_0 = a^{-2}:a_0^{-2}$, welcher der Helligkeitsunterschied in Sterngrößen entspricht:

$$m - m_0 = -2^m{,}5 \log(l:l_0) = -5 \log a_0 + 5 \log a.$$

Die theoretische Formel ist indessen im praktischen Falle nicht zutreffend, indem sie mehrere Fehlerquellen unberücksichtigt läßt: nämlich Abweichung von dem $\cos i$-Gesetz der diffusen Reflexion, Auftreten spiegelnder Reflexion an der Scheibe, Reflexe an der Innenwand des Rohres, ungleichmäßige Beleuchtung der Scheibe und vor allem Auftreten systematischer Einstellungsfehler. HOFFMEISTER zieht es daher vor, das Photometer im Laboratorium zu eichen und die sämtlichen Messungen mittels der Eichkurve zu reduzieren. Die Eichung geschieht in der Weise, daß vermittels einer konstant brennenden Glühlampe, welche auf einer optischen Bank meßbar verschoben werden kann, auf einer weißen Wand ein Lichtfleck erzeugt wird. Die durch das Quadratgesetz bestimmte Leuchtdichte dieses Lichtflecks wird aus 5 m Abstand mit dem Photometer gemessen. Die Eichung führte zu dem Ergebnis, daß die niedrigen Leuchtdichten systematisch zu hell gemessen werden. Die Abweichung Δm, welche mit abnehmender Leuchtdichte l bis zu $0^m{,}5$ anwächst, ist zweifellos in der Hauptsache auf einen systematischen Fehler in der Einstellung der Meßscheibe auf gleiche Helligkeit mit dem Objekt zurückzuführen. Die Einstellungen erfolgten aus triftigen Gründen stets im Sinne hell-dunkel. Die Meßscheibe ist anscheinend nach erfolgter Einstellung um annähernd den Wert der Unterschiedsschwelle des Auges heller geblieben als das Objekt. Und da dieser Wert mit abnehmender Helligkeit der verglichenen Flächen größer wird, so gilt das gleiche auch für den systematischen Einstellungsfehler.

Für den m. F. des Mittels aus 3 Einstellungen findet HOFFMEISTER im Durchschnitt $da/a = \pm 0{,}03$. Der entsprechende Wert (Faktor[1] 2,17) für den m. F. einer gemessenen Flächenhelligkeit beträgt $\pm 0^m{,}065$.

Reduktion der gemessenen Helligkeiten auf Sterngrößen. Denkt man sich das Licht eines Sternes n-ter Größe über eine Fläche von 1 Quadratgrad ausgebreitet, so läßt sich die so erhaltene „Flächenhelligkeit n-ter Größe" als Maß für die am Himmel gemessenen Flächenhelligkeiten verwenden. Die sich zunächst darbietende Aufgabe, die Flächenhelligkeit der Meßscheibe bei der Normalstellung der Photometerlampe (Abstand $LS = 25$ cm) in Sterngrößen anzugeben, löst HOFFMEISTER folgendermaßen: Aus dem Photometerrohr wurde das hintere Verschlußstück, welches die Einblicköffnung enthält, entfernt. Hierauf wurde die Meßscheibe aus 7—8 m Entfernung mit passend gewählten Fixsternen verglichen. Die Vergleichung geschah vermittels eines Feldstechers, der so fokussiert wurde, daß Meßscheibe und Sterne als gleich große extrafokale Scheiben erschienen. Ein Gehilfe verschob die Photometerlampe nach Angabe des Beobachters, bis völlige Übereinstimmung im Anblick der zu vergleichenden Bilder erreicht war.

HOFFMEISTER beobachtet an 5 Abenden je 5 polnahe Sterne und leitet die Abendwerte für die Gesamtintensität der Meßscheibe nach der Methode der kleinsten Quadrate ab. Die Untersuchung führt nach Berücksichtigung verschiedener systematischer Fehlerquellen zu dem Endergebnis:

Flächenhelligkeit der Meßscheibe: $m = 2^m{,}22$.

Mit Hilfe des letzten Wertes lassen sich die gemessenen Flächenhelligkeiten der Milchstraße oder des Zodiakallichtes in Sterngrößen umrechnen.

HOFFMEISTER hat nach der beschriebenen Methode im Frühjahr 1930 auf einer Schiffsreise Hamburg—Mittelamerika—Hamburg 21 PANNEKOEKsche

---

[1] Vgl. Handb Astrophys 2, S. 549.

Normalstellen der Milchstraße und 75 Normalstellen des Zodiakallichtes photometrisch vermessen.

Untersuchungen im Laboratorium. N. RICHTER[1] untersucht auf Anregung HOFFMEISTERS und unter Verwendung seines Photometers die bei der extrafovealen Messung schwacher Flächenhelligkeiten auftretenden systematischen Fehler. Diese Fehler werden in ihrer Abhängigkeit einerseits von der zu messenden Helligkeit, andererseits von dem Flächenverhältnis von zu messender Fläche zu Meßscheibe studiert. Als Meßobjekt diente eine aus verschiedenen Abständen beleuchtete diffus reflektierende Wand. Die Vergleichsfelder hatten meistenteils die Form von zwei aneinandergrenzenden Quadraten. Es wurden Messungen gemacht bei vier verschiedenen Intensitäten der Wand und bei sechs verschiedenen Verhältnissen der zu messenden Fläche zur Fläche der Meßscheibe (zwischen 30:1 und 1:1). Jede Messung ist das Mittel aus vier Hell-Dunkel- und den entsprechenden vier Dunkel-Hell-Einstellungen. Die gemessenen Intensitäten sind durchweg so gering, daß es sich um reines Stäbchensehen handelt. Durch die Messung bestimmt werden die von HOFFMEISTER eingeführten Korrektionsfaktoren $f = I_w : I_g$, wobei I_w die wahre, I_g die aus den Photometereinstellungen nach dem Quadratgesetz berechnete Intensität der beleuchteten Fläche ist. RICHTER faßt das Ergebnis der Untersuchung in die folgenden drei Sätze zusammen:

1. Der bei den Messungen auftretende systematische Fehler ist abhängig von der gemessenen Helligkeit derart, daß er mit abnehmender Helligkeit größer wird.
2. Der Fehler ist eine lineare Funktion des Quotienten von zu messender Fläche zu Vergleichsfläche.
3. Für den Quotienten 1 (gleich große Vergleichsflächen) wird der Fehler für jede Helligkeit praktisch = 0. Hier besitzt also das Quadratgesetz strenge Gültigkeit.

RICHTER stellt schließlich Untersuchungen darüber an, ob es bei gleich großen quadratischen Vergleichsfeldern vorteilhafter ist, die Felder aneinandergrenzen zu lassen oder durch einen Zwischenraum getrennt zu lassen. Im letzteren Falle treten bei sehr kleinen Quadraten (Sehwinkel unterhalb 1°) systematische Fehler — anscheinend Positionswinkelfehler — auf.

Das zweite, von C. HOFFMEISTER 1933 konstruierte Photometer[2] fußt auf den vorstehend geschilderten Erfahrungen. Abweichend von dem ersten Photometer wird das Vergleichsfeld von der Objektseite her beleuchtet. Die beiden Photometerfelder sind gleich groß und durch einen Zwischenraum getrennt. Da sie im Auge des Beobachters scharf abgebildet werden, so ist die Abbildung des Himmels in geringem Maße extrafokal. Bei der Vergleichung wird auf gleiche Gesamthelligkeit eingestellt. Wie sich bei der Eichung herausstellte, genügen die Einstellungen sehr nahe dem Quadratgesetz, sind also von größeren systematischen Fehlern frei. Um die Messungen von den Lichtschwankungen des 4 Voltlämpchens, welches nach HOFFMEISTER nicht als konstante Lichtquelle betrachtet werden darf, unabhängig zu machen, wurden als Zwischennormen Radium-Leuchtscheiben verwendet, die ihrerseits wieder mit der Hefnerlampe verglichen werden. Die Leuchtscheiben werden im Photometer an die Stelle der freien Öffnung eingeschoben und genau wie der Himmelsgrund gemessen. Ihre Helligkeit erwies sich als völlig konstant. Das neue Photometer bewährte sich bei Messungen der Milchstraße, des Zodiakallichtes und des Himmelsgrundes während einer Forschungsfahrt März bis Juli 1933 nach der Tropenzone aufs beste. Auch die erreichte Genauigkeit war sehr befriedigend, indem der m.F. des Mittels aus drei Messungen zu je drei Einstellungen rund $\pm 0^m,05$ betrug.

[1] Mitt Sonneberg Nr. 18 (1930). [2] V J S 68, S. 344 (1933).

h) Die Methoden der Stufenschätzung.

Es handelt sich hier im wesentlichen um Zusätze zu den schon bekannten Beobachtungs- oder Reduktionsmethoden.

48. Verbindung der Argelanderschen mit der Interpolationsmethode. P. Ahnert[1] beschreibt ein von ihm bei der Beobachtung veränderlicher Sterne angewandtes Verfahren, welches eine Kombination der Argelanderschen und der Pickeringschen Methode darstellt. Zuerst wird die Helligkeitsdifferenz des Veränderlichen gegen den ihm in der Helligkeit näherstehenden Vergleichsstern in Stufen geschätzt, sodann entsprechend die Helligkeitsdifferenz gegen den zweiten Vergleichsstern. Hierauf wird ganz unabhängig das Verhältnis der beiden Helligkeitsdifferenzen gemäß dem Pickeringschen Verfahren bestimmt. Schließlich werden mit Rücksicht auf dieses Verhältnis, welches beibehalten wird, die beiden vorher geschätzten Stufenunterschiede revidiert. — Beispiel: Erste Schätzung: $a3v$, zweite Schätzung: $v5b$, dritte Schätzung: $(a - v):(v - b) = 1:2$. Zwischen den Möglichkeiten $a2{,}5v5b$ und $a3v6b$ entscheidet eine nochmalige Schätzung eines der beiden Intervalle.

A. A. Nijland[2] weist darauf hin, daß die vorstehend beschriebene Ahnertsche Schätzungsmethode mit der von ihm selbst beschriebenen[3] und seit Jahrzehnten angewandten fast genau übereinstimmt.

A. C. de Kock[4], welcher 27000 von Nijland ausgeführte Stufenschätzungen bearbeitet, gibt eine ausführliche Beschreibung der von Nijland angewandten modifizierten Argelanderschen Schätzungsmethode. Daneben wird an der Methode Pickerings eine zweifellos zu weitgehende Kritik geübt.

Von weiteren Arbeiten, welche die Anwendung der verschiedenen Stufenschätzungsmethoden auf die Beobachtung der veränderlichen Sterne behandeln, seien noch die Abhandlungen von H. H. Turner[5], H. Grouiller[6] und W. Theile[7] genannt.

51. Abhängigkeit des Stufenwertes von dem benutzten Instrument. M. Edelberg[8] empfiehlt, bei der Stufenschätzung von Veränderlichen verschiedene Vergrößerungen je nach den vorliegenden Verhältnissen zu gebrauchen. Hauptvorteile einer stärkeren Vergrößerung sind einmal die — infolge der Verdunkelung des Himmelsgrundes — bessere Sichtbarkeit der schwachen Sterne und ferner die Vergrößerung des scheinbaren Abstandes nahe stehender Sterne. Da sich nun freilich, wie die Erfahrung zeigt, der Stufenwert mit der angewandten Vergrößerung ändert, so ergibt sich die Notwendigkeit, alle Schätzungen auf eine bestimmte Vergrößerung zu reduzieren.

53. Die von den Helligkeiten der Sterne abhängigen Schätzungsfehler. Zu einer neuen analytischen Darstellung des Intervallfehlers gelangt V. Vand[9] bei der Reduktion von Schätzungsreihen der drei Beobachter Kadavy, Kopal und Vand. Wird das der geschätzten Stufendifferenz n im Mittel entsprechende Helligkeitsintervall in Größen mit v_n, also der der Schätzung $n = 1$ entsprechende Wert einer Stufe mit v_1 bezeichnet, so kann man den Intervallfehler in Größen $\Delta(n)$ durch die Differenz definieren: $\Delta(n) = v_n - nv_1$. Dieser Ansatz liefert z. B. für die Schätzungen von Kadavy die folgenden Intervallfehler:

$n =$	1	2	3	4	5	6	7
$v_n =$	$0^M{,}08$	$0^M{,}17$	$0^M{,}26$	$0^M{,}39$	$0^M{,}52$	$0^M{,}60$	$0^M{,}69$
$\Delta(n) =$	$0^M{,}00$	$0^M{,}01$	$0^M{,}02$	$0^M{,}07$	$0^M{,}12$	$0^M{,}12$	$0^M{,}13$

Wie man sieht, geht $\Delta(n)$ für $n = 1$ durch 0.

[1] A N 239, S. 65 (1930). [2] A N 242, S. 29 (1931).
[3] Rech Utrecht 8, S. 11 (1923); Handb Astrophys 2, S. 719.
[4] Rech Utrecht 10 (1933). [5] Mem B A A 28, S. 19 (1929). [6] Lyon Bull 12, S. 29 (1930).
[7] Weltall 30, S. 60 (1931). [8] A N 244, S. 57 (1931). [9] A N 249, S. 11 (1933).

VAND findet nun, daß sich der Intervallfehler $\Delta(n)$ für alle drei Beobachter sehr gut durch die bekannte transzendente Formel:

$$\Delta(n) = 2hC\pi^{-\frac{1}{2}}\int_0^{hz} e^{-h^2z^2}\,dz + 1, \qquad z = n - B$$

darstellen läßt, worin h, B und C drei für jeden Beobachter charakteristische Konstanten sind. Die Zahlenwerte dieser Konstanten werden angegeben.

Interpolationsfehler bei Anwendung der PICKERINGschen Methode. N. FLORJA[1] untersucht seine Interpolationsschätzungen bezüglich der Häufigkeit des Vorkommens der verschiedenen Zehntel und findet gemäß den Zahlenwerten:

0,1:5%, 0,2:6%, 0,3:9%, 0,4:14%, 0,5:10%, 0,6:15%, 0,7:15%, 0,8:14%, 0,9:12%

für die Zehntel 0,4 und 0,7 ein entschiedenes Maximum und für die Zehntel 0,1, 0,2, 0,5 und 0,9 ein entschiedenes Minimum der Häufigkeit des Vorkommens. Dieser physio-psychologische Schätzungsfehler blieb in zwei aufeinanderfolgenden Jahren bemerkenswert konstant. Die Erscheinung, daß ein der Helligkeit nach genau zwischen zwei Vergleichssternen stehender Veränderlicher systematisch dem einen näher als dem anderen geschätzt wird, bezeichnet FLORJA als „physiologisches Phänomen der Anziehung der Schätzung der Helligkeit".

N. FLORJA und W. ZESSEWITSCH[2] finden ferner bei einer Diskussion von 1650 Schätzungen von E. LEINER einen Interpolationsfehler von ziemlich ähnlichem Verlauf, nämlich:

0,0:10%, 0,1:2%, 0,2:13%, 0,3:9%, 0,4:9%, 0,5:11%, 0,6:13%, 0,7:16%, 0,8:4%, 0,9:1%.

Die Maxima liegen hier bei 0,2 und 0,7. Die Verfasser weisen auf die Notwendigkeit hin, bei der Bearbeitung von Interpolationsschätzungen den Interpolationsfehler zu untersuchen und in Rechnung zu ziehen.

Auch S. SELIWANOW[3] untersucht den Interpolationsfehler, den er als „a subjective preference to definite numerical evaluations" bezeichnet, an Hand der Schätzungsreihen von vier Beobachtern und findet gemäß einer graphischen Darstellung bei allen Beobachtern ziemlich übereinstimmend eine ausgesprochene Bevorzugung der Zehntel 0,2, 0,3, 0,7 und 0,8, ähnlich dem von FLORJA und ZESSEWITSCH gefundenen Sachverhalt. — Ferner gibt SELIWANOW[4], von gewissen theoretischen Voraussetzungen ausgehend, ein rechnerisches Verfahren an, vermittels dessen eine Elimination des Interpolationsfehlers möglich ist. Der Nachweis der praktischen Brauchbarkeit dieses etwas undurchsichtigen Verfahrens wäre freilich noch zu erbringen.

54. Vom Spektrum bzw. von der Farbe abhängige Schätzungsfehler. M. G. J. MINNAERT und J. VAN DER BILT[5] behandeln in einer schon oben erwähnten Abhandlung einerseits die rechnerische Darstellung und Elimination der bei der Stufenschätzung roter Sterne auftretenden PURKINJE-Fehler, andererseits die Frage ihrer Verhütung durch den Gebrauch passend gewählter Farbenfilter. Gang und Ergebnisse ihrer sehr aufschlußreichen Untersuchung sollen hier in den Hauptzügen wiedergegeben werden.

1. Beobachtungen ohne Filter. Gleichzeitige Stufenschätzungen des roten Veränderlichen R Leonis im Jahre 1931, einerseits von F. DE ROY mit

[1] V F P A Nishni-Novgorod 2, S. 21 (1929).
[2] V F P A Nishni-Novgorod 2, S. 22 (1929).
[3] Mirovédénié Astr Bull 26 (1929).
[4] V F P A Nishni-Novgorod 3, S. 27 (1930).
[5] M N 92, S. 422 (1932).

einem 20 cm-Reflektor, andererseits von J. VAN DER BILT mit einem 12 cm-Refraktor erhalten, wiesen systematische Unterschiede auf, welche für die Sternhelligkeiten 10^M bis 6^M von $0^M,1$ bis $0^M,5$ anwuchsen. Es lag nahe, diese Differenzen, welche übrigens im gleichen Sinne auch bei Laboratoriumsversuchen auftraten, durch die verschiedene Sehweise („retina-activity") der beiden Beobachter zu erklären, also als PURKINJE-Differenz zu deuten. Den Nachweis der tatsächlichen Richtigkeit dieser Deutung führen MINNAERT und BILT mit Hilfe theoretischer Ausdrücke, welche sie für die physiologische Lichtstärke J bzw. die physiologische Helligkeit B eines foveal bzw. extrafoveal gesehenen Sternes aufstellen. Diese Ausdrücke lauten, wenn mit $i_\lambda d\lambda$ die relative spektrale Intensität des Sternes für die Wellenlänge λ, mit c_λ, r_λ die relative Empfindlichkeit der Zapfen (cones) bzw. Stäbchen (rods), mit s_c, s_r zwei Konstanten, welche der Intensität des Sternes proportional sind, bezeichnet werden:

$$\text{Für Zapfensehen:} \quad J(c) = s_c \int_{\lambda=0}^{\infty} i_\lambda c_\lambda d\lambda, \qquad B(c) = -2^M,5 \log J(c).$$

$$\text{Für Stäbchensehen:} \quad J(r) = s_r \int_{\lambda=0}^{\infty} i_\lambda r_\lambda d\lambda, \qquad B(r) = -2^M,5 \log J(r).$$

Für verschiedene Spektraltypen bzw. Temperaturen des schwarzen Körpers ergibt die Rechnung nach passender Wahl der willkürlichen Konstanten:

	A0	F0	G0	K0	M0	3200°	2700°	2000°
$B(c) =$	$0^M,00$	$-0^M,03$	$-0^M,06$	$-0^M,10$	$-0^M,20$	$-0^M,14$	$-0^M,16$	$-0^M,26$
$B(r) =$	0 ,00	+0 ,01	+0 ,07	+0 ,13	+0 ,17	+0 ,31	+0 ,42	+0 ,62

Hiernach sieht ein „c-Beobachter" die Größendifferenz eines M0- und eines A0-Sternes um $-0^M,37$ kleiner als ein „r-Beobachter" und ferner, wenn für die Temperatur von R Leo der plausible Wert 2350° (s. unten) und für das mittlere Spektrum der Vergleichssterne der Typus G0 angenommen werden, ein „c-Beobachter" den Veränderlichen relativ zu den Vergleichssternen um $-0^M,60$ heller als ein „r-Beobachter". Die Vermutung, daß VAN DER BILT überwiegend c-Beobachter, DE ROY überwiegend r-Beobachter sei, wird damit sowohl qualitativ als quantitativ bestätigt.

2. Erfahrungen mit Farbenfiltern. Von den gleichen Beobachtern und zu der gleichen Zeit wurde R Leonis auch unter Anwendung von fünf verschiedenen Farbenfiltern — Rf (rot), F13 (orange), F8 (gelb), F1 (grün) und Bf (blau) — beobachtet. Die Transmissionskurven der Filter sind bekannt. Physiologische Lichtstärke J und Helligkeit B eines durch ein Farbenfilter gesehenen Sternes sind durch die den oben gegebenen analogen Ausdrücke bestimmt:

$$\text{Für Zapfensehen:} \quad J(c, f) = s_c \int_{\lambda=0}^{\infty} i_\lambda c_\lambda f_\lambda d\lambda, \qquad B(c, f) = -2^M,5 \log J(c, f).$$

$$\text{Für Stäbchensehen:} \quad J(r, f) = s_r \int_{\lambda=0}^{\infty} i_\lambda r_\lambda f_\lambda d\lambda, \qquad B(r, f) = -2^M,5 \log J(r, f).$$

Durch Anwendung der Reduktionen: $B(c, f) - B(c)$ und $B(r, f) - B(r)$, welche in Tabellenform für die verschiedenen Filter und Spektraltypen bzw. Oberflächentemperaturen gegeben werden, lassen sich die Harvard-Größen der Vergleichssterne leicht auf die entsprechenden „Helligkeiten mit Filter" umrechnen. Auf Grund dieser Helligkeiten werden sowohl für ROY als für BILT außer der ohne Filter beobachteten Lichtkurve je 10 „Filterlichtkurven" von R Leo abgeleitet,

nämlich fünf unter der Voraussetzung, daß es sich um einen c-Beobachter, die anderen fünf, daß es sich um einen r-Beobachter handelt. Durch Subtraktion der Ordinaten dieser Lichtkurven werden ferner für jeden Beobachter Durchschnittswerte für die 5 + 5 Differenzen $B(c, f) - B(c)$ und $B(r, f) - B(r)$ abgeleitet, und diese werden mit den für die Temperaturen 3200°, 2700° und 2000° eines schwarzen Körpers berechneten theoretischen Werten verglichen. Auf graphischem Wege ließ sich dann diejenige Kombination der Temperatur von R Leo und der „retina-activity" des Beobachters herleiten, welche die beste Übereinstimmung zwischen den empirischen und den theoretischen Differenzen liefert, und zwar:

Für ROY: Temperatur von R Leo 2700°. ROY ist zu 35% c-, zu 65% r-Beobachter.

Für BILT: Temperatur von R Leo 2350°. BILT ist zu 100% c-Beobachter.

Das Ergebnis für die Temperatur stimmt überein mit dem von E. PETTIT und S. B. NICHOLSON aus dem Wärmeindex abgeleiteten Wert 2260°, das Ergebnis für die „retina-activity" bestätigt unabhängig das aus den Schätzungen ohne Filter erhaltene Ergebnis.

3. Endergebnisse. Die Untersuchung führt zu zwei für die Praxis wichtigen Folgerungen: Erstens wird ein Verfahren entwickelt, nach welchem sich von verschiedenen Beobachtern herrührende Filterbeobachtungen auf „normale", d. h. von einem c-Beobachter ohne Filter erhaltene Helligkeiten reduzieren lassen. Zweitens werden zwei Kriterien für die Brauchbarkeit eines Farbenfilters aufgestellt. Auf letzteren Punkt sei hier näher eingegangen.

Die charakteristische Zahl I eines Filters bezeichnet die systematische Differenz (PURKINJE-Differenz) zwischen den Beobachtungen eines 100prozentigen c-Beobachters und eines 100prozentigen r-Beobachters, wenn beide durch das Filter die Helligkeit eines extrem roten Sternes (T = 2000°) mit der eines A0-Sternes vergleichen, also:

$$I = [B(c, f)_{2000^\circ} - B(c, f)_{\mathrm{A0}}] - [B(r, f)_{2000^\circ} - B(r, f)_{\mathrm{A0}}].$$

Die charakteristische Zahl II bezeichnet die Abschwächung in Größen, welche ein Stern T = 2000° für einen r-Beobachter (langperiodische Veränderliche im Minimum werden im allgemeinen bei Stäbchensehen beobachtet) durch das Filter erleidet, also:

$$II = [B(r, f) - B(r)]_{2000^\circ}.$$

Die Zahlen I und II lassen sich für jedes Filter von bekannter Transmission leicht berechnen. Je kleiner sie ausfallen, um so brauchbarer ist das betreffende Filter. Die Autoren geben die Zahlenwerte der Charakteristiken I und II für die fünf verwendeten Filter, ferner für vier weitere Filter von SCHOTT und schließlich für Beobachtung ohne Filter, wie folgt:

Filter	I	II
Bf	$0^M,04$	$6^M,09$
F1	0 ,41	1 ,48
F8	0 ,71	0 ,42
F13	0 ,51	1 ,14
Rf	0 ,43	1 ,94

Filter	I	II
Schott BG7	$0^M,58$	$0^M,76$
„ GG11 (2 mm)	0 ,71	0 ,25
„ VG1 (1 mm)	0 ,59	0 ,49
„ VG1 (2 mm)	0 ,42	0 ,84
White light	0 ,88	0 ,00

Besonders günstig wirkt hiernach das grünblaue Filter VG1 (Dicke 2 mm) von SCHOTT, indem es die PURKINJE-Differenz von $0^M,88$ auf $0^M,42$ reduziert, während die Abschwächung für einen r-Beobachter nur $0^M,84$ beträgt.

J. F. Cox und A. Dermul[1] beschäftigen sich mit einem verwandten Problem, nämlich der Reduktion geschätzter Größen roter Sterne auf das internationale photovisuelle System. Das Reduktionsverfahren wird an Hand einer Versuchsreihe von Dermul erläutert, welcher mit drei verschiedenen Fernrohren ($d = 5$, $d = 8$ und $d = 20$ cm) 16 Sterne der Polarsequenz an 13 wenig gefärbte andere Sterne dieser Sequenz mittels Stufenschätzung anschließt. Die geschätzten Größen m_v ließen sich näherungsweise durch die Gleichung:

$$m_v = m_{pv} + KI$$

darstellen, worin m_{pv} die photovisuelle Größe, I der Farbenindex und K ein Koeffizient ist, welchen die Autoren als „correction de couleur" bezeichnen und welcher sich für Dermul bemerkenswert konstant $= 0{,}2$ ergibt.

Literaturverzeichnis[2].

I. Physiologische Optik. Zusammenfassende Darstellungen. Verschiedenes.

K. F. Bottlinger, Zur Deutung der Hagenschen Dunkelwolken. Z f Ap 5, S. 359 (1932).
D. Eropkin, On the Influence of Refraction on the Apparent Brightness of Celestial Bodies. R A J 9, S. 196 (1932).
Ch. Fabry, La photométrie astronomique et celle des physiciens. Annuaire pour l'an 1933 du Bureau des Longitudes Paris, S. B 1; B S A F 47, S. 160 (1933).
F. Flury, La visibilité des étoiles en plein jour. B S A F 45, S. 170 (1931).
J. Th. Groosmuller, Die Sichtbarkeit der Sterne. A N 252, S. 119 (1934).
J. Hopmann, Weshalb lassen sich die Hagenschen „dunklen Wolken" nicht photographieren? A N 238, S. 285 (1930).
R. A. Houstoun, The Visibility of Radiation and Dark Adaptation. Phil Mag (7) 10, S. 416 (1930).
A. Kühl, Darstellung der allgemeinen Helligkeitsfunktion des menschlichen Auges. Naturwiss 21, S. 897 (1933).
— Blendungs-, Schwellen- und Kontrastempfindlichkeit als Grundelemente zur Darstellung der allgemeinen Helligkeitsfunktion des Auges. Münchener Ber 1933, S. 447.
M. Maggini, I fondamenti psicologici dell'indagine visuale. Mem S A It 8, S. 167 (1934).
R. Prager, Tafeln der Lichtgleichung. Berlin-Babelsberg Veröff Nr. 12 (1932).
H. Rosenberg, Aufgaben und neuere Methoden der Astrophotometrie. Deutsche Forschung. Aus der Arbeit der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft Heft 12 (1930).
P. Rossier, Étude sur quelques définitions de photométrie astronomique. Publ Obs Genève (A) 3, S. 460 (1933).
Louis Roy, Sur l'image focale des étoiles. C R 198, S. 416 (1934).
W. W. Scharonow, Sur le système et la nomenclature des quantités photométriques dans l'astronomie. R A J 9, S. 82 (1932) (russisch, mit französ. Ref.).
E. Schönberg, Photometrie der Gestirne. Enzykl math Wiss VI 2, S. 831 (1932).
F. H. Seares, Commission on Stellar Photometry. Report. Trans Internat Astr Union 4, S. 136 (1933).
J. Stobbe, Astronomische Beobachtungsmethoden. Handb biol Arbeitsmeth Abtlg. II, Teil 2 II, S. 2419 (1931).
E. Zinner, Die Reizempfindungskurve. Z f Sinnesphysiol 61, S. 247 (1930).
— Über die Darstellung der Reizempfindungskurve. Z f Sinnesphysiol 64, S. 175 (1933).

II. Methoden der Helligkeitsmessung.

H. Bäckström, Über die Dezimalgleichung beim Ablesen von Skalen. Z f Instrk 50, S. 561, 609, 665 (1930); 52, S. 105, 260 (1932).
Ö. Bergstrand, Natthimmelns och Zodiakalljusets Fotometri. P A T 13, S. 1 (1932).
G. Blum, Mesures photométriques de Jupiter, Mars et Régulus faites à l'occasion de la conjonction du 4 juin 1933. B S A F 47, S. 334 (1933).
E. Brumberg u. S. Wawilow, Die Genauigkeit der photometrischen Auslöschungsmethode. C R Leningrad 3, S. 405 (1934) (russ. und deutsch).

[1] Univ de Bruxelles Inst d'Astr (2) Nr. 14 (1931).
[2] Ohne Anspruch auf Vollständigkeit.

A. DANJON, Observations de la variable d 20 Cygni faites en 1920—21. J O 14, S. 39 (1931).
— Photométrie de la planète Terre. J Phys et Rad (7) 5, S. 76 (1934).
G. DELMOTTE, Photomètre pour l'étude des variations lunaires. B S A F 46, S. 537 (1932).
L. DETRE, Der RR Lyrae-Veränderliche SW Andromedae. A N 252, S. 327 (1934).
J. DUFAY et R. SCHWÉGLER, Sur la mesure visuelle des brillances très faibles. C R 189, S. 1261 (1929); Rev Opt 9, S. 263 (1930).
J. DUFAY, Nouveau photomètre astronomique à plages. J Phys et Rad (7) 1, S. 124 (1930); C R 190, S. 166 (1930).
L. DUNST, Photometrische Lichtkurve und Systemkonstanten von SV Camelopardalis. A N 249, S. 213 (1933).
J. ELLSWORTH, Mesures photométriques de la planète Éros obtenues avec un photomètre à oeil de chat Danjon. J O 15, S. 49 (1932).
— Photomètre à oeil de chat. B S A F 47, S. 52, 196 (1933).
I. FADEEV, Über ein Keilphotometer für Beobachtungen der veränderlichen Sterne. Publ Kharkiv 4, S. 96 (1933) (russ. und deutsch).
J. GADOMSKI, Photometrische Messungen des Lichtwechsels des Algolsternes X Trianguli. Warsaw Reprint Nr. 15 (1932).
R. GINDRE, Étude photométrique de l'éclipse totale de Lune du 26 Septembre 1931. C R 193, S. 714 (1931); B S A F 46, S. 36 (1932).
K. GRAFF, Photometrische Beobachtungen des Eros auf Mallorca im Winter 1930/31. Mitt Wiener Sternw 1, S. 27 (1931).
— Photometrische Beobachtungen der Milchstraße und des Zodiakallichtes auf Mallorca. Mitt Wiener Sternw 1, S. 42 (1931).
— Messungen des nächtlichen Transmissionskoeffizienten der Atmosphäre auf Mallorca im Winter 1930/31. Mitt Wiener Sternw 2, S. 69 (1932).
W. HASSENSTEIN, Untersuchungen über einige halbregelmäßige veränderliche Sterne. Publ Astrophys Obs Potsdam 26, Nr. 87 (1932).
— Die Beobachtung veränderlicher Sterne mit visuellen Photometern. Sterne 14, S. 7 (1934).
— Untersuchungen über den Lichtwechsel von ϱ Cassiopejae. A N 253, S. 457 (1934).
C. HOFFMEISTER, Beitrag zur Photometrie der südlichen Milchstraße und des Zodiakallichts. Berlin-Babelsberg Veröff 8, Heft 2 (1930).
— Über Flächenphotometrie mit Anwendung auf die Milchstraße und das Zodiakallicht. V J S 65, S. 232 (1930).
— Untersuchungen über das Zodiakallicht. Berlin-Babelsberg Veröff 10, Heft 1 (1932).
— Über Flächenphotometrie. V J S 68, S. 344 (1933).
J. HOPMANN, Beschreibung und Untersuchung eines visuellen Astrophotometers. Veröff Univ-Sternw Leipzig Heft 3 (1932) = Abh math-phys Kl Sächs Akad Wiss 41, Nr. 4 (1931); vgl. auch V J S 65, S. 236 (1930) sowie V J S 67, S. 30 (1932) (Referat von J. STOBBE).
— Photometrische und kolorimetrische Untersuchungen an ζ Aurigae. Mitt Univ-Sternw Leipzig Nr. 1 (1933) = Ber math-phys Kl Sächs Akad Wiss Leipzig 85 (1933).
— Photometrische Versuche am Orionnebel. Veröff Univ-Sternw Leipzig Heft 4 (1934) = Abh math-phys Kl Sächs Akad Wiss 42 (1934).
E. JOST, Helligkeitsmessungen im Sternhaufen Messier 52 (NGC 7654). A N 246, S. 103 (1932).
S. KAWASAKI, Note on Personality in the Estimation of Tenths. Jap J Astr Geoph 9, S. 127 (1932).
K. LASSOVSZKY, Prüfung eines Graffschen Keilphotometers. Anhang zu Stella Almanachja 7, S. 291, 418 (Budapest 1931) (ungarisch, mit deutschem Referat).
FR. LAUSE, Die Veränderlichkeit der Lichtkurven der RR Lyrae-Sterne. A N 244, S. 417 (1932); Veröff Heidelb 8, Nr. 15 (1932).
F. LINK, L'absorption atmosphérique et quelques phénomènes connexes. Lyon Bull 11, S. 229 (1929).
— Étude photométrique de l'éclipse partielle de Lune du 14 septembre 1932. C R 195, S. 1236 (1932).
— Sondages de la haute atmosphère à l'aide des phénomènes crépusculaires. J O 17, S. 161 (1934).
F. LÖHLE, Über die physiologischen Fehlerquellen der Auslöschphotometrie. Z f Sinnesphysiol 60, S. 233 (1929).
M. G. J. MINNAERT and J. VAN DER BILT, On the Use of Colour-Filters in the Visual Photometry of Red Stars. M N 92, S. 422 (1932).
P. P. PARENAGO, Skalen der Sterngrößen. Fortschr astron Wiss 2, S. 104 (1933) (russisch).
C. H. PAYNE, Comparison of the Potsdam Photometry and the Bonn and Cordoba Catalogues with the Harvard Photovisual Photometry. Harv Ann 89, S. 63 (1932).

N. Richter, Über systematische Fehler bei der Messung schwacher Flächenhelligkeiten. Mitt Sonneberg Nr. 18 (1930).
H. U. Sandig, Photometrische Untersuchungen des Systems β Lyrae. Z f Ap 8, S. 1 (1934).
W. W. Scharonow, The Calibration of a Photometric Wedge. Publ Tashkent 3, S. 84 (1930) (russisch, mit englischem Referat).
— An Investigation of the Ceraski Effect. Bull Tashkent 1, S. 4 (1933) (russisch, mit englischem Referat).
— Absolute Measurements of the Illumination by the Moon at Different Phases. R A J 11, S. 225 (1934) (russisch, mit englischem Referat).
E. Schoenberg, Beobachtungen der Helligkeitsverteilung auf der Venusscheibe. Mitt Univ-Sternw Breslau 3, S. 35 (1932).
— Einige Bemerkungen zu der Arbeit von Herrn Wirtz „Die Flächenhelligkeit auf der beleuchteten Kugel usw". Z f Ap 5 S. 367 (1932).
F. H. Seares, The Potsdam Scale of Visual Magnitudes. Ap J 74, S. 131 (1931) = Mt Wilson Contr 431 (1931).
— Systematic Corrections to Magnitude and an Extension of the Polar Sequence. Ap J 78, S. 141 (1933) = Mt Wilson Contr 472 (1933).
W. H. Steavenson, A Simple Stellar Photometer. M N 92, S. 839 (1932).
W. Strobel, Visuelle und photographische Helligkeiten von 218 Präsepe-Sternen. A N 253, S. 173 (1934).
V. Vand, Neues Photometer der Štefanik-Volkssternwarte. Ř H 12, S. 65 (1931) (tschechisch); vgl. A J B 33, S. 32.
E. Vandekerkhove, Étude du photomètre à oeil-de-chat de Danjon. Inst d'Astr Bruxelles (2) Nr. 23 (1934).
— Observations visuelles des variations d'éclat 174406 RS Ophiuchi. Inst d'Astr Bruxelles (2) Nr. 23 (1934).
M. Viaro, Nuova determinazione della costante del cuneo del fotometro di Töpfer. Capodimonte Contr Astron 2, Nr. 27 (1931).
— Osservazioni fotometriche del pianeta 433 Eros. Capodimonte Contr Astron 2, Nr. 31 (1932).
C. Wirtz, Experimentelles zur Photometrie des Rotationsellipsoids. Sitzber Preuß Akad Wiss Berlin Phys-math Kl 1929, S. 574.
— Die Flächenhelligkeit auf dem Rotationsellipsoid. Z f Ap 1, S. 149 (1930).
— Die Flächenhelligkeit auf der beleuchteten diffusen Kugel in Abhängigkeit vom Phasenwinkel. Experimentelles. Z f Ap 5, S. 21 (1932); 6, S. 236 (1933).
— Einige photometrische Beobachtungen am großen Refraktor der Wiener Universitätssternwarte. Sitzber Akad Wiss Wien Math-naturwiss Kl IIa 141, S. 163 (1932).

III. Methoden der Helligkeitsschätzung.

P. Ahnert, Beobachtungen von AF Cygni, UV Draconis, R Sagittae und V Ursae minoris. A N 239, S. 65 (1930).
Fr. Becker, Zur Frage der visuell beobachteten „kosmischen Nebelwolken". Z f Ap 9, S. 160 (1934).
W. E. Bernheimer, On the Integrated Magnitude of Comet 1929 d (Wilk). Lund Circ 1, S. 16 (1931).
M. Beyer, Beobachtungen des Algolsterns ε Aurigae während des Minimums 1928/30. A N 240, S. 13 (1930).
A. Dermul et J. F. Cox, Sur la comparabilité des mesures effectuées par les observateurs d'étoiles variables qui utilisent la méthode d'Argelander ou l'une des méthodes dérivées. Inst d'Astron Bruxelles (2) Nr. 14 (1931).
M. Edelberg, Über Anwendung verschiedener Instrumente und verschiedener Vergrößerung bei Beobachtung eines veränderlichen Sternes. A N 244, S. 57 (1931); vgl. N A T 12, S. 87 (1931).
H. Grouiller, L'étude des étoiles variables à l'Association Française d'Observateurs d'Etoiles Variables. Lyon Bull 12, S. 29 (1930).
J. G. Hagen, Rassegna delle nebulose oscure. Parte I. Dal polo nord alla declinazione $-20°$. Spec Astron Vat XIV (1931).
E. Jost, Beobachtungen veränderlicher Sterne. A N 249, S. 165, 341 (1933).
A. C. de Kock, Untersuchungen über den Lichtwechsel von langperiodischen veränderlichen Sternen. Rech Astr Utrecht 10 (1933).
Z. Kopal, F. Kadavý, Hvězdy proměnné. Vydala sekce pro pozorováni proměných hvězd. Praha 1931. (Die veränderlichen Sterne. Herausgegeben von der Sektion für Beobachtung der veränderlichen Sterne.)
E. Loreta, Observations des variations d'éclat d'Éros. Gaz Astr Anvers 18, S. 37 (1931).

K. LUNDMARK, Bestämning av totala magnituder av nebulosor och stjärnhopar. N A T 12, S. 121 (1931).
K. MÓRA, Der veränderliche Stern R Scuti. Abh Obs Budapest 1, Nr. 3 (1934).
W. W. MORGAN, Light-Curve and Orbit of the Eclipsing Binary ZZ Aurigae. Pop Astr 38, S. 466 (1930).
A. A. NIJLAND, Über die modifizierte Argelandersche Stufenmethode. A N 242, S. 29 (1931).
— Sterrekundige Waarnemingen door Amateurs. Hemel en Dampkring 31, S. 383 (1933).
P. PARENAGO, The „Limiting" Visibility of Stars and the Twilight Curves. R A J 7, S. 203 (1930) (russisch, mit englischem Referat).
F. DE ROY, Eleventh Report of the Section for the Observation of Variable Stars 1925 to 1929. Mem B A A 31 (1934).
T. SEMENOWA, Vergleichung zweier Apparate zur Abschwächung des Sternlichtes auf dem Passageninstrumente. Publ Nikolajew Nr. 1, S. 119 (1930) (russisch, mit deutscher Zusammenfassung).
W. THEILE, Die Beobachtung veränderlicher Sterne. Weltall 30, S. 60 (1931).
— Die Bearbeitung der Beobachtungen veränderlicher Sterne. Weltall 32, S. 78 (1933).
R. H. TUCKER, Standard Photometric and Visual Scales of Magnitude. Proc Amer Phil Soc 72, S. 351 (1933).
H. H. TURNER, Tenth Report of the Section for the Observation of Variable Stars 1920—1924. Mem B A A 28 (1929).
V. VAND, Untersuchungen über den Intervallfehler. A N 249, S. 11 (1933).
M. ZVEREV, Über einen persönlichen Farbenfehler. A N 236, S. 25 (1929).

Band III.

Kapitel 2 und Kapitel 8.

Thermodynamik der Sterne und Pulsationstheorie[1].

Von

BENGT STRÖMGREN-Kopenhagen.

Mit 15 Abbildungen.

Einleitung. Die folgenden Ausführungen sollen die Darstellung in den Abschnitten c) bis h) des MILNEschen Kapitels „Thermodynamics of the Stars" und in dem Kapitel „Theory of Pulsating Stars" desselben Verfassers mit Rücksicht auf die Entwicklung 1929—1935 ergänzen. Es handelt sich um Probleme der Theorie des inneren Aufbaus der Sterne. Die entsprechende Entwicklung der in den Abschnitten c) und d) des erstgenannten MILNEschen Kapitels behandelten Probleme der Sternatmosphären ist im Ergänzungsbeitrag zum Kapitel von A. PANNEKOEK in Handb. d. Astrophys. III, 1, Ionisation in den Atmosphären der Himmelskörper, dargestellt[2]. Hinweise auf Ziffern, Seiten und Formeln mit einem vorgesetzten M beziehen sich auf die MILNEschen Kapitel. In der Hauptsache stimmen die Bezeichnungen mit den von MILNE angewandten überein.

Im folgenden sollen zunächst Probleme der physikalischen Eigenschaften der Materie im Innern der Sterne erörtert werden. Die spezifischen physikalischen Eigenschaften der Sternmaterie, auf die es in der Theorie des Sterninnern zunächst ankommt, sind: a) Die Zustandsgleichung zwischen Druck, Temperatur und Dichte (abgeleitet unter Berücksichtigung des Ionisationszustands der Materie); b) Das Absorptionsvermögen; c) Die subatomare Energieerzeugung. Die hier darzustellenden Fortschritte, soweit sie sich auf a) und b) beziehen, sind teils eine Verfeinerung der vorliegenden Untersuchungen über normale Sternmaterie, teils eine Ausdehnung dieser Untersuchungen auf das Gebiet sehr hoher Dichten.

Sodann werden Probleme des Aufbaus der Sterne diskutiert. Wegen der Unvollständigkeit der physikalischen Grundlagen in bezug auf c) handelt es sich in der Hauptsache um die Untersuchung näher spezifizierter Sternmodelle. Die von MILNE angeregte Diskussion der Fundamentalgleichungen des Problems wird erörtert, ferner die Theorie der weißen Zwerge. Es wird dann auf Ergebnisse

[1] In Band III des Handbuchs ist aus äußeren Gründen (siehe Vorbemerkung der Herausgeber zu Band III) die Darstellung der Pulsationstheorie von dem Kapitel über die Thermodynamik der Sterne abgetrennt worden. Die Beibehaltung dieser Abtrennung erschien nicht zweckmäßig, und die Nachträge zu beiden Kapiteln sind daher hier vereinigt worden.

[2] Die Parallelbehandlung der Theorie des Sterninnern und der Theorie der Sternatmosphären, die bei der Entwicklung der Grundlagen vorteilhaft ist, empfiehlt sich nicht für den Ergänzungsbeitrag.

eingegangen, die in direkter Fortsetzung der im MILNEschen Kapitel dargestellten Untersuchungen EDDINGTONS erzielt worden sind. Diese Ergebnisse beziehen sich zum Teil auf die chemische Zusammensetzung der Sterne. Schließlich werden Probleme der Energieerzeugung in den Sternen sowie Probleme der Sternentwicklung erörtert.

Als Ergänzung des MILNEschen Abschnitts h) werden die Fortschritte in der Theorie rotierender Fixsterne erwähnt. Zum Schluß werden Probleme der Pulsationstheorie und der Stabilität der Sterne (vgl. Handb. d. Astrophys. III, 2, Beitrag MILNE, Theory of Pulsating Stars) behandelt.

g) Das innere Gleichgewicht eines Sternes.

56a. Zustandsgleichung und Ionisation normaler Sternmaterie. Normale Sternmaterie verhält sich mit großer Näherung wie ein ideales Gas[1]. Ist N die Zahl der freien Partikeln pro Volumeneinheit, k die BOLTZMANNsche Konstante und T die Temperatur, so gilt für den Gasdruck p_G die Zustandsgleichung

$$p_G = N \cdot kT. \tag{1}$$

Die explizite Ermittlung der Zustandsgleichung normaler Sternmaterie läuft somit auf die Ermittlung von N hinaus. Die Zahl der freien Partikeln pro Volumeneinheit hängt von der chemischen Konstitution und vom Ionisationszustand ab

Wasserstoff ist im Sterninnern praktisch vollkommen ionisiert. Für reinen Wasserstoff gilt also, wenn m_H die Masse des Wasserstoffatoms bezeichnet, daß pro Gramm Materie $\frac{2}{m_H}$ Partikeln vorhanden sind. Ist die Dichte ϱ, so wird die entsprechende Zahl der Partikeln pro Volumeneinheit $\frac{2\varrho}{m_H}$.

Es möge der Ionisationszustand ein derartiger sein, daß die Atome des Elements E in durchschnittlich n_E freie Partikeln (Atomreste und freie Elektronen) pro m_H Gramm Materie aufgespalten sind. Für ionisierten Wasserstoff ist n_E gleich 2. Die Menge des Elements E pro Gramm Sternmaterie sei x_E Gramm. Die Zahl n der freien Partikeln pro m_H Gramm Sternmaterie ist dann

$$n = \sum x_E n_E, \tag{2}$$

wo die Summe über alle Elemente zu erstrecken ist. Für die Zahl N der freien Partikeln pro Volumeneinheit folgt daraus

$$N = \frac{\varrho}{m_H} \sum x_E n_E, \tag{3}$$

und die Zustandsgleichung wird

$$p_G = \frac{k}{m_H} \cdot \sum x_E n_E \cdot \varrho T \tag{4}$$

oder

$$p_G = \frac{\mathfrak{R}}{\mu} \varrho T, \tag{5}$$

wo

$$\mu = \frac{1}{\sum x_E n_E} \tag{6}$$

und die Gaskonstante

$$\mathfrak{R} = \frac{k}{m_H} = 8{,}25 \cdot 10^7 \tag{7}$$

ist. Die reziproke Zahl der freien Partikeln pro m_H Gramm, d. h. μ, wird als mittleres Molekulargewicht bezeichnet.

[1] Vgl. A. S. EDDINGTON, The Internal Constitution of the Stars (I.C.S.). Cambridge 1926, und Der innere Aufbau der Sterne. Berlin 1928; R. H. FOWLER, Statistical Mechanics. Cambridge 1929; S. ROSSELAND, Astrophysik auf atomtheoretischer Grundlage. Berlin 1931.

Für die Anwendungen ist es wichtig, das mittlere Molekulargewicht für eine Mischung von Wasserstoff und von Elementen mittleren Atomgewichts zu berechnen (vgl. Ziff. 57a). Dieses Problem wurde von EDDINGTON[1] und von B. STRÖMGREN[2] behandelt. Die Berechnungen von B. STRÖMGREN beziehen sich auf Sternmaterie, die aus Wasserstoff und der sog. RUSSELL-Mischung besteht. Unter RUSSELL-Mischung soll eine Mischung verstanden werden, die die Elemente mit Ausnahme von Wasserstoff mit den von RUSSELL[3] in der Sonnenatmosphäre ermittelten Häufigkeiten enthält (vgl. Ziff. 57a). B. STRÖMGREN gibt die folgende Tabelle 1 der Zahl n' der freien Partikeln pro m_H Gramm der RUSSELL-Mischung. Die Argumente sind der Logarithmus der Temperatur T und das durch die folgende Gleichung definierte Ionisierungspotential $\frac{\psi}{kT}$:

$$e^{\frac{\psi}{kT}} = \frac{2(2\pi m_e)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \frac{(kT)^{\frac{3}{2}}}{N_e}. \tag{8}$$

Hier ist h die PLANCKsche Konstante, m_e die Elektronenmasse und N_e die Zahl der freien Elektronen pro Volumeneinheit.

Tabelle 1.

$\log T$	ψ/kT							
	3	4	5	6	7	8	9	10
6,4				0,46	0,49	0,50	0,51	0,52
6,6			0,48	0,51	0,52	0,53	0,53	0,54
6,8		0,48	0,51	0,53	0,53	0,53	0,54	0,54
7,0	0,44	0,50	0,52	0,53	0,54	0,54	0,54	0,54
7,2	0,46	0,51	0,53	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54
7,4	0,47	0,51	0,53	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54
7,6	0,47	0,51	0,53	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54

Bei vollständiger Ionisation der RUSSELL-Mischung sind 0,54 Partikeln pro m_H Gramm vorhanden. Das mittlere Molekulargewicht μ ist dann folglich 1,9.

Für Sternmaterie, die pro Gramm X Gramm Wasserstoff und $1 - X$ Gramm der RUSSELL-Mischung enthält, gilt gemäß (2):

$$n = 2X + n'(1 - X). \tag{9}$$

Es folgt für das mittlere Molekulargewicht

$$\mu = \frac{1}{2X + n'(1 - X)}. \tag{10}$$

Zur Berechnung des Ionisierungspotentials $\frac{\psi}{kT}$ ist die Kenntnis der Zahl N_e der freien Elektronen pro Volumeneinheit erforderlich. Meist genügt zur Berechnung von N_e aus der Dichte eine genäherte Kenntnis des Ionisationszustands (etwa durch $n' = 0,5$ charakterisiert):

$$N_e = \frac{\varrho}{m_H}\left(X + \frac{1}{2}(1 - X)\right) = \frac{\varrho}{2m_H}(1 + X). \tag{11}$$

Es folgt, daß für die betrachtete chemische Zusammensetzung der Gasdruck normaler Sternmaterie aus Temperatur und Dichte berechnet werden kann.

[1] M N 92, S. 471 (1932) sowie I.C.S.
[2] Z f Ap 4, S. 118 (1932); 7, S. 222 (1933).
[3] Ap J 70, S. 11 (1929).

Im übrigen sei mit Rücksicht auf die Art der Berechnung der Tabelle 1 auf die angeführten Arbeiten verwiesen.

56b. Absorptionsvermögen normaler Sternmaterie. Eine Darstellung der Theorie des Absorptionsvermögens normaler Sternmaterie ist in diesem Hdb. III, 1 von S. ROSSELAND gegeben worden. Das Absorptionsvermögen kann aus dem Absorptionsvermögen für die einzelnen stationären Zustände der vorkommenden Elemente und der Häufigkeit der Elemente sowie deren Verteilung über die stationären Zustände berechnet werden. Es kann auch auf ähnlichem Wege zunächst das Emissionsvermögen berechnet werden und sodann gemäß der KIRCHHOFFschen Gleichung das Absorptionsvermögen.

Der einem gewissen stationären Zustand eines wasserstoffähnlichen Ions (COULOMBfeld) entsprechende atomare Absorptionskoeffizient konnte nach der KRAMERSschen korrespondenzmäßigen Berechnung angegeben werden. Es liegen nunmehr die Resultate analoger quantenmechanischer Berechnungen vor[1]. Die resultierenden Korrektionen sind in dem für die vorliegende Aufgabe maßgebenden Bereich nicht wesentlich.

ROSSELAND führt l. c. einen Ausdruck für die Opazität an, der einen Maximumswert darstellt, indem bei der Berechnung des Emissionskoeffizienten der Einfluß der teilweisen Besetzung der diskreten stationären Zustände vernachlässigt wurde (vgl. auch I. C. S., Chapter IX). Der entsprechende Korrektionsfaktor, der von EDDINGTON „Guillotine-Factor" genannt wird, wurde von EDDINGTON[2] und von B. STRÖMGREN[3] berechnet. Die folgende Tabelle des Guillotine-Faktors τ als Funktion des Ionisierungspotentials $\frac{\psi}{kT}$ (vgl. S. 123) ist ein Auszug aus einer von EDDINGTON berechneten Tabelle.

Tabelle 2.

ψ/kT	τ	$\log\tau$	ψ/kT	τ	$\log\tau$	ψ/kT	τ	$\log\tau$
10	1,00	0,00	3,5	2,64	0,42	1,0	14,4	1,16
8	1,03	0,01	3,0	3,50	0,54	0,5	21,6	1,33
6	1,19	0,08	2,5	4,80	0,68	0,0	32,5	1,51
5	1,46	0,16	2,0	6,78	0,83			
4	2,07	0,32	1,5	9,80	0,99			

Bei wachsender Dichte $\left(\text{abnehmendem } \frac{\psi}{kT}\right)$ wächst der Guillotine-Faktor. Es macht sich die steigende Besetzung der diskreten stationären Zustände geltend.

B. STRÖMGREN berechnete den Guillotine-Faktor τ als Funktion der Temperatur und des Ionisierungspotentials für Sternmaterie, die aus Wasserstoff und der RUSSELL-Mischung besteht. Eine bei höheren Temperaturen (auch bei sehr kleinen Dichten) einsetzende Guillotine-Wirkung wurde hierbei berücksichtigt. Die folgende Tabelle gibt $\log\tau$ für die RUSSELL-Mischung. Für die relativ niedrige Temperatur $T = 6 \cdot 10^6$ Grad stimmen die Werte mit den von EDDINGTON berechneten praktisch vollkommen überein.

Für eine Mischung, die pro Gramm X Gramm Wasserstoff und $1 - X$ Gramm der RUSSELL-Mischung enthält, ist die Opazität:

$$\varkappa = [25{,}59]\,\frac{1 - X^2}{\tau}\,\frac{\varrho}{T^{3,5}}\,. \tag{12}$$

[1] Literaturhinweise auf die in Frage kommenden Arbeiten von J. A. GAUNT, Y. SUGIURA u. a. findet man etwa bei B. STRÖMGREN, l. c. Anm. 3.

[2] I.C.S. und MN 92, S. 364 (1932).

[3] ZfAp 4, S. 118 (1932).

Tabelle 3.

T	ψ/kT					
	∞	6	5	4	3	2
$1 \cdot 10^6$	0,03					
2	0,06					
3	0,02					
4	0,00	0,06	0,13			
5	0,01	0,07	0,14			
6	0,08	0,14	0,22	0,35	0,56	0,79
8	0,25	0,30	0,37	0,50	0,68	0,93
10	0,33	0,38	0,45	0,58	0,76	0,99
12	0,37	0,41	0,48	0,60	0,78	1,01
14	0,39	0,43	0,49	0,61	0,79	1,02
16	0,40	0,43	0,49	0,60	0,78	1,02
18	0,40	0,44	0,49	0,58	0,78	1,02
20	0,41	0,44	0,49	0,60	0,79	1,03
25	0,48	0,51	0,56	0,66		

Die Opazität kann somit für normale Sternmaterie der betrachteten chemischen Zusammensetzung aus Temperatur und Dichte berechnet werden. Es sei noch bemerkt, daß bei höheren Temperaturen und geringeren Dichten die hier nicht berücksichtigte Streuung durch freie Elektronen eine Rolle spielt.

Im übrigen vergleiche man wegen der Art der Berechnung des Guillotine-Faktors die angeführten Arbeiten.

Im normalen Sterninnern überwiegt der Energietransport durch Strahlung den Energietransport durch Partikeln. Eine Ausnahme bildet nach S. FLÜGGE[1] der Fall, daß die Neutronenhäufigkeit nicht verschwindend klein ist. Dies beruht auf der sehr großen freien Weglänge der Neutronen. Bei erheblicher Neutronenhäufigkeit würde die aus der Summe der materiellen und der Strahlungs-Leitfähigkeit zu berechnende Opazität stark reduziert werden (vgl. auch Ziff. 57a).

56c. Zustandsgleichung der Materie bei sehr hoher Dichte. Bei sehr hoher Dichte (oder sehr niedriger Temperatur) eines Gases muß man bei Berechnung des Gasdrucks das PAULI-Verbot berücksichtigen[2]. Es tritt sog. Entartung des Gases ein.

Es mögen die mechanischen Kräfte zwischen den Gaspartikeln außerhalb der kurzen Stoßzeiten verschwindend klein sein. Dann gilt für den durch das pro Flächeneinheit und Zeiteinheit passierende mechanische Moment definierten Gasdruck die Gleichung

$$p_G = \tfrac{1}{3} N \overline{v p}, \tag{13}$$

wo N die Zahl der freien Partikeln pro Volumeneinheit und $\overline{vp}$ der Mittelwert des Produkts aus Geschwindigkeit v und Moment p der Partikeln ist. Für $v \ll c$ (c ist die Lichtgeschwindigkeit) ist $\overline{vp} = 2\overline{E}$, wo $\overline{E}$ die mittlere kinetische Energie der Partikeln bedeutet. Liegt keine Entartung vor, so gilt die Gleichung $\overline{E} = \frac{3}{2} kT$, die in Verbindung mit (13) zu der für ein nicht-entartetes ideales Gas gültigen Gleichung (1) führt. Es sei noch bemerkt, daß für ein nicht-entartetes Gas die Gleichung (1) auch dann gültig bleibt, wenn Geschwindigkeiten bis zur Lichtgeschwindigkeit vorkommen[3].

---

[1] Z f Ap 6, S. 272 (1933).
[2] E. FERMI, Z f Phys 36, S. 902 (1926); P. A. M. DIRAC, Proc Roy Soc London A 112, S. 661 (1926).
[3] Vgl. W. PAULI, Relativitätstheorie. Enzykl d Math Wiss sowie F. JÜTTNER, Z f Phys 47, S. 542 (1928).

Bei wachsender Dichte tritt zuerst für die freien Elektronen Entartung ein, während für die schweren Atomreste die entsprechende Wechselwirkung noch verschwindend klein ist. Daraus folgt, wie noch unten nachgewiesen werden soll, daß bei weiter steigender Dichte der Gasdruck praktisch nur von den Elektronen herrührt.

Der einfachste Fall ist der eines sog. vollkommen entarteten Gases. Wenn die absolute Temperatur Null ist, tritt vollkommene Entartung ein. Unter den in Frage kommenden astrophysikalischen Bedingungen ist die Temperatur im allgemeinen, mit der Dichte verglichen, so niedrig, daß die durch Betrachtung eines vollkommen entarteten Gases erzielte Näherung ausreichend ist. (Dies liegt daran, daß im entarteten Gebiet bei Annäherung an das Sternzentrum die Temperatur nur sehr langsam, die Dichte aber relativ schnell anwächst, vgl. S. 151.)

In einem vollkommen entarteten Elektronengas mit N_e Elektronen pro Volumeneinheit haben die Elektronen Momente p zwischen 0 und p_0, wo

$$N_e = \frac{8\pi}{3h^3} p_0^3, \tag{14}$$

und diese Momente sind so verteilt, daß die Zahl $N_e(p)$ der Elektronen mit Momenten unter p

$$N_e(p) = \frac{8\pi}{3h^3} p^3 \qquad (p \leqq p_0) \tag{15}$$

ist. Die Gleichungen (14) und (15) zeigen die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen bei vollkommener Entartung, treten also an Stelle des bei einem normalen Gase gültigen MAXWELLschen Verteilungsgesetzes.

Aus (15) folgt für die Anzahl der Elektronen mit Momenten zwischen p und $p + dp$:

$$dN_e(p) = \frac{8\pi}{h^3} p^2\, dp. \qquad (p \leqq p_0) \tag{16}$$

Es soll jetzt zunächst der Fall sog. nicht-relativistischer Entartung betrachtet werden, in dem N_e und damit p_0 so klein bleiben, daß die Elektronengeschwindigkeiten klein gegen die Lichtgeschwindigkeit sind $\left(\frac{1}{m_e} p_0 \ll c\text{, d. h. } N_e \ll 10^{30}\right)$. Dann gilt $\overline{vp} = \overline{m_e v^2} = 2\overline{E}$. Die mittlere kinetische Energie der Elektronen ergibt sich aus (14) und (16):

$$\overline{E} = \frac{\int\limits_0^{p_0} \frac{1}{2m_e} p^2 \cdot \frac{8\pi}{h^3} p^2\, dp}{\frac{8\pi}{3h^3} p_0^3}, \tag{17}$$

d. h.

$$\overline{E} = \frac{3}{10\, m_e} p_0^2 \tag{18}$$

oder

$$\overline{E} = \frac{3}{10}\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2}{m_e} N_e^{\frac{2}{3}}. \tag{19}$$

In (13) eingesetzt ergibt (19) die nicht-relativistische Zustandsgleichung eines vollkommen entarteten Elektronengases:

$$p_G = \frac{1}{20}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2}{m_e} N_e^{\frac{5}{3}}. \tag{20}$$

Unter Einführung des effektiven mittleren Molekulargewichts μ erhält man:

$$p_G = \frac{1}{20}\left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2}{m_e}\left(\frac{1}{m_H}\right)^{\frac{5}{3}} \frac{1}{\mu^{\frac{5}{3}}}\,\varrho^{\frac{5}{3}}\,. \tag{21}$$

Setzt man die numerischen Werte der Atomkonstanten ein, so folgt:

$$\left.\begin{aligned} p_G &= K_1 \frac{1}{\mu^{\frac{5}{3}}}\,\varrho^{\frac{5}{3}}\,,\\ K_1 &= 9{,}87\cdot 10^{12}\,. \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Die Zustandsgleichung $p_G = p_G(\varrho, T)$ eines entarteten, aber nicht vollkommen entarteten Gases im nicht-relativistischen Fall hat MILNE[1] abgeleitet. Durch Vergleich dieser Gleichung mit (22) findet man, daß ein Elektronengas mit im allgemeinen genügender Genauigkeit als vollkommen entartet behandelt werden kann, wenn die folgende SOMMERFELDsche Entartungsbedingung erfüllt ist:

$$K_1 \frac{1}{\mu^{\frac{5}{3}}}\,\varrho^{\frac{5}{3}} > \frac{\Re}{\mu}\,\varrho T\,, \tag{23}$$

d. h.

$$\left(\frac{K_1}{\Re}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\mu}\,\frac{\varrho}{T^{\frac{3}{2}}} > 1\,. \tag{24}$$

Die Entartungsbedingung kann folgendermaßen interpretiert werden: Entartung tritt ein, wenn der nach der Zustandsgleichung für vollkommene Entartung berechnete Gasdruck höher als der nach der Zustandsgleichung des nicht-entarteten Gases berechnete Gasdruck ist. Im allgemeinen benutzt man auch im Übergangsgebiet beginnender Entartung nicht die obengenannte (ziemlich verwickelte) allgemeine Zustandsgleichung, sondern man benutzt die Zustandsgleichung (5) des nicht-entarteten Gases bis zur Grenze

$$\left(\frac{K_1}{\Re}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\mu}\,\frac{\varrho}{T^{\frac{3}{2}}} \leqq 1 \tag{25}$$

und jenseits dieser Grenze die Zustandsgleichung (22) des vollkommen entarteten Elektronengases.

Die Entartungsbedingung (24) enthält die genauere Fassung der Aussage, daß sehr hohe Dichte oder sehr niedrige Temperatur Entartung bewirken. Die Dichte, bei der Entartung einsetzt, wächst mit der Potenz $\frac{3}{2}$ der Temperatur. Für $\mu = 1$ und $T = 10^7$ Grad beträgt die Entartungsdichte $10^3\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$, für 10^9 Grad dagegen $10^6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$.

Im Gebiet der Entartung wächst der Druck mit der Potenz $\frac{5}{3}$ der Dichte. In entarteten Teilen des Sterninnern ist die Temperatur annähernd konstant (vgl. S. 131 und 151), so daß der nach den Gesetzen des nicht-entarteten Gases zu berechnende Partialdruck der Atomreste nur proportional ϱ anwächst und somit schnell vernachlässigbar klein wird.

Im Fall **relativistischer** Entartung, d. h. in dem Fall, daß die Elektronengeschwindigkeiten im entarteten Elektronengas sich der Lichtgeschwindigkeit nähern, muß bei der Auswertung von (13) unter Benutzung des Ver-

---

[1] M N 90, S. 769 (1930); 91, S. 4 (1930); vgl. auch R. H. FOWLER, M N 87, S. 114 (1926) sowie l. c. S. 122, Anm. 1.

teilungsgesetzes (15) der Momente die relativistische Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Moment benutzt werden:

$$v = \frac{1}{m_e} p \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{p^2}{m_e c^2}}} \tag{26}$$

oder

$$v = \frac{dE}{dp}, \tag{27}$$

wo E die kinetische Energie bedeutet.

Man gelangt so[1] zu der folgenden Zustandsgleichung eines vollkommen entarteten Elektronengases, die sowohl im nicht-relativistischen wie im relativistischen Fall Gültigkeit besitzt:

$$p_G = \frac{\pi m_e^4 c^5}{3 h^3} \left[x(2x^2 - 3)(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + 3 \sinh^{-1} x\right], \tag{28}$$

wo

$$x = \frac{p_0}{m_e c} \tag{29}$$

oder, mit Hilfe von (14)

$$x = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{h}{m_e c} N_e^{\frac{1}{3}}. \tag{30}$$

Im Grenzfall, daß p_0 sehr groß ist ($p_0 \gg m_e c$, $x \gg 1$), wird $p_G \propto N^{\frac{4}{3}}$ und deshalb $p_G \propto \varrho^{\frac{4}{3}}$, während ja im entgegengesetzten (nicht-relativistischen) Grenzfall $p_G \propto \varrho^{\frac{5}{3}}$ ist. Bei konstanter Temperatur und wachsender Dichte ist also zunächst, bis Entartung einsetzt, $p_G \propto \varrho$, dann wird die Kompressibilität mit $p_G \propto \varrho^{\frac{5}{3}}$ geringer, bis sie schließlich im Gebiet relativistischer Entartung wieder entsprechend $p_G \propto \varrho^{\frac{4}{3}}$ ansteigt.

Nach (30) ist die Bedingung $x \gg 1$ für die Gültigkeit von $p_G \propto \varrho^{\frac{4}{3}}$ äquivalent der Bedingung

$$N_e \gg \frac{8\pi m_e^3 c^3}{3 h^3} = 5{,}93 \cdot 10^{29}. \tag{31}$$

Berücksichtigt man, daß $m_H = 1{,}66 \cdot 10^{-24}$ ist, so sieht man, daß z. B. in einem reinen Wasserstoffgas gemäß (31) relativistische Entartung vorhanden ist, wenn die Dichte größer als 10^6 g cm^{-3} ist.

Man erhält eine für viele Zwecke brauchbare Näherung, wenn man statt mit der allgemeinen Zustandsgleichung (28) für ein entartetes Gas mit den in den beiden Grenzfällen gültigen Gleichungen rechnet, und zwar mit der Gleichung (22) für

$$N_e < \left(\frac{5}{4}\right)^3 \frac{8\pi m_e^3 c^3}{3 h^3} \tag{32}$$

und mit der folgenden, aus (30) durch Grenzübergang abzuleitenden, Gleichung

$$p_G = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{hc}{8 m_H^{\frac{4}{3}}} \frac{1}{\mu^{\frac{4}{3}}} \varrho^{\frac{4}{3}} = K_2 \frac{1}{\mu^{\frac{4}{3}}} \varrho^{\frac{4}{3}} \tag{33}$$

für

$$N_e > \left(\frac{5}{4}\right)^3 \frac{8\pi m_e^3 c^3}{3 h^3}. \tag{34}$$

Für $N_e = \left(\frac{5}{4}\right)^3 \frac{8\pi m_e^3 c^3}{3 h^3}$ stimmen die beiden Zustandsgleichungen (22) und (33) überein.

---

[1] Vgl. E. C. STONER, M N 92, S. 651 (1932); S. CHANDRASEKHAR, M N 95, S. 207 (1935), Appendix, und die dort angeführten Arbeiten von T. E. STERNE, L. LANDAU, J. FRENKEL und F. JÜTTNER.

Die Zustandsgleichungen dieser Näherung sind unten zusammengestellt. Es ist:

I. Nicht-Entartung.

$$p_G = \frac{\mathfrak{R}}{\mu} \varrho T$$

für

$$\left(\frac{K_1}{\mathfrak{R}}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\mu} \frac{\varrho}{T^{\frac{3}{2}}} < 1 .$$

II. Nicht-relativistische Entartung.

$$p_G = K_1 \frac{1}{\mu^{\frac{5}{3}}} \varrho^{\frac{5}{3}} ,$$

$$K_1 = 9{,}87 \cdot 10^{12}$$

für

$$\left(\frac{K_1}{\mathfrak{R}}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\mu} \frac{\varrho}{T^{\frac{3}{2}}} > 1$$

und

$$\frac{24 h^3}{125 \pi m_e^3 c^3 m_H} \frac{1}{\mu} \varrho < 1 .$$

III. Relativistische Entartung.

$$p_G = K_2 \frac{1}{\mu^{\frac{4}{3}}} \varrho^{\frac{4}{3}} ,$$

$$K_2 = 1{,}23 \cdot 10^{15}$$

für

$$\left(\frac{K_2}{\mathfrak{R}}\right)^{3} \frac{1}{\mu} \frac{\varrho}{T^{3}} > 1$$

und

$$\frac{24 h^3}{125 \pi m_e^3 c^3 m_H} \frac{1}{\mu} \varrho > 1 . \qquad (35)$$

Wenn die durch (35) zu erhaltende Näherung nicht ausreicht, so ist die Zustandsgleichung in der Form (28) zu benutzen. E. C. STONER hat die in (28) eingehende Funktion von x, der der Gasdruck proportional ist, tabuliert. Es sei

$$\left.\begin{aligned} p_G &= A\, f(x) , \\ x &= B \varrho^{\frac{1}{3}} , \\ A &= \frac{8 \pi m_e^4 c^5}{3 h^3} , \\ (\log A &= 23{,}683) , \\ B &= \frac{h}{m_e c} \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{\mu m_H}\right)^{\frac{1}{3}} , \end{aligned}\right\} \qquad (36)$$

wo

$$f(x) = \tfrac{1}{8}\left[x (2x^2 - 3)(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + 3 \sinh^{-1} x\right] \qquad (37)$$

ist. Die folgende Tabelle (S. 130) ist ein Auszug aus der STONERschen Tabelle der Funktion $f(x)$.

Die der genauen Zustandsgleichung (28) entsprechende Entartungsbedingung ist

$$A\, f(x) > \frac{\mathfrak{R}}{\mu} \varrho T \qquad (38)$$

oder

$$5{,}92 \cdot 10^9 \frac{f(x)}{x^3} > T . \qquad (39)$$

Tabelle 4.

x	$f(x)$	$\frac{f(x)}{x^3}$	x	$f(x)$	$\frac{f(x)}{x^3}$
0,1	$1{,}99 \cdot 10^{-6}$	$1{,}99 \cdot 10^{-3}$	1,0	0,154	0,154
0,2	$6{,}31 \cdot 10^{-5}$	$7{,}89 \cdot 10^{-3}$	1,2	0,353	0,204
0,3	$4{,}70 \cdot 10^{-4}$	$1{,}74 \cdot 10^{-2}$	1,4	0,704	0,256
0,4	$1{,}94 \cdot 10^{-3}$	$3{,}03 \cdot 10^{-2}$	1,6	1,26	0,310
0,5	$5{,}76 \cdot 10^{-3}$	$4{,}61 \cdot 10^{-2}$	1,8	2,12	0,363
0,6	$1{,}39 \cdot 10^{-2}$	$6{,}43 \cdot 10^{-2}$	2,0	3,33	0,417
0,7	$2{,}90 \cdot 10^{-2}$	$8{,}45 \cdot 10^{-2}$	3	18,4	0,684
0,8	$5{,}47 \cdot 10^{-2}$	$1{,}06 \cdot 10^{-1}$	4	60,7	0,946
0,9	$9{,}44 \cdot 10^{-2}$	$1{,}29 \cdot 10^{-1}$	5	151	1,21
1,0	$1{,}54 \cdot 10^{-1}$	$1{,}54 \cdot 10^{-1}$	10	$2{,}47 \cdot 10^{3}$	2,47
			20	$3{,}99 \cdot 10^{4}$	4,99
			100	$2{,}50 \cdot 10^{7}$	25,0

Es sei noch bemerkt, daß (35) II und III aus (36) erhalten werden, indem $f(x) = \frac{1}{5} x^5$ für $x < \frac{5}{4}$ und $f(x) = \frac{1}{4} x^4$ für $x > \frac{5}{4}$ gesetzt wird. Es folgt dann $p_G = \frac{1}{5} A B^5 \left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{\frac{5}{3}}$ bzw. $p_G = \frac{1}{4} A B^4 \left(\frac{\varrho}{\mu}\right)^{\frac{4}{3}}$.

EDDINGTON[1] hat die Gültigkeit der angeführten Zustandsgleichungen für den Fall relativistischer Entartung angefochten. Nach EDDINGTON soll auch in diesem Fall $p_G \propto \varrho^{\frac{5}{3}}$ gelten. Auf diese Frage soll hier nicht näher eingegangen werden (vgl. Ziff. 56j).

Die Frage der Ionisation eines entarteten Gases behandelten CHANDRASEKHAR[2] und MILNE[3]. Im allgemeinen dürfen sämtliche Elektronen als frei angesprochen werden[4]. Das effektive mittlere Molekulargewicht kann dementsprechend bei bekannter chemischer Zusammensetzung unmittelbar als die reziproke Anzahl der Elektronen pro m_H Gramm der gegebenen Zusammensetzung berechnet werden.

CHANDRASEKHAR und ROSENFELD[5] haben die Wirkung der Bildung von Paaren von Positronen und Elektronen auf die Zustandsgleichung untersucht. Die Wirkung, die im allgemeinen klein ist, besteht in einer Erhöhung des Drucks.

Bei hohen Temperaturen (etwa $>10^9$ Grad) ist bei der Berechnung der Zustandsgleichung zu berücksichtigen, daß die chemische Zusammensetzung nicht mehr durch konstante Parameter, die dann konstante Parameter der Zustandsgleichung sind, charakterisiert ist. Vielmehr spielt hier Elementenumwandlung eine Rolle, so daß die chemische Zusammensetzung durch Temperatur und Dichte bestimmt ist. Die statistische Gleichgewichtstheorie der chemischen Zusammensetzung ist von T. E. STERNE[6] entwickelt und auf konkrete Probleme angewandt worden (vgl. auch Ziff. 56e und Ziff. 58a). Es sei noch bemerkt, daß die Gleichgewichtstheorie für alle Temperaturen und Dichten gültig ist, daß aber bei niedrigen Temperaturen die Reaktionsgeschwindigkeiten so gering sind, daß der Gleichgewichtszustand nicht erreicht wird.

Die Zustandsgleichung bei extrem hohen Dichten, bei denen die Kraftfelder sich den Kraftfeldern in den Atomkernen nähern, kann nicht sicher angegeben werden (vgl. hierzu Ziff. 56l). Nach STERNE[7] dürfte die Materie bei extrem

---

[1] M N 95, S. 194 (1935). Eine ausführliche Ableitung der Zustandsgleichung (28) auf Grund der gewöhnlich zugrunde gelegten Gleichungen der relativistischen Quantenmechanik geben C. MÖLLER und S. CHANDRASEKHAR, M N 95, S. 673 (1935).

[2] Phil Mag 9, S. 292 (1930).

[3] M N 90, S. 769 (1930).

[4] Vgl. auch A. S. EDDINGTON, M N 92, S. 471 (1932).

[5] Nature 135, S. 999 (1935).

[6] M N 93, S. 736 (1933).

[7] L. c. Anm. 6.

hohen Dichten zu Neutronen zerquetscht werden. J. v. NEUMANN[1] gibt als schließliche Zustandsgleichung bei immer größer werdender Dichte die Gleichung $p_G = \frac{1}{3} c^2 \varrho$ an.

56d. Absorptionsvermögen der Materie bei sehr hoher Dichte. Wenn in einem Gas Entartung eintritt, so beeinflußt dies das Absorptionsvermögen des Gases. Ebenso wie Übergänge nach schon besetzten diskreten stationären Zuständen nicht stattfinden können, so werden auch bei Entartung Übergänge nach Bewegungszustandszellen der entarteten Elektronen, die schon besetzt sind, verboten. Bei vollkommener Entartung sind alle Bewegungszustandszellen mit $p \leqq p_0$ besetzt [vgl. die Gleichungen (14) und (15)]. Übergänge können nur nach Zuständen mit $p > p_0$ stattfinden. Dies bewirkt eine starke Reduktion in der Zahl der Absorptionsprozesse außer für sehr große Strahlungsfrequenzen. Bei Entartung wird also die Materie viel durchsichtiger, als man nach den für normale Sternmaterie gültigen Formeln berechnen würde.

Das Absorptionsvermögen eines Gases wurde von mehreren Seiten nach der Quantenmechanik berechnet[2]. Es genüge hier die qualitative Feststellung, daß die Opazität gering ist. Wie später ausgeführt werden soll (vgl. S. 151), bewirkt dies, daß im Sterninnern die Temperatur in entarteten Gebieten nur langsam anwächst, so daß die Materie schnell praktisch vollkommen entartet wird [vgl. Gleichung (24)]. Es sei noch bemerkt, daß in entarteten Gebieten nach D. S. KOTHARI[3] die Wärmeleitfähigkeit so hoch ist, daß der Energietransport durch Elektronen den Energietransport durch Strahlung überwiegt, im Gegensatz zu den Verhältnissen in normaler Sternmaterie. Dieser Sachverhalt setzt die aus der Summe der materiellen und der Strahlungsleitfähigkeit zu berechnende Opazität noch herab.

56e. Die subatomare Energieerzeugung der Sternmaterie. Als Prozesse, durch die die von den Sternen ausgestrahlte Energie erzeugt werden kann, kommen in Betracht: a) Prozesse, bei denen Protonen (Wasserstoffkerne) oder Neutronen von einem Atomkern eingefangen werden, so daß Elementenverwandlungen stattfinden, gleichzeitig damit, daß die dem Massenunterschied zwischen dem freien und gebundenen Proton bzw. Neutron entsprechende Energie frei wird; b) Prozesse, bei denen Elementarpartikeln zerstört werden (verschwinden), während die der verschwundenen Masse entsprechende Energie frei wird.

Prozesse sowohl der Art a) wie der Art b) können bei dem heutigen Stand der theoretischen Physik auch nicht im Prinzip vollständig diskutiert werden. Es ist jedoch möglich gewesen, teils auf theoretischem, teils auf experimentellem Wege, gewisse Seiten der in Frage kommenden Probleme zu klären.

Was zunächst die Prozesse a) betrifft, so ist es mit Hilfe einer von G. GAMOW[4] entwickelten Theorie möglich, Aussagen über den Einfang von Protonen und Neutronen durch Atomkerne zu machen. Mit Rücksicht auf die wahrscheinlich geringe Häufigkeit der Neutronen im Sterninnern soll die Darstellung auf die Betrachtung des Einfangs von Protonen beschränkt werden.

Damit ein Proton von einem Atomkern eingefangen werden soll, muß folgendes stattfinden: 1. Es muß ein Zusammenstoß zwischen Proton und Atomkern, oder richtiger eine nahe Passage des Protons innerhalb eines Wirkungsquerschnitts σ^2 um den Atomkern stattfinden, wobei die Größenordnung von σ durch den Atomkernradius bestimmt ist ($\sigma^2 \backsim 10^{-25}$ cm^2, mit der Atomnummer

[1] Vgl. M N 95, S. 693 (1935).

[2] R. C. MAJUMDAR, A N 243, S. 5. (1931); BERTHA SWIRLES, M N 91, S. 861 (1931); S. CHANDRASEKHAR, Proc Roy Soc A 133, S. 241 (1931); D. S. KOTHARI u. R. C. MAJUMDAR, A N 244, S. 66 (1931).

[3] M N 93, S. 61 (1932).

[4] Z f Phys 52, S. 510 (1928).

schwach zunehmend); 2. Das Proton muß in den Atomkern eindringen, d. h. es muß den Potentialberg um den Atomkern durchqueren oder überschreiten; 3. Das in den Atomkern eingedrungene Proton muß festgehalten werden.

Die Zahl der Zusammenstöße kann nach der statistischen Mechanik berechnet werden. Es werde vorausgesetzt, daß die betrachteten (schweren) Partikeln nicht entartet sind. Dann gilt der Ausdruck der klassischen Statistik für die Zahl pro Volumeneinheit und Zeiteinheit $S\,dE$ der Zusammenstöße zwischen Atomkernen der Masse M und Protonen der Masse m_H mit relativen kinetischen Energien zwischen E und $E + dE$:

$$S(E,T)\,dE = \frac{2Nn\sigma^2}{\pi (kT)^{\frac{3}{2}}} \sqrt{2\pi\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m_H}\right)}\, e^{-\frac{E}{kT}} E\,dE\,. \tag{40}$$

Hier bedeuten N und n die Anzahl der Atomkerne bzw. Protonen pro Volumeneinheit.

Für die Eindringungswahrscheinlichkeit $W(E)$ eines Protons der kinetischen Energie E gilt nach GAMOW:

$$W(E) = e^{-\frac{4\pi\sqrt{2m_H}}{h\sqrt{E}} Z Z_H e^2 J_k}\,. \tag{41}$$

Es bedeutet in dieser Gleichung Ze die Ladung des Atomkerns (Atomnummer Z), $Z_H e$ die Ladung des Protons ($Z_H = 1$) und J_k eine von E, Z und dem Atomkernradius r abhängige Größe, die von GAMOW l. c. mit dem Argument

$$k = \frac{rE}{\sqrt{3}\,Z Z_H e^2} \tag{42}$$

tabuliert worden ist. Bei den meisten Anwendungen genügt es, für die (langsam veränderliche) Größe J_k ihren Maximalwert $\frac{\pi}{2}$ einzusetzen.

Aus (41) geht hervor, daß die Eindringungswahrscheinlichkeit $W(E)$ klein ist, solange noch der Exponent

$$\frac{4\pi\sqrt{2m_H}}{h\sqrt{E}} Z Z_H e^2 J_k \gg 1 \tag{43}$$

ist. Die folgende Tabelle erläutert die Gleichung (41). Sie gibt mit dem Argument E für zwei Werte von Z die Eindringungswahrscheinlichkeit $W(E)$, mit $J_k = \frac{\pi}{2}$ berechnet. Neben den Werten der kinetischen Energie findet man diejenigen Werte der Temperatur, für die die mittlere kinetische Energie der Protonen, d. h. $\frac{3}{2}kT$, gleich E ist.

Tabelle 5.

E	T	$W(E)$ $Z=3$	$W(E)$ $Z=12$
$2{,}06 \cdot 10^{-9}$ erg	10^7 Grad	$1 \cdot 10^{-36}$ sek^{-1}	$2 \cdot 10^{-144}$ sek^{-1}
$2{,}06 \cdot 10^{-8}$	10^8	$4 \cdot 10^{-12}$	$3 \cdot 10^{-46}$
$2{,}06 \cdot 10^{-7}$	10^9	$3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-15}$
$2{,}06 \cdot 10^{-6}$	10^{10}	$7 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-5}$

Was schließlich die Einfangswahrscheinlichkeit Q eines eingedrungenen Protons betrifft, so liegen hierüber einige experimentelle Daten vor (vgl. unten). Für gewisse stabile Atomkerne dürfte $Q \sim 0$ sein, im allgemeinen ist Q wahrscheinlich von der Größenordnung $Q \sim 0{,}01$ bis $0{,}1$, und zwar unabhängig von der Energie des stoßenden Protons.

Mit Hilfe der angeführten Resultate kann man in spezifizierten konkreten Fällen die Zahl der Protoneneinfangsprozesse pro Volumeneinheit und Zeiteinheit berechnen. Es ist das Produkt $S(E)\,W(E)$ über alle kinetischen Energien zu integrieren und mit Q zu multiplizieren. Die resultierende Gleichung findet man bei ATKINSON und HOUTERMANS[1] und bei STERNE[2].

STERNE gibt die folgende Tabelle für die Wahrscheinlichkeit $U(T)$ des Einfangs eines Protons durch Lithiumkerne ($Z = 3$) der Dichte ϱ als Funktion der Temperatur T $\left(\text{mit } \sigma^2 = 10^{-25}\right.$ und $\left. J_k = \frac{\pi}{2} \text{ berechnet}\right)$.

Tabelle 6.

T	$U(T)$	$U(T) \propto T^s$ s
10^6 Grad	$3 \cdot 10^{-31} Q \varrho$ sek^{-1}	29,4
$5 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^{-15}$	17,2
10^7	$7 \cdot 10^{-11}$	13,7
$4 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^{-4}$	8,6
10^8	0,3	6,4
$5 \cdot 10^8$	900	3,8
10^9	9000	3,0
$5 \cdot 10^9$	400000	

Über den Einfang von Protonen durch Lithium liegen Experimente von COCKROFT und WALTON[3] und von HENDERSON[4] vor. Man erhält Übereinstimmung zwischen Theorie und Erfahrung, wenn man (für $\sigma^2 = 10^{-25}$) $Q \sim 0{,}03$ setzt.

Für andere Atomkerne kann man aus der Tabelle genäherte Werte erhalten, indem man einander entsprechende T- und U-Werte mit bzw. $\left(\frac{Z}{3}\right)^2$ und $\left(\frac{Z}{3}\right)$ multipliziert.

Etwas genauere Berechnungen der Einfangsgeschwindigkeit haben A. H. WILSON[5] und G. STEENSHOLT[6] ausgeführt. Diese Berechnungen führen im wesentlichen zu derselben Temperaturabhängigkeit wie die oben angeführten. Nach WILSON und STEENSHOLT gilt:

$$U(T) = \frac{10^{-19} N}{Z}\left(\xi^2 + \frac{1}{6}\right) e^{-3\xi^2}, \tag{44}$$

wo

$$\xi = \left(\frac{Z \cdot 10^5}{2\sqrt{T}}\right)^{\frac{1}{3}}. \tag{45}$$

Bei hohen Temperaturen spielen auch die den hier diskutierten entgegengesetzten Prozesse eine Rolle. Über den entsprechenden statistischen Gleichgewichtszustand vgl. Ziff. 56c und Ziff. 58a.

Wie in Ziff. 58a näher ausgeführt werden soll, scheint es nicht ausgeschlossen, daß man die Energieerzeugung in den Fixsternen als durch Protoneneinfang freiwerdende Energie erklären kann. Vielleicht spielen dabei die entgegengesetzten Prozesse eine Rolle, so daß die Energieerzeugung sich aus der Differenz der Einfangs- und Freiwerdungsgeschwindigkeit der Protonen ergibt (vgl. S. 189). Für die Realisierung derartiger Verhältnisse sind relativ hohe Temperaturen (10^9 bis 10^{10} Grad) erforderlich[7].

Andererseits besteht die Möglichkeit, daß die Energieerzeugung auf Partikelzerstörung beruht. Der wichtigste der in Frage kommenden hypothetischen Prozesse, die gleichzeitige Zerstörung eines Protons und eines Elektrons, hat allerdings an Wahrscheinlichkeit verloren, seitdem im Positron das positiv-elektrische Gegenstück zum Elektron aufgefunden wurde. Die Prozesse der gleichzeitigen Entstehung oder Vernichtung eines Positrons und eines Elektrons dürften für die Energieerzeugung keine Rolle spielen (vgl. S. 189).

Trotz der erzielten Fortschritte kann kaum behauptet werden, daß der Mechanismus der Energieerzeugung im Sterninnern klargelegt worden ist.

---

[1] Z f Phys 54, S. 656 (1929); vgl. auch R. D'E. ATKINSON, l. c. S. 188, Anm. 2.
[2] M N 93, S. 770 (1933).
[3] Proc Roy Soc A 137, S. 229 (1932).
[4] Phys Rev 43, S. 98 (1933).
[5] M N 91, S. 283 (1931).
[6] L. c. S. 171, Anm. 2.
[7] Vgl. T. E. STERNE, l. c. Anm. 2.

56f. Die Fundamentalgleichungen des Sternaufbaus und ihre möglichen Lösungen. Die Fundamentalgleichungen, die den Gleichgewichtszustand eines Sterns beschreiben, sind in M Ziff. 35—60 abgeleitet und diskutiert worden. Die im folgenden wiedergegebene Diskussion bezieht sich auf jene Fundamentalgleichungen, in unveränderter Form.

Die Fundamentalgleichungen sind unten zusammengestellt. Es sind die Gleichung des Strahlungsgleichgewichts [M S. 205, Gleichung (4)], des mechanischen Gleichgewichts [M S. 205, Gleichung (5)[1]], die Gleichung für die Masse einer Kugelschale und die Gleichung für die subatomare Energieerzeugung einer Kugelschale:

$$\frac{L_r}{4\pi r^2} = -\frac{c}{\varkappa\varrho}\frac{d}{dr}\left(\frac{1}{3}aT^4\right), \tag{46}$$

$$\frac{dp_G}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}\varrho + \frac{\varkappa\varrho L_r}{4\pi r^2 c}, \tag{47}$$

$$dM_r = 4\pi r^2\varrho\, dr, \tag{48}$$

$$dL_r = 4\pi r^2\varrho\varepsilon\, dr. \tag{49}$$

Die Bezeichnungen haben die folgende Bedeutung:

- r Entfernung vom Sternzentrum,
- T Temperatur,
- ϱ Dichte,
- p_G Gasdruck,
- L_r Netto-Strahlungsstrom nach außen durch eine mit der Sternoberfläche konzentrische Kugelfläche mit dem Radius r. Der Netto-Strahlungsstrom durch eine Einheitsfläche der genannten Kugelfläche ist $F_r = \frac{L_r}{4\pi r^2}$,
- M_r Masse innerhalb der genannten Kugelfläche mit Radius r,
- $\varkappa$ Opazität,
- ε Subatomare Energieerzeugung pro Gramm Sternmaterie,
- a $\frac{4}{c}$-mal die STEFANsche Konstante. Die Energiedichte schwarzer Strahlung ist aT^4.
- c Lichtgeschwindigkeit,
- G Gravitationskonstante.

Es sei nun die Aufgabe vorgelegt, den Aufbau von Sternen gegebener chemischer Konstitution mit Hilfe dieser Gleichungen zu untersuchen. Bei gegebener chemischer Konstitution darf — im Prinzip jedenfalls — die Zustandsgleichung, das Opazitätsgesetz und die Abhängigkeit der Energieerzeugung von Temperatur und Dichte als bekannt gelten (vgl. Ziff. 56a bis 56e). Man darf also schreiben:

$$p_G = p_G(\varrho, T), \tag{50}$$

$$\varkappa = \varkappa(\varrho, T), \tag{51}$$

$$\varepsilon = \varepsilon(\varrho, T). \tag{52}$$

Eliminiert man mit Hilfe der Gleichungen (50), (51) und (52) die Variablen p_G, $\varkappa$ und ε, so bleiben neben der unabhängigen Variablen r die vier abhängigen Variablen T, ϱ, M_r und L_r. Diese vier Variablen genügen den vier Differentialgleichungen erster Ordnung (46), (47), (48) und (49).

Auf der Oberfläche des Sterns hat die unabhängige Variable r den Wert des Sternradius R. Die Temperatur T ist gleich der Oberflächentemperatur T_0,

[1] Dort ist auf der rechten Seite vor dem zweiten Glied minus statt plus zu lesen.

die Dichte ϱ ist praktisch gleich Null, während M_r und L_r gleich der Sternmasse M bzw. der gesamten sekundlichen Ausstrahlung oder Leuchtkraft L sind. Die Oberflächentemperatur kann durch L und R ausgedrückt werden und darf übrigens in der Diskussion der Probleme des Sterninnern praktisch gleich Null gesetzt werden (vgl. S. 142). Als Parameter des betrachteten Problems kann man folglich den Sternradius R, die Sternmasse M und die Leuchtkraft L ansehen. Bei vorgegebenen Werten dieser Parameter kann man sich im Prinzip die Lösung der fundamentalen Differentialgleichungen berechnet denken. Die Anfangswerte von T, ϱ, M_r und L_r sind für $r = R$ bekannt. Die Lösung der vier genannten Differentialgleichungen erster Ordnung ist somit festgelegt.

Die Parameter R, M und L sind jedoch nicht unabhängig. Die Lösung muß nämlich zwei Randbedingungen befriedigen. Im Zentrum des Sterns, d. h. für $r = 0$, müssen gemäß ihrer physikalischen Bedeutung M_r und L_r gleich Null sein, während T und ϱ beliebige endliche Werte annehmen dürfen.

Um zu Resultaten zu gelangen, die mit der Erfahrung zu vergleichen sind, hat man also ein Randwertproblem zu lösen. Ist das Randwertproblem für die vorgegebene chemische Konstitution gelöst, so kann der Sternaufbau als Funktion eines Parameters, etwa der Sternmasse M, angegeben werden. Die beiden anderen Parameter R und L können ebenfalls als Funktionen des gewählten Parameters angegeben werden[1].

Angesichts der Unsicherheit in bezug auf die subatomaren Energiequellen der Sterne (vgl. Ziff. 56e) hat man bis jetzt auf die Durchführung des skizzierten Programms verzichten müssen. Die Gleichung (52) kann nicht explizite aufgestellt werden und muß durch passend gewählte und variierte Ansätze ersetzt werden. Entsprechend den verschiedenen Ansätzen spricht man von verschiedenen Sternmodellen. Aus der Willkür in der Wahl des Ansatzes folgt nun, daß den wirklichen Sternen gewissermaßen nur einzelne Punkte in den diskutierten Modellkontinuen entsprechen. Insbesondere folgt, daß ein Voraussagen des Radius und der Leuchtkraft eines wirklichen Sterns gegebener chemischer Zusammensetzung und gegebener Masse nicht explizite durchgeführt werden kann. Es zeigt sich aber, daß die verschiedenen plausiblen Ansätze zu Modellen mit in vielen Punkten ähnlichen Eigenschaften, die also auch die wirklichen Sterne besitzen dürften, führen. Auch führen jene Ansätze mit nur ziemlich kleinen Abweichungen zu einer allgemeingültigen Relation zwischen Masse, Radius und Leuchtkraft, das sog. Masse-Leuchtkraft-Gesetz (vgl. hierzu M Ziff. 56).

Der einfachste Ansatz für ε ist der Ansatz

$$\varepsilon = \text{const.} \tag{53}$$

Dieser Ansatz dürfte einen Grenzfall darstellen, indem anzunehmen ist, daß ε gegen das Sternzentrum zunimmt. Man hat zur Vereinfachung der Diskussion oft noch den folgenden Ansatz gemacht:

$$\varkappa = \text{const.} \tag{54}$$

Dieser Ansatz ersetzt dann Gleichung (51). Das den Annahmen $\varepsilon = \text{const}$ und $\varkappa = \text{const}$ entsprechende Modell wird das Standard-Modell genannt.

Zu derselben Form der Differentialgleichungen wie mit den Ansätzen (53) und (54) gelangt man durch den allgemeineren EDDINGTONschen Ansatz

$$\varkappa \frac{L_r}{M_r} = \text{const.} \tag{55}$$

[1] Vgl. hierzu H. VOGT, A N 226, S. 301 (1926) und H. N. RUSSELL, in RUSSELL, DUGAN, STEWART, Astronomy. Boston 1927, II, S. 910.

Liegt für ein mit diesem Ansatz berechnetes Modell die Lösung vor, so kann man mit Hilfe der Gleichung (51) gemäß der Annahme (55) nachträglich die vorausgesetzte Verteilung der Energiequellen berechnen[1].

Zum Punktquellen-Modell gelangt man durch die Voraussetzung, daß die gesamte Energieerzeugung im Zentrum des Sterns stattfindet. Dieser Annahme entspricht der folgende Ansatz:

$$L_r = \text{const} = L. \qquad (r \neq 0) \tag{56}$$

Ein wesentlich allgemeinerer Ansatz ist der folgende:

$$\varepsilon = \text{const} \cdot \varrho^{\alpha} T^{\nu}, \tag{57}$$

in dem const, α und ν willkürliche Parameter sind.

Für das Standard-Modell (bzw. EDDINGTON-Modell) und das Punktquellen-Modell sind die EDDINGTONschen Lösungen bekannt (vgl. M. Ziff. 56 und I.C.S.). Es soll im folgenden die Frage diskutiert werden, ob überhaupt und unter welchen Bedingungen andere Lösungen existieren.

Bevor zur analytischen Diskussion übergegangen wird, sollen einige Bemerkungen qualitativen Charakters vorausgeschickt werden. Wenn man von den Temperaturen und Dichten der EDDINGTONschen Lösungen ausgeht, bereitet es gewisse Schwierigkeiten, die Energieerzeugung in den Fixsternen zu deuten (vgl. Ziff. 58a). Dieser Umstand bedeutete zweifellos einen Antrieb zu der, von MILNE angeregten, Diskussion der Fundamentalgleichungen mit Rücksicht auf die Möglichkeit anderer Lösungen neben den EDDINGTONschen. Nun ist natürlich die Antwort auf eine mathematische Fragestellung, wie die betreffend der Lösungen der Differentialgleichungen eines genau spezifizierten Sternmodells, eindeutig. Unsicherheit entsteht erst, wenn Unsicherheit in der Spezifizierung der Sternmodelle vorliegt. Hier ist nun die Sachlage die, daß die Zustandsgleichung der Sternmaterie bei sehr hohen Dichten nicht mit vollkommener Sicherheit angegeben werden kann (vgl. Ziff. 56c). Wenn auch die mathematischen Probleme geklärt sein dürften, so besteht doch noch eine gewisse Unsicherheit in der Theorie des Sternaufbaus (vgl. hierzu auch Ziff. 56l).

Im folgenden soll auf die mathematische Diskussion der Gleichungen einiger wichtiger, genau spezifizierter Sternmodelle näher eingegangen werden.

56g. Die Differentialgleichungen des Standard-Modells. Wie schon erwähnt, bezeichnet man als Standard-Modell dasjenige Sternmodell, das den beiden Ansätzen

$$\varepsilon = \text{const}, \tag{58}$$

$$\varkappa = \text{const} \tag{59}$$

entspricht. Zur vollkommenen Spezifizierung des Modells gehört noch die explizite Angabe der Form der Zustandsgleichung (50). Gemäß Ziff. 56a und 56c hat man hier zu setzen [vgl. Gleichung (5)]:

$$p_G = \frac{\mathfrak{R}}{\mu} \varrho T \tag{60}$$

für ein nicht-entartetes Gas. Für ein entartetes Gas, d. h. wenn [vgl. Gleichung (24)]

$$\left(\frac{K_1}{\mathfrak{R}}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\mu} \frac{\varrho}{T^{\frac{3}{2}}} > 1 \tag{61}$$

ist, hat man die Gleichung (22) zu benutzen:

$$\left.\begin{aligned} p_G &= K_1 \frac{1}{\mu^{\frac{5}{3}}} \varrho^{\frac{5}{3}}, \\ K_1 &= 1{,}0 \cdot 10^{13}. \end{aligned}\right\} \tag{62}$$

[1] Vgl. hierzu M Ziff. 56 sowie L. BIERMANN, l. c. S. 168, Anm. 1.

Im relativistischen Fall gelten die Gleichungen (36) und (38). Bis auf weiteres (vgl. S. 149) soll immer mit den nicht-relativistischen Gleichungen gerechnet werden.

Es wird zur Vereinfachung vorausgesetzt, daß

$$\mu = \text{const.} \tag{63}$$

Es sollen nun die Fundamentalgleichungen den gemachten Voraussetzungen entsprechend reduziert werden.

Aus (48) und (49) folgt allgemein

$$\frac{dL_r}{dM_r} = \varepsilon. \tag{64}$$

Aus (58) und (64) folgt für das Standard-Modell:

$$L_r = \varepsilon M_r + \text{const.} \tag{65}$$

Für das Standard-Modell ist es sehr einfach, die Randbedingung in bezug auf L_r zu berücksichtigen. Da für $r = 0$ sowohl L_r wie M_r gleich Null sein sollen, verschwindet die Konstante in (65). Auf der Oberfläche gilt $L_r = L$ und $M_r = M$. Es folgt also

$$\frac{L_r}{M_r} = \varepsilon, \tag{66}$$

wo

$$\varepsilon = \frac{L}{M}. \tag{67}$$

Es soll nun zur Bequemlichkeit der sog. Strahlungsdruck p_R durch die Gleichung

$$p_R = \tfrac{1}{3} a T^4 \tag{68}$$

eingeführt werden. Dann können die Gleichungen (46) und (47) in einfacherer Weise geschrieben werden:

$$\frac{dp_R}{dr} = -\frac{\varkappa \varrho}{c} \frac{L_r}{4\pi r^2}, \tag{69}$$

$$\frac{d(p_G + p_R)}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}\varrho. \tag{70}$$

Für die Summe von Gasdruck und Strahlungsdruck wird die übliche Bezeichnung Gesamtdruck P eingeführt:

$$P = p_G + p_R. \tag{71}$$

Durch Division von (69) mit (70) erhält man

$$\frac{dp_R}{dP} = \frac{\varkappa}{4\pi Gc} \frac{L_r}{M_r}. \tag{72}$$

Gemäß (59), (66) und (67) ist dies Verhältnis für das Standard-Modell konstant:

$$\frac{dp_R}{dP} = \frac{\varkappa}{4\pi Gc} \frac{L}{M}. \tag{73}$$

Berücksichtigt man, daß auf der Oberfläche p_R und P praktisch gleich Null sind (vgl. hierzu S. 142), so erhält man hieraus

$$\frac{p_R}{P} = \frac{\varkappa}{4\pi Gc} \frac{L}{M}. \tag{74}$$

Für die beiden Verhältnisse Gasdruck zu Gesamtdruck und Strahlungsdruck zu Gesamtdruck sollen die EDDINGTONschen Bezeichnungen β und $1 - \beta$ eingeführt werden:

$$\left.\begin{aligned} \frac{p_G}{P} &= \beta, \\ \frac{p_R}{P} &= 1 - \beta. \end{aligned}\right\} \tag{75}$$

Die Gleichung (74) wird mit diesen Bezeichnungen

$$1 - \beta = \frac{\varkappa}{4\pi G c}\,\frac{L}{M}\,. \tag{76}$$

Es genügt jetzt die Berücksichtigung der einen der Differentialgleichungen (46) und (47). Bei Erfüllung von (76) wird dann auch die andere erfüllt. Bei Erfüllung von (66) genügt in ähnlicher Weise die Erfüllung einer der Differentialgleichungen (48) und (49). Das Problem reduziert sich somit auf ein Problem zweier Differentialgleichungen erster Ordnung.

Es muß nun zur Elimination der Dichte ϱ die Zustandsgleichung benutzt werden. Die Untersuchung spaltet sich jetzt gemäß den verschiedenen Formen der Zustandsgleichung [vgl. (60) und (62)]. Im nicht-entarteten Gebiet gilt:

$$p_G = \frac{\mathfrak{R}}{\mu}\,\varrho\, T\,, \tag{77}$$

wo μ gemäß (63) konstant ist.

Aus (68), (75) und (77) ergibt sich der folgende Ausdruck für die Dichte ϱ:

$$\varrho = \frac{1}{\mathfrak{R}}\left(\frac{a}{3}\right)^{\frac{1}{4}} \mu\, \frac{\beta}{(1-\beta)^{\frac{1}{4}}}\, P^{\frac{3}{4}}. \tag{78}$$

In (70) eingesetzt ergibt dies

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G M_r}{r^2}\,\frac{1}{\mathfrak{R}}\left(\frac{a}{3}\right)^{\frac{1}{4}} \mu\, \frac{\beta}{(1-\beta)^{\frac{1}{4}}}\, P^{\frac{3}{4}}. \tag{79}$$

Diese Differentialgleichung ist nun zusammen mit (48) zu behandeln. Die Variable M_r wird durch Differentiation eliminiert und bequemlichkeitshalber $P^{\frac{1}{4}}$ als Variable gewählt:

$$\frac{d^2\left(P^{\frac{1}{4}}\right)}{dr^2} + \frac{2}{r}\,\frac{d\left(P^{\frac{1}{4}}\right)}{dr} = -\pi G\,\frac{1}{\mathfrak{R}^2}\left(\frac{a}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \mu^2\, \frac{\beta^2}{(1-\beta)^{\frac{1}{2}}}\, P^{\frac{3}{4}}. \tag{80}$$

Es sei noch bemerkt, daß die Variable $P^{\frac{1}{4}}$ sich gemäß (68) und (75) von der Variablen T nur durch einen konstanten Faktor unterscheidet. Durch die folgende Transformation kann man (80) auf eine konstantenfreie Form bringen:

$$\left.\begin{aligned} P^{\frac{1}{4}} &= \lambda\,\theta\,, \\ r &= \frac{\xi}{\lambda}\,\frac{(1-\beta)^{\frac{1}{4}}}{\beta}\,\mathfrak{R}\left(\frac{3}{a}\right)^{\frac{1}{4}}\left(\frac{1}{\pi G}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{1}{\mu}\,. \end{aligned}\right\} \tag{81}$$

Es folgt die EMDENsche Differentialgleichung[1] mit $n = 3$:

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi}\,\frac{d\theta}{d\xi} = -\theta^3. \tag{82}$$

In der Variablentransformation ist λ eine willkürliche Konstante. Ihr Vorkommen entspricht der Willkür in der Wahl der Einheiten. Die neue Variable ist proportional der Temperatur T.

Die Randbedingungen für $r = R$ legen P und damit θ auf den Wert Null für $r = R$ fest. Das zu lösende Randwertproblem ist demgemäß folgender Art: Es ist für $r = R$ der Differentialquotient $\frac{d\theta}{d\xi}$ so zu wählen, daß die entsprechende Lösung die Randbedingung $M_r = 0$ für $r = 0$ erfüllt. Dabei ist gemäß (79):

$$G M_r = -4\mathfrak{R}\left(\frac{3}{a}\right)^{\frac{1}{4}}\frac{1}{\mu}\,\frac{(1-\beta)^{\frac{1}{4}}}{\beta}\, r^2\, \frac{d\left(P^{\frac{1}{4}}\right)}{dr} \tag{83}$$

[1] Vgl. R. EMDEN, Gaskugeln. Leipzig 1907, sowie M Ziff. 35 bis 54.

oder gemäß (81)

$$M_r = -4\mathfrak{R}^2 \left(\frac{3}{a}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{(\pi G^3)^{\frac{1}{2}}} \frac{1}{\mu^2} \frac{(1-\beta)^{\frac{1}{2}}}{\beta^2} \xi^2 \frac{d\theta}{d\xi}. \tag{84}$$

Es soll nun bis auf weiteres angenommen werden, daß die Zustandsgleichung (77) bis zum Sternzentrum gültig ist. Dann gelten die angeführten Gleichungen für den ganzen Stern, und es folgt aus der Randbedingung $M_r = 0$ für $r = 0$ gemäß (84):

$$\left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi}\right)_{\xi=0} = 0. \tag{85}$$

Aus dieser Gleichung folgt, wie aus der weiter unten zu besprechenden allgemeinen Diskussion der Differentialgleichung (82) hervorgeht, daß

$$\left(\frac{d\theta}{d\xi}\right)_{\xi=0} = 0 \tag{86}$$

sein muß.

Die Bedingung (86) legt eine Schar partikulärer Lösungen der EMDEN-Gleichung (82) fest. Diese und analoge Lösungen werden EMDEN-Lösungen oder E-Lösungen genannt. Die in M Ziff. 56 dargestellte EDDINGTONsche Theorie des Sternaufbaus beruht auf EMDEN-Lösungen.

Eine E-Lösung von (82) kann beispielsweise folgendermaßen gewonnen werden. Für $\xi = 0$ wird $\theta = 1$ und, gemäß (86), $\frac{d\theta}{d\xi} = 0$ angesetzt. Dies legt eine partikuläre Lösung fest, die mit Hilfe von Reihenentwicklungen und numerischer Integration ermittelt werden kann. Der Sternoberfläche entspricht der Punkt der Lösung, wo $\theta = 0$ ist. Durch die LANEsche Transformation

$$\left.\begin{aligned} \bar{\xi} &= l\,\xi, \\ \bar{\theta} &= \frac{1}{l}\,\theta \end{aligned}\right\} \tag{87}$$

erhält man aus der E-Lösung (ξ, θ) eine neue E-Lösung $(\bar{\xi}, \bar{\theta})$. Denn $(\bar{\xi}, \bar{\theta})$ genügt der Differentialgleichung (82) und der Randbedingung (86). [Man vergleiche hierzu das Vorkommen der willkürlichen Konstanten λ in der Transformation (81).] Es sei bemerkt, daß die in (84) eingehende Kombination $\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi}$ gegenüber der Transformation (87) invariant ist.

Die Auswahl einer bestimmten aus den nach (87) auseinander hervorgehenden E-Lösungen, etwa für Tabulierungszwecke, kann nach irgendeinem Normierungsprinzip erfolgen. Man kann etwa wie oben $\theta_{\xi=0} = 1$ setzen, oder man kann den der Oberfläche entsprechenden ξ-Wert auf 1 normieren, d. h. $\xi_{\theta=0} = 1$ verlangen.

Nach den vorliegenden Tabellen[1] der E-Lösung der Differentialgleichung (82) kann das vorgelegte Problem der Ermittlung des Sternaufbaus nach den gemachten Voraussetzungen leicht erfolgen (vgl. M Ziff. 56). Es seien gegeben M, μ, $\varkappa$ und R. Nach der Tabelle der betreffenden E-Lösung ist für $\theta = 0$, d. h. auf der Oberfläche, $\left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi}\right)_{\theta=0} = 2{,}01813$ (vgl. die erwähnte Invarianz von $\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi}$ gegenüber der LANEschen Transformation). In (84) sind somit für $r = R$, wo $M_r = M$, alle Größen außer β bekannt. Nachdem β bestimmt worden ist, folgt L aus (76). Gemäß der zweiten Gleichung (81) wird λ bestimmt, indem auf der Oberfläche ξ nach der E-Lösung bekannt und $r = R$ ist.

[1] Vgl. M Ziff. 38 sowie N. FAIRCLOUGH, M N 91, S. 55 (1930); 93, S. 40 (1932).

Schließlich folgt dann P aus der ersten Gleichung (81), ϱ aus (78) und T aus (68) und (75). Somit ist die Leuchtkraft und der Aufbau ermittelt worden (vgl. M Ziff. 56). Es sei noch bemerkt, daß die Tatsache, daß im vorliegenden Fall die Leuchtkraft als Funktion der Masse unabhängig vom Radius darstellbar ist, mit der speziellen vereinfachenden Voraussetzung $\varkappa =$ const zusammenhängt. Für $\varkappa = \varkappa(\varrho, T)$ hängt $\varkappa$ von R ab, und R geht bei der Berechnung von L ein (vgl. Ziff. 56o).

Damit die ermittelte Lösung befriedigen soll, muß nun noch nachgewiesen werden, daß die gemachte Voraussetzung der Gültigkeit der Zustandsgleichung (77) für den resultierenden Sternaufbau tatsächlich zutrifft. In den in Frage kommenden konkreten Fällen sollen also die ermittelten ϱ- und T-Werte für alle Punkte im Sterninnern in die Entartungsbedingung (61) eingesetzt werden, und es soll so untersucht werden, ob tatsächlich nirgends im Stern Entartung vorliegt. Tatsächlich gilt für die EMDEN-Lösungen, die Sternen der Haupt- und Riesenserie entsprechen, daß Entartung nicht eintritt. Entartung tritt dagegen für die (virtuellen) E-Lösungen von (82), die weißen Zwergen entsprechen, ein (vgl. Ziff. 56n).

Die EMDEN-EDDINGTON-Lösungen sind also Lösungen des Problems. Es soll jetzt die Frage erörtert werden, ob auch andere Lösungen möglich sind.

Nach MILNE[1] soll zur Erörterung dieser Frage folgendermaßen vorgegangen werden. In den äußeren Teilen des Sterns gilt die Zustandsgleichung (77) immer. Indem man die Lösung von der Oberfläche ausgehend berechnen will, setzt man vorläufig als Zustandsgleichung die Gleichung (77) an und erhält wie vorher die Differentialgleichung (82). Auf der Oberfläche wird wie vorher $\theta = 0$ gesetzt und, zur Normierung der Lösung (vgl. oben), etwa $\xi = 1$. Der Differentialquotient $\left(\frac{d\theta}{d\xi}\right)_{\theta=0}$ wird aber vorläufig unbestimmt gelassen, d. h. es wird die Gesamtheit der (normierten) Lösungen der Differentialgleichung (82) untersucht. Eine Lösung dieser Gesamtheit ist schon bekannt, nämlich die E-Lösung, die $\left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi}\right)_{\theta=0} = 2{,}01813$ entspricht.

Würde nun für alle Lösungen der betrachteten Gesamtheit die Zustandsgleichung (77) bis zum Zentrum bestehen bleiben, so wäre das Problem gelöst, denn dann hätten die Lösungen bis zum Zentrum die bereits diskutierte Form, und nur die E-Lösung würde die Randbedingung im Zentrum, $M_r = 0$ für $r = 0$, erfüllen. Allgemein wird dies jedoch nicht zutreffen, vielmehr wird von einem gewissen Punkt der Lösung an die Entartungsbedingung (61) erfüllt sein, so daß mit der bei Entartung gültigen Zustandsgleichung gerechnet werden muß. Es fragt sich nun, ob unter Berücksichtigung dieser Änderung der Zustandsgleichung auch für andere Lösungen als die E-Lösung die Zentrumsbedingung erfüllt ist.

Zur Untersuchung dieser Frage müssen zunächst die Fundamentalgleichungen unter Benutzung der Zustandsgleichung des entarteten Gases ähnlich behandelt werden, wie oben unter Benutzung der bei Nicht-Entartung gültigen Zustandsgleichung (77). Nachdem dies durchgeführt worden ist, muß eine allgemeine mathematische Diskussion der Gesamtheit der Lösungen der Differentialgleichung (82) und der analogen für den entarteten Fall erfolgen.

Der Übersicht halber soll hier die Diskussion zunächst auf den Fall beschränkt werden, daß die nicht-relativistische Zustandsgleichung des

[1] M N 91, S. 4 (1930). Für die in dieser Ziffer im folgenden gegebenen Ableitungen vergleiche man diese Abhandlung.

entarteten Gases gültig ist. Es soll also jetzt statt (77) die folgende Zustandsgleichung angesetzt werden [vgl. Gleichung (62)]:

$$\left.\begin{aligned} p_G &= K_1 \frac{1}{\mu^{\frac{5}{3}}} \varrho^{\frac{5}{3}}, \\ K_1 &= 1{,}0 \cdot 10^{13}. \end{aligned}\right\} \tag{88}$$

Hiermit erhält man nun statt (78) den folgenden Ausdruck zur Elimination der Dichte ϱ:

$$\varrho = \left(\frac{1}{K_1}\right)^{\frac{3}{5}} \mu \beta^{\frac{3}{5}} P^{\frac{3}{5}}. \tag{89}$$

In (70) eingesetzt ergibt dies

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G M_r}{r^2} \left(\frac{1}{K_1}\right)^{\frac{3}{5}} \mu \beta^{\frac{3}{5}} P^{\frac{3}{5}}. \tag{90}$$

Diese Differentialgleichung ist nun wieder zusammen mit (48) zu behandeln. Die Variable M_r wird wieder durch Differentiation eliminiert und bequemlichkeitshalber jetzt $P^{\frac{2}{5}}$ als Variable gewählt:

$$\frac{d^2\left(P^{\frac{2}{5}}\right)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\left(P^{\frac{2}{5}}\right)}{dr} = -\frac{8}{5} \pi G \left(\frac{1}{K_1}\right)^{\frac{6}{5}} \mu^2 \beta^{\frac{6}{5}} P^{\frac{3}{5}}. \tag{91}$$

Durch die folgende Transformation kann man (91) auf eine konstantenfreie Form bringen:

$$\left.\begin{aligned} P^{\frac{2}{5}} &= \nu \psi, \\ r &= \frac{\eta}{\nu^{\frac{1}{4}}} \left(\frac{5}{8\pi G}\right)^{\frac{1}{2}} K_1^{\frac{3}{5}} \frac{1}{\mu} \beta^{-\frac{3}{5}}. \end{aligned}\right\} \tag{92}$$

Hier ist wieder ν eine willkürliche Konstante, die die Einheiten festlegt. Es folgt die EMDENsche Differentialgleichung mit $n = \frac{3}{2}$:

$$\frac{d^2\psi}{d\eta^2} + \frac{2}{\eta} \frac{d\psi}{d\eta} = -\psi^{\frac{3}{2}}. \tag{93}$$

Die (83) entsprechende Gleichung für M_r wird:

$$G M_r = -\frac{5}{2} K_1^{\frac{3}{5}} \frac{1}{\mu} \beta^{-\frac{3}{5}} r^2 \frac{d\left(P^{\frac{2}{5}}\right)}{dr} \tag{94}$$

oder, gemäß (92)

$$M_r = -\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left(\frac{5}{2G}\right)^{\frac{3}{2}} K_1^{\frac{6}{5}} \frac{1}{\mu^2} \beta^{-\frac{6}{5}} \nu^{\frac{1}{4}} \eta^2 \frac{d\psi}{d\eta}. \tag{95}$$

Gilt die Zustandsgleichung (88), der die Differentialgleichung (93) entspricht, bis zum Sternzentrum, so muß die Zentrumsbedingung $M_r = 0$ für $r = 0$ erfüllt sein. Gemäß (95) erfordert dies:

$$\left(\eta^2 \frac{d\psi}{d\eta}\right)_{\eta=0} = 0. \tag{96}$$

Wie die Diskussion der Lösungen der Differentialgleichung (93) zeigt, ist dies gleichbedeutend mit der Bedingung

$$\left(\frac{d\psi}{d\eta}\right)_{\eta=0} = 0. \tag{97}$$

Eine Lösung von (93), die diese Bedingung erfüllt, nennt man wieder eine EMDEN-Lösung oder E-Lösung. Um eine E-Lösung von (93) zu erhalten, kann man für $\eta = 0$ etwa $\psi = 1$ und $\frac{d\psi}{d\eta} = 0$ ansetzen und die Lösung durch Reihenentwicklung und numerische Integration ermitteln. Dem Punkt, wo $\psi = 0$

wird, würde die Oberfläche entsprechen, wenn die Zustandsgleichung (93) bis zur Oberfläche gültig wäre. Aus der ermittelten E-Lösung kann jede andere durch die folgende Transformation [vgl. die willkürliche Konstante in (92)] erhalten werden, die der LANEschen Transformation (87) analog ist:

$$\left.\begin{aligned} \bar{\eta} &= m\eta\,, \\ \bar{\psi} &= \frac{1}{m^4}\,\psi\,. \end{aligned}\right\} \tag{98}$$

Die $\psi_{\eta=0} = 1$ entsprechende E-Lösung ist von EMDEN (Gaskugeln) sowie von N. FAIRCLOUGH[1] tabuliert worden.

Es soll hier noch die Entartungsbedingung (61) umgeformt werden, indem statt der Variablen ϱ und T gemäß (60), (68) und (75) P eingeführt wird. Entartung tritt ein, wo

$$\left(\frac{a}{3}\right)^{\frac{5}{8}} K_1^{\frac{3}{2}} \left(\frac{1}{\Re}\right)^{\frac{5}{2}} \frac{\beta}{(1-\beta)^{\frac{5}{8}}}\, P^{\frac{3}{8}} = 1\,. \tag{99}$$

In Fortsetzung der Überlegung S. 140 ist nun die Gesamtheit der Lösungen zu untersuchen, die in den äußeren Teilen des Sterns der Differentialgleichung (82) genügen [und nicht nur die E-Lösungen von (82)]. Jede Lösung ist gegen das Zentrum zu verfolgen, bis entweder 1. evtl. das Zentrum erreicht wird, oder 2. die Lösung aufhört, einen physikalischen Sinn zu haben, oder aber 3. die Lösung nicht mehr dem Sternmodell entspricht, indem gemäß (99) Entartung eintritt. Ist für eine Lösung die dritte Möglichkeit realisiert, so ist die Lösung gemäß der Differentialgleichung (93) fortzusetzen.

Ehe zur Diskussion dieses Problems übergegangen wird, sollen in Ziff. 56h die wichtigsten Eigenschaften der EMDENschen Differentialgleichungen angegeben werden.

Als Ergänzung der Erörterungen dieser Ziffer sollen einige Arbeiten über die Frage der Zulässigkeit der Annahmen $p_R = 0$ und $P = 0$ für $r = R$ (vgl. S. 135) erwähnt werden[2]. Die genauere Diskussion zeigt, daß diese Annahmen zulässig sind, wenn man sich nur für den Sternaufbau innerhalb der Photosphäre interessiert. Soll dagegen die Struktur der Fortsetzung des Sterns nach außen untersucht werden, so sind genauere Randbedingungen anzusetzen. Angesichts der Tatsache, daß die Sterne bis zur Photosphäre direkt beobachtbar sind, und daß die Beobachtungsdaten: Sternmasse, Sternradius und Leuchtkraft sich auf den Stern innerhalb der Photosphäre beziehen, ist die den Annahmen $p_R = 0$ und $P = 0$ für $r = R$ entsprechende Beschränkung des Problems natürlich.

56h. Die Eigenschaften der allgemeinen Lösungen der EMDENschen Differentialgleichungen. EMDEN hat bereits die allgemeinen Lösungen der EMDENschen Differentialgleichungen studiert. Im folgenden sollen die ausführlichen Resultate einer von R. H. FOWLER[3] im Zusammenhang mit der darzustellenden Diskussion des Standard-Modells angestellten Untersuchung angeführt werden.

Die in Frage kommenden Sätze können leicht in einer solchen Form formuliert werden, daß sie für die allgemeine EMDENsche Differentialgleichung

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x}\,\frac{dy}{dx} = -y^n \tag{100}$$

---

[1] M N 92, S. 644 (1932).

[2] Vgl. A. S. EDDINGTON, I.C.S.; B. STRÖMGREN, Z f Ap 2, S. 345 (1931); L. BIERMANN, Z f Ap 3, S. 116 (1931); E. A. MILNE, Z f Ap 4, S. 75 (1932); S. ROSSELAND, Z f Ap 4, S. 255 (1932); T. G. COWLING, Z f Ap 4, S. 331 (1932); P. TEN BRUGGENCATE, Z f Ap 9, S. 110 (1934); 10, S. 28 (1935).

[3] M N 91, S. 63 (1930); auch R. H. FOWLER, Quart J of Math 45, S. 289 (1914); vgl. auch E. HOPF, Z f Ap 3, S. 108 (1931).

gültig bleiben (n ist der Polytropenindex). Es soll im folgenden der Übersicht halber die Diskussion auf die hier in Frage kommenden Spezialfälle $n = 3$ [Gleichung (82)] und $n = \frac{3}{2}$ [Gleichung (93)] beschränkt werden.

Es soll zunächst erörtert werden, wie man eine E-Lösung der EMDEN-Gleichung für $n = 3$

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2} + \frac{2}{\xi}\frac{d\theta}{d\xi} = -\theta^3 \tag{101}$$

durch einen vorgegebenen Punkt (ξ', θ') der ξ, θ-Ebene auffindet. Die tabulierte EMDEN-Lösung (vgl. S. 139) sei $\theta_T(\xi_T)$. Jede andere EMDEN-Lösung von (101) geht aus dieser durch die LANEsche Transformation (87) hervor:

$$\left.\begin{aligned} \xi &= l\,\xi_T\,, \\ \theta &= \frac{1}{l}\,\theta_T\,. \end{aligned}\right\} \tag{102}$$

Es gilt somit, ein l aufzufinden, für das $\frac{1}{l}\,\xi'$ und $l\,\theta'$ zusammengehörende Werte der tabulierten E-Lösung darstellen. Dies geschieht am einfachsten unter Berücksichtigung der Tatsache, daß

$$\xi\,\theta = \xi_T\,\theta_T \tag{103}$$

gegenüber der LANEschen Transformation invariant ist. Der den vorgegebenen Werten ξ' und θ' entsprechende Wert des Produkts $\xi_T\,\theta_T$ wird ermittelt:

$$(\xi_T\,\theta_T)' = \xi'\,\theta'. \tag{104}$$

In der Tabelle der EMDEN-Lösung $\theta_T(\xi_T)$ findet man auch das Produkt $\xi_T\theta_T$ tabuliert. Man findet somit direkt mit Hilfe der Tabelle die $(\xi_T\theta_T)'$ entsprechenden Werte von ξ_T' und θ_T'. Gemäß (102) kann dann l (zur Kontrolle der numerischen Berechnung auf zwei Wegen) bestimmt werden.

In der Tabelle der EMDEN-Lösung findet man auch die Werte des Differentialquotienten $\frac{d\theta_T}{d\xi_T}$. Dieser kann somit bestimmt werden. Aus (102) folgt

$$\frac{d\theta}{d\xi} = \frac{1}{l^2}\,\frac{d\theta_T}{d\xi_T}\,. \tag{105}$$

Da l bekannt ist, ist $\frac{d\theta}{d\xi}$ unmittelbar berechenbar. Man hat somit das Lösungselement der E-Lösung durch den vorgegebenen Punkt (ξ', θ') ermittelt.

Statt $\frac{d\theta}{d\xi}$ kann man auch die gegenüber der LANEschen Transformation invariante Größe

$$\xi^2\,\frac{d\theta}{d\xi} = \xi_T^2\,\frac{d\theta_T}{d\xi_T} \tag{106}$$

ermitteln. Diese ist in den Tabellen der EMDEN-Lösung neben der Invariante $\xi\theta$ zu finden. Mit dem vorgegebenen Wert von $\xi\theta$, d. h. $\xi'\theta'$, kann der entsprechende Wert von $\xi^2\frac{d\theta}{d\xi}$, d. h. $\xi'^2\left(\frac{d\theta}{d\xi}\right)'^2$, unmittelbar aus der Tabelle abgelesen werden.

Zur größeren Deutlichkeit sei noch ein Auszug aus der Tabelle der EMDEN-Lösung für $n = 3$ angeführt.

Tabelle 7.

ξ	θ	$-\frac{d\theta}{d\xi}$	$\xi\theta$	$-\xi^2\frac{d\theta}{d\xi}$	ξ	θ	$-\frac{d\theta}{d\xi}$	$\xi\theta$	$-\xi^2\frac{d\theta}{d\xi}$
0,0	6,90	0,0	0,00	0,00	0,6	1,33	5,4	0,80	1,95
0,1	6,38	9,6	0,64	0,10	0,7	0,85	4,1	0,60	2,00
0,2	5,18	13,3	1,04	0,53	0,8	0,50	3,1	0,40	2,01
0,3	3,90	12,2	1,17	1,10	0,9	0,22	2,5	0,20	2,02
0,4	2,80	9,7	1,12	1,55	1,0	0,00	2,0	0,00	2,02
0,5	1,94	7,3	0,98	1,82					

Wie aus der Tabelle hervorgeht, ist der Maximalwert von $\xi\theta$ gleich 1,17. Jeder $\xi\theta$-Wert zwischen Null und 1,17 ist zweimal vertreten. Es folgt, daß die oben erörterte Aufgabe 0, 1 oder 2 Lösungen hat, je nachdem der vorgegebene $\xi'\theta'$-Wert größer, gleich oder kleiner als 1,17 ist.

Für die E-Lösungen gilt in der Nähe des Nullpunkts eine Entwicklung der Form

$$\theta = a_0 + a_2\xi^2 + \cdots \tag{107}$$

Es sollen nun nach FOWLER die Formen der allgemeinen Lösungen der EMDEN-Gleichung (101) in der Nähe des Nullpunkts angegeben werden. Die Lösungen zerfallen in drei Klassen. 1. Die E-Lösungen mit der Entwicklung (107). 2. Lösungen, die die θ-Achse außer im Ausgangspunkt (der der Oberfläche entspricht) noch weiter schneiden (und zwar unendlich oft), so daß $\frac{d\theta}{d\xi}$ positive und θ negative Werte annehmen. 3. Lösungen, die für $\xi \to 0$ gegen unendlich streben und hier die asymptotische Entwicklung

$$\theta \sim \frac{1}{\xi}\left[\frac{1}{2\log\left(\frac{C}{\xi}\right)}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{108}$$

besitzen.

Abb. 1. E-, M- und F-Lösungen der EMDENschen Differentialgleichungen für $n = 3$. [N. FAIRCLOUGH, MN 91, S. 62 (1930).]

Die Lösungen (vgl. Abb. 1), die die Achse schneiden, nennt man FOWLER-Lösungen oder F-Lösungen (englisch auch „collapsed solutions"), diejenigen, die für $\xi \to 0$ gegen unendlich streben, MILNE-Lösungen oder M-Lösungen (englisch auch „centrally-condensed solutions").

Für die E-Lösungen ist die mit der Zentrumsbedingung $M_r = 0$ für $r = 0$ äquivalente Bedingung $\left(\frac{d\theta}{d\xi}\right)_{\xi=0} = 0$ [vgl. (86)] definitionsgemäß erfüllt. Für die F-Lösungen wird $-\frac{d\theta}{d\xi}$ gleich Null für $\xi > 0$, d. h. [vgl. Gleichung (84)] die Masse wird vor Erreichung des Zentrums aufgebraucht. Für die M-Lösungen gilt [vgl. (108)] $\theta \to \infty$ für $\xi \to 0$, so daß immer vor Erreichung des Zentrums eine Änderung der Zustandsgleichung stattfindet. Im Zentrum kommen nur die E-Lösungen in Betracht. Für die F-Lösungen gilt, daß sie nur dadurch einen physikalischen Sinn erhalten können, daß infolge eintretender Entartung die betreffende Lösung nicht bis zum Zentrum gilt.

Nach FOWLER ist es nun leicht zu entscheiden, ob ein vorgegebenes Lösungselement $\left(\xi', \theta', \left(\frac{d\theta}{d\xi}\right)'\right)$ zu der Klasse der E-Lösungen, der Klasse der F-Lösungen oder der Klasse der M-Lösungen der Differentialgleichung (101) gehört. Folgendes Verfahren führt zum Ziel. Zunächst werden die Lösungselemente der E-Lösungen durch den vorgegebenen Punkt (ξ', θ') in der ξ, θ-Ebene nach

dem oben erörterten Verfahren aufgesucht. Je nachdem $\xi'\theta' \gtreqless 1{,}17$ ergeben sich 0, 1 oder 2 E-Lösungen. Es sind dann die folgenden Fälle zu unterscheiden:

1. Es ist $\xi'\theta' > 1{,}17$. In diesem Fall ist die dem vorgegebenen Lösungselement entsprechende Lösung immer eine F-Lösung.

2. Es ist $\xi'\theta' = 1{,}17$ und der vorgegebene $\frac{d\theta}{d\xi}$-Wert, d. h. $\left(\frac{d\theta}{d\xi}\right)'$, von dem $\frac{d\theta}{d\xi}$-Wert des ermittelten E-Lösungselements durch (ξ', θ') verschieden. In diesem Fall ist die Lösung eine F-Lösung. (Dies folgt übrigens unmittelbar aus 1, da für einen Nachbarpunkt des vorgegebenen Punkts $\xi'\theta' > 1{,}17$ ist).

3. Es ist $\xi'\theta' = 1{,}17$ und der vorgegebene $\frac{d\theta}{d\xi}$-Wert gleich dem $\frac{d\theta}{d\xi}$-Wert des ermittelten E-Lösungselements durch (ξ', θ'). In diesem Fall ist die Lösung eine E-Lösung.

4. Es ist $\xi'\theta' < 1{,}17$ und der vorgegebene $\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|$-Wert kleiner als der kleinste oder größer als der größte der $\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|$-Werte der beiden E-Lösungselemente durch (ξ', θ'). In diesem Fall ist die Lösung eine F-Lösung.

5. Es ist $\xi'\theta' < 1{,}17$ und der vorgegebene $\frac{d\theta}{d\xi}$-Wert gleich einem der $\frac{d\theta}{d\xi}$-Werte der beiden E-Lösungselemente durch (ξ', θ'). In diesem Fall ist die Lösung eine E-Lösung.

6. Es ist $\xi'\theta' < 1{,}17$ und der vorgegebene $\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|$-Wert größer als der kleinste, aber kleiner als der größte der $\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|$-Werte der beiden E-Lösungselemente durch (ξ', θ'). In diesem Fall ist die Lösung eine M-Lösung.

Statt den vorgegebenen $\frac{d\theta}{d\xi}$-Wert mit den $\frac{d\theta}{d\xi}$-Werten der E-Lösungen zu vergleichen, kann man den vorgegebenen Wert von $\xi^2\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|$, d. h. $\xi'^2\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|'$, mit den Werten von $\xi^2\frac{d\theta}{d\xi}$ für die E-Lösungen vergleichen. Dieses Verfahren hat den Vorteil, daß für die E-Lösungen eine gegenüber der LANEschen Transformation invariante Größe zu ermitteln ist, die folglich direkt aus der Tabelle der E-Lösungen abgelesen werden kann (vgl. S. 143).

Die angeführten Regeln sollen durch ein Beispiel erläutert werden. Es sei das folgende Lösungselement vorgegeben:

$$\xi' = 0{,}50\,,$$
$$\theta' = 2{,}16\,,$$
$$\left(\frac{d\theta}{d\xi}\right)' = -4{,}33\,.$$

Man berechnet daraus $\xi'\theta' = 1{,}08$. Es ist also $\xi'\theta' < 1{,}17$. Mit Hilfe der Tabelle der E-Lösung findet man die den beiden E-Lösungen durch (ξ', θ') entsprechenden Werte von $\xi^2\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|$ gleich 0,63 und 1,65. Der dem obigen Lösungselement entsprechende Wert von $\xi^2\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|$ ist 1,08, fällt also in das Intervall zwischen den Werten für die beiden E-Lösungen. Nach 6. gehört das Lösungselement also zu einer M-Lösung.

Die analogen Sätze bezüglich der EMDENschen Differentialgleichung für $n = \frac{3}{2}$

$$\frac{d^2\psi}{d\eta^2} + \frac{2}{\eta}\frac{d\psi}{d\eta} = -\psi^{\frac{3}{2}} \qquad (109)$$

haben eine ähnliche Form.

Die Aufgabe der Auffindung eines Lösungselements der E-Lösung durch einen vorgegebenen Punkt (η', ψ') in der η, ψ-Ebene kann unter Benutzung der tabulierten EMDEN-Lösung $\psi_T(\eta_T)$ durch Berechnung der Größe $\eta\psi^{\frac{1}{4}}$, die gegenüber der Transformation (98) invariant ist, geschehen:

$$\left(\eta_T \psi_T^{\frac{1}{4}}\right)' = \eta' \psi'^{\frac{1}{4}}. \tag{110}$$

In der Tabelle der E-Lösung von (109) ist die ebenfalls invariante Größe $\eta^2\psi^{-\frac{3}{4}}\frac{d\psi}{d\eta}$ tabuliert. Ein Auszug aus der Tabelle ist nachstehend angeführt.

Tabelle 8.

η	ψ	$-\frac{d\eta}{d\psi}$	$\eta\psi^{\frac{1}{4}}$	$-\eta^2\psi^{-\frac{3}{4}}\frac{d\psi}{d\eta}$	η	ψ	$-\frac{d\eta}{d\psi}$	$\eta\psi^{\frac{1}{4}}$	$-\eta^2\psi^{-\frac{3}{4}}\frac{d\psi}{d\eta}$
0,00	1,00	0,00	0,00	0,00	2,00	0,50	0,37	1,68	2,5
0,25	0,99	0,08	0,25	0,01	2,25	0,41	0,36	1,80	3,6
0,50	0,96	0,16	0,49	0,04	2,50	0,32	0,34	1,88	5,1
0,75	0,91	0,23	0,73	0,14	2,75	0,23	0,31	1,91	7,0
1,00	0,84	0,29	0,96	0,33	3,00	0,16	0,28	1,90	10,1
1,25	0,77	0,33	1,17	0,63	3,25	0,09	0,25	1,80	15,9
1,50	0,68	0,36	1,36	1,07	3,50	0,03	0,22	1,50	34,7
1,75	0,59	0,37	1,53	1,69	3,6571	0,00	0,20	0,00	∞

Die Aufgabe hat 0, 1 oder 2 Lösungen, je nachdem $\eta\psi^{\frac{1}{4}}$ größer als, gleich oder kleiner als 1,92 ist.

Die allgemeinen Lösungen von (109) zerfallen wieder in drei Klassen:

1. E-Lösungen, die sich für $\eta \to 0$ regulär verhalten:

$$\psi = \alpha_0 + \alpha_2\eta^2 + \cdots, \tag{111}$$

2. F-Lösungen, die die Achse schneiden, so daß $\frac{d\psi}{d\eta}$ positiv und ψ negativ werden,

3. M-Lösungen, die für $\eta \to 0$ gegen unendlich streben gemäß der asymptotischen Entwicklung

$$\psi \backsim \frac{C}{\eta}. \tag{112}$$

Auch hier gilt (vgl. S. 144), daß nur die E-Lösungen die Zentrumsbedingung erfüllen. Für die F-Lösungen wird die Masse vor Erreichung des Zentrums verbraucht, für die M-Lösungen bleibt bei Erreichung des Zentrums Masse übrig. F- und M-Lösungen, die das Zentrum erreichen, haben keinen physikalischen Sinn.

Die Regeln, die zur Feststellung des Charakters der Lösung dienen, zu der ein vorgegebenes Lösungselement gehört, sind den Regeln 1. bis 6. S. 145 völlig analog. An Stelle der Bedingungen $\xi\theta \gtreqless 1{,}17$ tritt jetzt $\eta\psi^{\frac{1}{4}} \gtreqless 1{,}92$. Bei der Anwendung der Regeln auf ein vorgegebenes Lösungselement $\left(\eta', \psi', \left(\frac{d\psi}{d\eta}\right)'\right)$ kann $\eta'\psi'^{\frac{1}{4}}$ berechnet werden und sodann die entsprechenden Werte von $\eta^2\psi^{-\frac{3}{4}}\left|\frac{d\psi}{d\eta}\right|$ nach Tabelle 8. Diese Werte sind dann mit $\eta'^2\psi'^{-\frac{3}{4}}\left|\frac{d\psi}{d\eta}\right|'$ zu vergleichen.

56i. Die möglichen Lösungen der Differentialgleichungen des Standard-Modells. Es soll nun zur Diskussion der von der Oberfläche ausgehenden Lösungen der Differentialgleichung (82) nach dem S. 142 formulierten Programm übergegangen werden. Der Oberfläche entspricht der Punkt $\xi_T = 1$, $\theta_T = 0$.

Nach Tabelle 7 entspricht $\xi\theta = 0$ den beiden $\xi^2\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|$-Werten 2,02 und 0. Die Invariante $\xi^2\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|$ hat auf der Oberfläche für die E-Lösung den Wert 2,02. Nach Ziff. 56h gilt also in bezug auf die von der Oberfläche ausgehenden Lösungen von (82):

1. Die Lösungen, für die $\left(\xi^2\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|\right)_{\xi_T=1} = 2{,}02$ ist, sind E-Lösungen,

2. Die Lösungen, für die $\left(\xi^2\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|\right)_{\xi_T=1} > 2{,}02$ ist, sind F-Lösungen,

3. Die Lösungen, für die $\left(\xi^2\left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|\right)_{\xi_T=1} < 2{,}02$ ist, sind M-Lösungen.

Die E-Lösung wurde bereits in Ziff. 56g diskutiert. Die F-Lösungen haben nur einen physikalischen Sinn von der Oberfläche bis zu dem Punkt, wo $\frac{d\theta}{d\xi} = 0$, d. h. die Masse verbraucht ist. Wenn in diesem Gebiet gemäß der Entartungsbedingung (99) keine Entartung eintritt, so hat die Lösung überhaupt keinen physikalischen Sinn. Ihr würde ein Sternmodell entsprechen, das aus einer hohlen Kugelschale besteht. Tritt aber Entartung ein, so soll die Lösung durch eine Lösung der Gleichung (93) fortgesetzt werden. Dann besteht die Möglichkeit, daß die Lösung einen physikalischen Sinn hat. Die Möglichkeit ist durch eine Feststellung des Charakters der Fortsetzungslösung zu untersuchen.

Für die M-Lösungen tritt infolge des Anwachsens von θ gemäß (99) immer Entartung ein. Hier ist ebenfalls der Charakter der Fortsetzungslösung, die der Differentialgleichung (93) genügt, festzustellen, damit angegeben werden kann, ob die Lösung einen physikalischen Sinn hat. Das Kriterium hierfür ist wie oben die Erfüllung der Zentrumsbedingung $M_r = 0$ für $r = 0$. Es darf weder wie bei den nicht-entarteten F-Lösungen die Masse vor Erreichung des Zentrums verbraucht sein, noch darf bei Erreichung des Zentrums ein positiver Massenrest übrig bleiben.

Es liegt nun das folgende mathematische Problem vor: Es ist eine Lösung der Differentialgleichung (82) gegeben, die in einem Punkt, wo nach (99) Entartung eintritt, gemäß den physikalischen Bedingungen des Problems in eine Lösung der Differentialgleichung (93) übergeht. Aus dem Charakter der Ausgangs-Lösung ist auf den Charakter der Fortsetzungs-Lösung zu schließen.

Zunächst sollen die physikalischen Bedingungen angegeben werden, die das Verhältnis zwischen Ausgangs-Lösung und Fortsetzungs-Lösung festlegen. Wie aus der Ableitung der Gleichungen für das Standard-Modell in Ziff. 56g hervorgeht, ist die unabhängige Variable des Problems r und die abhängigen Variablen P und M_r. Diese Variablen entsprechen gemäß den Transformationen (81) bzw. (92) und den Gleichungen (84) bzw. (95) den konstantenfreien Variablen ξ, θ, $\frac{d\theta}{d\xi}$ bzw. η, ψ, $\frac{d\psi}{d\eta}$ im nicht-entarteten bzw. im entarteten Fall. Nun ist der Übergang von der Ausgangs-Lösung zur Fortsetzungs-Lösung physikalisch dadurch bestimmt, daß an der Übergangsstelle, wo gemäß (99) Entartung einsetzt, die physikalischen Variablen für die beiden Lösungen gleich groß sind. Es folgt, daß die Beziehungen, welche die Fortsetzungs-Lösung von (109) in Übereinstimmung mit der Anfangs-Lösung von (101) festlegen, aus den durch Identifikation von r, P und M_r aus den Gleichungen (81), (92), (84) und (95) zu gewinnenden Gleichungen durch Elimination der willkürlichen Parameter λ und ν unter Anwendung der Entartungsbedingung (99) zu erhalten sind. Durch

Ausführung der in Frage kommenden algebraischen Operationen erhält man die folgenden beiden MILNEschen sog. Anpassungsgleichungen[1]:

$$\xi\,\theta = \left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{1}{2}} \eta\,\psi^{\frac{1}{4}}\,, \tag{113}$$

$$\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} = \left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{3}{2}} \eta^2 \psi^{-\frac{3}{4}} \frac{d\psi}{d\eta}\,, \tag{114}$$

Nunmehr kann mit Hilfe der Regeln der Ziff. 56h die Untersuchung des Charakters der Fortsetzungs-Lösungen durchgeführt werden. Eine Diskussion der Anpassungsgleichungen in diesem Sinn ist von T. G. COWLING[2], H. N. RUSSELL[3] und B. STRÖMGREN[4] durchgeführt worden.

Zeichnet man nach Tabelle 7 eine den E-Lösungen von (101) entsprechende Kurve in einer x, y-Ebene mit $y = \xi\,\theta$ und $x = \xi^2 \left|\frac{d\theta}{d\xi}\right|$, so gilt gemäß den Regeln S. 145, daß einem Lösungselement ξ', θ', $\left(\frac{d\theta}{d\xi}\right)'$ einer F-Lösung ein Punkt oberhalb oder rechts von der Kurve entspricht, während einem Lösungselement einer M-Lösung ein Punkt unterhalb der Kurve entspricht. Zeichnet man in ähnlicher Weise in derselben x, y-Ebene nach Tabelle 8 eine den E-Lösungen von (109) entsprechende Kurve mit $y = \left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{1}{2}} \eta\,\psi^{\frac{1}{4}}$ und $x = \left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{3}{2}} \eta^2\,\psi^{-\frac{3}{4}} \left|\frac{d\psi}{d\eta}\right|$, so gilt ganz ähnlich nach den Regeln S. 146, daß einem Lösungselement einer F-Lösung ein Punkt oberhalb oder rechts von der Kurve, einem Lösungselement einer M-Lösung ein Punkt unterhalb der Kurve entspricht. Die beiden erwähnten Kurven sind in Abb. 2 eingezeichnet. Wie man sieht, liegt die zu $n = \frac{3}{2}$ gehörende Kurve ganz oberhalb bzw. rechts von der zu $n = 3$ gehörenden Kurve.

Abb. 2. Zur Anpassung von Lösungen der EMDENschen Differentialgleichung für $n = \frac{3}{2}$ an Lösungen der EMDENschen Differentialgleichung für $n = 3$.

Es sind nun die folgenden Fälle zu unterscheiden:

1. Die Anfangs-Lösung (mit $n = 3$) ist eine F-Lösung. Der entsprechende Punkt in Abb. 2 liegt dann immer oberhalb oder rechts von der Kurve für $n = 3$. Nach (113) und (114) und den Definitionsgleichungen der Kurven für $n = 3$ und $n = \frac{3}{2}$ fallen nun die entsprechenden Punkte für Anfangs-Lösung und Fortsetzungs-Lösung zusammen. Es folgt, daß die Fortsetzungs-Lösung eine F-Lösung, eine E-Lösung oder eine M-Lösung sein kann.

2. Die Anfangs-Lösung (mit $n = 3$) ist eine E-Lösung. Der entsprechende Punkt in Abb. 2 liegt dann auf der Kurve für $n = 3$ und also unterhalb der Kurve für $n = \frac{3}{2}$. Es folgt, daß die Fortsetzungs-Lösung eine M-Lösung ist.

3. Die Anfangs-Lösung (mit $n = 3$) ist eine M-Lösung. Der entsprechende Punkt liegt dann unterhalb der Kurve für $n = 3$ und *a fortiori* unterhalb der Kurve für $n = \frac{3}{2}$. Es folgt, daß die Fortsetzungs-Lösung eine M-Lösung ist.

---

[1] Vgl. l. c. S. 140, Anm. 1.
[2] M N 91, S. 472 (1931).
[3] M N 91, S. 739 (1931).
[4] M N 91, S. 466 (1931).

Jetzt können die Möglichkeiten für die Existenz anderer Lösungen als die EDDINGTONsche Lösung, die durch eine E-Lösung mit $n = 3$ bis zum Zentrum dargestellt wird, überblickt werden (vgl. S. 142). Wenn für eine F-Lösung als Anfangs-Lösung gemäß (99) Entartung vor dem Punkt, wo die Masse verbraucht ist, eintritt, so besteht die Möglichkeit, daß die Lösung einen physikalischen Sinn hat, indem nämlich nach 1. die Fortsetzungs-Lösung eine E-Lösung sein kann, für die dann die Zentrumsbedingung $M_r = 0$ für $r = 0$ erfüllt ist. Wenn dagegen die Anfangs-Lösung eine M-Lösung ist, so ist auch die Fortsetzungs-Lösung eine M-Lösung, so daß die Zentrumsbedingung $M_r = 0$ für $r = 0$ nicht erfüllt ist. Die Lösung hat also keinen physikalischen Sinn.

Eine Diskussion der Frage, ob für F-Lösungen Entartung eintritt, zeigt, daß dies für die normalen Sterne nicht der Fall ist, dagegen für die weißen Zwerge (vgl. Ziff. 56n). Das Resultat der Diskussion ist also der Nachweis, daß für die normalen Sterne nur die EDDINGTONsche E-Lösung für $n = 3$ einen physikalischen Sinn hat.

Es sei noch zusammengestellt, unter welchen Voraussetzungen dieses Resultat abgeleitet worden ist. Zunächst ist, da es sich um das Standard-Modell handelt, vorausgesetzt, daß $\varepsilon =$ const und $\varkappa =$ const ist. Sodann wurde vorausgesetzt, daß die Zustandsgleichung (60) bis zur Entartung gültig ist, und die Zustandsgleichung (62) im Fall der Entartung. Das mittlere Molekulargewicht μ wurde konstant angenommen.

Es geht hieraus hervor, daß die Diskussion durch Berücksichtigung der Tatsache, daß unter Umständen (vgl. Ziff. 56c) die relativistische Zustandsgleichung gültig ist, zu ergänzen ist. Zunächst kann dies unter Benutzung der genäherten Gleichungen des Schemas S. 129 geschehen. Die Diskussion hat in ganz derselben Weise wie vorher zu erfolgen. Es ist zunächst die der Zustandsgleichung bei relativistischer Entartung entsprechende Differentialgleichung abzuleiten[1]. Es ist dies eine EMDEN-Differentialgleichung mit $n = 3$. Sodann sind den Gleichungen (113) und (114) analoge Anpassungsgleichungen für den Übergang vom Gebiet nicht-relativistischer Entartung zum Gebiet der relativistischen Entartung abzuleiten. Schließlich hat mit Hilfe der FOWLERschen Sätze eine Diskussion der Anpassungsgleichungen zu erfolgen. Es sind die Anfangs-Lösungen des nicht-entarteten Gebiets — E-, F- und M-Lösungen — durch das nicht-relativistisch entartete Gebiet bis ins relativistisch entartete Gebiet (wenn dies vorhanden ist) zu verfolgen. Auf diese Weise ist zu untersuchen, ob die Zentrumsbedingung erfüllt ist, d. h. ob die letzte Lösung, die bis zum Zentrum gültig ist, eine E-Lösung ist.

Das Ergebnis der Diskussion mit Hilfe der genäherten Zustandsgleichungen (35) ist dasselbe wie bei der Diskussion mit Hilfe der Zustandsgleichungen (60) und (62). Für normale Sterne sind die EDDINGTONschen Lösungen (E-Lösungen für $n = 3$) die einzig möglichen. Für die weißen Zwerge tritt bei F-Lösungen für $n = 3$ schnell Entartung ein (vgl. Ziff. 56n).

CHANDRASEKHAR[2] hat die Diskussion des Standard-Modells mit Hilfe der genaueren Zustandsgleichung (28) für den entarteten Fall durchgeführt. Das Ergebnis war wieder dasselbe.

Einerseits hat die Diskussion also gezeigt, daß für das Standard-Modell für normale Sterne nur die EDDINGTONsche Lösung in Frage kommt. Andererseits haben die im Laufe der Diskussion erörterten M-Lösungen die Eigenschaft, daß (und zwar in der Nähe des Sternzentrums) hohe Temperaturen und hohe Dichten vorkommen. Wenn man also in den Temperaturen und Dichten der EDDINGTON-

---

[1] Vgl. S. CHANDRASEKHAR, M N 91, S. 456 (1931).

[2] L. c. S. 152, Anm. 1.

Lösung eine Schwierigkeit sieht (vgl. S. 136), so muß man die M-Lösungen als einen Schritt auf dem richtigen Wege ansehen.

Der nächste Punkt der Diskussion muß nun die Untersuchung anderer Modelle als das Standard-Modell sein. Zunächst sollen einige qualitative Betrachtungen über die Möglichkeit der Existenz von M-Lösungen angeführt werden. Eine M-Lösung, die von der Oberfläche ausgeht, führt bei ungeänderter Zustandsgleichung auf einen positiven Massenrest im Zentrum. Ändert sich infolge Entartung die Zustandsgleichung, so wird der Massenrest im Zentrum ein anderer, und zwar, wie aus der angeführten Diskussion hervorgeht, ein größerer. Dies ist qualitativ verständlich, indem nach der neuen Zustandsgleichung die Materie inkompressibler ist.

Die Frage des Einflusses der Kompressibilität ist in allgemeinerer Weise von EDDINGTON[1], HOPF[2], RUSSELL[3] und VOGT[4] untersucht worden. Es sei zu-

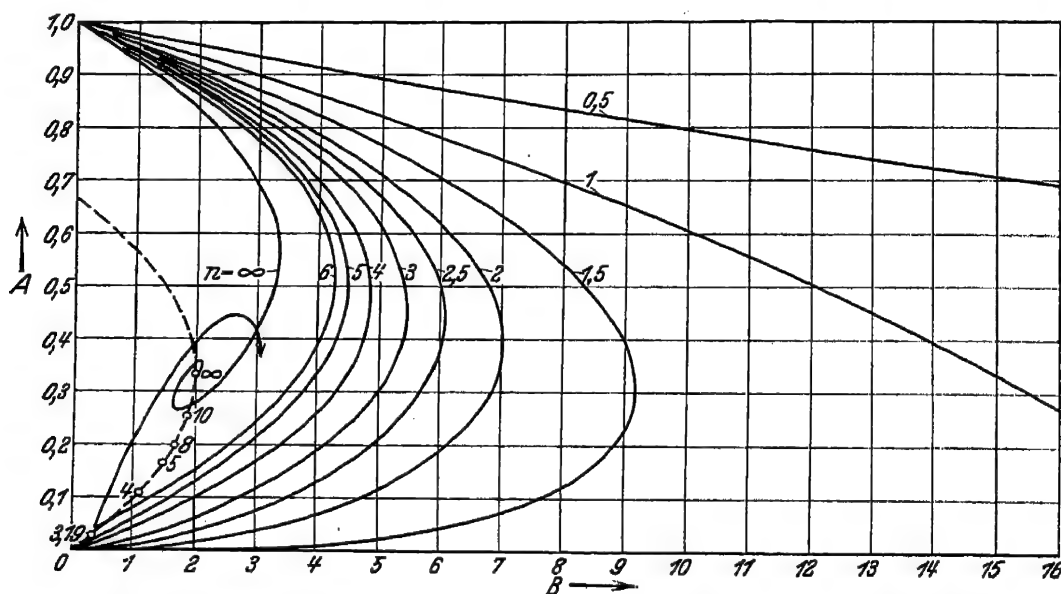



Abb. 3. Zur Bestimmung des Charakters einer Lösung einer EMDENschen Differentialgleichung. Vorgegebenen Werten von r, ϱ, P und M_r entspricht gemäß den Gleichungen $A = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \varrho}{M_r}$ und $B = 4\pi G \frac{r^2 \varrho^2}{P}$ ein Punkt im A, B-Diagramm. Je nachdem dieser Punkt bzw. rechts von, auf der, links von der zum Polytropenindex n am betrachteten Ort gehörenden Kurve liegt, ist die Lösung bzw. eine F-Lösung, eine E-Lösung oder eine M-Lösung. Anpassungsprobleme können unmittelbar gelöst werden, indem beachtet wird, daß A und B an den Grenzflächen kontinuierlich sind. Für $n = 3$ ist $A = -\frac{1}{3}\frac{(\xi\theta)^3}{\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi}}$ und $B = 4(\xi\theta)^2$, für $n = \frac{3}{2}$ ist $A = -\frac{1}{3}\frac{(\eta\psi^{\frac{1}{4}})^3}{\eta^2 \psi^{-\frac{3}{4}} \frac{d\psi}{d\eta}}$ und $B = \frac{5}{2}(\eta\psi^{\frac{1}{4}})^2$ [vgl. hierzu (113) und (114)]. [H. N. RUSSELL, M N 91, S. 741 (1931).]

nächst der Satz von RUSSELL genannt (vgl. hierzu Abb. 3), daß die Lösungen der Anpassungsgleichungen immer den S. 148 beschriebenen Charakter haben, wenn der Polytropenindex im Innern kleiner ist ($n_2 < n_1$; S. 148 war $n_1 = 3$ und $n_2 = \frac{3}{2}$), d. h. wenn in der inneren Polytrope die Kompressibilität kleiner ist als in der äußeren. HOPF hat die Untersuchung auf Sternmodelle mit veränderlichem Polytropenindex ausgedehnt. Es sei durch die Gleichung (vgl. hierzu S. 172)

$$1 + \frac{1}{n} = \frac{d \log P}{d \log \varrho} \tag{115}$$

[1] M N 91, S. 440 (1931).
[2] Z f Ap 3, S. 67, 71 (1931).
[3] L. c. S. 148, Anm. 3.
[4] A N 244, S. 49 (1931).

der Polytropenindex gewissermaßen als oskulierender Polytropenindex, der ein Maß für die lokale Kompressibilität darstellt, definiert. HOPF hat den Satz bewiesen, daß in einer äußeren Hülle des Polytropenindex n_0 M-Lösungen unmöglich sind, wenn überall in dem Gebiet, das innerhalb der äußeren Hülle liegt, $n \leqq n_0$ gilt, wenn also dort die Kompressibilität geringer ist als in der äußeren Hülle. Die Untersuchungen von EDDINGTON und VOGT beleuchten das Problem in ähnlicher Weise wie der Satz von HOPF.

Es gilt also, daß die Existenz von M-Lösungen davon abhängt, ob in den inneren Teilen gegenüber den äußeren eine genügend große Überkompressibilität vorhanden ist. In den folgenden Ziffern sollen die Resultate der Diskussion anderer Modelle als des Standard-Modells angeführt werden.

56j. Das verallgemeinerte Standard-Modell. Das Standard-Modell entspricht den beiden Annahmen $\varepsilon = \text{const}$, $\varkappa = \text{const}$. Im sog. verallgemeinerten Standard-Modell wird dem Umstand Rechnung getragen, daß nach dem Eintreten der Entartung die Opazität sehr gering wird (vgl. Ziff. 56d). Bis zum Eintreten der Entartung wird mit einer konstanten Opazität

$$\varkappa_1 = \text{const} \tag{116}$$

gerechnet. Sodann wird im entarteten Gebiet mit einer kleineren, abermals konstanten Opazität $\varkappa_2$ gerechnet, die im allgemeinen gleich Null gesetzt wird:

$$\varkappa_2 = 0. \tag{117}$$

Bis zum Einsetzen der Entartung gelten nach diesen Annahmen die Gleichungen der vorigen Ziffer ungeändert. Insbesondere ist hier β_1 [vgl. Gleichung (75) und (76)] konstant. Im entarteten Gebiet ist nach Gleichung (46) die Temperatur infolge (117) konstant, also auch nach (68) der Strahlungsdruck. Dagegen wächst der Gasdruck schnell gegen das Zentrum, so daß im entarteten Gebiet schnell [vgl. (75)] β_2 praktisch gleich 1 wird. Im allgemeinen genügt es, im ganzen entarteten Gebiet mit

$$\beta_2 = 1 \tag{118}$$

zu rechnen.

Die Gleichungen im entarteten Gebiet haben somit dieselbe Form wie vorher. Bei der Ableitung der den Anpassungsgleichungen (113) und (114) analogen neuen Anpassungsgleichungen, die die Kontinuität des Gesamtdrucks und der Restmasse ausdrücken, muß aber berücksichtigt werden, daß im entarteten Gebiet jetzt der Strahlungsdruck fortfällt.

Qualitativ kann gleich festgestellt werden, daß nach dem verallgemeinerten Standard-Modell im Vergleich mit dem Standard-Modell die zentralen Teile infolge des praktischen Verschwindens des Strahlungsdrucks kompressibler sind, so daß gewissermaßen die Bedingungen für M-Lösungen günstiger sind. Hierauf hat MILNE[1] bei seiner ersten Diskussion des verallgemeinerten Standard-Modells hingewiesen. Allerdings ist, damit die Wirkung nicht sehr klein sein soll, so daß sie von der Inkompressibilität infolge der Entartung mehr als aufgewogen wird, erforderlich, daß in dem äußeren Teil des Sterns der Strahlungsdruck einen nicht sehr kleinen Teil des Gesamtdrucks ausmacht.

Eine der Diskussion in Ziff. 56i entsprechende mathematische Diskussion der Anpassungsgleichungen des verallgemeinerten Standard-Modells hat MILNE[2] durchgeführt. Es ergab sich die Möglichkeit von M-Lösungen für Sterne mit $\beta_1 > 0{,}2$, d. h. für sehr massige Sterne.

[1] M N 91, S. 479 (1931).

[2] M N 92, S. 610 (1932); vgl. auch S. CHANDRASEKHAR, Z f Ap 5, S. 321 (1932); ferner N. FAIRCLOUGH, M N 95, S. 585 (1935), wo eine weitere Diskussion durch E. A. MILNE angekündigt wird.

CHANDRASEKHAR[1] hat das verallgemeinerte Standard-Modell unter Berücksichtigung der relativistischen Entartung nach der genauen Zustandsgleichung (28), Ziff. 56c (vgl. hierzu S. 162) diskutiert. Die von CHANDRASEKHAR in bezug auf die Möglichkeit von M-Lösungen erhaltenen Resultate sind unten angeführt. (Vgl. im übrigen die Diskussion der Theorie der weißen Zwerge in Ziff. 56n.)

A. Wenn $1 - \beta_1 < 0{,}060$, so existieren Lösungen, die im äußeren Teil des Sterns M-Lösungen sind, nicht.

B. Wenn $0{,}060 < 1 - \beta_1 < 0{,}102$, so existieren Lösungen, die im äußeren Teil des Sterns M-Lösungen sind.

C. Wenn $1 - \beta_1 > 0{,}102$, so existieren Lösungen, die im äußeren Teil des Sterns M-Lösungen sind, nicht, weil dann Entartung überhaupt nicht eintreten kann (vgl. Ziff. 56m).

Der Fall B ist von Interesse, da hier ein Fall der Existenzmöglichkeit einer M-Lösung vorliegt. Der in Frage kommende Bereich von $1 - \beta_1$ entspricht relativ großen Massen.

CHANDRASEKHAR betont, daß die aus der Diskussion hervorgegangenen M-Lösungen in normalen Sternen nicht realisiert sind. Für die Existenz der M-Lösungen sind nämlich außerdem relativ sehr kleine Werte des Sternradius erforderlich (weil sonst Entartung nicht eintritt, vgl. Ziff. 56n, insbesondere Abb. 8), viel kleinere als die der normalen Sterne.

Es sei schließlich in diesem Zusammenhange darauf hingewiesen, daß EDDINGTON die Gültigkeit der benutzten Zustandsgleichung des relativistisch-entarteten Gases bezweifelt hat (vgl. S. 130). Gilt, wie EDDINGTON meint, die unrelativistische Zustandsgleichung unbeschränkt, so besteht die oben erwähnte (l. c. S. 151, Anm. 2) Diskussion von MILNE zu Recht.

56k. Das Punktquellen-Modell. In Ziff. 56f wurde das Punktquellen-Modell als ein Modell, das der Annahme

$$\left.\begin{aligned} L_r &= \text{const},\\ r &\neq 0 \end{aligned}\right\} \tag{119}$$

entspricht, definiert. Es liegt auf der Hand, daß gerade in einer Untersuchung, bei der das Ziel vorschwebt, eine zentrale Region hoher Temperatur, Dichte und Energieerzeugung aufzufinden, das Punktquellen-Modell von Bedeutung ist.

Die EDDINGTON-Lösungen des Punktquellen-Modells sind von EDDINGTON untersucht worden (vgl. M Ziff. 56 sowie I.C.S.). Mit Rücksicht auf die Existenz von M-Lösungen wurde das Punktquellen-Modell diskutiert von L. BIERMANN[2], T. G. COWLING[3], E. A. MILNE[4] und B. STRÖMGREN[5]. B. STRÖMGREN führte eine der Diskussion in Ziff. 56i analoge Diskussion des Punktquellen-Modells mit dem KRAMERS-EDDINGTONschen Opazitätsgesetz (vgl. Ziff. 56b) $\varkappa = \varkappa_0 \varrho T^{-3,5}$ durch. Die Diskussion erfolgte durch numerische Integration der Fundamentalgleichungen und Anwendung der FOWLERschen Sätze. Das Ergebnis war dasselbe wie für das Standard-Modell. L. BIERMANN berücksichtigte die relativistische Entartung. Das Resultat war ebenfalls dasselbe wie für das Standard-Modell.

Eine Untersuchung unter Berücksichtigung der genaueren Zustandsgleichung (28) für den relativistisch-entarteten Fall, wie sie CHANDRASEKHAR für das Modell $\varepsilon = \text{const}$ durchgeführt hat (vgl. Ziff. 56j), ist für das Punktquellen-Modell noch nicht durchgeführt worden. Es ist anzunehmen, daß hier ähnliche Resultate wie für $\varepsilon = \text{const}$ erhalten werden würden.

---

[1] M N 95, S. 226 (1935); vgl. auch S. CHANDRASEKHAR, Obs 57, S. 373 (1934).
[2] Z f Ap 4, S. 61 (1932).
[3] M N 91, S. 92 (1930).
[4] L. c. S. 140, Anm. 1.
[5] Z f Ap 2, S. 345 (1931).

561. Obere Grenzen der Temperaturen und Dichten im Sterninnern. Wie EDDINGTON gezeigt hat, kann man unter ganz allgemeinen Voraussetzungen die Existenzmöglichkeit von Lösungen von dem Charakter der M-Lösungen beurteilen.

EDDINGTON[1] geht davon aus, daß jeder Dichte ϱ ein bestimmter Minimumswert des Gasdrucks p_G und a fortiori des Gesamtdrucks P entspricht, und zwar der Wert des Drucks im Fall vollkommener Entartung. Für kleine Dichten ist der Minimumswert allerdings sehr klein. Er wird in einem Stern dort, wo der Zustand sehr weit von der Entartung ist, sicher stark überschritten. Gemäß Ziff. 56c ist der Minimumswert des Drucks durch die Zustandsgleichung (28), die für vollkommene Entartung ($T = 0$) gilt, als Funktion der Dichte gegeben.

Nun läßt sich aus den Fundamentalgleichungen (46) bis (49) des Sternaufbaus ein Ausdruck für den Maximumswert des Gasdrucks ableiten. Es sei ϱ_0 der Wert der Dichte in demjenigen Punkt innerhalb eines Sterns, wo die Dichte am größten ist (im allgemeinen ist dieser Punkt das Zentrum, dies braucht aber nicht vorausgesetzt zu werden). Der Gesamtdruck in diesem Punkt sei P_0. Der größte Gesamtdruck wird immer im Zentrum erreicht. Er ist infolge Gleichung (46), (47), (68) und (71) gegeben durch

$$P_c = \int_0^R \frac{G M_r}{r^2 \varrho}\, dr\,, \tag{120}$$

wo das Integral vom Zentrum bis zur Oberfläche zu erstrecken ist. Nach (48) kann dies in der Form

$$P_c = \int_0^R \frac{G M_r}{4 \pi r^4}\, d M_r \tag{121}$$

oder

$$P_c = \frac{G}{8 \pi} \int_0^{M^2} \frac{d(M_r^2)}{r^4} \tag{122}$$

geschrieben werden. Es folgt, daß

$$P_0 \leqq \frac{G}{8 \pi} \int_0^{M^2} \frac{d(M_r^2)}{r^4} \tag{123}$$

ist. Eine allgemeingültige Ungleichung für P_0 von einfacher Form wird erhalten, indem, unter Zulassung aller Formen der Abhängigkeit zwischen M_r und r, für die die Dichte überall kleiner als ϱ_0 ist (vgl. die Definition von ϱ_0), der Maximalwert des Integrals in (123) ermittelt wird. Dieser wird erhalten für diejenige Anordnung der Materie, wo die Dichte konstant und gleich ϱ_0 ist. Es gilt also:

$$\left.\begin{aligned} P_0 &\leqq K \varrho_0^{\frac{4}{3}}\,, \\ K &= \tfrac{1}{2} \left(\tfrac{4}{3} \pi\right)^{\frac{1}{3}} G M^{\frac{2}{3}}\,. \end{aligned}\right\} \tag{124}$$

Es folgt nun als notwendige Bedingung für die Existenz des Sterns, daß der aus (124) folgende Maximumswert des Drucks P_0 im Punkt der höchsten Dichte ϱ_0 größer sein muß als der der Dichte ϱ_0 gemäß der Zustandsgleichung entsprechende Minimumswert. Abb. 4 zeigt schematisch den Verlauf des Maximumswerts und des Minimumswerts von P_0 als Funktion von ϱ_0. In dem in Abb. 4 dargestellten Fall schneiden sich die Kurven im Punkte Q, so daß rechts von Q die Minimumskurve oberhalb der Maximumskurve liegt. Es folgt, daß im dargestellten Falle $\varrho(Q)$ einen Maximumswert der Dichte im Stern

---

[1] M N 91, S. 444 (1931); 93, S. 320 (1933); auch E. C. STONER, M N 92, S. 662 (1932).

darstellt. Für den Punkt (ϱ_0, P_0), der der Stelle im Stern, wo die Dichte am größten ist, entspricht, ist nur das schraffierte Gebiet erlaubt. EDDINGTON hat weiter in einfacher Weise gezeigt, daß für jede Stelle im Stern nur das schraffierte Gebiet erlaubt ist.

Aus den Untersuchungen von STONER[1] über die Zustandsgleichung des vollkommen entarteten Gases geht hervor, daß die Kurven sich in der in Abb. 4 dargestellten Weise schneiden, wenn die Masse des Sterns unterhalb einer gewissen vom mittleren Molekulargewicht abhängigen Grenzmasse liegt. Für Sternmassen oberhalb der Grenzmasse findet kein Schneiden der Kurven statt. Für diese Sterne ergibt sich also durch das erörterte Verfahren keine obere Grenze der Dichte im Stern. Es sei noch in diesem Zusammenhang bemerkt, daß bei unbegrenzter Gültigkeit der Zustandsgleichung für nicht-relativistische Entartung, nach der $p_G \propto \varrho^{\frac{5}{3}}$ ist (vgl. S. 130), immer ein Schneiden der Kurven stattfinden würde [vgl. Gleichung (124), in die ϱ_0 nur in der Potenz $\frac{1}{3}$ eingeht].

Abb. 4. Minimaler und maximaler Druck als Funktion der Dichte. [A. S. EDDINGTON, MN 93, S. 321 (1933)].

Eine obere Grenze für die Temperatur im Punkt der größten Dichte erhält man, indem man berücksichtigt, daß der Strahlungsdruck $p_R = \frac{1}{3} a T^4$ kleiner sein muß als der Unterschied zwischen dem Maximumswert des Gesamtdrucks nach Gleichung (124) und dem aus der Zustandsgleichung folgenden Minimumswert des Gasdrucks. Nimmt man nun an, daß die Temperatur im Punkt der größten Dichte ihren Höchstwert annimmt, so hat man eine obere Grenze der Temperatur innerhalb des Sterns.

Die nachstehende Tabelle enthält für zwei Werte des mittleren Molekulargewichts μ die Grenzmasse sowie die oberen Grenzen für die Dichte und die Temperatur für einige Massen, die kleiner als die Grenzmasse sind.

Tabelle 9.

$\mu = 1$	$\mu = 2$	
$M = 1\,\odot$	$M = 0{,}3\,\odot$	$M = 0{,}2\,\odot$
$\varrho_{max} = 1{,}8 \cdot 10^6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$	$\varrho_{max} = 8{,}7 \cdot 10^6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$	$\varrho_{max} = 1{,}7 \cdot 10^6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$
$T_{max} = 1{,}4 \cdot 10^9$ Grad	$T_{max} = 1{,}8 \cdot 10^9$ Grad	$T_{max} = 1{,}1 \cdot 10^9$ Grad
Grenzmasse $1{,}74\,\odot$	Grenzmasse $0{,}44\,\odot$	

Allgemein gilt also, daß für die Sterne in einem gewissen Massenbereich unter der Grenzmasse die Dichten nicht höher als einige Millionen $\mathrm{g\,cm^{-3}}$, die Temperaturen nicht höher als einige Milliarden Grad sein können.

Die Überlegung beruht auf der Gültigkeit der Zustandsgleichung (28). Nun kann, wie in Ziff. 56c hervorgehoben, nach der heutigen theoretischen Physik das Verhalten der Materie bei extrem hohen Dichten nicht mit vollkommener Sicherheit angegeben werden. Im Zusammenhang mit der Diskussion S. 150 kann man infolgedessen auf die Möglichkeit hinweisen, daß infolge einer eventuellen Überkompressibilität der Materie bei extrem hohen Dichten Lösungen mit einem extrem dichten und heißen Kern vorkommen könnten. EDDINGTON hat gezeigt,

[1] L. c. S. 128, Anm. 1.

daß man mit Hilfe von Überlegungen wie die in dieser Ziffer dargestellten diese Möglichkeit etwas genauer untersuchen kann.

Wenn bei einem gewissen sehr hohen kritischen Druck $p_G^{(\mathrm{krit})}$ Überkompressibilität einsetzen sollte, so bedeutet dies, daß bei diesem Druck die Dichte (ziemlich plötzlich, etwa fast diskontinuierlich) ansteigt. Es tritt eine Abweichung von der Zustandsgleichung (28) ein, etwa wie sie in Abb. 4 durch die gestrichelte Kurve dargestellt ist. Es sind nun zwei Möglichkeiten vorhanden:

1. Der kritische Druck liegt oberhalb des Grenzdrucks $P(Q)$. Es tritt dann ein wiederholtes Überschneiden der Kurven des maximalen und des minimalen Drucks ein (Schnittpunkt S) und ein neues erlaubtes Gebiet tritt auf. Das neue erlaubte Gebiet ist jedoch von dem normalen erlaubten Gebiet getrennt. Da nun der Druck im Innern alle Werte von Null bis zum Maximalwert annimmt, so folgt, daß wenn ein Druckwert im neuen erlaubten Gebiet vorhanden ist, sicher auch Druckwerte im unerlaubten Druckbereich von $P(Q)$ bis $P(S)$ vorhanden sind. Mit anderen Worten können Druck- und Dichtewerte aus dem zweiten erlaubten Gebiet nicht vorkommen, und es bestehen dieselben oberen Grenzen der Dichte und der Temperatur im Sterninnern wie vorher.

2. Der kritische Druck liegt unterhalb des nach der Zustandsgleichung (28) berechneten Punktes Q. In diesem Fall biegt die P_{Min}-Kurve nach rechts ab, schon ehe das Schneiden mit der P_{Max}-Kurve stattfindet. Es ergibt sich kein unerlaubtes Gebiet und folglich keine oberen Grenzen für Dichte und Temperatur.

Das Ergebnis der EDDINGTONschen Überlegung ist also, daß Überkompressibilität nur dann den Sternaufbau beeinflussen kann, wenn sie bei Dichten unterhalb der abgeleiteten oberen Grenzwerte einsetzt.

Um ein Urteil darüber zu erhalten, ob die abgeleiteten Grenzwerte der Dichte schon so hoch liegen, daß die Möglichkeit des Versagens der Zustandsgleichung (28) bereits für niedrigere Dichten vorliegt, sollen Werte für die entsprechenden mittleren Abstände der Elementarpartikeln und insbesondere der Atomkerne abgeleitet werden. Der Einfachheit halber soll ein Gas der Atomnummer Z mit dem Atomgewicht $A = 2Z$ betrachtet werden. Pro Kubikzentimeter sind dann $\frac{\varrho}{2Z m_H}$ Atomkerne und $\frac{\varrho}{2 m_H}$ Elektronen vorhanden. Der mittlere Abstand der Atomkerne ist von der Größenordnung $\left(\frac{\varrho}{2Z m_H}\right)^{\frac{1}{3}}$ und der der Elektronen $\left(\frac{\varrho}{2 m_H}\right)^{\frac{1}{3}}$. Mit $Z = 20$ und $\varrho = 10^6\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ erhält man hieraus $4 \cdot 10^{-10}$ bzw. $1{,}4 \cdot 10^{-10}$ cm, mit $Z = 20$ und $\varrho = 10^7\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ dagegen $2 \cdot 10^{-10}$ bzw. $0{,}6 \cdot 10^{-10}$. Zum Vergleich möge angeführt sein, daß die Kernradien von der Größenordnung 10^{-13} cm sind, der Elektronenradius der klassischen Theorie $\left(\text{d. h. } \frac{2}{3}\frac{e^2}{m_e c^2}\right)$ gleich $3 \cdot 10^{-13}$ cm ist, und der Radius der K-Schale der schwersten Elemente etwa 10^{-10} cm beträgt. Es scheint nach diesen Zahlen nicht sehr wahrscheinlich, daß schon bei Dichten von 10^6 bis $10^7\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$ starke Abweichungen vom normalen Verhalten auftreten sollten.

Die Tatsache, daß die in dieser Ziffer enthaltene Diskussion für Sterne mit Massen über einer gewissen Grenzmasse keine obere Grenze für Temperatur und Dichte mehr ergibt, bildet ein Gegenstück zu der Tatsache, daß für das verallgemeinerte Standard-Modell M-Lösungen für Sterne unter einer gewissen Grenzmasse nicht existieren. Für Sterne mit sehr großen Massen kann Entartung überhaupt nicht eintreten (vgl. Ziff. 56m). Es ist klar, daß für solche Sterne durch das angewandte Verfahren keine wertvollen Aussagen gewonnen

werden können, denn wenn der Zustand weit vom Zustand der Entartung entfernt ist, ist der tatsächliche Gasdruck viel höher als der angesetzte (für $T = 0$ gültige) Minimumswert (vgl. S. 153).

Sterne, deren Masse so groß ist, daß nach dem erwähnten Verfahren keine oberen Grenzen der Temperatur und der Dichte ableitbar sind, sind keineswegs selten. Die Bedeutung der abgeleiteten Sätze liegt aber, wie EDDINGTON betont, darin, daß sie zeigen, daß — nämlich in Sternen kleiner Masse — subatomare Energie bei Temperaturen unter einigen Milliarden Grad und Dichten unter einigen Millionen Gramm pro Kubikzentimeter erzeugt wird.

Mit Rücksicht auf den letztgenannten Schluß ist allerdings mit EDDINGTON zu bedenken, daß bei Annahme eines extremen Molekulargewichts $\mu = 2{,}5$ die Grenzmasse so niedrig wird, daß alle bekannten Sternmassen größer sind als die Grenzmasse. Wahrscheinlich könnten aber auch unter diesen Umständen noch durch Verfeinerung des Abschätzungsverfahrens ähnliche obere Grenzen der Temperatur und der Dichte abgeleitet werden.

56m. Ein allgemeiner Satz über das Eintreten von Entartung im Sterninnern. In Ziff. 56g wurde das Eintreten der Entartung nach gewissen Gleichungen des Standard-Modells in Verbindung mit der Entartungsbedingung (99) festgestellt. Es soll in dieser Ziffer ein von CHANDRASEKHAR[1] angegebener allgemeiner Satz über das Eintreten der Entartung besprochen werden.

Die Entartungsbedingung kann allgemein folgendermaßen ausgedrückt werden (vgl. Ziff. 56c): Die Materie ist entartet, wenn der nach der Zustandsgleichung nicht-entarteter Materie

$$p_G = \frac{\Re}{\mu} \varrho T \tag{125}$$

berechnete Gasdruck kleiner ist als der nach der Zustandsgleichung entarteter Materie [vgl. (28)] berechnete Gasdruck

$$\left.\begin{aligned} p_G &= A f(x), \\ x &= B \varrho^{\frac{1}{3}}, \end{aligned}\right\} \tag{126}$$

wo

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{8\pi m_e^4 c^5}{3h^3}, \\ B &= \frac{h}{m_e c}\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1}{\mu m_H}\right)^{\frac{1}{3}}. \end{aligned}\right\} \tag{127}$$

Ersetzt man die Gleichung (126) durch die in den beiden Grenzfällen nicht-relativistischer bzw. stark relativistischer Entartung gültigen Gleichungen [vgl. (35)], so erhält man als Entartungsbedingung, daß der nach (125) berechnete Gasdruck kleiner sein soll als der nach

$$\left.\begin{aligned} p_G &= \frac{K_1}{\mu^{\frac{5}{3}}} \varrho^{\frac{5}{3}}, \\ K_1 &= 9{,}87 \cdot 10^{12} \end{aligned}\right\} \tag{128}$$

berechnete nicht-relativistische Gasdruck, und gleichzeitig kleiner als der nach

$$\left.\begin{aligned} p_G &= \frac{K_2}{\mu^{\frac{4}{3}}} \varrho^{\frac{4}{3}}, \\ K_2 &= 1{,}23 \cdot 10^{15} \end{aligned}\right\} \tag{129}$$

berechnete relativistische Gasdruck.

[1] Z f Ap 5, S. 321 (1932); Obs 57, S. 93 (1934).

Es sei noch bemerkt, daß die Bedingung für die Gültigkeit der nicht-relativistischen Gleichung die ist, daß der nach (128) berechnete Druck kleiner ist als der nach (129) berechnete. In diesem Fall ist das Entartungskriterium also aus (125) und (128) zu erhalten.

Für jede Dichte kann nun eine Temperatur angegeben werden, für die der temperaturproportionale Gasdruck (125) größer als die temperaturunabhängigen Gasdrucke (128) und (129) ist. Es folgt, daß für jede Dichte eine so hohe Temperatur angegeben werden kann, daß die Materie bei dieser nicht entartet ist.

Nach CHANDRASEKHAR ist es nun bequem, zur Feststellung, ob Entartung eingetreten ist oder nicht, statt Dichte und Temperatur Gasdruck und Strahlungsdruck zu vergleichen. Definitionsgemäß ist [vgl. (68) und (75)]:

$$p_R = \tfrac{1}{3} a T^4, \tag{130}$$

$$p_R = (1-\beta) P, \tag{131}$$

$$p_G = \beta P. \tag{132}$$

Mit Hilfe dieser Beziehungen kann in der für ein nicht-entartetes Gas gültigen Gleichung (125) die Temperatur eliminiert und statt dessen können die Dichte ϱ und das Verhältnis β eingeführt werden:

$$p_G = \frac{\mathfrak{R}}{\mu}\,\varrho \left[\frac{3}{a}\,\frac{1-\beta}{\beta}\,p_G\right]^{\frac{1}{4}}. \tag{133}$$

Daraus erhält man:

$$\left.\begin{aligned} p_G &= \mathfrak{R}^{\frac{4}{3}}\left(\frac{3}{a}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)^{\frac{1}{3}}\frac{1}{\mu^{\frac{4}{3}}}\,\varrho^{\frac{4}{3}},\\ \mathfrak{R}^{\frac{4}{3}}\left(\frac{3}{a}\right)^{\frac{1}{3}} &= 2{,}66\cdot 10^{15}. \end{aligned}\right\} \tag{134}$$

Wenn nun der Strahlungsdruck im Verhältnis zum Gasdruck so hoch ist, daß

$$\mathfrak{R}^{\frac{4}{3}}\left(\frac{3}{a}\right)^{\frac{1}{3}}\left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)^{\frac{1}{3}} > K_2 \tag{135}$$

ist, so ist der nach (125) berechnete Gasdruck größer als der nach (129) berechnete. Dann ist A. im nicht-relativistischen Fall der Druck nach (125) a fortiori größer als der Druck nach (128) und folglich keine Entartung vorhanden, und B. im relativistischen Fall gemäß der dann gültigen Entartungsbedingung wieder keine Entartung vorhanden. Bei Gültigkeit von (135) ist also nie Entartung vorhanden. Setzt man den Ausdruck (33) für K_2 in (135) ein, so erhält man die folgende mit (135) äquivalente Ungleichung:

$$\frac{1-\beta}{\beta} > \frac{\pi^4}{960}. \tag{136}$$

Dies ist gleichbedeutend mit

$$1-\beta > 0{,}0921\,. \tag{137}$$

Es gilt also der folgende einfache Satz: Beträgt der Strahlungsdruck mehr als 9,21 % des Gesamtdrucks, so kann Entartung unter keinen Umständen eintreten. (Zur größeren Deutlichkeit sei noch bemerkt, daß Entartung für $1-\beta < 0{,}0921$ keineswegs immer vorhanden ist.)

Die dargestellten Überlegungen können in anschaulicher Weise auf graphischem Weg durchgeführt werden. Die Überlegungen können auch ohne Schwierigkeit auf den Vergleich zwischen dem Gasdruck nach (125) und dem Gasdruck nach der (genauen) Gleichung (126) basiert werden.

Mit Hilfe der Ausdrücke (130), (131) und (132) kann ganz allgemein eine Zustandsgleichung

$$p_G = p_G(\varrho, T) \tag{138}$$

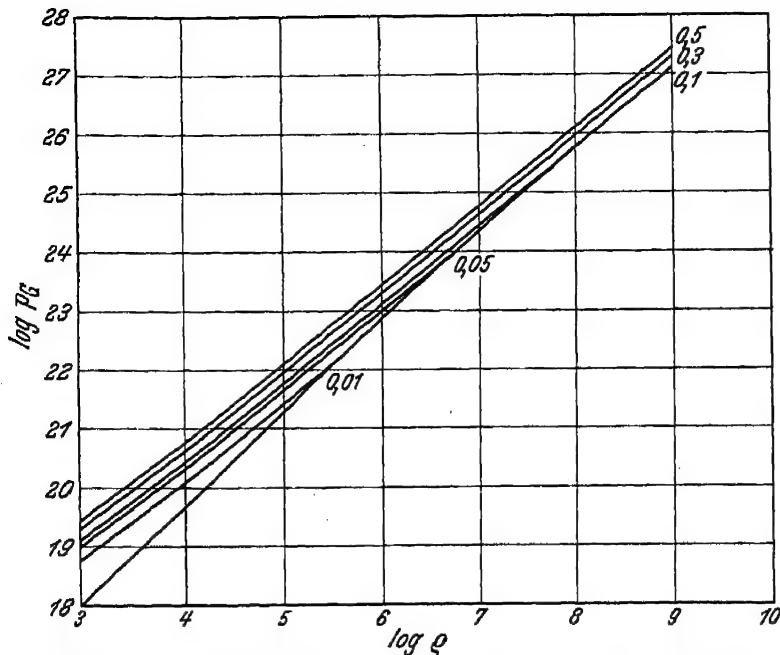



Abb. 5. Logarithmus des Gasdrucks als Funktion des Logarithmus der Dichte für $1-\beta$ gleich bzw. 0,01, 0,05, 0,1, 0,3 und 0,5 und $\mu = 1$. Die drei obersten Kurven ($1-\beta$ gleich bzw. 0,1, 0,3 und 0,5) sind gerade Linien, da hier keine Entartung vorhanden ist. Die unterste Kurve zeigt den Zusammenhang zwischen $\log p_G$ und $\log \varrho$ für Entartung.

auf die Form

$$p_G = p_G(\varrho, \beta) \tag{139}$$

gebracht werden. Die Gleichung (133) entspricht der Gleichung (125) wie die Gleichung (139) der Gleichung (138). Die Zustandsgleichung (126) enthält T nicht, so daß die Formen (138) und (139) gleich sind. Gemäß (132) kann auch immer

$$P = P(\varrho, \beta) \tag{140}$$

geschrieben werden, was für gewisse Zwecke vorteilhaft ist.

Die Zusammenhänge (139) bzw. (140) können auf einfache Weise graphisch dargestellt werden: In einer p_G, ϱ-Ebene bzw. P, ϱ-Ebene — oder zweckmäßiger $\log p_G$, $\log \varrho$-Ebene bzw. $\log P$, $\log \varrho$-Ebene — können Kurven für konstanten β-Wert eingezeichnet werden.

Abb. 5 zeigt solche Kurven konstanten β-Werts, die die Zustandsgleichungen (125) und (126) darstellen, und zwar für ein mittleres Molekulargewicht $\mu = 1$. Entartung tritt dort ein, wo die Kurve nach (126) höher liegt als die nach (125). Bis zur Entartung sind die Kurven Gerade mit der Richtungstangente $\frac{4}{3}$ [vgl. Gleichung (134)].

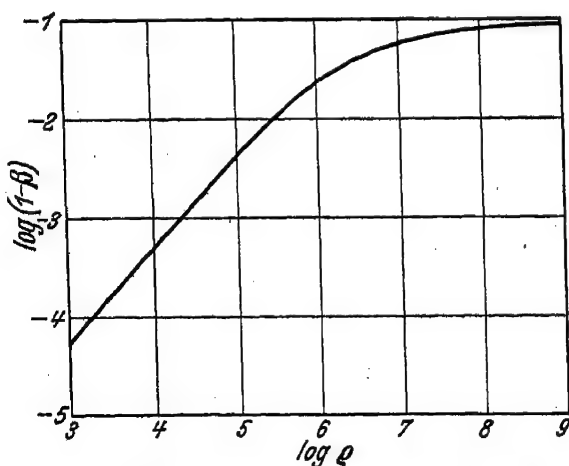



Abb. 6. Zusammenhang zwischen der Dichte, bei der Entartung eintritt, und dem relativen Strahlungsdruck $1-\beta$ für $\mu = 1$. Für $\log(1-\beta) > -1{,}036$ kann Entartung nicht eintreten.

Wie man sieht, tritt für Kurven mit $1-\beta > 0{,}1$ (genauer $1-\beta > 0{,}0921$) kein Schneiden der Kurven entsprechend (125) und (126) ein, d. h. Entartung tritt hier nicht ein (vgl. auch Abb. 6).

Der Satz von CHANDRASEKHAR bildet den Ausgangspunkt folgender Überlegungen[1]: Nach EDDINGTON hängt der relative Anteil $1-\beta$ des Strahlungsdrucks an dem Gesamtdruck eng mit der Sternmasse zusammen. Für das Standard-Modell gilt [vgl. I.C.S., M Ziff. 56 sowie die Gleichung (84)] die folgende Beziehung für die EDDINGTON-Lösung:

$$1-\beta = 0{,}00309\, M^2 \mu^4 \beta^4. \tag{141}$$

Dem kritischen β-Wert 0,9079 entspricht der folgende Zusammenhang zwischen Sternmasse und mittlerem Molekulargewicht:

$$6{,}63 = M_{\text{krit}}\, \mu^2. \tag{142}$$

Für μ gleich bzw. 2, 1 und 0,5 ist M_{krit} bzw. 1,66, 6,6 und 26,5 Sonnenmassen.

[1] L. c. S. 156, Anm. 1.

Ganz allgemein gelten (vgl. S. 134 und 137) die folgenden Gleichungen:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}\varrho \tag{143}$$

und

$$\frac{dp_R}{dr} = -\frac{\varkappa\varrho}{c}\frac{L_r}{4\pi r^2}. \tag{144}$$

Es folgt

$$\frac{dp_R}{dP} = \frac{\varkappa}{4\pi G c}\frac{L_r}{M_r}. \tag{145}$$

Unter Berücksichtigung, daß auf der Oberfläche p_R und P praktisch gleich Null sind, erhält man hieraus

$$1-\beta = \frac{p_R}{P} = \frac{\int\limits_0^P \frac{\varkappa}{4\pi G c}\frac{L_r}{M_r}\,dP}{\int\limits_0^P dP} = \frac{1}{4\pi G c}\,\overline{\varkappa\frac{L_r}{M_r}}, \tag{146}$$

wo der angedeutete Mittelwert mit gleichen Intervallen des Gesamtdrucks zu bilden ist.

Für das Standard-Modell ist $\varkappa\frac{L_r}{M_r}$ konstant, so daß die Mittelwertbildung fortfallen kann. Es folgt die in Ziff. 56g abgeleitete Gleichung (76). Allgemein gilt, daß der Wert von $\varkappa\frac{L_r}{M_r}$ an der Stelle, wo $1-\beta$ gesucht wird, mit einer gewissen Näherung als für den Mittelwert maßgebend angesehen werden kann. Dies folgt daraus, daß die äußeren Teile des Sterns wegen des geringen Werts des Drucks zum Mittelwert relativ wenig beitragen.

Die Variation der Größe $1-\beta$ innerhalb eines Sterns hängt nach (146) von dem Opazitätsgesetz und von der Verteilung der Energiequellen im Stern ab. Eine Abnahme der Opazität gegen das Zentrum bewirkt eine Abnahme von $1-\beta$ gegen das Zentrum, während eine Konzentration der Energiequellen gegen das Zentrum die entgegengesetzte Wirkung hat. Größere Variationen von $1-\beta$ kommen nicht vor (vgl. auch S. 173 und 174).

Ein gewisser Mittelwert von $1-\beta$ weicht wenig von dem gemäß (141) zu berechnenden $(1-\beta)$-Wert ab. Dies ist nur eine andere Ausdrucksweise dafür, daß die Masse-Leuchtkraft-Relation gegen Änderungen im Sternmodell wenig empfindlich ist (vgl. M Ziff. 56).

Es gilt also ganz allgemein, daß für große Sternmassen gemäß den angesetzten Zustandsgleichungen keine Entartung eintreten kann. Wie in Ziff. 58b näher erörtert werden soll, hat dies gewisse Konsequenzen in der Theorie der Sternentwicklung.

56n. Theorie der weißen Zwerge. EDDINGTON (I.C.S.) hat bereits darauf hingewiesen, daß in den weißen Zwergen die gewöhnlichen Gasgesetze versagen dürften. Eine genauere Diskussion ist durch die Untersuchungen über die Zustandsgleichung für Materie hoher Dichte ermöglicht worden.

Die Theorie der weißen Zwerge wurde von MILNE[1] unter Zugrundelegung der Zustandsgleichung des nicht-relativistischen entarteten Gases entwickelt (vgl. hierzu S. 141). Durch diese Untersuchung wurde das Problem schon weitgehend geklärt. Im folgenden ist noch die Wirkung der relativistischen Änderungen der Zustandsgleichung bei hohen Dichten zu berücksichtigen (vgl. Ziffer 56c).

---

[1] L. c. S. 140, Anm. 1.

Zur Untersuchung der Frage, ob die Materie in den weißen Zwergen entartet ist, kann man zunächst einen induktiven Weg einschlagen und ausgehend von den beobachteten Werten der Masse, des Radius und der Leuchtkraft die physikalischen Bedingungen in den äußeren Teilen der weißen Zwerge mit Hilfe der Fundamentalgleichungen (46) bis (49) feststellen.

Der Siriusbegleiter Sirius B ist ein typischer weißer Zwerg. Aus Parallaxe, scheinbarer Helligkeit[1] und effektiver Temperatur folgen Leuchtkraft und Radius. Die Masse ist nach den Untersuchungen der Bewegung der Komponenten bekannt. Es ist $M = 0{,}97\odot$, $R = \frac{1}{50} R_\odot$ und $L = \frac{1}{300} L_\odot$.

In den äußeren Schichten[2], wo noch $L_r = L$ und $M_r = M$ ist, gilt [vgl. Gleichung (146)]:

$$1 - \beta = \frac{p_R}{P} = \frac{1}{4\pi G c} \frac{L}{M} \cdot \bar{\varkappa}. \tag{147}$$

Mit genügender Genauigkeit kann hier der Mittelwert der Opazität durch die Opazität an der betrachteten Stelle ersetzt werden (vgl. S. 159):

$$1 - \beta = \frac{p_R}{P} = \frac{1}{4\pi G c} \frac{L}{M} \varkappa. \tag{148}$$

Das Opazitätsgesetz kann, ebenfalls mit ausreichender Genauigkeit, als

$$\varkappa = \varkappa_0 \varrho T^{-s} \tag{149}$$

geschrieben werden, wo s nach dem KRAMERS-EDDINGTONschen Gesetz gleich 3,5 ist, unter den in Frage kommenden Bedingungen aber etwas größer anzusetzen sein dürfte (vgl. Ziff. 56b).

In den äußeren Teilen des Sterns gilt bis zum eventuellen Einsetzen der Entartung die Zustandsgleichung

$$p_G = \frac{\Re}{\mu} \varrho T. \tag{150}$$

Aus (148) folgt zunächst

$$\frac{p_R}{p_G} = \frac{1-\beta}{\beta} = \frac{1}{4\pi G c} \frac{L}{M} \varkappa \frac{1}{\beta} \tag{151}$$

und sodann unter Benutzung von (149) und (150) sowie der Definitionsgleichung (68)

$$\frac{a}{3} \frac{\mu}{\Re} \frac{T^3}{\varrho} = \frac{1}{4\pi G c} \frac{L}{M} \varkappa_0 \varrho T^{-s} \frac{1}{\beta} \tag{152}$$

oder

$$T^{3+s} = \frac{3}{a} \frac{\Re}{\mu} \frac{1}{4\pi G c} \varkappa_0 \frac{L}{M} \frac{1}{\beta} \varrho^2. \tag{153}$$

Wie gleich gezeigt werden soll, darf in (153) β gleich 1 gesetzt werden. Es folgt, daß $\varrho \propto T^{\frac{3+s}{2}}$ ist.

Die Fundamentalgleichung (46) kann unter Benutzung von $L_r = L$ folgendermaßen geschrieben werden:

$$d(T^4) = -\frac{3}{a} \frac{\varkappa \varrho}{c} \frac{L}{4\pi} \frac{dr}{r^2}. \tag{154}$$

Aus (149) und (152) folgt, wenn noch $\beta = 1$ gesetzt wird:

$$\varkappa \varrho = \frac{a}{3} \frac{\mu}{\Re} 4\pi G c \cdot \frac{M}{L} \cdot T^3. \tag{155}$$

---

[1] Vgl. hierzu J. STEBBINS u. A. E. WHITFORD, Publ A S P 47, S. 151 (1935) und die dort angeführte Literatur.

[2] Vgl. hierzu H. SIEDENTOPF, A N 243, S. 1 (1931); auch A. S. EDDINGTON, M N 91, S. 109 (1930) und B. STRÖMGREN, l. c. S. 152, Anm. 5.

In (154) eingesetzt ergibt dies:

$$dT = -\frac{1}{4}\frac{\mu}{\Re}GM\frac{dr}{r^2}. \tag{156}$$

Unter Berücksichtigung, daß auf der Oberfläche $r = R$ und $T = T_0$ gilt, erhält man durch Integration hieraus:

$$T - T_0 = \frac{1}{4}\frac{\mu}{\Re}\frac{GM}{R}\left(\frac{R}{r} - 1\right). \tag{157}$$

Ist r nicht sehr von R verschieden, so gilt

$$T - T_0 = \frac{1}{4}\frac{\mu}{\Re}\frac{GM}{R^2}h, \tag{158}$$

wo $h = R - r$ ist. Der Temperaturgradient ist in den äußeren Schichten konstant und proportional[1] dem mittleren Molekulargewicht μ und der Schwere $g = \frac{GM}{R^2}$ auf der Sternoberfläche.

Im folgenden kann in Gleichung (157) T_0 gleich Null gesetzt werden. Bei bekannten Werten von M, R und L und von μ, $\varkappa_0$ und s kann T aus (157) und danach ϱ aus (153) als Funktion von r ermittelt werden. Sodann können die erhaltenen Werte von T und ϱ in die Entartungsbedingung (24) eingesetzt werden. In dieser ist das Verhältnis $\frac{1}{\mu}\frac{\varrho}{T^{\frac{3}{2}}}$ maßgebend. Nach (153) und (158) ist nun

$$\frac{1}{\mu}\frac{\varrho}{T^{\frac{3}{2}}} \propto \mu^{\frac{s-1}{2}} M^{\frac{s+1}{2}} L^{-\frac{1}{2}} R^{-\frac{s}{2}} \left(\frac{h}{R}\right)^{\frac{s}{2}}. \tag{159}$$

Nun ist (vgl. Ziff. 56b) s gleich etwa 3,5. Es folgt, daß in der gleichen relativen Tiefe $\frac{h}{R}$ unter der Oberfläche $\frac{\varrho}{T^{\frac{3}{2}}}$ um so größer ist, je größer die Masse, je kleiner die Leuchtkraft und je kleiner der Radius ist. In einem Stern wie Sirius B, der, trotzdem seine Masse etwa gleich der Sonnenmasse ist, eine viel kleinere Leuchtkraft und einen viel geringeren Radius besitzt, sind die Bedingungen für das Eintreten der Entartung günstig. In der Tat folgt aus (153), (157) und der Entartungsbedingung (24), daß Entartung schon in der relativen Tiefe $\frac{h}{R} = 0{,}04$ unter der Oberfläche eintritt. Hierbei sind die angeführten Werte von M, R und L, ferner $\mu = 1{,}5$ (vgl. S. 167), $\varkappa_0 = 4 \cdot 10^{24}$ (vgl. Ziff. 56b) und $s = 3{,}5$ benutzt worden. Die Temperatur ist an der Schicht, wo Entartung eintritt, gleich $2 \cdot 10^7$ Grad, die Dichte ist dort $3 \cdot 10^3$ g cm^{-3}, der relative Strahlungsdruck 10^{-4}.

Für die anderen weißen Zwerge liegen die Verhältnisse ähnlich. Mit Ausnahme einer relativ dünnen äußeren Schale gilt also die Zustandsgleichung (28) des entarteten Gases für die weißen Zwerge. Der relative Strahlungsdruck, der schon in den äußeren Teilen sehr gering ist, wie aus (149) und (150) mit Hilfe der abgeleiteten Temperatur- und Dichtewerte ermittelt werden kann, ist im entarteten Teil ganz verschwindend (vgl. S. 151). Es ist also $\beta = 1$. Die Temperatur steigt im entarteten Teil nur sehr wenig (vgl. S. 131), sie ist also im ganzen Stern nicht sehr hoch[2]. Im entarteten Teil fällt die Temperatur als Variable aus den Fundamentalgleichungen fort: Da das Gas schnell als vollkommen entartet betrachtet werden kann, spielt die Temperatur für die Geschwindigkeitsverteilung im Elektronengas sowie für den Gasdruck keine Rolle,

---

[1] Vgl. hierzu E. A. Milne, Phil Trans Roy Soc A 228, S. 421 (1929); Bakerian Lecture, sowie S. Chandrasekhar, M N 92, S. 186 (1932).

[2] Vgl. hierzu E. A. Milne, Nature 128, S. 999 (1931).

und der Strahlungsdruck darf vernachlässigt werden. Für die Geschwindigkeitsverteilung der nicht-entarteten schweren Teilchen, d. h. der Atomkerne, ist die Temperatur allerdings maßgebend[1]. Dadurch ist sie auch für die subatomare Energieerzeugung maßgebend (vgl. Ziff. 56e).

Die Theorie der weißen Zwerge kann unter Benutzung der genauen Zustandsgleichung (28) oder unter Benutzung der näherungsweise gültigen Zustandsgleichungen (35) entwickelt werden. Hier soll nach CHANDRASEKHAR[2] zunächst die auf der genauen Zustandsgleichung aufgebaute Theorie dargestellt werden.

Die Zustandsgleichung im entarteten Gebiet ist [vgl. die Gleichungen (28), (126) und (127)]:

$$\left.\begin{aligned} p_G &= A\, f(x)\,, \\ x &= B\,\varrho^{\frac{1}{3}}\,, \\ f(x) &= \tfrac{1}{8}\left[x\,(2\,x^2 - 3)\,(x^2+1)^{\frac{1}{2}} + 3\sinh^{-1}x\right]. \end{aligned}\right\} \qquad (160)$$

Entartung setzt ein (vgl. Ziff. 56b und Ziff. 56m), wenn der nach der für ein nicht-entartetes Gas gültigen Zustandsgleichung (125) berechnete Gasdruck kleiner als der nach (160) berechnete ist. Wird in der Zustandsgleichung (125) die Variable x statt der Dichte ϱ eingeführt, so lautet sie:

$$p_G = 1{,}01 \cdot 10^6 \cdot \mathfrak{R}\, x^3\, T. \qquad (161)$$

Die Entartungsbedingung ist also, indem numerische Werte eingeführt werden [vgl. (39)],

$$5{,}92 \cdot 10^9 \frac{f(x)}{x^3} > T. \qquad (162)$$

Führt man statt der Temperatur wie in Ziff. 56m das Verhältnis $1-\beta$ zwischen Strahlungsdruck und Gesamtdruck ein, so nimmt die Entartungsgleichung die folgende Form an:

$$4\,\frac{f(x)}{x^4} > \left(\frac{960}{\pi^4}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)^{\frac{1}{3}}. \qquad (163)$$

Der obere Grenzwert von $4\frac{f(x)}{x^4}$ ist 1. Es folgt, wie in Ziff. 56m, daß für $1-\beta > 0{,}0921$ keine Entartung eintreten kann.

Die Fundamentalgleichung (47) wird bei verschwindend kleinem Strahlungsdruck

$$\frac{d\,p_G}{d\,r} = -\frac{G M_r}{r^2}\,\varrho\,. \qquad (164)$$

Ferner gilt die Fundamentalgleichung (48):

$$\frac{d\,M_r}{d\,r} = 4\pi r^2 \varrho\,. \qquad (165)$$

Mit Hilfe der Zustandsgleichung (160) wird p_G eliminiert, und es wird statt ϱ die Variable x eingeführt. Es folgt:

$$A\,\frac{d\,f(x)}{d\,r} = -\frac{G}{B^3}\,\frac{M_r}{r^2}\,x^3\,, \qquad (166)$$

$$\frac{d\,M_r}{d\,r} = \frac{4\pi}{B^3}\,r^2 x^3\,. \qquad (167)$$

---

[1] Es mag paradox erscheinen, daß nicht-entartete Atomkerne mit relativ kleiner mittlerer kinetischer Energie gleichzeitig mit entarteten Elektronen, die Geschwindigkeiten bis nahe an die Lichtgeschwindigkeit besitzen, vorhanden sind. Es ist aber zu bedenken, daß gerade infolge der Entartung der Energieaustausch zwischen Atomkernen und Elektronen stark behindert wird.

[2] M N 95, S. 207 (1935).

Zwischen (166) und (167) wird M_r durch Differentiation eliminiert:

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{x^3}\frac{df(x)}{dr}\right) = -\frac{4\pi G}{A B^6} x^3. \tag{168}$$

Nach der Definitionsgleichung von $f(x)$ [die letzte Gleichung (160)] hat man nun:

$$\frac{1}{x^3}\frac{df(x)}{dr} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\frac{dx}{dr}. \tag{169}$$

Berücksichtigt man dies in (168), so erhält man

$$\frac{d^2}{dr^2}\left(\sqrt{1+x^2}\right) + \frac{2}{r}\frac{d}{dr}\left(\sqrt{1+x^2}\right) = -\frac{4\pi G}{A B^6} x^3. \tag{170}$$

Nach der Variablentransformation

$$y = \sqrt{1+x^2} \tag{171}$$

wird dies

$$\frac{d^2 y}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dy}{dr} = -\frac{4\pi G}{A B^6}(y^2-1)^{\frac{3}{2}}. \tag{172}$$

Diese Differentialgleichung hat eine gewisse Ähnlichkeit mit der EMDENschen Differentialgleichung für $n = 3$. Für $y \gg 1$ geht sie in diese über, wie zu erwarten ist (relativistischer Grenzfall mit $p_G \propto \varrho^{\frac{4}{3}}$). Für $x \ll 1$ (nicht-relativistischer Grenzfall) geht (170) nach der Substitution $x^2 = z$ in eine der EMDENschen Differentialgleichung für $n = \frac{3}{2}$ analoge Form über, was ebenfalls vorauszusehen war (vgl. S. 141).

Mit Hilfe der Transformation

$$\left.\begin{aligned} y &= y_0\,\Phi, \\ r &= \frac{1}{y_0}\left(\frac{A B^6}{4\pi G}\right)^{\frac{1}{2}}\zeta \end{aligned}\right\} \tag{173}$$

geht (172) in die folgende Form über:

$$\frac{d^2\Phi}{d\zeta^2} + \frac{2}{\zeta}\frac{d\Phi}{d\zeta} = -\left(\Phi^2 - \frac{1}{y_0^2}\right)^{\frac{3}{2}}. \tag{174}$$

Hier ist zu beachten, daß die Konstante y_0, die die Einheiten festlegt, in der Differentialgleichung nicht fortfällt [vgl. hierzu die analogen Transformationen (81) und (92)]. Dies liegt daran, daß die Differentialgleichung (172) im Gegensatz zu den EMDENschen Differentialgleichungen in keiner Potenzkombination der unabhängigen und abhängigen Variablen homogen ist.

Aus (166), (171) und (173) in Verbindung mit (169) folgt die (84) und (95) analoge Gleichung für die Restmasse M_r:

$$M_r = -4\pi\left(\frac{A B^4}{4\pi G}\right)^{\frac{3}{2}}\cdot\zeta^2\frac{d\Phi}{d\zeta}. \tag{175}$$

Im Zentrum des Sterns gilt wegen $M_r = 0$ für $r = 0$

$$\left(\zeta^2\frac{d\Phi}{d\zeta}\right)_{\zeta=0} = 0, \tag{176}$$

was gleichbedeutend mit

$$\left(\frac{d\Phi}{d\zeta}\right)_{\zeta=0} = 0 \tag{177}$$

ist.

Eine Lösung des Problems gewinnt man nun folgendermaßen. Der Parameter y_0 wird auf einen bestimmten Wert festgelegt. Im Zentrum wird $\Phi_{\zeta=0} = 1$ gewählt. Damit erhält y_0 die Bedeutung des y-Werts im Zentrum [vgl. (173)]. Ferner muß dann $\frac{1}{y_0^2} \leqq 1$ sein. Es ist nun durch $\Phi_{\zeta=0} = 1$ und $\left(\frac{d\Phi}{d\zeta}\right)_{\zeta=0} = 0$

eine Lösung der Differentialgleichung (174) festgelegt. Diese kann durch Reihenentwicklung und numerische Integration für einen vorgegebenen numerischen Wert von y_0 ermittelt werden. CHANDRASEKHAR hat für zehn Werte von $\frac{1}{y_0^2}$ im erlaubten Bereich zwischen 0 und 1 die Lösungen ermittelt.

Die Lösung entspricht den physikalischen Verhältnissen im Stern nur bis zu einem Punkt, wo nach der Entartungsbedingung (162) Entartung nicht mehr vorhanden ist. Zur besseren Übersicht wird zunächst der Grenzfall behandelt, daß die Lösung bis zur Sternoberfläche gültig bleibt. Für die bekannten weißen Zwerge bildet in der Tat die nicht-entartete Zone eine relativ dünne Hülle um einen entarteten Kern (vgl. S. 161).

Unter der Voraussetzung, daß die Lösung bis zur Oberfläche gültig bleibt, erhält man den der Oberfläche entsprechenden ζ-Wert, indem man $\varrho = 0$ und folglich $x = 0$ setzt. Es folgt dann weiter nach (171) und (173), daß auf der Oberfläche $y = 1$ und $\Phi = \frac{1}{y_0}$ ist. Den entsprechenden Wert von ζ erhält man aus der ermittelten Lösung $\Phi(\zeta)$. Sodann folgt der r-Wert für die Oberfläche, d. h. der Sternradius R, aus der zweiten Gleichung (173). Schließlich ergibt sich die Sternmasse gemäß (175):

$$M = -4\pi \left(\frac{AB^4}{4\pi G}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\zeta^2 \frac{d\Phi}{d\zeta}\right)_{\Phi = \frac{1}{y_0}}. \tag{178}$$

Für den betrachteten Grenzfall eines bis zur Oberfläche entarteten weißen Zwergs ist somit die Masse und der Radius als Funktion des Parameters y_0 angebbar. Zwischen Masse und Radius besteht also ein funktionaler Zusammenhang. In die Berechnung geht allerdings das mittlere Molekulargewicht μ ein, so daß für jeden μ-Wert ein anderer Zusammenhang gilt. Wie man mit Hilfe der Gleichungen (160), (173) und (178) leicht nachrechnet, sind die Größen $M\mu^2$ und $R\mu$ von μ unabhängige Funktionen des Parameters $\frac{1}{y_0}$. Nach CHANDRASEKHAR sind in der untenstehenden Tabelle $M\mu^2$ und $R\mu$ als Funktion von $\frac{1}{y_0^2}$ gegeben. Die Tabelle enthält noch die Größen $\varrho_m\mu^{-1}$ und $\varrho_c\mu^{-1}$, wo ϱ_m die mittlere Dichte und ϱ_c die Dichte im Zentrum bedeutet. Die Art der Berechnung von ϱ_c geht unmittelbar aus den hier angeführten Gleichungen hervor.

Tabelle 10.

$\frac{1}{y_0^2}$	$M\mu^2$ (Einheit Sonnenmasse)	$R\mu$ (Einheit Sonnenradius)	$\varrho_m\mu^{-1}$ (Einheit $g\,cm^{-3}$)	$\varrho_c\mu^{-1}$ (Einheit $g\,cm^{-3}$)	$\frac{\varrho_c}{\varrho_m}$
0,00	5,73	0	∞	∞	54,2
0,01	5,48	0,00595	$3{,}72 \cdot 10^7$	$9{,}74 \cdot 10^8$	26,2
0,02	5,29	0,00783	$1{,}58 \cdot 10^7$	$3{,}39 \cdot 10^8$	21,5
0,05	4,85	0,0111	$5{,}11 \cdot 10^6$	$8{,}19 \cdot 10^7$	16,0
0,1	4,31	0,0143	$2{,}11 \cdot 10^6$	$2{,}67 \cdot 10^7$	12,6
0,2	3,53	0,0185	$7{,}96 \cdot 10^5$	$7{,}91 \cdot 10^6$	9,93
0,3	2,93	0,0218	$4{,}06 \cdot 10^5$	$3{,}52 \cdot 10^6$	8,67
0,4	2,44	0,0248	$2{,}30 \cdot 10^5$	$1{,}82 \cdot 10^6$	7,89
0,5	2,01	0,0278	$1{,}34 \cdot 10^5$	$9{,}88 \cdot 10^5$	7,35
0,6	1,61	0,0310	$7{,}74 \cdot 10^4$	$5{,}38 \cdot 10^5$	6,95
0,8	0,88	0,0402	$1{,}94 \cdot 10^4$	$1{,}24 \cdot 10^5$	6,38
1,0	0	∞	0	0	5,99

$M_\odot = 1{,}985 \cdot 10^{33}$ g,

$R_\odot = 6{,}951 \cdot 10^{10}$ cm,

$\varrho_{m\odot} = 1{,}411\ g\,cm^{-3}$.

Aus der Tabelle geht eine Reihe von Eigenschaften der betrachteten bis zur Oberfläche entarteten weißen Zwerge hervor: 1. Sie haben alle Massen kleiner als $5{,}73\,\mu^{-2}$; 2. Der Radius nimmt mit zunehmender Masse ab. In einem ziemlich weiten Bereich ist er von der Größenordnung $^1/_{100}$ Sonnenradius; 3. Die mittlere Dichte ϱ_m und die zentrale Dichte ϱ_c wachsen mit der Masse. In einem ziemlich weiten Bereich schwanken ϱ_m und ϱ_c zwischen bzw. 10^4—10^8 g cm^{-3} und 10^5—10^9 g cm^{-3}; 4. Je kleiner die Masse, um so schwächer ist die Konzentration der Materie gegen das Zentrum.

Abb. 7 zeigt die Dichteverteilung in Abhängigkeit von dem Parameter $\frac{1}{y_0^2}$. Die Abszisse ist $\frac{r}{R}$, die Ordinate $\frac{\varrho}{\varrho_c}$. Die Dichteverteilung für die EMDEN-Polytropen $n=3$ (relativistischer Grenzfall, vgl. S. 149) und $n=\frac{3}{2}$ (nichtrelativistischer Grenzfall, vgl. S. 141) sind punktiert als untere bzw. obere Grenzkurve eingezeichnet. Je kleiner die Masse, desto mehr nähert sich die Dichteverteilung dem nichtrelativistischen Grenzfall, was zu erwarten ist, weil die zentrale Dichte immer kleiner wird. Umgekehrt nähert sich die Dichteverteilung dem relativistischen Grenzfall bei Annäherung an die Grenzmasse.

Abb. 7. Dichteverteilung in weißen Zwergen verschiedener Masse. [S. CHANDRASEKHAR, MN 95, S. 222 (1935).]

Nach dieser Erörterung des Grenzfalls, daß das entartete Gebiet sich bis zur Oberfläche erstreckt, soll der allgemeine Fall eines aus einem entarteten Kern und einer nicht-entarteten Hülle bestehenden weißen Zwergs behandelt werden.

Als Parameter des entarteten Kerns soll wieder y_0 benutzt werden. Die oben diskutierte Lösung $\Phi(\zeta)$ beschreibt jetzt den Stern vom Zentrum bis zu einer gewissen Entfernung $r' < R$ vom Zentrum, wo die Entartung gemäß dem Kriterium (162) aufhört. In der umgebenden Hülle, d. h. für $R \geqq r \geqq r'$, gilt die Zustandsgleichung (150) eines nicht-entarteten Gases. Als Parameter der nicht-entarteten Hülle kann man die Temperatur T' an der Grenzfläche zwischen Hülle und Kern wählen. Nach dem Entartungskriterium (162) folgt aus T' der entsprechende Wert von x:

$$5{,}92 \cdot 10^9 \frac{f(x')}{x'^3} = T'. \tag{179}$$

Mit x' findet man y' aus (171), sodann Φ' aus (173), da y_0 bekannt ist. Schließlich findet man mit Hilfe der Tabelle der Lösung $\Phi(\zeta)$ für den gegebenen Wert von y_0 den Φ' entsprechenden Wert ζ'. Die Restmasse $M_{r'}$ innerhalb der

Grenzfläche $r = r'$ ergibt sich aus (175). Aus (160) findet man ϱ' und aus der zweiten Gleichung (173) r'.

Im Grenzfall $T' = 0$ führt dieses Verfahren gerade zu der oben erörterten Lösung, die einem bis zur Oberfläche entarteten weißen Zwerg entspricht.

Für mäßig große Werte von T' wird x' verhältnismäßig klein, folglich y' nur wenig größer als 1 und Φ' nur wenig größer als der $T' = 0$ entsprechende Φ-Wert $\frac{1}{y_0}$. Daraus folgt, daß die Restmasse in diesem Fall nur wenig kleiner ist als die gesamte Masse (die Masse der Hülle, die man durch Extrapolation des Kerns berechnet, ist größer als die tatsächliche Masse der Hülle). Die Eigenschaften der Hülle können dann mit Hilfe der in dieser Ziffer S. 160 und 161 entwickelten Gleichungen ermittelt werden, denn es darf für die Hülle $M_r \backsim M$ und $L_r \cong L$ angenommen werden. Man hat also T', r' und $M_{r'} \backsim M$ in (157) einzusetzen, um den Sternradius R zu erhalten. Mit Hilfe von (153) ist dann die Leuchtkraft L aus ϱ' und T' berechenbar. Zur nachträglichen Rechtfertigung des Verfahrens kann man noch die Masse der Hülle berechnen und mit $M_{r'}$ vergleichen.

Ist die Temperatur T' höher, so daß ein erheblicher Teil der Sternmasse in der nicht-entarteten Hülle enthalten ist, so muß bei der Berechnung der Eigenschaften der Hülle ein anderes Verfahren eingeschlagen werden. Es kann beispielsweise angenommen werden, daß in der Hülle $\frac{L_r}{M_r}$ konstant und $\varkappa$ konstant ist (Standard-Modell, vgl. S. 135). Dann gilt für die Hülle die EMDENsche Differentialgleichung (82) für $n = 3$. Als Hüllenparameter ist zweckmäßig das Verhältnis $1 - \beta$ zu wählen. Dies Verhältnis ist gemäß (76) nach den gemachten Annahmen in der Hülle konstant. Der Wert x' der Variablen x an der Grenzfläche ergibt sich aus $1 - \beta$ mit Hilfe des Entartungskriteriums in der Form (163). Daraus folgt p'_G nach (160) und sodann $p'_R = \frac{1}{3} a T'^4$ aus $1 - \beta$ und p'_G:

$$T' = \left[\frac{3}{a} \frac{1-\beta}{\beta} A f(x')\right]^{\frac{1}{4}}. \tag{180}$$

Die Ermittlung der Größen P', r' und $M_{r'}$ erfolgt wie vorher. Nunmehr kann nach dem in Ziff. 56h dargestellten Verfahren die diesen Werten entsprechende Lösung der EMDEN-Differentialgleichung (82) ermittelt werden. Zur numerischen Durchführung sind außer der Tafel der E-Lösung auch Tafeln der F-Lösungen und M-Lösungen der Differentialgleichung (82) erforderlich[1]. Auf diese Weise findet man den Dichte- und Temperaturverlauf in der Hülle, den Sternradius, die Masse der Hülle und somit die Sternmasse.

In der Tat handelt es sich um ein Anpassungsproblem wie die in Ziff. 56i und 56j diskutierten. Den allgemeinen Charakter der Lösungen des Anpassungsproblems hat CHANDRASEKHAR ermittelt[2]. Die wichtigsten Resultate dieser Diskussion wurden in Ziff. 56j angeführt.

Zur Erläuterung des oben Dargestellten sind in Tabelle 11 numerische Daten für die Diskussion eines konkreten Falls angeführt. Es handelt sich um die Anpassung der Hülle um einen Kern mit dem Kernparameter $\frac{1}{y_0^2} = 0{,}5$. Es wird angenommen, daß $\mu = 1{,}44$ ist. Dieser Fall entspricht ungefähr dem Siriusbegleiter Sirius B (vgl. S. 160). Die Werte von r', ϱ', $M_{r'}$, M, R und L sind als Funktionen des Hüllenparameters T' gegeben.

---

[1] Einige, aber im allgemeinen nicht genügend viel, Tabellen liegen vor; vgl. N. FAIRCLOUGH, l. c. S. 139, Anm. 1.

[2] L. c. S. 152, Anm. 1.

Tabelle 11.

ζ'	T'	$\frac{r'}{R_0}$	ϱ'	$\frac{M_{r'}}{M_0}$	$\frac{M}{M_0}$	$\frac{R}{R_0}$	$-2^m,5 \log \frac{L}{L_\odot}$
3,0	$11,6 \cdot 10^7$ Grad	0,85	$4,7 \cdot 10^4\,\mathrm{g\,cm^{-3}}$	0,97	1,00	1,12	$-\ 0^m,6$
3,1	9,1	0,88	$3,2 \cdot 10^4$	0,98	1,00	1,09	$+\ 0\ ,3$
3,2	6,9	0,91	$2,1 \cdot 10^4$	0,99	1,00	1,07	$+\ 1\ ,3$
3,3	4,7	0,93	$1,1 \cdot 10^4$	1,00	1,00	1,05	$+\ 2\ ,8$
3,4	2,6	0,96	$4,7 \cdot 10^3$	1,00	1,00	1,03	$+\ 4\ ,9$
3,5	0,6	0,99	$5,5 \cdot 10^2$	1,00	1,00	1,01	$+10\ ,6$

$\zeta_0 = 3,5330$; $M_0 = 0,97\,M_\odot$; $R_0 = 0,019\,R_\odot$.

Im Anschluß an die Tabellen 10 und 11 soll das Problem des Vergleichs der entwickelten Theorie der weißen Zwerge mit der Erfahrung erörtert werden.

Als Parameter der Theorie wurden die folgenden Größen eingeführt: Das mittlere Molekulargewicht μ, der Kernparameter y_0 und der Hüllenparameter T' (bzw. $1-\beta$). Als Funktionen dieser Parameter sind die Sternmasse M, der Sternradius R und die Leuchtkraft des Sterns L berechenbar. Es folgt, daß, wenn aus Beobachtungen (vgl. S. 160) für einen weißen Zwerg M, R und L bekannt sind, dann die Parameter μ, y_0 und T' ermittelt werden können. Ein Kriterium für die Richtigkeit der Theorie ist darin zu suchen, daß in dieser Weise mögliche bzw. plausible Werte der Parameter erhalten werden.

Für Sirius B erhält man in dieser Weise aus den S. 160 angeführten Werten von M, R und L:

$$\mu = 1,5\,,$$
$$\frac{1}{y_0^2} = 0,5\,,$$
$$T' = 2 \cdot 10^7\,.$$

Die hier erfolgte Bestimmung des mittleren Molekulargewichts aus den Beobachtungswerten von M, R und L ist der Ermittlung von μ im Fall normaler Sterne mit Hilfe des Masse-Leuchtkraft-Gesetzes analog (vgl. Ziff. 57a). Beide Methoden beruhen auf der Ableitung der Konsequenzen der Zentrumsbedingung $M_r = 0$ für $r = 0$ (vgl. S. 135). Für die weißen Zwerge ist allerdings die Abhängigkeit des μ-Werts von M, R und L eine andere als im normalen Fall, wobei insbesondere die Unempfindlichkeit des μ-Werts gegenüber Änderungen in L hervorzuheben ist. Entsprechend ist im Fall der weißen Zwerge μ auch weitgehend unabhängig von Änderungen im Opazitätskoeffizienten und in der Verteilung der Energiequellen. Die annähernde Unabhängigkeit von den genannten Faktoren besteht nur, solange die nicht-entartete Hülle nur von relativ kleiner Dicke ist.

Die abgeleitete Beziehung zwischen der Temperatur im Kern und der Leuchtkraft ist nicht mit der der Zentrumsbedingung $L_r = 0$ für $r = 0$ entsprechenden Beziehung zu verwechseln. Wenn es möglich sein wird, auch die letztgenannte Beziehung explizite aufzustellen, so wird man aus der Masse und der chemischen Zusammensetzung außer dem Radius auch die Leuchtkraft des weißen Zwergs voraussagen können (s. S. 135, vgl. jedoch auch S. 189).

Wie schon S. 165 erwähnt, können bis zur Oberfläche entartete weiße Zwerge nur mit Massen unterhalb der Grenzmasse

$$M_3 = 5,73\,\mu^{-2}\odot \tag{181}$$

vorkommen. Aus der Diskussion in Ziff. 56m folgt, daß (für das Standard-Modell, und mit kleinen numerischen Änderungen auch für andere Modelle) Entartung überhaupt nur eintreten kann für Massen unterhalb der Grenzmasse

$$\mathfrak{M} = 6,62\,\mu^{-2}\odot\,. \tag{182}$$

Zwischen diesen beiden Grenzmassen liegt folglich ein Gebiet, in dem Sterne mit entarteten Kernen und nicht-entarteter Hülle möglich sind. Nach den Untersuchungen von CHANDRASEKHAR (vgl. S. 166) haben die betreffenden Sterne immer kleine Radien, sind also den weißen Zwergen ähnlich. Dies geht aus der Abb. 8 hervor.

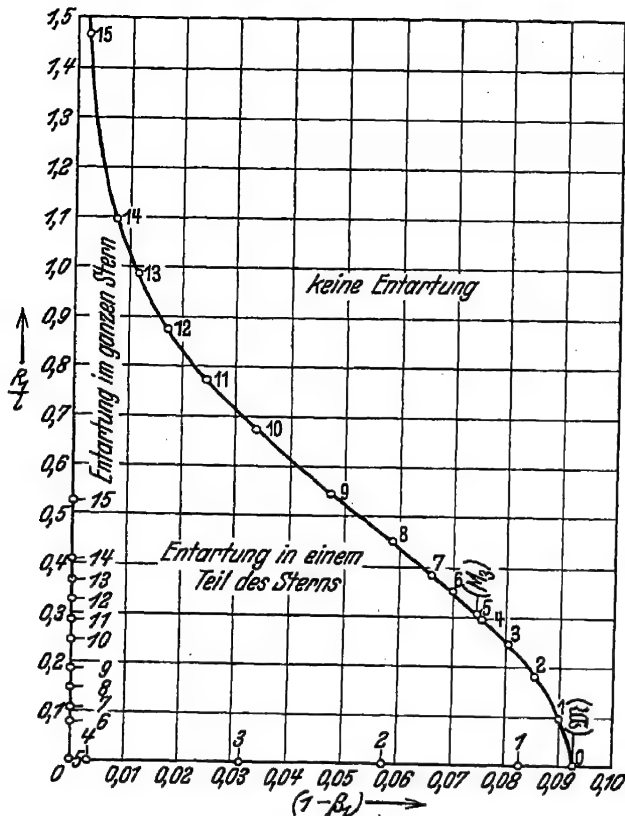



Abb. 8. Zum Vorkommen von Entartung bei dem verallgemeinerten Standard-Modell. Wenn in der Hülle $1-\beta_1 > 0{,}0921$ ist, was für $M > \mathfrak{M}$ der Fall ist, tritt Entartung nicht ein; wenn $1-\beta_1 = 0$ ist, ist der ganze Stern entartet. Für jeden Wert von $1-\beta$ zwischen diesen Grenzen tritt Entartung in einem Teil des Sterns ein, wenn der Radius $R < R_1$ ist; die Kurve zeigt $\frac{R_1}{l}$ als Funktion von $1-\beta_1$ (die Längeneinheit l ist gleich $5{,}324 \cdot 10^9\,\mu^{-1}$ cm). Für $M > M_3$ ist Entartung im ganzen Stern nicht möglich [vgl. (181)]. Die mit 0, 1, 2 ... 15 numerierten Punkte auf der Kurve bzw. auf den beiden Achsen entsprechen Massenwerten zwischen $\mathfrak{M}$ (Punkt 0) über M_3 (die Punkte 5) bis 0,15 M_3 (die Punkte 15). [S. CHANDRASEKHAR, MN 95, S. 239 (1935).]

Es sei noch erwähnt, daß wenn, wie EDDINGTON vermutet (vgl. S. 130), die nicht-relativistische Zustandsgleichung immer gültig bleibt, der Aufbau der weißen Zwerge durch die EMDEN-Gleichung (93) für $n = \frac{3}{2}$ und nicht durch die der Zustandsgleichung (28) entsprechende Differentialgleichung (174) bestimmt ist, wie aus der Diskussion in Ziff. 56g hervorgeht. In diesem Fall kann Entartung für alle Massen eintreten. Der Massenbereich der weißen Zwerge ist dann nicht begrenzt.

56o. Die EDDINGTON-Lösungen für allgemeinere Sternmodelle. In den Ziff. 56g bis 56k wurden die Untersuchungen des Standard-Modells, des verallgemeinerten Standard-Modells und des Punktquellen-Modells mit Rücksicht auf die Möglichkeiten von anderen Lösungen als die EDDINGTONschen Lösungen dargestellt. Es sollen jetzt einige Untersuchungen der EDDINGTON-Lösungen anderer Modelle erwähnt werden. Die EDDINGTON-Lösungen des Standard-Modells und des Punktquellen-Modells sind von EDDINGTON untersucht worden (vgl. I.C.S. und M Ziff. 56).

Die Durchführung der Untersuchungen beruht auf numerischer Integration der Fundamentalgleichungen (46) bis (49). Die wesentlichsten Unterschiede zwischen den verschiedenen Modellen beruhen dann auf der Zahl der Parameter, die bei den numerischen Integrationen variiert werden müssen. Für das Standard-Modell genügt ja die Ausführung einer numerischen Integration.

L. BIERMANN[1] hat ein durch die Annahmen

$$\varepsilon = \text{const} = \frac{L}{M}, \tag{183}$$

$$p_G = \frac{\mathfrak{R}}{\mu}\varrho T \tag{184}$$

und (vgl. Ziff. 56b)

$$\varkappa = \varkappa_0\,\varrho\,T^{-3,5} \tag{185}$$

[1] Z f Ap 3, S. 116 (1931).

definiertes Modell untersucht. Setzt man diese Gleichungen in die Fundamentalgleichungen ein, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} \frac{d p_R}{d r} &= -\frac{\varkappa_0 \varrho^2 T^{-3,5}}{c} \frac{\varepsilon M_r}{4\pi r^2}, \\ \frac{dP}{dr} &= -\frac{G M_r}{r^2}\varrho, \\ P &= p_R + p_G = \frac{a}{3}T^4 + \frac{\Re}{\mu}\varrho T, \\ \frac{d M_r}{d r} &= 4\pi r^2 \varrho. \end{aligned}\right\} \qquad (186)$$

Parameter der Lösung (vgl. S. 135) sind hier: M, ε, R, $\varkappa_0$ und μ. Zwischen den Parametern besteht ein Zusammenhang, der der Zentrumsbedingung $M_r = 0$ für $r = 0$ entspricht. Die Parameter ε und $\varkappa_0$ gehen nur in der Kombination $\varepsilon\varkappa_0$ ein. Hat man eine Lösung von (186) ermittelt, so folgt eine einparametrige Schar von Lösungen durch die LANEsche Transformation

$$\left.\begin{aligned} \bar r &= \lambda r, \\ \bar\varrho &= \lambda^{-3}\varrho, \\ \bar T &= \lambda^{-1} T, \\ \bar P &= \lambda^{-4} P, \\ \bar\varepsilon\bar\varkappa_0 &= \lambda^{-\frac{1}{2}}\varepsilon\varkappa_0, \\ \bar\mu &= \mu, \\ \bar M_r &= M_r, \end{aligned}\right\} \qquad (187)$$

der gegenüber die Gleichungen (186), wie man unmittelbar nachrechnen kann, invariant sind.

Die folgende unabhängige Transformation läßt die Gleichungen (186) ebenfalls invariant:

$$\left.\begin{aligned} \bar r &= r, \\ \bar\varrho &= b^{-2}\varrho, \\ \bar T &= b^{-1} T, \\ \bar P &= b^{-4} P, \\ \bar\varepsilon\bar\varkappa_0 &= b^{-\frac{3}{2}}\varepsilon\varkappa_0, \\ \bar\mu &= b\mu, \\ \bar M_r &= b^{-2} M_r. \end{aligned}\right\} \qquad (188)$$

Es ist folglich eine zweiparametrige Schar von Integrationen auszuführen. Von den ermittelten Lösungen erfüllt eine einparametrige Schar die Zentrumsbedingung $M_r = 0$ für $r = 0$. Das Resultat einer vollständigen Untersuchung kann also etwa als eine Schar von EDDINGTON-Lösungen mit der Masse M als Parameter gegeben werden. Der jeder EDDINGTON-Lösung entsprechende Wert von $\varepsilon\varkappa_0$ ist auch anzugeben. Hieraus können durch die Transformationen (187) und (188) die EDDINGTON-Lösung und der zugehörige $\varepsilon\varkappa_0$-Wert für beliebig vorgegebene Werte der Parameter M, R und μ ermittelt werden. BIERMANN hat durch numerische Integration eine EDDINGTON-Lösung ermittelt und mit der EDDINGTON-Lösung des Standard-Modells verglichen.

Eine Vereinfachung der Berechnungen ergibt sich bei dem von BIERMANN untersuchten Modell dadurch, daß (durch Division der beiden ersten Fundamentalgleichungen) zunächst die Beziehung zwischen ϱ und P, die Weggleichung, abgeleitet werden kann. (Man vergleiche wegen eines analogen Falles S. 179.) Diese Vereinfachung erfolgt immer bei einem Modellansatz der Form $\frac{L_r}{M_r} = \varphi(\varrho, T)$.

Für das Punktquellen-Modell liegen die Verhältnisse in bezug auf die Parameter ähnlich. Statt εM_r tritt in Gleichung (186) das konstante $L_r = L$ auf. Die Parameter $\varkappa_0$ und L gehen nur in der Kombination $\varkappa_0 L$ ein. Die Transformationen (187) und (188), in denen jetzt $\varepsilon \varkappa_0 M_r$ durch $\varkappa_0 L$ zu ersetzen ist, lassen die Fundamentalgleichungen wieder invariant. Es ist also wieder durch numerische Integration eine einparametrige Schar von EDDINGTON-Lösungen zu ermitteln. Es liegen von dieser Schar drei EDDINGTON-Lösungen vor, eine von EDDINGTON[1], eine von B. STRÖMGREN[2] und eine von L. BIERMANN[3] berechnet.

Ein allgemeineres Modell wird durch die folgenden Annahmen definiert:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varrho^{\alpha} T^{\nu}, \tag{189}$$

$$p_G = \frac{\mathfrak{R}}{\mu} \varrho T, \tag{190}$$

$$\varkappa = \varkappa_0 \varrho^n T^{-s}. \tag{191}$$

Eine analytische Untersuchung gewisser Eigenschaften dieses Modells haben MILNE[4] und ROSSELAND[5] ausgeführt. Die Fundamentalgleichungen nehmen für dieses Sternmodell die folgende Form an:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dp_R}{dr} &= -\frac{\varkappa_0 \varrho^{n+1} T^{-s}}{c} \frac{\varepsilon_0 \int_0^r \varrho^{\alpha+1} T^{\nu} r^2 \, dr}{r^2}, \\ \frac{dP}{dr} &= -\frac{GM_r}{r^2} \varrho, \\ P &= p_G + p_R = \frac{a}{3} T^4 + \frac{\mathfrak{R}}{\mu} \varrho T, \\ \frac{dM_r}{dr} &= 4\pi r^2 \varrho. \end{aligned}\right\} \tag{192}$$

Mit Rücksicht auf die Parameter liegen die Verhältnisse wie vorher. Die Parameter ε_0 und $\varkappa_0$ kommen nur in der Kombination $\varepsilon_0 \varkappa_0$ vor. Die folgenden Transformationen lassen die Gleichungen (192) invariant:

$$\left.\begin{aligned} \bar{r} &= l r, \\ \bar{\varrho} &= l^{-3} \varrho, \\ \bar{T} &= l^{-1} T, \\ \bar{P} &= l^{-4} P, \\ \bar{\varepsilon}_0 \bar{\varkappa}_0 &= l^{3\alpha+\nu+3n-s} \varepsilon_0 \varkappa_0, \\ \bar{\mu} &= \mu, \\ \bar{M}_r &= M_r. \end{aligned}\right\} \tag{193}$$

und

$$\left.\begin{aligned} \bar{r} &= r, \\ \bar{\varrho} &= b^{-2} \varrho, \\ \bar{T} &= b^{-1} T, \\ \bar{P} &= b^{-4} P, \\ \bar{\varepsilon}_0 \bar{\varkappa}_0 &= b^{2\alpha+\nu+2n-s} \varepsilon_0 \varkappa_0, \\ \bar{\mu} &= b \mu, \\ \bar{M}_r &= b^{-2} M_r, \end{aligned}\right\} \tag{194}$$

M Ziff. 56.

75 (1932).

[2] L. c. S. 152, Anm. 5.

[5] Z f Ap 4, S. 255 (1932).

[3] L. c. S. 168, Anm. 1.

Für jedes Wertepaar der Exponenten α, ν, n und s, das in Betracht kommt, ist durch numerische Integration eine einparametrige Schar von EDDINGTON-Lösungen zu ermitteln.

ROSSELAND hat eine EDDINGTON-Lösung für den Fall $\varkappa = \text{const}$ und $\varepsilon = \varepsilon_0 T^3$, d. h. für $n = 0$, $s = 0$, $\alpha = 0$ und $\nu = 3$ berechnet (vgl. auch S. 175 und S. 192).

COWLING[1] hat für einige Fälle gewisse Züge der EDDINGTON-Lösungen der Modelle $\varkappa = \text{const}$ und $\varepsilon = \varepsilon_0 T^\nu$ sowie $\varkappa = \varkappa_0 \varrho T^{-3,5}$ und $\varepsilon = \varepsilon_0 T^\nu$ für verschiedene Werte von ν numerisch untersucht. Hierauf soll in Ziff. 56p noch näher eingegangen werden.

G. STEENSHOLT[2] hat ein Sternmodell behandelt, das folgendermaßen definiert ist:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varrho T^{-\frac{2}{3}} e^{-\frac{\text{const}}{T^{\frac{1}{3}}}}, \tag{195}$$

$$p_G = \frac{\mathfrak{R}}{\mu} \varrho T, \tag{196}$$

$$\varkappa = \text{const.} \tag{197}$$

Der angesetzte Ausdruck ε für die subatomare Energieerzeugung pro Gramm und Sekunde entspricht der Annahme, daß die Energieerzeugung durch Protoneneinfang erfolgt (vgl. Ziff. 56e).

STEENSHOLT hat durch numerische Integration drei EDDINGTON-Lösungen ermittelt. Die Eigenschaften der Lösungen sollen in anderem Zusammenhang diskutiert werden (vgl. S. 175 und 192).

Abschließend sei noch der Fall erwähnt, daß in den Fundamentalgleichungen der Strahlungsdruck vernachlässigt (oder, und zwar durch Modifikation des Molekulargewichts, nur teilweise berücksichtigt) werden darf. Diese Vernachlässigung ist oft zulässig (vgl. Ziff. 57a). In diesem Fall läßt neben Transformationen der Art (193) und (194) noch eine unabhängige analoge Transformation die Fundamentalgleichungen invariant. Es folgt, daß die Zahl der bei den Integrationen zu variierenden Parameter um eins vermindert wird. Für die hier erwähnten Modelle außer dem von STEENSHOLT untersuchten gilt, daß die Berechnung einer EDDINGTON-Lösung genügt. Aus den Transformationsgleichungen folgt insbesondere, daß für diese Modelle bei vernachlässigbarem Strahlungsdruck die Masse-Leuchtkraft-Relation die Form

$$L = \text{const} \cdot M^{5,5} R^{-s+3} \mu^{7,5} \tag{198}$$

hat.

56p. Konvektion im Sterninnern. Wenn an einem Ort im Sterninnern der Temperaturgradient für Strahlungsgleichgewicht, nach der Fundamentalgleichung (46) berechnet, größer ist als der adiabatischem Gleichgewicht entsprechende Temperaturgradient, so wird eine durch Strahlungsgleichgewicht bestimmte Schichtung instabil (vgl. I.C.S., § 70 und ROSSELAND, Astrophysik, Ziff. 20). Ein aufsteigendes Massenelement wird wärmer als seine Umgebung sein und wird einen weiteren Auftrieb erfahren. Ein absteigendes Massenelement wird weiter nach innen getrieben. Es werden also Konvektionsströme auftreten.

Es ist zwecks Untersuchung der Frage, ob Konvektion vorhanden ist, bequem, statt des Temperaturgradienten die Gradienten des Drucks und der Temperatur zu untersuchen.

---

[1] L. c. S. 175, Anm. 1.
[2] Z f Ap 5, S. 140 (1932).

Der adiabatische Temperaturgradient folgt aus der bei adiabatischem Gleichgewicht bestehenden Gleichung zwischen Druckgradient und Dichtegradient (vgl. I.C.S. sowie M, III, 2, Ziff. 8)

$$\frac{1}{P}\frac{dP}{dr} = \gamma_A \frac{1}{\varrho}\frac{d\varrho}{dr}, \tag{199}$$

wo (vgl. M. III, 2, S. 817)

$$\gamma_A = \beta + \frac{(4-3\beta)^2(\Gamma-1)}{\beta + 12(\Gamma-1)(1-\beta)}, \tag{200}$$

in Verbindung mit der Zustandsgleichung. Dem durch Gleichung (46) gegebenen Temperaturgradienten für Strahlungsgleichgewicht entspricht kraft der Zustandsgleichung eine mit (199) analoge Beziehung zwischen Druckgradient und Dichtegradient. Diese sei:

$$\frac{1}{P}\frac{dP}{dr} = \gamma_R \frac{1}{\varrho}\frac{d\varrho}{dr}. \tag{201}$$

Die Bedingung für das Nicht-Auftreten von Konvektion kann dann (unter Berücksichtigung der Tatsache, daß nach der Zustandsgleichung $\frac{\partial P}{\partial T} > 0$ ist) durch die Ungleichung

$$\gamma_R < \gamma_A \tag{202}$$

ausgedrückt werden.

H. SIEDENTOPF[1] hat gemäß den Fundamentalgleichungen (46) bis (49) einen Ausdruck für die durch (201) definierte Größe γ_R bestimmt. Nach der Definition ist

$$\gamma_R = \frac{\varrho}{P}\frac{\frac{dP}{dr}}{\frac{d\varrho}{dr}}. \tag{203}$$

Es sei bemerkt, daß nach dieser Definition γ_R mit dem in Ziff. 56i erwähnten oskulierenden Polytropenindex n [vgl. Gleichung (115)] durch die folgende Beziehung zusammenhängt:

$$1 + \frac{1}{n} = \gamma_R. \tag{204}$$

Es gilt nun, wenn die Zustandsgleichung in der Form

$$P = P(\varrho, p_R) \tag{205}$$

geschrieben wird, unter Benutzung der Fundamentalgleichungen (46) und (47) in der Form

$$\frac{dp_R}{dr} = -\frac{\varkappa\varrho}{c}\frac{L_r}{4\pi r^2}, \tag{206}$$

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}\varrho \tag{207}$$

die folgende Identität, in der die partielle Differentiation sich auf die Zustandsgleichung (205) bezieht:

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dr} &= \frac{\partial P}{\partial\varrho}\frac{d\varrho}{dr} + \frac{\partial P}{\partial p_r}\frac{dp_r}{dr}\\ &= \frac{dP}{dr}\left\{\frac{\partial P}{\partial\varrho}\frac{\frac{d\varrho}{dr}}{\frac{dP}{dr}} + \frac{\partial P}{\partial p_r}\frac{\varkappa\frac{L_r}{M_r}}{4\pi G c}\right\}.\end{aligned} \tag{208}$$

[1] A N 244, S. 273 (1932).

Aus dieser Identität folgt zur Bestimmung von γ_R gemäß (203):

$$1 = \frac{1}{\gamma_R} \frac{\varrho}{P} \frac{\partial P}{\partial \varrho} + \frac{\partial P}{\partial p_r} \frac{\varkappa \frac{L_r}{M_r}}{4\pi G c}. \tag{209}$$

Für γ_R findet man daraus:

$$\gamma_R = \frac{\frac{\varrho}{P} \frac{\partial P}{\partial \varrho}}{1 - \frac{\partial P}{\partial p_r} \frac{\varkappa \frac{L_r}{M_r}}{4\pi G c}}. \tag{210}$$

Zur expliziten Ermittlung von γ_R muß man die Zustandsgleichung kennen und ferner den Wert von $\varkappa \frac{L_r}{M_r}$ an der in Frage kommenden Stelle.

Es sei nun am betrachteten Ort im Stern die Materie nicht-entartet. Es gilt dann die Zustandsgleichung

$$P = \frac{\Re}{\mu} \varrho T + \frac{a}{3} T^4, \tag{211}$$

in der $\mu = \text{const}$ vorausgesetzt werden soll. Es folgt [vgl. (205)], daß

$$P = \Re \left(\frac{3}{a}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\mu} \varrho p_R^{\frac{1}{4}} + p_R. \tag{212}$$

Es folgt ferner für γ_R gemäß (210) der Ausdruck

$$\gamma_R = \frac{\beta}{1 - \left(\frac{1}{4} \frac{\beta}{1-\beta} + 1\right) \frac{\varkappa \frac{L_r}{M_r}}{4\pi G c}}, \tag{213}$$

wo wie vorher $p_R = (1-\beta) P$ und $p_G = \beta P$ gesetzt worden ist.

Im Fall, daß die Änderung der Ionisation von Schicht zu Schicht vernachlässigt werden kann, ist die für γ_A gemäß (200) maßgebende Größe Γ gleich $\frac{5}{3}$ (vgl. I.C.S.). Dann ist

$$\gamma_A = \beta + \frac{2}{3} \frac{(4-3\beta)^2}{8-7\beta}. \tag{214}$$

Nach (213) hängt γ_R von β und von der Größe

$$\alpha = \frac{\varkappa \frac{L_r}{M_r}}{4\pi G c} \tag{215}$$

ab. Die Größe γ_A hängt nach (214) nur von β ab. Für $\beta = 1$ ist $\gamma_A = \frac{5}{3}$, für $\beta = 0$ ist $\gamma_A = \frac{4}{3}$.

Nach Gleichung (146) ist nun

$$1 - \beta = \bar{\alpha}, \tag{216}$$

wo $\bar{\alpha}$ ein mit gleichen Intervallen des Gesamtdrucks berechneter Mittelwert von α von der Oberfläche bis zum betrachteten Punkt darstellt. Es ist bequem, die Größe

$$A = \frac{\alpha}{\bar{\alpha}} \tag{217}$$

einzuführen. Dann wird

$$\alpha = (1-\beta) A. \tag{218}$$

Aus der Definition von A folgt, daß für ein Sternmodell, wo die Größe $\alpha = \frac{\varkappa \frac{L_r}{M_r}}{4\pi G c}$ von der Oberfläche gegen das Zentrum zunimmt, $A > 1$ ist, während für gegen das Zentrum abnehmendes α die Ungleichung $A < 1$ besteht. Für das Standard-Modell, wo α konstant ist (vgl. S. 137), gilt $A = 1$.

Für γ_R gemäß (213) folgt unter Berücksichtigung der Gleichungen (215) und (218):

$$\gamma_R = \frac{\beta}{1 - (1 - \frac{3}{4}\beta) A}. \tag{219}$$

Abb. 9 zeigt γ_R nach (219) als Funktion von $1 - \beta$ und A. In einer A, $(1 - \beta)$-Ebene sind Kurven konstanten γ_R-Werts eingezeichnet. Zugleich ist die der Gleichung

$$\gamma_R(A, 1 - \beta) = \gamma_A(1 - \beta) \tag{220}$$

entsprechende Grenzkurve eingezeichnet. Das Gebiet rechts von dieser Grenzkurve kann nach der Bedingung (202) für das Nicht-Auftreten von Konvektion

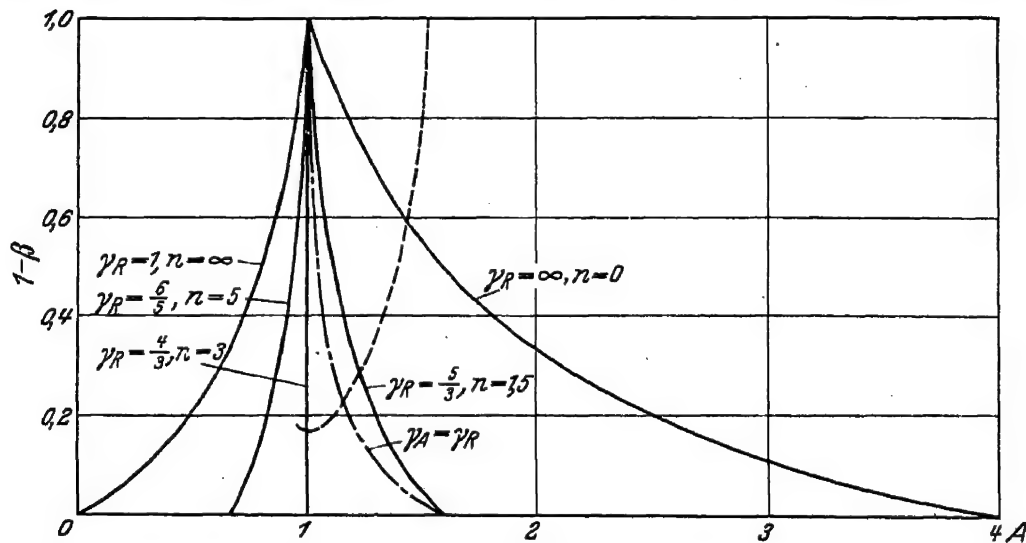



Abb. 9. Die voll ausgezogenen Kurven sind Kurven konstanten γ_R-Werts. Die mit $\gamma_A = \gamma_R$ bezeichnete Kurve zeigt die Grenze des Konvektionsbereichs. Die gestrichelte Kurve zeigt γ_R für das von EDDINGTON untersuchte Punktquellen-Modell. [Vgl. H. SIEDENTOPF, A N 244, S. 278 (1932).]

als Konvektionsgebiet angesprochen werden. Wenn A und $1 - \beta$ solche Werte haben, daß der entsprechende Punkt in Abb. 9 im Konvektionsgebiet liegt, so tritt Konvektion auf.

Aus Abb. 9 geht hervor, daß ein großer relativer Strahlungsdruck $1 - \beta$ und ein großer A-Wert die Konvektion begünstigen. Für $A > 1{,}6$ ist immer Konvektion vorhanden.

Links von der Kurve für $\gamma_R = \frac{6}{5}$ (entsprechend $n = 5$, vgl. Gleichung (204)] sind nur Sternmodelle mit unendlicher Masse möglich. Aus der Abbildung geht hervor, daß für Sternmodelle mit endlicher Masse und ohne Konvektion nur ein begrenzter Variationsbereich von A zur Verfügung steht. Dieser wird bei wachsendem $1 - \beta$ (wachsender Sternmasse, vgl. S. 158) immer kleiner. Dem eingeschränkten Variationsbereich von A entspricht eine Einschränkung in dem möglichen Verlauf der Funktion $\alpha = \frac{\varkappa \frac{L_r}{M_r}}{4\pi G c}$ durch den Stern. Für $1 - \beta \to 1$ folgt für das Sternmodell $\alpha \to$ const. Dieses von SIEDENTOPF in der erörterten Weise abgeleitete Resultat hat VOGT[1] vorher auf anderem Wege abgeleitet.

[1] Veröff Univ-Sternw Jena Nr. 2 (1929).

Aus den angeführten Resultaten geht hervor, daß in einem Sternmodell, in dem die Energiequellen sehr stark gegen das Zentrum konzentriert sind, im allgemeinen Konvektion auftreten wird. Für ein solches Sternmodell wächst ja $\frac{L_r}{M_r}$ stark gegen das Zentrum. Der Zuwachs von $\frac{L_r}{M_r}$ wird im allgemeinen durch eine Abnahme im Opazitätskoeffizienten $\varkappa$ teilweise kompensiert. Bei sehr starker Konzentration der Energiequellen wird, namentlich bei nicht verschwindendem Strahlungsdruck, die Zunahme von $\alpha = \frac{\varkappa \frac{L_r}{M_r}}{4\pi G c}$ gegen das Zentrum so groß, daß von einem gewissen Punkt an Konvektion einsetzt.

In dem Fall, daß der Strahlungsdruck neben dem Gasdruck vernachlässigt werden kann, ist die Bedingung für das Nicht-Auftreten von Konvektion gemäß (200) und (219), daß $A < \frac{8}{5}$ sein soll (vgl. auch Abb. 9). In diesem Fall folgt übrigens direkt aus der Zustandsgleichung in Verbindung mit (199) und (200) der folgende Ausdruck für den adiabatischen Temperaturgradienten:

$$\frac{(dT)_A}{T} = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma} \frac{dP}{P}. \tag{221}$$

Hier ist bei Vernachlässigung des Einflusses von Änderungen im Ionisationszustand bei adiabatischer Ausdehnung (vgl. oben) $\Gamma = \frac{5}{3}$, d. h. $\frac{\Gamma - 1}{\Gamma} = \frac{2}{5}$. Es kann also bei verschwindend kleinem relativen Strahlungsdruck die Bedingung für das Nicht-Auftreten von Konvektion in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\frac{\frac{(dT)_R}{T}}{\frac{dP}{P}} < \frac{2}{5}. \tag{222}$$

Aus den angeführten Sätzen geht hervor, daß für das Standard-Modell nie Konvektion auftritt, indem hier $A = 1$ [vgl. die Gleichungen (76) und (218)]. Ferner folgt, daß für das Modell mit $\varepsilon = \text{const}$ und $\varkappa = \varkappa_0 \varrho T^{-3,5}$ (vgl. S. 168) auch keine Konvektion auftritt, denn hier ist $\frac{L_r}{M_r}$ konstant und $\varkappa$ gegen das Zentrum abnehmend, so daß $A < 1$ ist. Dagegen tritt für die EDDINGTON-Lösung des Punktquellen-Modells (vgl. S. 170) immer Konvektion auf. Hier ist $\frac{L_r}{M_r}$ gegen das Zentrum stark zunehmend, also $A > 1$. Im Zentrum ist ferner $1 - \beta = 1$ [vgl. hierzu Abb. 9, wo die dem von EDDINGTON untersuchten Punktquellen-Modell entsprechende A, $(1 - \beta)$-Werte dargestellt sind].

Für das von ROSSELAND untersuchte Sternmodell (vgl. S. 171) mit $\varkappa = \text{const}$ und $\varepsilon = \varepsilon_0 T^3$ tritt, wie ROSSELAND hervorgehoben hat, Konvektion auf. Der diesem Modell entsprechende Zuwachs in $\frac{L_r}{M_r}$ gegen das Zentrum genügt also, da $\varkappa = \text{const}$, um A genügend groß zu machen.

In dem von STEENSHOLT untersuchten Modell (vgl. S. 171) mit $\varkappa = \text{const}$ und $\varepsilon \propto \varrho T^{-\frac{2}{3}} e^{-\text{const}\, T^{-\frac{1}{3}}}$ ist ebenfalls Konvektion vorhanden, wie gemäß der starken Konzentration der Energiequellen gegen das Zentrum zu erwarten ist.

COWLING[1] hat untersucht, unter welchen Bedingungen in verschiedenen Sternmodellen mit neben dem Gasdruck vernachlässigbarem Strahlungsdruck (vgl. S. 171) keine Konvektion auftritt. Es handelte sich um Modelle, wo $\varepsilon \propto T^\nu$ und $\varkappa = \text{const}$ bzw. $\varkappa = \varkappa_0 \varrho T^{-3,5}$ war. Unter der gemachten Voraussetzung

[1] M N 94, S. 768 (1934).

über den Strahlungsdruck hat die Bedingung für das Nicht-Auftreten von Konvektion die Form (222). Wenn nun im Zentrum

$$\frac{\frac{(dT)_R}{T}}{\frac{dP}{P}} = \frac{2}{5} \tag{223}$$

gilt, so ist, da für die betrachteten Modelle die linke Seite von (222) im Zentrum ihren Höchstwert erreicht, Konvektion nirgends vorhanden. Es wurden nun ausgehend vom Zentrum durch numerische Integration Lösungen der Fundamentalgleichungen der zu untersuchenden Modelle ermittelt, die im Zentrum die Bedingung (223) erfüllten (vgl. Ziff. 56o). Für die entsprechenden Parameterwerte solcher Lösungen wird nun im allgemeinen die Zentrumsbedingung (vgl. S. 135) nicht erfüllt sein, was sich bei Konstruktion der Lösung vom Zentrum darin zeigt, daß Temperatur und Druck nicht gleichzeitig Null werden (vgl. hierzu die Untersuchung des Punktquellen-Modells in I.C.S., sowie M Ziff. 56). Wenn nun für eine errechnete Lösung etwa die Temperatur zuerst Null wird, so ist für diejenige Lösung, bei der Temperatur und Dichte gleichzeitig gegen Null gehen — d. h. für die EDDINGTON-Lösung —, die linke Seite von (222) größer als $\frac{2}{5}$. Es tritt also für die EDDINGTON-Lösung des betrachteten Modells Konvektion auf. Wird dagegen zuerst die Dichte Null, so ist keine Konvektion vorhanden.

Durch das dargestellte Verfahren kann der Charakter der EDDINGTON-Lösung mit Rücksicht auf Konvektion untersucht werden, ohne daß die EDDINGTON-Lösung tatsächlich ermittelt zu werden braucht, welch letzteres im allgemeinen die Durchführung mehrerer numerischer Integrationen erfordern würde (vgl. I.C.S.).

Da für die untersuchten Modelle drei unabhängige Variablentransformationen die Fundamentalgleichungen invariant lassen (vgl. S. 171), so genügt eine numerische Integration für jedes Modell. Die von COWLING abgeleiteten Resultate sind im folgenden zusammengestellt:

1. Für $\varkappa = \text{const}$ und $\varepsilon \propto T^\nu$ tritt Konvektion auf, wenn ν einen gewissen kritischen Grenzwert ν_{krit} zwischen 3 und 4 überschreitet. Für $\nu < \nu_{\text{krit}}$ ist keine Konvektion vorhanden.

2. Für $\varkappa = \varkappa_0 \varrho T^{-3,5}$ und $\varepsilon \propto T^\nu$ tritt Konvektion auf, wenn ν einen gewissen kritischen Grenzwert ν_{krit} zwischen 7 und 8 überschreitet. Für $\nu < \nu_{\text{krit}}$ ist keine Konvektion vorhanden.

Ein Vergleich des Resultats 1. mit dem oben angeführten Resultat von ROSSELAND für ein Sternmodell mit $\varkappa = \text{const}$ und $\varepsilon \propto T^3$ zeigt, daß in einem Sternmodell, das bei Vernachlässigung des Strahlungsdrucks noch gerade als konvektionsfrei gefunden wird, Konvektion vorhanden sein kann. Dies steht mit dem vorher über den Einfluß des Strahlungsdrucks Angeführten (vgl. S. 174) im Einklang. In dem von ROSSELAND untersuchten Fall war im Zentrum der Strahlungsdruck 2,5 mal größer als der Gasdruck, d. h. es war hier $1 - \beta = 0{,}71$. Es handelte sich um einen sehr massigen Stern mit hohem relativen Strahlungsdruck.

Aus den angeführten Resultaten geht hervor, daß zur Herbeiführung von Konvektion in einem Sternmodell im allgemeinen eine stark temperaturempfindliche Energieerzeugungsfunktion ε erforderlich ist. Für die normalen Zwerge der Hauptserie ist der relative Strahlungsdruck klein (vgl. S. 187), so daß die Resultate von COWLING unmittelbar angewandt werden dürfen. Die Opazität ist hier infolge des Anwachsens des Guillotine-Faktors gegen das Zentrum (vgl.

S. 124 und S. 184) noch stärker gegen das Zentrum abnehmend als nach dem in 2. zugrunde gelegten KRAMERS-EDDINGTONschen Opazitätsgesetz. Der kritische ν-Wert wird dadurch noch erhöht. Andererseits ist z. B. in den B-Sternen der Strahlungsdruck nicht ganz vernachlässigbar, ferner nimmt hier infolge der Streuung durch freie Elektronen die Opazitätsfunktion eine Mittelstellung zwischen den Fällen 1. und 2. ein (vgl. S. 125 und S. 185). Für diese Sterne tritt also Konvektion eher auf.

Wenn die Energieerzeugung durch Protoneneinfang geschieht, so ist eine sehr starke Temperaturempfindlichkeit von ε zu erwarten (vgl. Ziff. 56e, insbesondere Tabelle 6, und Ziff. 58a). In der Tat dürfte unter diesen Umständen im allgemeinen eine Konvektionszone in der Nähe des Zentrums zu erwarten sein.

Es ist deshalb erforderlich, die physikalischen Bedingungen in einer Konvektionszone näher zu untersuchen. Eine solche Untersuchung hat BIERMANN[1] im Anschluß an die aerodynamischen Untersuchungen[2] von PRANDTL, RICHARDSON, SCHMIDT u. a. ausgeführt. In einer Konvektionszone im Sterninnern wird die Strömung turbulent. Der Energietransport durch die turbulente Strömung überwiegt den Energietransport durch Strahlung (sowie den im allgemeinen noch bedeutend kleineren Energietransport durch Wärmeleitung) gänzlich. Dies bedeutet, daß der Temperaturgradient in der Konvektionszone dem adiabatischen Temperaturgradienten praktisch gleicht. Es herrscht konvektives Gleichgewicht, wo im Stern sonst (d. h. außerhalb der Konvektionszone) Strahlungsgleichgewicht herrscht. Der Aufbau wird infolgedessen in der Konvektionszone durch die folgenden Fundamentalgleichungen bestimmt. Es gilt:

$$\frac{1}{P}\frac{dP}{dr} = \gamma_A \frac{1}{\varrho}\frac{d\varrho}{dr} \tag{224}$$

mit

$$\gamma_A = \beta + \frac{(4-3\beta)^2(\Gamma-1)}{\beta + 12(\Gamma-1)(1-\beta)}, \tag{225}$$

ferner

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2}\varrho \tag{226}$$

und

$$P = P(\varrho, T) \tag{227}$$

sowie

$$dM_r = 4\pi r^2 \varrho\, dr. \tag{228}$$

Die ersten beiden Gleichungen drücken aus, daß bei konvektivem Gleichgewicht die adiabatischen Beziehungen (199) und (200) zwischen Druck- und Dichtegradient bestehen. Sie ersetzen die bei Strahlungsgleichgewicht gültige Fundamentalgleichung (46). Die übrigen Gleichungen stimmen mit den bei Strahlungsgleichgewicht gültigen Gleichungen überein. Es sind dies: die Gleichung, die ausdrückt, daß mechanisches Gleichgewicht vorhanden ist, die Zustandsgleichung und die Gleichung für die Masse einer Kugelschale.

Der Aufbau eines Sterns, in dem konvektives Gleichgewicht herrscht, wurde bereits von EMDEN untersucht (Gaskugeln). Durch die Berücksichtigung des Strahlungsdrucks wird das Problem etwas komplizierter. Dies Problem hat BIERMANN behandelt[3].

Es sei die Materie in der Konvektionszone nicht-entartet, so daß die Zustandsgleichung

$$P = \frac{\Re}{\mu}\varrho T + \frac{1}{3}aT^4 \tag{229}$$

ist. Es sei ferner das mittlere Molekulargewicht μ konstant.

[1] Z f Ap 5, S. 117 (1932).
[2] Vgl. hierzu die bei BIERMANN angeführte Literatur.
[3] L. c. Anm. 1.

Am äußeren Rand der Konvektionszone — d. h. dort, wo Konvektion gemäß der Bedingung (202) gerade einsetzt — sei der Abstand vom Zentrum r', der Gesamtdruck P' und die Dichte ϱ'. Die entsprechende Temperatur folgt gemäß der Zustandsgleichung (229). Sodann kann β' berechnet werden:

$$1 - \beta' = \frac{\frac{a}{3} T'^4}{P'}. \tag{230}$$

Nach (225) kann dann γ'_A berechnet werden. Diese Randwerte legen den Zusammenhang zwischen Druck, Dichte und Temperatur in der ganzen Konvektionszone fest. Gemäß (225), (229) und (230) kann γ_A als Funktion von P und ϱ dargestellt werden. Die Fundamentalgleichung (224) kann dann in der Form

$$\frac{d\varrho}{dP} = \frac{\varrho}{\gamma_A(\varrho, P) P} \tag{231}$$

geschrieben werden. Eine partikuläre Lösung dieser Differentialgleichung ersten Grades in den beiden Variablen P und ϱ ist durch die Vorgabe der Randwerte P' und ϱ' festgelegt. Es ist also in der Konvektionszone ϱ als Funktion von P angebbar. Aus der Zustandsgleichung (229) folgt dann T als Funktion von P.

Es möge der Wert von Γ festgelegt sein ($\Gamma = \frac{5}{3}$, vgl. S. 173). Die Parameter des gerade betrachteten Problems sind dann die Randwerte P' und ϱ', und ferner das mittlere Molekulargewicht μ in der Zustandsgleichung (229). Die folgenden beiden Transformationen, die gemäß (229), (230) und (225) die Größen β und γ_A invariant lassen, lassen auch die Lösungen des Problems invariant, wie aus der Form von (231) hervorgeht:

$$\left.\begin{aligned} \bar{\mu} &= \mu, \\ \bar{P} &= \xi^4 P, \\ \bar{\varrho} &= \xi^3 \varrho, \\ \bar{T} &= \xi T, \end{aligned}\right\} \quad (232) \qquad \left.\begin{aligned} \bar{\mu} &= \eta\mu, \\ \bar{P} &= P, \\ \bar{\varrho} &= \eta\varrho, \\ \bar{T} &= T. \end{aligned}\right\} \quad (233)$$

Es genügt also, die Lösungen in Abhängigkeit eines der Parameter, etwa P', zu ermitteln. Als Parameter kann auch $1 - \beta'$ benutzt werden. Abb. 10 zeigt die Lösungen in der Form von Kurven konstanten $(1 - \beta')$-Werts in einer $\log P$, $\log \frac{\varrho^{\frac{4}{3}}}{P}$-Ebene. Die numerischen Werte beziehen sich auf $\mu = 1$ und $\log P' = 15$. Bei vorgegebenen Werten von μ, P' und ϱ' verfährt man zur Festlegung der Lösung wie folgt. Zunächst wird nach (233) auf $\mu = 1$ transformiert, d. h. die vorgegebene Dichte ϱ' wird mit $\frac{1}{\mu}$ multipliziert. Sodann wird nach (232) auf $\log P' = 15$ transformiert. Es wird nach (229) T' und nach (230) $1 - \beta'$ ermittelt. Die entsprechende $(1 - \beta')$-Kurve in Abb. 10 stellt nun den Zusammenhang zwischen nach (232) transformierten $\log P$-Werten und $\log \frac{\varrho^{\frac{4}{3}}}{P}$-Werten dar. Da aber $\frac{\varrho^{\frac{4}{3}}}{P}$ gegenüber der Transformation (232) invariant ist, so kann nach der Kurve der zu jedem $\frac{\varrho^{\frac{4}{3}}}{P}$ gehörende transformierte P-Wert festgelegt werden. Durch Rücktransformation gemäß (232) werden die entsprechenden P-Werte ermittelt. Schließlich wird noch auf das ursprüngliche Molekulargewicht μ durch Multiplikation der Dichten mit μ zurücktransformiert.

Bei gegen den Gasdruck verschwindend kleinem Strahlungsdruck liegen die Verhältnisse einfacher. Es ist dann nach (225)

$$\gamma_A = \Gamma, \tag{234}$$

also konstant, und im allgemeinen gleich $\frac{5}{3}$. Aus (231) folgt dann durch Integration:

$$\log P = \Gamma \log \varrho + \text{const}. \tag{235}$$

Diejenige Lösung, die den vorgegebenen Randwerten P' und ϱ' entspricht, ist:

$$\log P = \Gamma \log \varrho + [\log P' - \Gamma \log \varrho']. \tag{236}$$

Dies ist gleichbedeutend mit

$$\varrho = \left(\frac{\varrho'}{P'^{\frac{1}{\Gamma}}}\right) \cdot P^{\frac{1}{\Gamma}}, \tag{237}$$

der bekannten Weggleichung bei konvektivem Gleichgewicht.

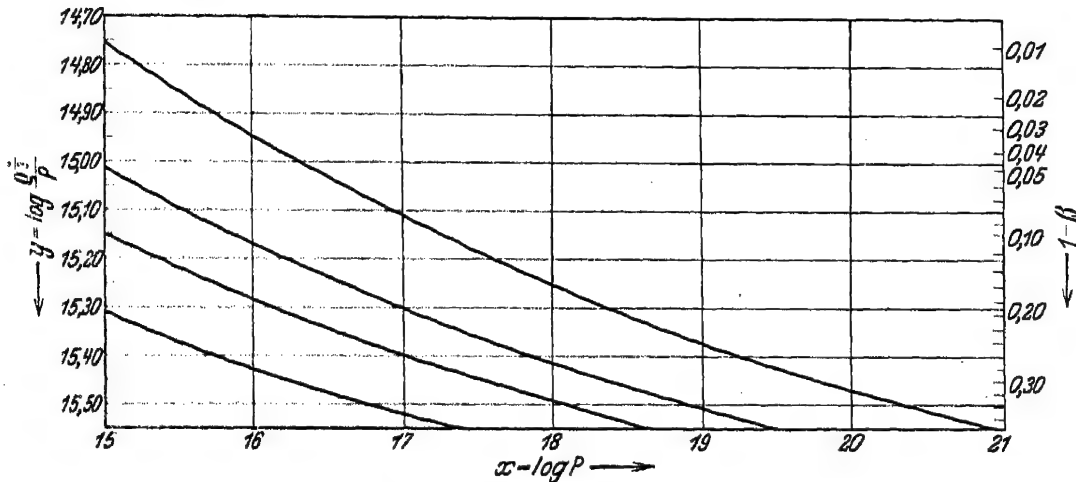



Abb. 10. Zusammenhang zwischen Druck und Dichte in einer Konvektionszone. Für $\mu = 1$ und $\log P' = 15$ wird der Zusammenhang durch diejenige Kurve gegeben, die durch den $(1 - \beta')$ entsprechenden Punkt der y-Achse geht.

Aus (237) und der Zustandsgleichung (229), in der gemäß Annahme der Strahlungsdruck $\frac{1}{3} a T^4$ zu vernachlässigen ist, folgt

$$T = \left(\frac{T'}{P'^{\frac{\Gamma}{\Gamma - 1}}}\right) \cdot P^{\frac{\Gamma - 1}{\Gamma}}. \tag{238}$$

Aus (230) und (238) folgt für die — als sehr klein vorausgesetzte — Größe $1 - \beta$:

$$1 - \beta = \left(\frac{1 - \beta'}{P'^{\frac{3\Gamma - 4}{\Gamma}}}\right) \cdot P^{\frac{3\Gamma - 4}{\Gamma}}. \tag{239}$$

Für $\Gamma = \frac{5}{3}$ ist der Exponent in (239) gleich $\frac{3}{5}$, so daß der Strahlungsdruck in der Konvektionszone nach innen zunimmt. Für $\Gamma = \frac{4}{3}$ ist der Exponent gleich Null, so daß $1 - \beta$ konstant bleibt.

Um nun im allgemeinen Fall den ganzen Aufbau der Konvektionszone zu bestimmen, muß man den ermittelten Zusammenhang zwischen den Zustands-

größen P, ϱ und T in die Fundamentalgleichungen (226) und (228) einsetzen. Es ist bequem, zur Lösung dieser Aufgabe zunächst das Potential Φ, durch

$$\frac{d\Phi}{dr} = -\frac{GM_r}{r^2} \tag{240}$$

definiert, zu ermitteln (vgl. I.C.S. sowie M Ziff. 37). Aus (226) und (240) folgt

$$\frac{d\Phi}{dP} = \frac{1}{\varrho}, \tag{241}$$

d. h.

$$\Phi = \int_{P_0}^{P} \frac{1}{\varrho}\, dP. \tag{242}$$

Es ist also das Potential, bis auf eine willkürlich festsetzbare Konstante, durch den ermittelten Zusammenhang zwischen P und ϱ bekannt. Es darf also ϱ als eine bekannte Funktion von Φ angesprochen werden.

Andererseits folgt aus (228) und (240) die POISSONsche Gleichung für das Potential:

$$\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\Phi}{dr} = -4\pi\varrho. \tag{243}$$

Indem in diese Gleichung $\varrho = \varrho(\Phi)$ eingesetzt wird, wird ein Zusammenhang zwischen r und Φ definiert. Durch diesen Zusammenhang ist der Aufbau der Konvektionszone festgelegt. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß an dem äußeren Rand der Konvektionszone $r = r'$, $\varrho = \varrho'$ und $\Phi = \Phi'$ (etwa Null) gilt. Ferner ist dort

$$\left(\frac{d\Phi}{dr}\right)_{r=r'} = -\frac{GM_{r'}}{r'^2} \tag{244}$$

bekannt, so daß in der Tat eine partikuläre Lösung von (243) festgelegt ist.

Im einfachsten Fall, in dem der Strahlungsdruck verschwindend klein ist, erhält man aus (237) und (242) bei passender Wahl der Integrationskonstante

$$\Phi = \frac{\Gamma}{\Gamma-1}\left(\frac{P'^{\frac{1}{\Gamma}}}{\varrho'}\right) P^{\frac{\Gamma-1}{\Gamma}}. \tag{245}$$

Aus (237) und (245) folgt

$$\varrho = \text{const}\, \Phi^{\frac{1}{\Gamma-1}}. \tag{246}$$

In (243) eingesetzt, ergibt dies als Differentialgleichung des Problems

$$\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\Phi}{dr} = -\text{const}\, \Phi^{\frac{1}{\Gamma-1}}, \tag{247}$$

d. h. eine EMDEN-Gleichung des Polytropenindex $n = \frac{1}{\Gamma-1}$. Für $\Gamma = \frac{5}{3}$ ist $n = \frac{3}{2}$, für $\Gamma = \frac{4}{3}$ ist $n = 3$.

Nachdem, im allgemeinen durch numerische Integration, der Aufbau der Konvektionszone ermittelt worden ist, muß noch nachträglich festgestellt werden, ob tatsächlich gemäß der Bedingung

$$\gamma_R > \gamma_A \tag{248}$$

Konvektion überall vorhanden ist. In (248) ist γ_A gemäß (200) und γ_R gemäß (213) aus den ermittelten Werten der Zustandsgrößen ϱ und T unter Benutzung der zugrundegelegten Opazitätsgleichung und der Fundamentalgleichung (49) zu berechnen.

Ist die Bedingung (248) bis zum Sternzentrum erfüllt, so hat der Stern also einen konvektiven Kern. Die Lösung der Differentialgleichung (243) muß dann die Zentrumsbedingung $M_r = 0$ für $r = 0$ erfüllen. Insbesondere ist im Fall verschwindend kleinen Gasdrucks der Aufbau des konvektiven Kerns durch die E-Lösung (vgl. S. 139) der EMDEN-Gleichung (247) gegeben.

Gegebenenfalls ist gemäß (248) festzustellen, wo die Konvektion aufhört. An der inneren Grenze des konvektiven Rings ist die Lösung gemäß den Fundamentalgleichungen für Strahlungsgleichgewicht festzusetzen. Ein Beispiel für die numerische Durchrechnung einer Lösung mit einer konvektiven Zone findet man bei BIERMANN[1].

Ausgedehntere numerische Untersuchungen über Sternmodelle mit konvektiven Ringzonen oder Kernen liegen zur Zeit noch nicht vor.

56q. Das Masse-Leuchtkraft-Gesetz. Das Masse-Leuchtkraft-Gesetz ist in seiner allgemeinen Form eine Beziehung zwischen den drei Größen: Sternmasse, Sternradius und Sternleuchtkraft (vgl. I.C.S. und M Ziff. 56). In dieser Form ist es ein Ausdruck für die allgemeine Bedingung, die von jedem Sternmodell erfüllt sein muß, daß $M_r = 0$ für $r = 0$ ist (vgl. S. 135).

Die explizite Form des Masse-Leuchtkraft-Gesetzes für ein bestimmtes Sternmodell hängt von der Zustandsgleichung, von dem Opazitätsgesetz und von dem Energieerzeugungsgesetz ab [vgl. die Gleichungen (50), (51) und (52), S. 134]. Es gelten in bezug auf diese Abhängigkeit gewisse Gesetzmäßigkeiten[2]: Bei festgehaltenen Werten von Masse und Radius hängt die Leuchtkraft ab 1. von einem gewissen Mittelwert der Kompressibilität, 2. von einem gewissen Mittelwert der Opazität und 3. von dem Grad der Konzentration der Energiequellen gegen das Zentrum. Je kleiner die mittlere Kompressibilität, je größer die mittlere Opazität und je größer die Konzentration der Energiequellen gegen das Zentrum ist, um so kleiner ist die Leuchtkraft.

Das Problem des Einflusses der Verteilung der Energiequellen auf die Leuchtkraft ist in M Ziff. 56 ausführlich erörtert worden. Es möge der Hinweis darauf genügen, daß die Leuchtkraft gegenüber Änderungen in der Verteilung der Energiequellen wenig empfindlich ist (solange Energiesenken nicht vorkommen, was vorauszusetzen erlaubt sein dürfte).

Im Zusammenhang mit dem Einfluß der Opazität auf die Leuchtkraft soll hier in Ergänzung des in M Ziff. 56 Dargestellten bemerkt werden, daß die in Frage kommende mittlere Opazität von der Opazität in einem evtl. vorhandenen entarteten Kern (die ja relativ klein ist, vgl. S. 131) sehr wenig abhängt. Dies hängt damit zusammen, daß nach dem Eintreten der Entartung die Temperaturverteilung, auf die allein die Opazität direkten Einfluß hat, für den Aufbau nur mehr in geringem Grad maßgebend ist (vgl. S. 161). Im übrigen sei in diesem Zusammenhang auf die Diskussion des verallgemeinerten Standard-Modells hingewiesen (Ziff. 56j).

Was den Einfluß der mittleren Kompressibilität betrifft, so war es früh klar (vgl. I.C.S.), daß in den weißen Zwergen Sterne mit durch geringe Kompressibilität bedingter geringer Leuchtkraft vorhanden waren. Die genauere Diskussion dieses Problems wurde in Ziff. 56n dargestellt. Für Sterne mit normalen Radien kommt eine ähnliche Wirkung nicht vor (vgl. die Diskussion S. 152, sowie Abb. 8). Es kommt aber jetzt die Möglichkeit hinzu, daß gewisse Sterne Kerne sehr großer Kompressibilität besitzen könnten, wodurch die Leuchtkraft vergrößert erscheinen würde. Die Möglichkeiten sind gemäß der Diskussion der

[1] L. c. S. 177, Anm. 1.

[2] Vgl. hierzu I.C.S., M Ziff. 56; ferner H. VOGT, Veröff Univ-Sternw Jena Nr. 3 (1930) sowie Ziff. 56i.

Ziff. 56g bis 56m durch die folgenden Tatsachen eingeschränkt: 1. Für Sterne kleiner Masse sind überkompressible Kerne ausgeschlossen oder jedenfalls sehr unwahrscheinlich (vgl. S. 155). 2. Gemäß den normalen Zustandsgleichungen (vgl. Ziff. 56a und 56c) kommen Überkompressibilitäten, die die Leuchtkraft merklich beeinflussen, überhaupt nicht vor. Die gemäß diesen Zustandsgleichungen errechneten Sternmodelle (vgl. Ziff. 56g bis 56k) haben auch alle normale (d. h. etwa mit dem EDDINGTONschen Masse-Leuchtkraft-Gesetz nahe übereinstimmende) Leuchtkraft.

Es besteht aber die Möglichkeit, daß Sterne größerer Masse überkompressible Kerne haben. Die Überkompressibilität wäre als Ausdruck eines Versagens der normalen Zustandsgleichungen bei extrem hohen Dichten (vgl. S. 130) anzusehen. Solche Sterne würden übernormale Leuchtkraft haben.

Die letztgenannte Möglichkeit kann durch Untersuchungen des empirischen Materials von Sternmassen, Sternradien und Sternleuchtkräften eingeschränkt werden. Die in Frage kommenden Untersuchungen (vgl. Ziff. 57a) beziehen sich auf eine Gruppe von massigen Sternen, die B-Sterne. Für diese Sterne müssen überkompressible Kerne, wenn sie überhaupt hier vorkommen, so klein sein, daß sie die Leuchtkraft nicht wesentlich beeinflussen[1]. Man wird nun annehmen dürfen, daß bei anderen Sterngruppen jedenfalls keine wesentlich größeren Kerne vorhanden sind als bei den stark leuchtenden B-Sternen. Es folgt, daß wesentliche Abweichungen vom normalen Masse-Leuchtkraft-Gesetz infolge des Vorkommens überkompressibler Kerne nicht zu erwarten sind.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß das EDDINGTONsche Masse-Leuchtkraft-Gesetz [vgl. M Gleichung (27) und Gleichung (41)] die wirklichen Verhältnisse mit relativ hoher Genauigkeit darstellen dürfte.

Die Diskussion des vorliegenden empirischen Materials von Massen, Radien und Leuchtkräften mit Hilfe des Masse-Leuchtkraft-Gesetzes soll in der folgenden Ziff. 57a erörtert werden.

57a. Die chemische Zusammensetzung der Sterne. In das Masse-Leuchtkraft-Gesetz geht die chemische Zusammensetzung der Sternmaterie ein, indem das mittlere Molekulargewicht μ und die Opazität $\varkappa$ von dieser abhängen. Wie EDDINGTON in I.C.S. dargestellt hat, ist die mit Hilfe des Masse-Leuchtkraft-Gesetzes vorausgesagte Leuchtkraft von der relativen Häufigkeit der Elemente nur sehr schwach abhängig. Eine Ausnahme bildet die Tatsache, daß ein erheblicher Bruchteil von Wasserstoff oder Helium die vorausgesagte Leuchtkraft wesentlich herabsetzt. Dies hängt in erster Linie damit zusammen, daß das mittlere Molekulargewicht für ionisierten Wasserstoff bzw. ionisiertes Helium $\frac{1}{2}$ bzw. $\frac{4}{3}$ beträgt, gegenüber einem entsprechenden Wert von etwa 2 für die übrigen Elemente.

In I.C.S. nahm EDDINGTON an, daß der Wasserstoff- und Heliumgehalt der Sterne so gering sei, daß der erwähnte Einfluß auf die vorausgesagte Leuchtkraft vernachlässigt werden durfte. Demgemäß wurde das mittlere Molekulargewicht gleich 2,11 gesetzt (vgl. I.C.S. und M Ziff. 57). Die auf Grund dieser Annahme unter Benutzung des KRAMERS-EDDINGTONschen Opazitätsgesetzes berechneten Leuchtkräfte waren nun, wie das Material von Massen, Radien und Leuchtkräften zeigte, etwa 10mal zu groß. EDDINGTON setzte dementsprechend im Opazitätsgesetz einen Koeffizienten an, der 10mal größer war als der theoretisch berechnete.

Es bestand somit eine Abweichung zwischen der sog. astronomischen Opazität $\varkappa_a$ und der sog. theoretischen Opazität $\varkappa_t$, im Sinne $\varkappa_a \backsim 10\,\varkappa_t$. EDDINGTON

[1] Über Sternmodelle mit einem Kern, die normale Leuchtkraft haben, vgl. L. BIERMANN, l. c. S. 168, Anm. 1 und B. STRÖMGREN, l. c. S. 152, Anm. 5.

wies in I.C.S. darauf hin, daß diese Unstimmigkeit durch die Annahme, daß die Sternmaterie zu einem erheblichen Teil aus Wasserstoff bestehe, behoben werden könnte. Es schienen aber damals mehr Gründe gegen als für diese Annahme zu sprechen. Seitdem ist aber einerseits das KRAMERS-EDDINGTONsche Opazitätsgesetz durch Berechnungen nach der Quantenmechanik im wesentlichen bestätigt worden (vgl. Ziff. 56b), so daß die Annahme einer Opazität wie die astronomische $\varkappa_a$ jetzt bedenklich erscheint. Andererseits ist in den Sternatmosphären ein Wasserstoffgehalt von der in Frage kommenden Größenordnung festgestellt worden. Die letztgenannte Tatsache in Verbindung mit der Anschauung, daß im Sterninnern Strömungen vorhanden sind, die eine starke Diffusion des Wasserstoffs nach der Oberfläche verhindern dürften (vgl. M Ziff. 61), macht die Annahme eines beträchtlichen Wasserstoffgehalts im Sterninnern durchaus plausibel.

EDDINGTON[1] und B. STRÖMGREN[2] haben, ausgehend von diesen Überlegungen, auf dem theoretischen Opazitätsgesetz fußend aus beobachteten Werten von Masse, Radius und Leuchtkraft die entsprechenden Werte des mittleren Molekulargewichts und damit des Wasserstoffgehalts ermittelt. Die beiden Untersuchungen ergaben (fast genau übereinstimmend) für mehrere Sterne der Hauptserie und für den Riesen Capella A Wasserstoffgehalte von 30 bis 40% nach Gewicht.

Das Verfahren zur Bestimmung des Wasserstoffgehalts eines Sterns ist folgendes. Mit einer Reihe hypothetischer Werte des Gewichtbruchteils X von Wasserstoff wird nach dem Masse-Leuchtkraft-Gesetz unter Benutzung der beobachteten Werte der Masse und des Radius die entsprechende Leuchtkraft berechnet. Der Vergleich zwischen berechneter und beobachteter Leuchtkraft zeigt sodann den gemäß den Beobachtungen richtigen Wert des Wasserstoffgehalts. Abb. 11 zeigt nach EDDINGTON für die Sonne die Abweichung beobachtete Größenklasse minus berechnete Größenklasse als Funktion des Wasserstoffgehalts X.

Abb. 11. Vorausgesagte Leuchtkraft der Sonne als Funktion des angenommenen Wasserstoffgehalts. Der Abstand der punktierten Linien entspricht der von der Unkenntnis der Verteilung der Energiequellen herrührenden Unsicherheit. [A. S. EDDINGTON. MN 92, S. 476 (1932).]

Aus Abb. 11 geht hervor, daß das Problem für die Sonne zwei Lösungen besitzt. Dies ist im allgemeinen der Fall. Der Abb. 11 entsprechen die beiden X-Werte 33% und 99,5%. Für die zweite Lösung wird die Wirkung des geringen Molekulargewichts ($\mu = \frac{1}{2}$) auf die vorausgesagte Leuchtkraft dadurch kompensiert, daß die Opazität infolge des geringen Gehalts an absorbierenden Atomen stark reduziert ist (die Absorption der Wasserstoffatome im Sterninnern ist vernachlässigbar klein).

Es ist wenig wahrscheinlich, daß die Lösung mit extrem hohem Wasserstoffgehalt der Wirklichkeit entspricht. In der Sonnenatmosphäre dürfte der Wasserstoffgehalt sicher unter 95% sein. Der Wasserstoffgehalt im Innern ist aber nach aller Wahrscheinlichkeit nicht größer als in der Atmosphäre.

Für die Durchführung der Untersuchungen ist die Kenntnis der Opazität und des mittleren Molekulargewichts als Funktion von Temperatur, Dichte und

[1] MN 92, S. 471 (1932).
[2] ZfAp 4, S. 118 (1932).

Wasserstoffgehalt erforderlich (vgl. hierzu Ziff. 56a und 56b). Der Guillotine-Faktor (vgl. I.C.S. und Ziff. 56b) mußte genauer berechnet werden, als dies vorher, als das KRAMERS-EDDINGTONsche Opazitätsgesetz nicht gesichert erschien, geschehen war.

EDDINGTON nahm bei seiner Berechnung an, daß die Sternmaterie aus Wasserstoff und einer Mischung von Elementen mit einem mittleren Atomgewicht gleich dem von Eisen $\left(A = 56,\ \frac{Z^2}{A} = 12\right)$ bestehe. Eine wiederholte Berechnung mit Sternmaterie aus Wasserstoff und einer Elementenmischung mit einem mittleren Atomgewicht gleich dem von Aluminium $\left(A = 27,\ \frac{Z^2}{A} = 6\right)$ ergab praktisch dasselbe Resultat. B. STRÖMGREN nahm Sternmaterie bestehend aus Wasserstoff und der RUSSELL-Mischung (vgl. S. 124) an. Die Übereinstimmung der nach diesen Annahmen erhaltenen Resultate zeigt, daß die vorausgesagte Leuchtkraft bei festgehaltenem Wasserstoffgehalt gegenüber Änderungen in der chemischen Zusammensetzung unempfindlich ist.

Zur Übersicht sollen noch die zur Voraussagung der Leuchtkraft nach dem Masse-Leuchtkraft-Gesetz erforderlichen Formeln zusammengestellt werden.

$$\left.\begin{aligned}
\mu &= \frac{1}{2X + n'(1-X)} && \text{[Gleichung (10)]},\\
n' &= n'\left(T, \frac{\psi}{kT}\right) && \text{[vgl. Ziff. 56a, Tabelle 1)]},\\
e^{\frac{\psi}{kT}} &= \frac{2(2\pi m_e)^{\frac{3}{2}}}{h^3}\,\frac{(kT)^{\frac{3}{2}}}{N_e} && \text{[Gleichung (8)]},\\
N_e &= \frac{\varrho}{2m_H}(1+X) && \text{[Gleichung (11)]},\\
\varkappa &= [25{,}59]\,\frac{1-X^2}{\tau}\,\frac{\varrho}{T^{3,5}} && \text{[Gleichung (12)]},\\
\tau &= \tau\left(T, \frac{\psi}{kT}\right) && \text{[vgl. Ziff. 56b, Tabelle 3]},\\
1-\beta &= 0{,}00309\left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2 \mu^4 \beta^4 && \text{[vgl. M S. 208, Gleichung (27)]},\\
L &= \frac{4\pi c G M(1-\beta)}{\alpha\varkappa_c} && \text{[vgl. M S. 212, Gleichung (41)]},\\
\alpha &= 2{,}5 && \text{[vgl. M S. 215, Gleichung (53)]},\\
T_c &= 0{,}856\,\frac{GM}{R}\,\frac{\mu\beta}{\Re} && \text{[vgl. M S. 212, Gleichung (43)]},\\
\varrho_c &= 12{,}98\,\frac{M}{R^3} && \text{[vgl. M S. 209, Gleichung (29)]}.
\end{aligned}\right\} \quad (249)$$

Es sei noch bemerkt, daß der Mittelwert des Ionisationszustands (n') und des Guillotine-Faktors (τ) mit ausreichender Genauigkeit gleich den Werten in einem repräsentativen Punkt, wo $T = \frac{2}{3}T_c$ ist, gesetzt werden kann (vgl. I.C.S. sowie EDDINGTON und B. STRÖMGREN, l. c. S. 183 Anm. 1 und 2).

Die obige Zusammenstellung zeigt den Gang der Rechnung. Für die praktische Durchführung können die Gleichungen zusammengezogen werden.

Die vorausgesagte Leuchtkraft ist im allgemeinen gegenüber Änderungen im Wasserstoffgehalt empfindlich, so daß eine ziemlich genaue Ermittlung des Wasserstoffgehalts möglich ist (vgl. hierzu Abb. 11). Für kleinen relativen Strahlungsdruck gilt [vgl. M S. 213, sowie oben Gleichung (198)] $L \propto \mu^{7,5}$. Eine Änderung von L um einen Faktor 2 ergibt dann eine Änderung in μ von etwa 10%.

Für sehr große Massen ist die vorausgesagte Leuchtkraft von dem Wasserstoffgehalt bedeutend schwächer abhängig, so daß die Bestimmung des Wasserstoffgehalts hier weniger genau ist. Es sei noch bemerkt, daß für die massigen B-Sterne bei der Berechnung der Opazität die Streuung durch freie Elektronen berücksichtigt werden muß (vgl. Ziff. 56b). Das Schema (249) ist für die genannten Sterne in diesem Sinne zu ergänzen.

Abb. 12. Vorausgesagte Leuchtkraft eines typischen B-Sterns (Z Vul, hellere Komponente) als Funktion des angenommenen Wasserstoffgehalts.

Hätten die untersuchten Sterne beträchtliche überkompressible Kerne, so wäre die vorausgesagte Leuchtkraft gegenüber dem nach (249) ermittelten Wert erheblich zu vergrößern (vgl. Ziff. 56q). Für die Sonne würde dies bedeuten (vgl. Abb. 11), daß der nach (249) ermittelte Wasserstoffgehalt zu klein wäre. Die nach dem Schema (249) ermittelten X-Werte sind also als M i n i m u m s w e r t e anzusehen.

Für die massigen B-Sterne stimmt aber die beobachtete Leuchtkraft sehr nahe mit der m i n i m a l e n, nach (249) berechneten Leuchtkraft überein (vgl. Abb. 12). Für diese Sterne steht also die Annahme eines beträchtlichen überkompressiblen Kerns, die zu einer beträchtlichen Erhöhung der ganzen Leuchtkraft-Wasserstoffgehalt-Kurve in Abb. 12 führen würde, mit den Beobachtungen in Widerspruch. Es ist darum auch anzunehmen (vgl. Ziff. 56q), daß die nach dem Schema (249) berechneten Minimumswerte des Wasserstoffgehalts für alle Sterne annähernd w a h r e W e r t e darstellen.

Es soll schließlich noch darauf hingewiesen werden, daß die vorausgesagten Leuchtkräfte bei nicht verschwindender Neutronenhäufigkeit in den Sternen zu vergrößern wären. Dies folgt daraus, daß Neutronen infolge ihrer großen freien Weglänge gute Energieübertrager sind und die effektive Opazität herabsetzen (vgl. Ziff. 56b). Der nach (249) ermittelte Wasserstoffgehalt ist auch mit Rücksicht auf diese Möglichkeit als Minimumswert anzusprechen.

Abb. 13. Aus M, R und L berechneter Wasserstoffgehalt X (in Einheiten von 0,01) als Funktion von $\log R$ und $\log M$. Gemäß den ermittelten Werten von X sind Kurven konstanten Wasserstoffgehalts eingezeichnet worden. [B. Strömgren, Z f Ap 7, S. 237 (1933).]

B. Strömgren[1] hat gemäß dem vorliegenden Material von zuverlässigen Werten der Massen, Radien und Leuchtkräfte von Doppelsternkomponenten Wasserstoffgehalte X für 40 Sterne bestimmt und den Zusammenhang zwischen Wasserstoffgehalt einerseits und Masse und Radius andererseits untersucht. Das Ergebnis der Untersuchung ist in Abb. 13 graphisch dargestellt. Innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit ist der Wasserstoffgehalt eine eindeutige Funktion von Masse und Radius. Dies kann auch so ausgedrückt werden: Masse und Wasserstoffgehalt bestimmen eindeutig den Radius und die Leuchtkraft. Bei festgehaltener Masse wächst der Radius mit abnehmendem

[1] Z f Ap 7, S. 222 (1933).

Wasserstoffgehalt. Die Deutung dieser empirischen Befunde soll in Ziff. 58a besprochen werden.

Mit Hilfe der empirisch ermittelten Beziehung zwischen Masse, Wasserstoffgehalt und Radius und des Masse-Leuchtkraft-Gesetzes konnten im HERTZSPRUNG-RUSSELL-Diagramm Kurven konstanter Masse und Kurven konstanten Wasserstoffgehalts eingezeichnet werden (vgl. Abb. 14). Die Kurven konnten allerdings nur in denjenigen Gebieten des H-R-Diagramms eingezeichnet werden, wo zuverlässig bestimmte Massenwerte vorliegen. Mit Hilfe dieser Kurven konnte die Sternverteilung im H-R-Diagramm interpretiert werden. 1. Für Sternmassen kleiner als 2,5 streuen die Werte des Wasserstoffgehalts X relativ wenig um einen Mittelwert von etwa 35%. Hierdurch kommt die Hauptserie zustande. 2. Sternmassen zwischen 2,5 und 4,5 sind relativ selten. Dies bewirkt, wie l. c. näher ausgeführt, eine Lücke im Riesenast bei den Spektraltypen F und G. 3. Für Sternmassen über 4,5 sind Sterne mit Wasserstoffgehalt zwischen 90% und 40% in einem sehr kleinen Gebiet des H-R-Diagramms konzentriert, während Sterne mit Wasserstoffgehalt unter 40% über ein sehr großes Gebiet im H-R-Diagramm streuen. Hierdurch entsteht die Fortsetzung der Hauptserie in das Gebiet der B-Sterne. 4. Der Riesenast rechts von der Lücke bei F und G konnte wegen des Mangels an gut bestimmten Massen nicht genauer untersucht werden. Ein großer Bruchteil der Sterne in diesem Teil des H-R-Diagramms dürften Unterriesen kleiner Masse und kleinen Wasserstoffgehalts sein. Parallel mit der starken Abnahme der Sternhäufigkeit mit der Sternmasse geht eine Abnahme der Sternhäufigkeit mit der Leuchtkraft. Die in Frage kommenden Unterriesen sind deshalb verhältnismäßig zahlreich, weil ihre Massen für ihre Leuchtkraft klein sind, was eine Folge des geringen Wasserstoffgehalts ist. Andererseits sind sie keineswegs so zahlreich wie die Sterne der Hauptserie, die die gleiche Masse haben (Sonnentypus), weil ja (für die in Frage kommenden Massen) die kleinen Wasserstoffgehalte viel seltener vorkommen als die mittleren (vgl. 1.).

Abb. 14. Kurven konstanter Masse (gestrichelte Kurven, $\log M = 0$, 0,1, 0,2, 0,3, 0,4, 0,5, 0,6) und Kurven konstanten Wasserstoffgehalts (voll ausgezogene Kurven, $X = 0{,}42$, 0,36, 0,30, 0,24, 0,18, 0,12, 0,06) im HERTZSPRUNG-RUSSELL-Diagramm. Oben links liegen die Kurven für $\log M$ zwischen 0,7 und 1,0 und X zwischen 0,4 und 0,7 sehr dicht. [B. STRÖMGREN, Z f Ap 7, S. 244 (1933).]

Für Sterne der Hauptserie mit Massen kleiner als die Sonnenmasse fängt das Schema (249) an zu versagen. Diese Sterne sind so dicht, daß die in (249) zugrundegelegte Theorie der Ionisation nicht mehr ausreicht. Wenn man noch weiter zu den roten Zwergsternen mit sehr kleinen Massen geht, wird die Dichte so hoch, daß Entartung eintritt, wie EDDINGTON[1] hervorgehoben hat. Während die Theorie der Sternmaterie im nicht-entarteten Zustand und im vollkommen entarteten Zustand in ausreichendem Grade entwickelt worden ist, fehlt noch eine genügend genaue Theorie des hier in Frage kommenden Übergangsgebiets. Nach EDDINGTON dürfte das Schema (249) noch für den Stern Krueger 60 A ($M = 0{,}27$) anwendbar sein, während es für Krueger 60 B ($M = 0{,}18$) versagt.

[1] L. c. S. 183, Anm. 1.

Die Untersuchungen über den Wasserstoffgehalt der weißen Zwerge sind in Ziff. 56n erörtert worden.

Die Feststellung, daß die Mehrzahl der Sterne einen relativ hohen Wasserstoffgehalt hat, zwingt zu entsprechenden Änderungen in den Angaben über den physikalischen Zustand im Sterninnern. Die Temperaturen sind etwa im gleichen Verhältnis wie das mittlere Molekulargewicht zu reduzieren. Die Mittelpunktstemperaturen für Sterne der Hauptserie betragen demnach etwa 20 Millionen Grad statt 40 Millionen Grad (vgl. I.C.S. und M S. 223). Der relative Strahlungsdruck $1-\beta$ wird gemäß M S. 208 Gleichung (27) auch reduziert; $(1-\beta)$-Werte über 0,1 dürften ganz außerordentlich selten sein.

Was die Anwendung des Masse-Leuchtkraft-Gesetzes bei stellarstatistischen Untersuchungen betrifft, so erhält man eine für viele Zwecke ausreichende Genauigkeit, wenn man das EDDINGTONsche Gesetz mit $\mu = 1$ (statt früher mit $\mu = 2{,}11$) und $\varkappa_t$ nach (249) benutzt. Für kleine Massen ist die Streuung um diesen μ-Wert klein, für große Massen ist die vorausgesagte Leuchtkraft gegenüber Änderungen in μ nicht sehr empfindlich. Wenn es auf größere Genauigkeit ankommt, kann das Diagramm in Abb. 14 zur Berechnung des in Frage kommenden μ-Werts benutzt werden.

58a. Die Energieerzeugung in den Sternen. Wie bereits in Ziff. 56e erwähnt, beherrscht man nach der heutigen theoretischen Physik noch nicht das Problem der Berechnung der subatomaren Energieerzeugung in einem Massenelement, dessen physikalischer und chemischer Zustand spezifiziert ist. Allerdings können gewisse Seiten des Problems schon von physikalischer Seite her beleuchtet werden.

Auf Grund der EDDINGTONschen Theorie des Sternaufbaus ist es möglich, das Problem von astronomischer Seite her zu erörtern. Die mittlere Energieerzeugung pro Gramm Sternmaterie ist für eine Reihe verschiedener Sterne bekannt, und nach der EDDINGTONschen Theorie sind die physikalischen Parameter (Temperatur und Dichte) der Sternmaterie im Innern bekannt. EDDINGTON hat in I.C.S. die Schwierigkeiten dargestellt, die es bietet, die astronomisch ableitbaren Eigenschaften der subatomaren Energieerzeugung zu verstehen.

Einerseits kann aus der Stabilität der Sterne gefolgert werden, daß die Temperatur- und Dichteabhängigkeit der subatomaren Energieerzeugung innerhalb gewisser Grenzen liegen muß. Bei Kontraktion des Sterns, d. h. bei steigender Dichte und Temperatur, muß die subatomare Energieerzeugung anwachsen, und zwar stärker als die Leuchtkraft gemäß dem Masse-Leuchtkraft-Gesetz anwächst. Sonst wird der Stern labil und wird sich nach der KELVIN-Zeitskala zusammenziehen oder ausdehnen können. Die Zunahme der subatomaren Energieerzeugung bei Kontraktion darf aber auch nicht zu stark sein, denn dann wird der Stern überstabil und fängt an zu pulsieren (vgl. hierzu S. 192).

Andererseits kann aus dem Vergleich zwischen Energieerzeugung, Temperatur und Dichte zweier verschiedener Sterne wie etwa Capella und der Sonne auf die Dichte- und Temperaturabhängigkeit der Energieerzeugung geschlossen werden. Wie EDDINGTON dargelegt hat, bereitet es gewisse Schwierigkeiten, die auf diese beiden Weisen gewonnenen Aufschlüsse zu vereinigen.

Ein Ausweg zur Lösung der Schwierigkeit ist durch die Annahme der in den Ziff. 56g bis 56l diskutierten MILNEschen Theorie des Sternaufbaus gegeben. Nach dieser ergeben sich ganz andere Werte der Temperaturen und Dichten im Sterninnern, und es liegt jedenfalls eine Möglichkeit vor, daß gemäß diesen die Schwierigkeiten fortfallen. Hierauf soll weiter unten noch näher eingegangen werden.

Im Lichte der neuerdings gewonnenen Einsicht in den Mechanismus der Elementenverwandlung (vgl. Ziff. 56e) scheint es allerdings nicht aussichtslos, das

Problem der Energieerzeugung auf Grund des EDDINGTONschen Sternmodells zu diskutieren[1]. Zunächst sei hervorgehoben, daß die Mittelpunktstemperaturen der EDDINGTONschen Sternmodelle (20 Millionen Grad für die Hauptserie, vgl. S. 187) so hoch sind, daß (vgl. Ziff. 56e) Protoneneinfang und Elementenverwandlung jedenfalls für die leichten Atomkerne zu erwarten ist. Die in I.C.S. diskutierte Schwierigkeit, daß der Elementenaufbau (Aufbau des Heliumkerns) das Zusammentreffen von vier Protonen und zwei Elektronen erfordere, ist fortgefallen, da ein sukzessiver Aufbau seit der Entdeckung der Wasserstoff- und Heliumisotopen der Atomgewichte 2 und 3 möglich erscheint. Andererseits kann die Entstehung der schweren Elemente auf Grund des EDDINGTONschen Sternmodells noch nicht gedeutet werden.

Wenn die subatomare Energieerzeugung durch Protoneneinfang geschieht, so ist die Temperaturabhängigkeit der Energieerzeugung sehr groß (vgl. Tab. 6, S. 133). Es besteht dann die Gefahr, daß die entsprechenden Sternmodelle überstabil werden (vgl. oben). EDDINGTON hat in diesem Zusammenhang die Möglichkeit in Betracht gezogen, daß die Energieerzeugung eine etwas verzögerte Funktion der Temperatur ist (vgl. I.C.S. und l. c. Anm. 1). Wenn die Zeit der Verzögerung länger ist als die in Frage kommende Schwingungsperiode des Sternmodells, so besteht keine Gefahr für Überstabilität. In dem Vorkommen instabiler Atomkerne mit einer nicht sehr kurzen mittleren Lebensdauer sieht EDDINGTON eine Möglichkeit zur physikalischen Deutung eines Verzögerungseffekts. Andererseits hat COWLING (vgl. S. 202) gezeigt, daß Überstabilität nicht so leicht eintritt, wie es nach den ersten vorläufigen Untersuchungen des Problems den Anschein hatte. Für gewisse Sternmodelle tritt nach COWLINGS Untersuchungen Überstabilität erst ein, wenn die Energieerzeugung schneller als mit der zwanzigsten Potenz der Temperatur anwächst.

R. D'E. ATKINSON[2] hat den Versuch unternommen, eine zusammenhängende Theorie der Energieerzeugung und des Elementenaufbaus in den Fixsternen auf Grund der EDDINGTONschen Theorie zu entwickeln. ATKINSON berücksichtigt zunächst den theoretisch und experimentell untersuchten Prozeß des Protoneneinfangs durch leichte Elemente. Sodann postuliert er die Existenz eines Protoneneinfangs durch schwerere Elemente nach gewissen näher spezifizierten Gesetzen, bei Temperaturen wie die nach dem EDDINGTONschen Sternmodell vorkommenden. ATKINSON nimmt an, daß der Elementenaufbau mit Protoneneinfang durch den Heliumkern (α-Partikel) beginnt und sich durch sukzessiven Protoneneinfang (und Elektroneneinfang) fortsetzt. Die bei diesem Mechanismus für einen lange fortgesetzten Aufbau notwendige Nachlieferung von Heliumkernen soll nach ATKINSON durch Zerfall instabiler Atomkerne im Gebiet mit $A > 50$ bis 60 (jenseits des Eisens) geschehen, die durch Protoneneinfang gebildet werden. Die Energieerzeugung in den Riesensternen, deren Mittelpunktstemperaturen nach der EDDINGTONschen Theorie erheblich niedriger sind als für die Sterne der Hauptserie, erklärt ATKINSON durch den folgenden Mechanismus. Durch sukzessiven Protoneneinfang wird He in Be^8 verwandelt, das als instabil mit langer mittlerer Lebensdauer angenommen wird. In den kühleren Riesensternen zerfällt Be^8 in zwei Heliumkerne, während in den heißeren Sternen der Hauptserie durch Protoneneinfang ein weiterer Aufbau stattfindet, ehe Be^8 in merklichem Grad zerfallen kann. In den kühleren Riesensternen sollte also eine fortwährende Verwandlung von Wasserstoff in Helium stattfinden. Die weißen Zwerge sind nach ATKINSON als Sterne aufzufassen, in denen der Wasserstoff

---

[1] Vgl. hierzu A. S. EDDINGTON, New Pathways in Science, Chapter VIII. Cambridge 1935.

[2] Ap J 73, S. 250, 308 (1931).

praktisch vollkommen nach der Oberfläche diffundiert ist, so daß die Energieerzeugung durch Protoneneinfang sehr klein ist.

Es geht aus dem eben Dargestellten hervor, daß die ATKINSONsche Theorie nicht auf gesicherter physikalischer Grundlage beruht. Es ist aber wohl möglich, daß die ATKINSONsche Theorie Züge enthält, die der Wirklichkeit entsprechen.

ATKINSON hat die sehr geringe Häufigkeit der sehr leichten Elemente Li und Be als Folge einer relativ schnell verlaufenden Elementenumwandlung durch Protoneneinfang gedeutet. Diese Deutung geschah allein mit Hilfe gesicherter physikalischer Gesetze (vgl. Ziff. 56e).

STEENSHOLT[1] hat die Frage, ob durch Protoneneinfang eine genügend starke Energieerzeugung bei EDDINGTONschen Temperaturen stattfindet, genauer untersucht und ist zu dem Schluß geführt worden, daß dies wohl der Fall sein dürfte.

STERNE[2] hat der Ansicht Ausdruck gegeben, daß der Mechanismus des Protoneneinfangs zu Überstabilität führe (vgl. oben). Er hat sodann die Anschauung entwickelt, daß die Sterne, im Sinne der MILNEschen Theorie, Kerne mit so hohen Temperaturen (10^9 bis 10^{10} Grad) besitzen, daß dort die Elementenhäufigkeit durch Gleichgewichtsgleichungen gegeben ist (vgl. Ziff. 56e). Durch Kontraktion (oder unter gewissen Umständen Expansion) des Sterns ändert sich dann infolge der Temperatur- und Dichteänderung die Elementenhäufigkeit im Sinne einer Abnahme des Wasserstoffgehalts, wodurch Energie frei wird. Eine Theorie dieser Kategorie wurde zuerst von MILNE[3] diskutiert. Es handelt sich gewissermaßen um eine Erweiterung der KELVINschen Kontraktionstheorie. Es soll bei der Kontraktion infolge der Zustandsänderung auch subatomare Energie frei werden, wodurch eine genügend lange Lebensdauer gesichert ist. Es ist für diese Theorie charakteristisch, daß die Energieerzeugung nicht von Temperatur und Dichte, sondern von der zeitlichen Änderung dieser Größen abhängt. Angesichts der oben erwähnten Stabilitätsuntersuchungen COWLINGS scheint die Schlußweise von STERNE nicht zwingend.

Wenn die Energieerzeugung im Sterninnern nur von der chemischen Zusammensetzung der Sternmaterie, der Temperatur und der Dichte abhängt, gilt der VOGT-RUSSELLsche Satz (vgl. S. 135), daß Masse und chemische Zusammensetzung Sternaufbau, Sternradius und Leuchtkraft eindeutig festlegen. Bei konstanter chemischer Zusammensetzung hätte man zu erwarten, daß die Sterne im H-R-Diagramm längs einer einzigen Kurve verteilt wären. Aus dem beobachteten Überwiegen von Sternen längs der Hauptserie hätte man zu schließen, daß die chemische Zusammensetzung in ziemlich großem Ausmaß konstant wäre. Die noch vorhandene Streuung wäre als Folge einer gewissen Veränderlichkeit in der chemischen Zusammensetzung zu deuten. Wie aus der Darstellung in Ziff. 57a hervorgeht, sind diese Schlüsse auf unabhängigem Wege durch die Anwendung des Masse-Leuchtkraft-Gesetzes bestätigt worden.

Der Wasserstoffgehalt dürfte die Energieerzeugung im Sterninnern beeinflussen, indem die Temperaturen (speziell die Mittelpunktstemperatur) vom Wasserstoffgehalt abhängen (vgl. S. 187). Der Änderung von 50% auf 0% Wasserstoff entspricht eine Änderung der Mittelpunktstemperatur für kleinere Massen im Verhältnis 1 : 2,5. Ob auch in anderer Weise ein Zusammenhang zwischen Energieerzeugung und Wasserstoffgehalt besteht, kann noch nicht entschieden werden.

Die weißen Zwerge nehmen bei der Diskussion der Energieerzeugung in den Sternen eine Ausnahmestellung ein. Wegen ihrer kleinen Leuchtkraft ist

---

[1] L. c. S. 171, Anm. 2.
[2] L. c. S. 133, Anm. 2.
[3] Z f Ap 5, S. 337 (1932).

es denkbar, daß hier keine subatomare Energieerzeugung stattfindet, so daß Entwicklung gemäß der ursprünglichen KELVINschen Theorie erfolgt. Die weißen Zwerge würden dann das Schlußstadium der Sternentwicklung darstellen.

Gemäß Ziff. 56m und 56n kommt das Stadium des weißen Zwergs für massige Sterne nicht in Betracht (vgl. jedoch S. 168). CHANDRASEKHAR[1] hat vorgeschlagen, daß massige Sterne schließlich durch Massenverlust infolge starker Abtreibung von Materie von der Oberfläche doch das Stadium des weißen Zwergs erreichen können. Da bei einer eventuellen Kontraktion eines massigen Sterns Entartung und entsprechende Leuchtkraftverminderung nicht einsetzt, so steigt die Oberflächentemperatur bei der Kontraktion sehr stark, so daß tatsächlich eine starke Materieabtreibung durch den Strahlungsdruck zu erwarten ist. CHANDRASEKHAR sieht in den Sternen vom WOLF-RAYET-Typus Sterne, die sich in dem in Frage kommenden Übergangsstadium befinden.

58b. Probleme der Sternentwicklung. In M Ziff. 58 sind die Konsequenzen der Annahme, daß die subatomare Energieerzeugung durch Zerstörung von Protonen und Elektronen (Zerstrahlung) stattfindet, entwickelt worden. Insbesondere wurden die Probleme der Lebensdauer und des Zusammenhangs zwischen Sternalter und Sternmasse erörtert. Seitdem hat die erwähnte Hypothese an Wahrscheinlichkeit verloren (vgl. EDDINGTON, l. c. S. 188, Anm. 1, sowie Ziff. 56e). Als wahrscheinlichster Mechanismus der Energieerzeugung ist jetzt der der Umwandlung von Wasserstoff in andere Elemente anzusehen. Es folgt, daß die Lebensdauer entsprechend zu reduzieren ist. Für die Sternentwicklung wäre die sog. intermediäre Zeitskala mit Lebensdauern von der Größenordnung 10^{11} Jahren maßgebend.

Andererseits deutet auch eine Reihe von anderen Untersuchungen in die Richtung, daß für die Entwicklung der Sternsysteme die intermediäre Zeitskala maßgebend ist. Es sind dies die Untersuchungen über die Ausdehnung des Universums, Untersuchungen über die Rotation der Milchstraße[2], über die offenen Sternhaufen[3] und über weite Doppelsterne[4]. Es sind durch stellarstatistische Untersuchungen kaum Argumente, die zu der Annahme der langen Zeitskala zwingen würden, vorzubringen[5].

Es hat somit die intermediäre Zeitskala an Wahrscheinlichkeit gewonnen. Daraus folgt auch, daß es wahrscheinlich ist, daß die Sternmassen während der Entwicklung annähernd konstant sind.

h) Strahlungsgleichgewicht eines rotierenden Sterns.

61a. Die Theorie rotierender Fixsterne. In einer Reihe von Arbeiten hat S. CHANDRASEKHAR[6] das Problem des Aufbaus von durch Rotation oder Gezeitenwirkung oder durch diese beiden Wirkungen gestörten Gaskugeln behandelt. Die Methoden, gemäß denen das Problem angegriffen wird, sind die von v. ZEIPEL und MILNE entwickelten (vgl. M Ziff. 61). Es ist von CHANDRASEKHAR zunächst die Wirkung der Rotation, dann die Gezeitenwirkung und schließlich die Wirkung von gleichzeitig vorhandener Rotation und Gezeitenwirkung untersucht worden. Das zu behandelnde Problem wurde folgendermaßen spezifiziert: 1. Es wird starre Rotation vorausgesetzt; 2. Die Rotation soll so langsam sein, daß nur die erste Potenz der Winkelgeschwindigkeit zu berücksichtigen ist; 3. Die Gezeitenwirkung soll als von einer Punktmasse herrührend behandelt werden

---

[1] M N 95, S. 226, 676 (1935). Vgl. hierzu auch N. A. KOSIREV, M N 94, S. 430 (1934).
[2] Vgl. A. S. EDDINGTON, Halley Lecture. Cambridge 1931.
[3] Vgl. etwa S. ROSSELAND, Astrophysik.
[4] A. KUIPER, Publ A S P 47, S. 201 (1935).
[5] Vgl. J. JEANS, A. S. EDDINGTON, E. A. MILNE, Obs 58, S. 101 (1935), sowie A. KUIPER, l. c. Anm. 4.
[6] M N 93, S. 390 (I), 449 (II), 462 (III), 539 (IV) (1933).

(der Einfluß der Abplattung des die Gezeitenwirkung hervorrufenden Körpers soll also vernachlässigt werden); 4. Der ungestörte Aufbau soll polytrop, d. h. durch EMDEN-Funktionen ($1 \leqq n < 5$) beschreibbar sein.

Die Probleme sind zum Teil früher für die EMDEN-Polytrope mit $n = 3$ von v. ZEIPEL und MILNE behandelt worden. CHANDRASEKHAR löst das spezifizierte Problem und gibt (durch numerische Integration ermittelte) Tabellen, die den Aufbau der gestörten Polytropen für $n = 1$, 1,5, 2, 3 und 4 beschreiben. Zum Zweck des Vergleichs werden die Grenzfälle des Modells von MACLAURIN (homogener Aufbau) und des Modells von ROCHE (Punktmasse) in derselben Weise untersucht wie die Polytropen. Es ergibt sich so die Möglichkeit, die störende Wirkung auf den Aufbau als Funktion des ungestörten Aufbaus zu studieren. Von den Resultaten sei das folgende erwähnt. Für das Verhältnis zwischen der Größe m, die das Verhältnis der Zentrifugalkraft infolge der Rotation zu der Gravitation auf der Oberfläche mißt, und der Abplattung α gilt

$$0{,}8 \leqq \frac{m}{\alpha} < 2. \tag{250}$$

Die untere Grenze ist die von LAPLACE angegebene.

Für den Fall eines rotierenden Sterns, der dem Einfluß einer Gezeitenwirkung unterliegt, hat CHANDRASEKHAR das Analogon des v. ZEIPELschen Theorems über die Energieerzeugung in rotierenden Sternen bewiesen. Die physikalische Deutung des Ergebnisses ist die in M Ziff. 61 besprochene.

EDDINGTON[1] hat die in M Ziff. 61 erörterte physikalische Deutung des v. ZEIPELschen Theorems ausgebaut, indem er die Geschwindigkeit der Zirkulationsströme, die die Folge der Rotation sind, abschätzte. Für die Sonne ergab sich, daß die vertikale Komponente der Strömungsgeschwindigkeit sicher kleiner als $2 \cdot 10^{-4}$ cm sek^{-1}, d. h. kleiner als 60 m pro Jahr ist.

P. TEN BRUGGENCATE[2] hat für das Modell von ROCHE das Rotationsproblem, das Gezeitenproblem und das Problem gleichzeitig vorhandener Rotation und Gezeitenwirkung diskutiert und auf numerischem Wege die Äquipotentialflächen und Instabilitätsbereiche ermittelt.

H. KLAUDER[3] hat im Anschluß an die Untersuchungen von VOGT über nicht-rotierende Sterne das Masse-Leuchtkraft-Gesetz und den Polytropenindex für rotierende oder äußeren Kräften unterworfene Sterne aufgestellt. Es ergab sich ein Korrektionsfaktor der Leuchtkraft, dessen Abweichung von 1 proportional einem Mittelwert der Winkelgeschwindigkeit der Rotation ist. Erfolgt die Rotation nach dem Gesetz: Winkelgeschwindigkeit mal Abstand von der Rotationsachse konstant, so bleibt die Leuchtkraft ungeändert. Durch äußere Kräfte wird die Leuchtkraft nicht verändert.

B. THÜRING[4] hat das Problem rotierender Sterne unter Berücksichtigung höherer Potenzen der Rotationsgeschwindigkeit behandelt und ein Programm für fortgesetzte numerische Untersuchungen skizziert.

VOGT[5] hat das v. ZEIPELsche Theorem auf den Fall verallgemeinert, daß die Rotationsgeschwindigkeit ω eine Funktion des Abstands s von der Rotationsachse ist. Neben einer der v. ZEIPELschen Bedingung analogen Bedingung gilt in diesem Fall, daß im vollkommenen Gleichgewichtszustand $\omega^2 = \text{const}_1 + \text{const}_2 s^{-2}$ sein muß.

In Zusammenhang mit der Theorie rotierender Sterne sei noch auf die Arbeiten von K. WALTER[6] über die Librationen in den Bewegungen enger Doppelsterne hingewiesen.

---

[1] M N 90, S. 54 (1929). [2] Z f Ap 8, S. 344 (1934). [3] A N 246, S. 1, 409 (1932).
[4] A N 253, S. 73 (1934). [5] A N 255, S. 109 (1935).
[6] Veröff Univ-Sternw Königsberg Nr. 3 (1933).

Kap. 8. Die Pulsationstheorie.

8a. Die Pulsationstheorie. Stabilität der Sterne. E. A. MILNE hat in diesem Handb. Bd. III, 2, Kapitel 8, Abschnitt a) eine Darstellung der Theorie der allgemeinen Bewegungsgleichungen der Sternmaterie gegeben. Gewisse dort erhaltene Resultate weichen, wie MILNE betont, von entsprechenden von EDDINGTON, JEANS und VOGT abgeleiteten Resultaten ab [man vergleiche etwa die Gleichungen (33) und (34)]. Die von MILNE gegebene Diskussion ist von VOGT[1], EDDINGTON[2] und THOMAS[3] kritisiert worden. Die MILNEsche Darstellung der EDDINGTONschen Pulsationstheorie im Abschnitt b) wird von dieser Kritik nicht betroffen, denn sie beruht auf den EDDINGTONschen Grundgleichungen. Dasselbe gilt für die Erörterungen über die Stabilität der Sterne in Abschnitt c), die auf den JEANSschen Grundgleichungen in der von VOGT angegebenen korrigierten Form beruhen.

Die Pulsationstheorie und die damit eng zusammenhängende Theorie der Stabilität der Sterne ist seit dem Erscheinen der MILNEschen Darstellung durch eine Reihe von Arbeiten gefördert worden. ROSSELAND[4] hat die Frage der Stabilität gasförmiger Sterne zum Gegenstand einer ausführlichen Untersuchung gemacht. ROSSELAND leitet zunächst die allgemeinen Grundgleichungen für einen radial pulsierenden Stern ab. Es werden nun die adiabatischen, ungedämpften Pulsationen untersucht, die den Grundgleichungen entsprechen, wenn in diesen nach EDDINGTON die kleinen Glieder, die der Änderung der subatomaren Energieerzeugung und des Gradienten des Netto-Strahlungsstroms durch die Pulsation entsprechen, gestrichen werden. Sodann wird die Lösung der vollständigen Grundgleichungen durch ein (u. a. in der Atomtheorie angewandtes) Verfahren ermittelt, nach dem die bei Berücksichtigung der in der adiabatischen Näherung gestrichenen Glieder erfolgende Änderung der adiabatischen Lösung durch eine Störungsrechnung abgeleitet wird. Aus der Diskussion der Dämpfung der ermittelten Lösung ergibt sich unmittelbar ein Kriterium für die Stabilität des Sterns.

In einer zweiten Arbeit hat ROSSELAND[5] die Oszillationen eines Sterns auf allgemeinerer Basis untersucht, indem nicht a priori vorausgesetzt wurde, daß die Oszillationen rein radial seien. ROSSELAND gelangte zu dem Resultat, daß bei einem nicht-rotierenden Stern rein radiale Oszillationen viel leichter erhalten werden als kompliziertere Oszillationen. Das Problem der Oszillationen eines rotierenden Sterns wird einer weiteren Untersuchung vorbehalten. Die Arbeit enthält noch einige Ergänzungen und Korrekturen zu der obenerwähnten Arbeit.

EDDINGTON hat betont[6], daß durch eine Verfeinerung der in I.C.S. dargestellten Untersuchungen über die dämpfende Wirkung der kleinen Abweichungen von der Adiabasie der Pulsationen (vgl. oben) ein Kriterium für die Stabilität eines Sterns gewonnen werden kann. EDGAR[7] hat mit Hilfe der EDDINGTONschen Methode die Pulsationen höherer Ordnung (vgl. S. 199) in bezug auf ihre Dämpfung untersucht und gezeigt, daß diese eher gedämpft werden als die Fundamental-Pulsation, so daß zu erwarten ist, daß die Fundamental-Pulsation für die Pulsationsbewegung des Sterns maßgebend ist. EDGAR gibt auch einen Abriß der ROSSELANDschen Stabilitätsuntersuchung und wendet das ROSSELANDsche Kriterium auf das vorliegende Problem an.

STEENSHOLT[8] hat die Stabilität zweier Sternmodelle, das eine mit $\varepsilon \propto T^3$ (vgl. S. 171), das andere mit $\varepsilon \propto T^{-\frac{2}{3}} e^{-\mathrm{const}\, T^{-\frac{1}{3}}}$ (vgl. S. 171) mit Hilfe des ROSSELAND-

[1] A N 239, S. 239 (1930); 241, S. 103 (1931).
[2] Naturwiss 19, S. 1007 (1931).
[3] M N 91, S. 122 (1930).
[4] Publ Univ Obs Oslo Nr. 1 (1931).
[5] Publ Univ Obs Oslo Nr. 2 (1932).
[6] L. c. Anm. 2.
[7] M N 93, S. 422 (1933).
[8] Z f Ap 7, S. 373 (1933); 8, S. 56 (1934).

schen Stabilitätskriteriums untersucht. Es wird abgeleitet, daß beide Modelle instabil sind. Dabei setzt STEENSHOLT allerdings zur Vereinfachung der Berechnung voraus, daß die Pulsationen homolog sind, d. h. daß im ganzen Stern das Verhältnis von Pulsationsamplitude und Entfernung vom Sternzentrum konstant ist $\left(\frac{\delta r}{r} = \text{const}\right)$, dieselbe Voraussetzung, die den JEANS-VOGTschen Stabilitätsuntersuchungen zugrunde liegt (vgl. M III, 2, Ziff. 9).

COWLING[1] hat das Problem der Dämpfung der Pulsationen, d. h. das Stabilitätsproblem, untersucht. Es wird zunächst nach einer der ROSSELANDschen ähnlichen Methode das Stabilitätskriterium abgeleitet. Sodann folgt eine ausführliche Diskussion einer Reihe von Sternmodellen mit Hilfe des abgeleiteten Stabilitätskriteriums, wobei die Änderung der Größe $\frac{\delta r}{r}$ durch den Stern berücksichtigt wird. Es zeigte sich, daß bei Berücksichtigung der erwähnten Variation Resultate erhalten werden, die von den unter der Annahme $\frac{\delta r}{r} = \text{const}$ abgeleiteten erheblich abweichen, und zwar in dem Sinn, daß die Stabilität gegenüber radialen Pulsationen viel größer erscheint, d. h. daß Überstabilität (vgl. S. 187) nicht so leicht eintritt.

SIEDENTOPF[2] hat die Schwierigkeit der Pulsationstheorie, daß sie in bezug auf den Phasenunterschied zwischen maximaler Kompression und maximaler Leuchtkraft ein mit den Beobachtungen im Widerspruch stehendes Resultat ergibt (vgl. M III, 2, S. 818), diskutiert. Es wird wahrscheinlich gemacht, daß die (der vereinfachten Theorie nicht folgende) Pulsation der Chromosphäre mit der Pulsation im Innern nicht in Phase ist. Wenn die Dicke der Chromosphäre größer ist als die Pulsations-Verschiebungen im Sterninnern, ist es sehr wohl denkbar, daß im Moment des Maximums der Ausstrahlung im Innern des Sterns maximale Kompression vorhanden ist, wie es die Pulsationstheorie voraussagt, während die für die Linienverschiebungen im Sternspektrum maßgebenden Schichten der Chromosphäre maximale Geschwindigkeit nach außen haben, wie es die Beobachtungen zeigen.

In einer Darstellung der Theorien der periodischen Veränderlichen hat SIEDENTOPF[3] die Pulsationstheorie erörtert und die verschiedenen Konsequenzen der Theorie mit der Erfahrung verglichen. Die oben erwähnte Deutung der Phasenverschiebungen wird hier weiter ausgebaut.

Miss KLUYVER[4] hat den Einfluß der Glieder zweiter Ordnung in der Amplitude auf die adiabatische Näherungslösung untersucht. Es ergab sich für Pulsationen mit relativen Amplituden wie bei δ Cephei eine nicht unbeträchtliche Asymmetrie in der Radialgeschwindigkeitskurve, in dem Sinn, daß die Abnahme der Radialgeschwindigkeit schneller erfolgt als die Zunahme, ebenso wie bei der beobachteten Radialgeschwindigkeitskurve.

MILNE[5] hat das Problem behandelt, wie man in physikalisch sinnvoller Weise das durch die Beobachtungen von Radialgeschwindigkeiten und Helligkeiten eines pulsierenden Veränderlichen gegebene Material darstellen kann. Es wird gezeigt, daß man durch Eintragen von zusammengehörenden Werten von $\log R$ (R ist der Sternradius) und $\log L$ (L ist die Leuchtkraft) in einem $\log R$-$\log L$-Diagramm ein anschauliches Bild der Pulsationsverhältnisse erhält. Einem periodischen Veränderlichen entspricht in dieser Weise eine geschlossene Kurve

[1] M N 94, S. 768 (1934). [2] A N 244, S. 17 (1931).
[3] A N 245, S. 85 (1932). [4] B A N 7, S. 265 (1935).
[5] M N 94, S. 418 (1934); vgl. hierzu auch Quart J Math (Oxford) 4, Nr. 16 (1933), wo eine mathematische Diskussion gewisser Eigenschaften von Pulsationsveränderlichen auf allgemeiner Grundlage gegeben wird.

im Diagramm. Abb. 15 zeigt schematisch eine solche Kurve. Die Punkte, wo bzw. L, R und die effektive Temperatur T_e ein Maximum oder Minimum haben, sind durch die Tangenten mit den Neigungen der Linien $L =$ const, $R =$ const und $T_e =$ const im Diagramm gegeben. Nach der EDDINGTONschen Pulsationstheorie für das Sterninnere soll während einer Periode eine Gerade im Diagramm hin und zurück durchlaufen werden. In diesem Grenzfall fallen die Phasen von $L_{\max}$, $R_{\min}$, $T_{\max}$ und von $L_{\min}$, $R_{\max}$, $T_{\min}$ zusammen. Nach den Beobachtungen wird im allgemeinen eine Kurve, die ein endliches Areal umschließt, durchlaufen. Man vergleiche hierzu die Nicht-Übereinstimmung von Theorie und Beobachtung in bezug auf die erwähnten Phasen (vgl. S. 193).

GETTING[1] hat gemäß den Beobachtungen für eine Anzahl Veränderlicher die MILNEschen charakteristischen Kurven gezeichnet. Für δ Cephei ergab sich eine Kurve, die von der schematisierten Kurve in Abb. 15 nicht wesentlich abweicht. LUNDMARK[2] hat die MILNEschen Überlegungen zur Beleuchtung des Nova-Problems herangezogen.

Abb. 15. Jeder Phase eines periodisch veränderlichen Sterns entspricht ein Punkt im $\log L$, $\log R$-Diagramm; der Punkt durchläuft während einer Periode eine geschlossene charakteristische Kurve. Die Reihenfolge der Phasen von $L_{\max}$, $R_{\max}$, $T_{\max}$ und $L_{\min}$, $R_{\min}$, $T_{\min}$ kann unmittelbar abgelesen werden. [E. A. MILNE, MN 94, S. 421 (1934).]

Im folgenden sollen 1. die allgemeinen Bewegungsgleichungen, 2. die entsprechenden Variationsgleichungen, die Pulsationen unendlich kleiner Amplitude beschreiben, 3. die ungedämpfte Lösung der Variationsgleichungen gemäß der adiabatischen Näherung und schließlich 4. die (im allgemeinen schwach positiv oder negativ gedämpften) Lösungen der Störungsrechnungs-Näherung und das Stabilitätskriterium abgeleitet werden. Hierbei soll die ROSSELANDsche Methode in der von COWLING gewählten Form befolgt werden. Im Anschluß an diese Diskussion sollen die von COWLING abgeleiteten Resultate in bezug auf die Stabilität verschiedener Sternmodelle erwähnt werden.

Bei der Verfolgung des physikalischen Zustands eines Massenelements im Innern eines Sterns, in dem Bewegungen in radialer Richtung stattfinden, ist es bequem[3], als unabhängige Variable die Zeit t und die Masse m innerhalb einer mit der Oberfläche konzentrischen Kugel durch das Massenelement[4] zu verwenden. Partielle Differentiation nach t soll also bedeuten, daß m konstant gehalten wird, d. h. daß ein und dasselbe Massenelement verfolgt wird. Bei partieller Differentiation nach m ist t konstant.

[1] MN 95, S. 139 (1934).
[2] Lund Medd (II) Nr. 74 (1935).
[3] Vgl. hierzu L. H. THOMAS, MN 91, S. 122 (1930).
[4] Die Variable m entspricht der bei der Diskussion von Sternen im Gleichgewicht vorkommenden Größe M_r. Ein Index r wäre hier irreführend. In ähnlicher Weise verhält sich die unten eingeführte Variable l zu L_r. Die Oberflächenwerte von m, l und r sind M, L und R.

Es soll nun ausgedrückt werden, daß bei der radialen Bewegung 1. die Masse erhalten bleibt, 2. das Impulsmoment erhalten bleibt und 3. die Energie erhalten bleibt. Die erste Bedingung wird erfüllt, wenn immer

$$\frac{\partial\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)}{\partial m} = \frac{1}{\varrho} \tag{251}$$

gilt.

Die zweite Bedingung ist bei gegen die Lichtgeschwindigkeit kleinen Geschwindigkeiten gleichbedeutend mit der Gültigkeit der NEWTONschen Bewegungsgleichungen für jedes Massenelement. Für das (schalenförmige) Massenelement, das m-Werten zwischen m und $m + \Delta m$ entspricht, gilt also

$$\Delta m \frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -4\pi r^2 \frac{\partial P}{\partial m}\Delta m - \frac{G m \Delta m}{r^2} \tag{252}$$

oder

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = -4\pi r^2 \frac{\partial P}{\partial m} - \frac{G m}{r^2}, \tag{253}$$

wo P und G wie vorher den Gesamtdruck bzw. die Gravitationskonstante bedeuten.

Es sei E die in der Volumeneinheit enthaltene Energie einschließlich der Strahlungsenergie[1] und ausschließlich der subatomaren Energie, und ε wie vorher die subatomare Energieerzeugung pro Zeiteinheit und Masseneinheit. Ferner sei der Netto-Strahlungsstrom durch die einem gewissen m entsprechende (bewegte) Kugelfläche gleich $S(m)$. Die Bedingung der Erhaltung der Energie[2] wird dann für das Massenelement zwischen m und $m + \Delta m$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(E\frac{\Delta m}{\varrho}\right) + P\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\Delta m}{\varrho}\right) = \varepsilon \Delta m - \frac{\partial S}{\partial m}\Delta m \tag{254}$$

oder

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{E}{\varrho}\right) + P\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\varrho}\right) = \varepsilon - \frac{\partial S}{\partial m}. \tag{255}$$

Das erste Glied repräsentiert die Änderung im Energieinhalt des betrachteten Massenelements, das zweite die auf die Umgebung geleistete Arbeit, die durch das Produkt von Gesamtdruck und Volumenänderung gegeben ist. Das erste Glied rechts repräsentiert die subatomare Energieerzeugung im betrachteten Massenelement, das zweite den Energiegewinn des Massenelements durch Zustrahlung, als Differenz der ein- und austretenden Strahlungsströme berechnet. Der Netto-Strahlungsstrom ist wie im Gleichgewichtsfall [vgl. Gleichung (46)] durch Temperaturgradient und Opazität gegeben:

$$S = -\frac{4\pi r^2 c}{\varkappa} 4\pi r^2 \frac{\partial\left(\frac{1}{3} a T^4\right)}{\partial m} \tag{256}$$

oder

$$S = -\frac{16\pi^2 r^4 c}{\varkappa}\frac{\partial p_R}{\partial m}. \tag{257}$$

Im Fall des Gleichgewichts reduzieren sich (253) und (255) auf die Gleichungen

$$\frac{\partial P}{\partial m} = -\frac{G m}{4\pi r^4}, \tag{258}$$

$$\varepsilon = \frac{\partial S}{\partial m}, \tag{259}$$

---

[1] MILNE nimmt in M III, 2, Abschnitt a) an, daß die Strahlungsenergie bei Bewegung der Materie nicht mitgeführt wird. In den von MILNE abgeleiteten Gleichungen ist $4\pi r^2 F$ mit dem Strahlungsstrom durch eine feste Kugelschale zu identifizieren, für den der Ausdruck (256) nicht mehr gilt (vgl. EDDINGTON, l. c. S. 192, Anm. 2).

[2] Vgl. hierzu H. VOGT, l. c. S. 192, Anm. 1 und S. ROSSELAND, l. c. S. 192, Anm. 4. J. WOLTJER hat eine ausführliche Ableitung der Gleichung, die die Erhaltung der Energie ausdrückt, gegeben; vgl. B A N 7, S. 127 (1933).

die mit (47) bzw. (49) äquivalent sind. Die subatomare Energieerzeugung innerhalb der einem gewissen m entsprechenden Kugelfläche sei $l(m)$:

$$l(m) = \int_0^m \varepsilon\, dm. \tag{260}$$

Im Gleichgewichtsfall sind S und l gleich groß und mit der S. 134 eingeführten Größe L_r identisch.

Es sollen jetzt die den Grundgleichungen (251), (253) und (255) entsprechenden Variationsgleichungen abgeleitet werden. Indem Gleichgewichtswerte mit dem Index Null und die instantanen Abweichungen von den Gleichgewichtswerten mit einem vorgesetzten δ bezeichnet werden, wird $r = r_0 + \delta r$, $P = P_0 + \delta P$ usw. gesetzt. Zur Ableitung der Variationsgleichungen werden diese Ausdrücke in die Gleichungen (251), (253) und (255) substituiert, die Beziehungen zwischen den Gleichgewichtswerten berücksichtigt und Glieder höherer Ordnung als der ersten in den δ-Größen gestrichen. Die Variationsgleichungen gelten also für infinitesimale Pulsationen. Zur Beurteilung der Stabilität genügt die Kenntnis der Eigenschaften infinitesimaler Pulsationen, da es sich hier um etwa gerade einsetzende Pulsationen handelt. Die endlichen Pulsationen der Cepheiden haben andererseits so kleine relative Amplituden, daß die wesentlichsten Züge dieser Pulsationen mit Hilfe der Theorie infinitesimaler Pulsationen zu erfassen sein dürften (vgl. hierzu S. 193). Zunächst folgt aus (251)

$$\frac{\partial(4\pi r_0^2\,\delta r)}{\partial m} = -\frac{1}{\varrho_0^2}\,\delta\varrho. \tag{261}$$

Aus Gleichung (253) folgt

$$\frac{\partial^2(\delta r)}{\partial t^2} = -4\pi r_0^2\frac{\partial(\delta P)}{\partial m} - 8\pi r_0\frac{\partial P_0}{\partial m}\,\delta r + \frac{2Gm}{r_0^3}\,\delta r \tag{262}$$

oder

$$\frac{\partial^2(\delta r)}{\partial t^2} = -4\pi r_0^2\frac{\partial(\delta P)}{\partial m} + \frac{4Gm}{r_0^3}\,\delta r. \tag{263}$$

Schließlich ergibt sich aus Gleichung (255)

$$\frac{1}{\varrho_0}\frac{\partial(\delta E)}{\partial t} - \frac{E_0}{\varrho_0^2}\frac{\partial(\delta\varrho)}{\partial t} - P_0\frac{1}{\varrho_0^2}\frac{\partial(\delta\varrho)}{\partial t} = \delta\varepsilon - \frac{\partial(\delta S)}{\partial m} \tag{264}$$

oder

$$\frac{1}{\varrho_0}\frac{\partial(\delta E)}{\partial t} - \frac{E_0+P_0}{\varrho_0^2}\frac{\partial(\delta\varrho)}{\partial t} = \delta\varepsilon - \frac{\partial(\delta S)}{\partial m}. \tag{265}$$

Der Energieinhalt E darf vermöge der Zustandsgleichung allgemein als Funktion der Zustandsgrößen P und ϱ geschrieben werden:

$$E = E(P, \varrho). \tag{266}$$

Für die betrachteten infinitesimalen Pulsationen gilt dann, daß δE eine lineare Funktion von δP und $\delta\varrho$ ist. Die zeitlich konstanten Koeffizienten in dieser linearen Funktion seien A_0 und B_0:

$$\delta E = A_0\,\delta P + B_0\,\delta\varrho. \tag{267}$$

Wird mit Hilfe dieser Gleichung δE in (265) eliminiert, erhält man nach Multiplikation mit $\frac{\varrho_0}{A_0}$

$$\frac{\partial(\delta P)}{\partial t} - \frac{E+P_0-B_0\varrho_0}{A_0\varrho_0}\frac{\partial(\delta\varrho)}{\partial t} = \frac{\varrho_0}{A_0}\left(\delta\varepsilon - \frac{\partial(\delta S)}{\partial m}\right) \tag{268}$$

oder, indem

$$\frac{E+P_0-B_0\varrho_0}{A_0} = C_0 \tag{269}$$

gesetzt wird:

$$\frac{\partial(\delta P)}{\partial t} - \frac{C_0}{\varrho_0}\frac{\partial(\delta\varrho)}{\partial t} = \frac{\varrho_0}{A_0}\left(\delta\varepsilon - \frac{\partial(\delta S)}{\partial m}\right). \tag{270}$$

Die Variationsgleichungen (261), (263) und (270) erlauben nun die Separation der Variablen t und m, indem der Ansatz $Re(e^{i\sigma t})$ als Zeitfaktor von δr zum Ziel führt. Re bedeutet, daß der reelle Teil zu nehmen ist, i ist die imaginäre Einheit, σ ist eine im allgemeinen komplexe Konstante. Im folgenden bedeutet Im, daß der imaginäre Teil zu nehmen ist. Es gilt nun

$$Re(e^{i\sigma t}) = \cos(Re(\sigma)t)\, e^{-Im(\sigma)t}, \tag{271}$$

woraus ersichtlich ist, daß die Pulsationsamplitude gedämpft abnehmend, ungedämpft konstant oder ungedämpft zunehmend ist, je nachdem der imaginäre Teil von σ positiv, Null oder negativ ist. Ist also für eine Pulsation $Im(\sigma) > 0$, so ist der Stern gegenüber dieser Pulsation stabil. Die Periode der Pulsation ist gleich $\frac{2\pi}{Re(\sigma)}$ (die Größe $Re(\sigma)$ entspricht der Größe n in M III, 2, Ziff. 8).

Aus (261) folgt, daß der Zeitfaktor von $\delta\varrho$ gleich $Re(e^{i\sigma t})$ ist, d. h. daß der Phasenunterschied zwischen Verschiebung und Dichteänderung immer genau gleich Null ist. Aus (263) folgt, daß im allgemeinen, nämlich bei komplexem σ, der Phasenunterschied zwischen der Verschiebung und der Druckänderung um eine Größe, die von der ersten Ordnung in $Im(\sigma)$ ist, von Null abweicht. Die Druckänderung ist also als die Summe einer gedämpften Kosinuswelle und einer gleich gedämpften Sinuswelle anzusetzen. Jede der beiden Gleichungen (263) und (270) entspricht dann zwei Gleichungen für die zeitfreien Koeffizienten in den Ansätzen für δr, $\delta\varrho$ und δP. Je zwei Gleichungen sind bequem als eine komplexe Gleichung zusammenzufassen, wobei der zeitfreie Teil der Kosinuswelle und der zeitfreie Teil der Sinuswelle der Druckänderung den reellen bzw. imaginären Teil einer komplexen zeitfreien Größe bilden, die die Druckänderung δP repräsentiert. Durch Substitution der erwähnten Ansätze für δr, $\delta\varrho$ und δP in (261), (263) und (270) erhält man die folgenden zeitfreien Gleichungen, in denen jetzt δr, $\delta\varrho$ und δP den zeitfreien Teil der Abweichungen von den Gleichgewichtswerten bedeuten:

$$\frac{d(4\pi r_0^2\delta r)}{dm} = -\frac{1}{\varrho_0^2}\delta\varrho, \tag{272}$$

$$\left(\sigma^2 + \frac{4Gm}{r_0^3}\right)\delta r = 4\pi r_0^2\frac{d(\delta P)}{dm} \tag{273}$$

und

$$\delta P - \frac{C_0}{\varrho_0}\delta\varrho = -i\frac{\varrho_0}{A_0\sigma}\left(\delta\varepsilon - \frac{d(\delta S)}{dm}\right). \tag{274}$$

In diesen Gleichungen ist die Differentiation nach m mit $\frac{d}{dm}$ bezeichnet worden, entsprechend der Tatsache, daß die Variable t jetzt fortgefallen ist.

In Gleichung (274) repräsentieren das erste bzw. das zweite Glied auf der rechten Seite die Änderung der subatomaren Energieproduktion und des Gradienten des Netto-Strahlungsstroms infolge der Pulsationen. Wie in I.C.S. sowie M III, 2, S. 817—818 näher nachgewiesen, sind die numerischen Werte dieser beiden Glieder gegenüber den numerischen Werten der beiden Glieder auf der linken Seite von (274) außerordentlich klein. Werden die beiden Glieder auf der rechten Seite von (274) gestrichen, so erhält man die sog. adiabatische Näherungslösung. Die Gleichungen (272), (273) und (274) mit gestrichener rechter Seite enthalten nun die imaginäre Einheit überhaupt nicht explizite. Den Lösungen entsprechen dann reelle Werte von σ. Gemäß (271) bedeutet dies, daß der adiabatischen Näherungslösung ungedämpfte Pulsationen zeitlich konstanter Amplitude entsprechen. Der Tatsache, daß die adiabatische Näherungslösung eine außerordentlich gute Näherung darstellt, entspricht die Eigenschaft

der Pulsationen der strengen Lösung, daß erst nach einer sehr großen Anzahl von vollständigen Pulsationen die Amplitude sich merklich geändert hat.

Es soll nun zunächst die adiabatische Näherungslösung näher untersucht werden. Es soll also die Gleichung

$$\delta P - \frac{C_0}{\varrho_0}\,\delta\varrho = 0 \tag{275}$$

zusammen mit den Gleichungen (272) und (273) diskutiert werden.

Mit Hilfe der Gleichungen (272) und (275) sollen in (273) $\delta\varrho$ und δP eliminiert werden. Zur Elimination von δP wird (275) in (273) eingesetzt:

$$\left(\sigma^2 + \frac{4Gm}{r_0^3}\right)\delta r = 4\pi r_0^2 \frac{d}{dm}\left(\frac{C_0}{\varrho_0}\,\delta\varrho\right). \tag{276}$$

Zur Elimination von $\delta\varrho$ wird (272) in (276) eingesetzt:

$$\left(\sigma^2 + \frac{4Gm}{r_0^3}\right)\delta r = -16\pi^2 r_0^2 \frac{d}{dm}\left(C_0\,\varrho_0 \frac{d}{dm}\,(r_0^2\delta r)\right). \tag{277}$$

Diese lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung für die halbe Pulsationsamplitude δr legt in Verbindung mit den Randbedingungen des Problems die gesuchte adiabatische Näherungslösung fest. Für ein vorgegebenes Sternmodell sind r_0, ϱ_0 und C_0 als bekannte Funktionen von m aufzufassen. Die Randbedingungen des Problems sind (vgl. I.C.S. sowie M III, 2, Ziff. 8): 1. Die Amplitude δP des Gesamtdrucks muß auf der Sternoberfläche[1] (d. h. für $m = M$) verschwinden (es muß hier ein Druck-Knoten vorhanden sein). 2. Im Sternzentrum (d. h. für $m = 0$) muß die halbe Amplitude δr der Verschiebung gleich Null sein (es muß hier ein Verschiebungs-Knoten vorhanden sein). Die allgemeine Lösung von (277) enthält zwei willkürliche Konstanten. Durch die Bedingung $\delta r = 0$ für $m = 0$ wird die eine Konstante festgelegt. Durch Multiplikation einer Lösung von (277), für die $\delta r = 0$ für $m = 0$ ist, mit einer Konstanten geht eine Lösung von (277), für die ebenfalls $\delta r = 0$ für $m = 0$ ist, hervor. Die einparametrige Schar von Lösungen von (277), die der Bedingung $\delta r = 0$ für $m = 0$ genügt, geht also aus einer Lösung durch Variation eines für jede Lösung konstanten Faktors hervor. Da es sich um infinitesimale Pulsationen handelt, sind diese Lösungen äquivalent. Insbesondere gilt, daß die Randbedingung $\delta P = 0$ für $m = M$ nicht durch Variation des zweiten Parameters der allgemeinen Lösung erfüllt werden kann. Im allgemeinen ist es für einen willkürlich vorgegebenen σ-Wert nicht möglich, beide Randbedingungen zu erfüllen. Die Randbedingungen sind nur für gewisse Eigenwerte der Größe σ erfüllt. Die Eigenwerte sind im betrachteten Fall reell. Durch die Randbedingungen ist also (hier wie bei ähnlichen Randwertproblemen) die Pulsationsperiode $\frac{2\pi}{\sigma}$ festgelegt. Dem vorliegenden Problem entsprechen unendlich viele Eigenwerte und zugehörige Eigenlösungen. Es sind also neben einer Fundamental-Pulsation unendlich viele Pulsationen höherer Ordnung möglich. Zur Ermittlung der Eigenwerte und Eigenlösungen sind (im allgemeinen durch numerische Integration) die Lösungen von (277), die der Zentrumsbedingung $\delta r = 0$ für $m = 0$ genügen, für eine Reihe von σ-Werten zu ermitteln. In der so ermittelten einparametrigen Schar von Lösungen sind diejenigen aufzusuchen, für die die Oberflächenbedingung $\delta P = 0$ für $m = M$ erfüllt ist. Die Fundamentallösung ist diejenige Eigenlösung, für die im ganzen Stern $\delta P \geqq 0$ ist. Für die Pulsation

[1] Die adiabatische Näherung versagt in den äußersten Teilen des Sterns. Nach EDDINGTON soll die Oberflächenbedingung als für einen Punkt etwas innerhalb der Oberfläche gültig angesehen werden. Die äußersten Schichten können die Pulsationen im Innern nicht merklich beeinflussen. (Vgl. I.C.S. und M III, 2, Ziff. 8.)

zweiter Ordnung — die erste Oberschwingung — ist im Stern neben der Oberfläche noch eine Fläche mit $\delta P = 0$ vorhanden, für die $n$te Oberschwingung n Flächen. Der Fundamental-Pulsation entspricht die längste Periode.

Fundamentallösungen für EMDEN-Polytropen sind von EDDINGTON ($n = 3$) und MILLER ($n = 2$ bzw. 4) berechnet worden (vgl. M III, 2, Ziff. 8). Die erste Oberschwingung ist von EDGAR[1] für die EMDEN-Polytrope $n = 3$ ermittelt worden.

Im übrigen sei wegen der Diskussion der Eigenschaften der Pulsationen gemäß der adiabatischen Näherung auf M III, 2, Ziff. 8 hingewiesen. Es soll nur noch gezeigt werden, daß (277) mit der dort gegebenen Fundamentalgleichung (10) identisch ist, die den Ausgangspunkt der betreffenden Diskussion bildet. In der Tat findet man durch Ausführung der Differentiationen in (277) die folgende Gleichung, die mit der erwähnten Fundamentalgleichung (10) übereinstimmt:

$$\frac{d^2 r_1}{d r_0^2} + \frac{4-\mu}{r_0}\frac{d r_1}{d r_0} + \left(\frac{1}{\gamma}\frac{\varrho_0}{P_0}n^2 - \left(3 - \frac{4}{\gamma}\right)\frac{\mu}{r_0^2}\right) r_1 = 0\,. \tag{278}$$

Bei der Ableitung von (278) sind die folgenden Identitäten zu beachten:

$$\left.\begin{aligned}
dm &= 4\pi r_0^2 \varrho_0\, d r_0 && \text{[vgl. Gleichung (49)],}\\
\delta r &= r_0 r_1 && \text{(vgl. M III, 2, S. 814),}\\
C_0 &= \gamma P_0 && \text{[vgl. Gleichung (275)],}\\
\sigma &= n && \text{(vgl. S. 197),}\\
\left.\begin{aligned}\frac{dP_0}{dr_0} &= -g_0\varrho_0\\ g_0 &= \frac{GM_r}{r_0^2}\end{aligned}\right\} && && \text{[vgl. Gleichung (47)],}\\
\mu &= \frac{g_0\varrho_0 r_0}{P_0} && \text{(vgl. M III, 2, S. 814).}
\end{aligned}\right\} \tag{279}$$

Im folgenden soll die Fundamentalgleichung in der Form (277) zugrunde gelegt werden. Zur Vereinfachung der Bezeichnungen soll δr, der zeitfreie Teil der Verschiebung, d. h. die halbe Pulsationsamplitude, mit ξ bezeichnet werden. Die Fundamentalgleichung und die Randbedingungen des Problems sind dann [vgl. (272) und (275)]:

$$\left.\begin{aligned}
\left(\sigma^2 + \frac{4Gm}{r_0^3}\right)\xi &= -16\pi^2 r_0^2 \frac{d}{dm}\left(C_0\varrho_0 \frac{d}{dm}(r_0^2\xi)\right),\\
\xi &= 0 \quad \text{für} \quad m = 0,\\
\frac{d}{dm}(r_0^2\xi) &= 0 \quad \text{für} \quad m = M.
\end{aligned}\right\} \tag{280}$$

Die Eigenlösungen, die der (selbst-adjungierten) Differentialgleichung und den Randbedingungen (280) entsprechen, haben die für das folgende wichtige Eigenschaft, ein orthogonales vollständiges System zu bilden (STURM-LIOUVILLEscher Satz). Die erstgenannte Eigenschaft der Eigenlösungen kann im vorliegenden Fall folgendermaßen bewiesen werden[2]. Die Eigenwerte von σ seien für zwei verschiedene Eigenlösungen σ_k und σ_l ($\sigma_k \neq \sigma_l$). Die entsprechenden Eigenlösungen seien $\xi_k(m)$ und $\xi_l(m)$. Beide Eigenlösungen genügen (280). Multipliziert man die Differentialgleichung für ξ_k mit ξ_l und subtrahiert davon die mit ξ_k multiplizierte Differentialgleichung für ξ_l, so erhält man:

$$(\sigma_k^2 - \sigma_l^2)\xi_k\xi_l = -16\pi^2\left[(r_0^2\xi_l)\frac{d}{dm}\left[C_0\varrho_0\frac{d}{dm}(r_0^2\xi_k)\right] - (r_0^2\xi_k)\frac{d}{dm}\left[C_0\varrho_0\frac{d}{dm}(r_0^2\xi_l)\right]\right]. \tag{281}$$

---

[1] L. c. S. 192, Anm. 7.

[2] Vgl. hierzu S. ROSSELAND, l. c. S. 192, Anm. 4, § 5.

Mit Hilfe der Identität

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d}{dm}\left((r_0^2\xi_l)\,C_0\varrho_0\frac{d}{dm}(r_0^2\xi_k)-(r_0^2\xi_k)\,C_0\varrho_0\frac{d}{dm}(r_0^2\xi_l)\right)\\&=(r_0^2\xi_l)\frac{d}{dm}\left[C_0\varrho_0\frac{d}{dm}(r_0^2\xi_k)\right]-(r_0^2\xi_k)\frac{d}{dm}\left[C_0\varrho_0\frac{d}{dm}(r_0^2\xi_l)\right]\end{aligned}\right\}\tag{282}$$

erhält man aus (281) durch Integration über das Grundgebiet $0 \leqq m \leqq M$ die folgende Gleichung:

$$(\sigma_k^2-\sigma_l^2)\int_0^M \xi_k\xi_l\,dm = -16\pi^2\left|(r_0^2\xi_l)\,C_0\varrho_0\frac{d}{dm}(r_0^2\xi_k)-(r_0^2\xi_k)\,C_0\varrho_0\frac{d}{dm}(r_0^2\xi_l)\right|_0^M. \tag{283}$$

Durch Berücksichtigung der beiden Randbedingungen in (280) sieht man, daß sowohl für $m = 0$ wie für $m = M$ in beiden Gliedern ein Faktor Null ist, so daß die rechte Seite von (283) verschwindet. Da gemäß Voraussetzung $\sigma_k \neq \sigma_l$, gilt die folgende Gleichung, die die oben erwähnte Orthogonalität der Eigenlösungen ausdrückt:

$$\int_0^M \xi_k\xi_l\,dm = 0. \tag{284}$$

Es soll nun die Diskussion der allgemeinen Differentialgleichungen (272), (273) und (274) wieder aufgenommen werden. Zur Ermittlung der Lösung sollen die kleinen Änderungen der adiabatischen Lösung, die durch $\xi_k(m)$ charakterisiert ist ($k = 1, 2, \ldots$), ermittelt werden.

Im allgemeinen Fall gilt statt (275) die Gleichung (274). In der jetzt durchzuführenden zweiten Näherung sollen nun Größen von der ersten Ordnung in dem hier rechts auftretenden Ausdruck $\delta\varepsilon - \frac{d(\delta S)}{dm}$ beibehalten und Glieder zweiter und höherer Ordnung gestrichen werden. Es folgt, daß in (274) die Größe $\frac{\varrho_0}{A_0\sigma}\left(\delta\varepsilon - \frac{d(\delta S)}{dm}\right)$ durch ihren Wert nach der adiabatischen Näherung ersetzt werden darf (vgl. hierzu das EDDINGTONsche Verfahren zur Berechnung der Dämpfung der Oszillationen, I.C.S. § 132). Es sei die Änderung der $k$ten adiabatischen Eigenlösung $\xi_k(m)$ zu ermitteln. Dann ist also $\frac{\varrho_0}{A_0\sigma}\left(\delta\varepsilon - \frac{d(\delta S)}{dm}\right)$ für die durch $\xi_k(m)$ charakterisierte adiabatische Pulsation zu ermitteln. Dies kann durch die folgende Gleichung ausgedrückt werden:

$$\frac{\varrho_0}{A_0\sigma}\left(\delta\varepsilon - \frac{d(\delta S)}{dm}\right) = \frac{\varrho_0}{A_0\sigma_k}\left(\delta\varepsilon_k - \frac{d(\delta S_k)}{dm}\right). \tag{285}$$

Allgemein soll durch einen Index k der Wert für die adiabatische Näherung bezeichnet werden. Die gesuchten Korrektionen der adiabatischen Näherung sollen allgemein durch einen Strich bezeichnet werden:

$$\left.\begin{aligned}\sigma &= \sigma_k + \sigma_k',\\ \delta r = \xi &= \xi_k + \xi_k'.\end{aligned}\right\}\tag{286}$$

Die Gleichung (274) kann jetzt in der Form

$$\delta P - \frac{C_0}{\varrho_0}\delta\varrho = -i\frac{\varrho_0}{A_0\sigma_k}\left(\delta\varepsilon_k - \frac{d(\delta S_k)}{dm}\right) \tag{287}$$

geschrieben werden. Statt (277) erhält man jetzt aus (272), (273) und (287)

$$\left(\sigma^2 + \frac{4Gm}{r_0^3}\right)\xi = -16\pi^2 r_0^2\frac{d}{dm}\left(C_0\varrho_0\frac{d}{dm}(r_0^2\xi) + i\frac{\varrho_0}{4\pi A_0\sigma_k}\left(\delta\varepsilon_k - \frac{d(\delta S_k)}{dm}\right)\right). \tag{288}$$

Durch Benutzung von (286) und der für ξ_k gültigen Differentialgleichung (280) erhält man unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung als der ersten die folgende Differentialgleichung für die gesuchte Korrektion ξ'_k:

$$\left(\sigma_k^2 + \frac{4Gm}{r_0^3}\right)\xi'_k + 2\sigma_k\sigma'_k\xi_k = -16\pi^2 r_0^2 \frac{d}{dm}\left(C_0\varrho_0 \frac{d}{dm}(r_0^2\xi'_k) + i\frac{\varrho_0}{4\pi A_0\sigma_k}\left(\delta\varepsilon_k - \frac{d(\delta S_k)}{dm}\right)\right). \quad (289)$$

Die Korrektionsfunktion ξ'_k soll nun nach dem orthogonalen vollständigen Funktionssystem der adiabatischen Eigenlösungen ξ_l ($l = 1, 2, \ldots$) entwickelt werden. Die Koeffizienten der Entwicklung seien A_{kl}:

$$\xi'_k = \sum_{l=1}^{\infty} A_{kl}\xi_l. \quad (290)$$

Wird diese Entwicklung in (289) eingesetzt, erhält man unter Berücksichtigung des Umstandes, daß die Eigenlösungen ξ_l der Differentialgleichung (280) genügen,

$$\sum_{l=1}^{\infty} (\sigma_k^2 - \sigma_l^2) A_{kl}\xi_l + 2\sigma_k\sigma'_k\xi_k = -i\frac{4\pi r_0^2}{\sigma_k}\frac{d}{dm}\left(\frac{\varrho_0}{A_0}\left(\delta\varepsilon_k - \frac{d(\delta S_k)}{dm}\right)\right). \quad (291)$$

Die Änderung σ'_k des Eigenwerts σ_k wird nach dem üblichen Verfahren durch Integration über das Grundgebiet der Variablen m, d. h. über den ganzen Stern, ermittelt. Durch Multiplikation der Gleichung (291) mit ξ_k und Integration über den ganzen Stern erhält man unter Berücksichtigung der durch (284) ausgedrückten Orthogonalität der adiabatischen Eigenlösungen:

$$2\sigma_k\sigma'_k\int_0^M \xi_k^2\,dm = -\frac{i}{\sigma_k}\int_0^M 4\pi r_0^2\xi_k\frac{d}{dm}\left(\frac{\varrho_0}{A_0}\left(\delta\varepsilon_k - \frac{d(\delta S_k)}{dm}\right)\right)dm. \quad (292)$$

Durch partielle Integration erhält man hieraus:

$$2\sigma_k^2\sigma'_k\int_0^M \xi_k^2\,dm = -i\left|4\pi r_0^2\frac{\varrho_0}{A_0}\left(\delta\varepsilon_k - \frac{d(\delta S_k)}{dm}\right)\right|_0^M + i\int_0^M\frac{\varrho_0}{A_0}\left(\delta\varepsilon_k - \frac{d(\delta S_k)}{dm}\right)\frac{d}{dm}(4\pi r_0^2\xi_k)\,dm. \quad (293)$$

Für $m = 0$ ist $r_0 = 0$, für $m = M$ ist $\varrho_0 = 0$, so daß das erste Glied rechts verschwindet. Berücksichtigt man noch (272), so erhält man[1]:

$$2\sigma_k^2\sigma'_k\int_0^M \xi_k^2\,dm = -i\int_0^M\frac{\delta\varrho_k}{A_0\varrho_0}\left(\delta\varepsilon_k - \frac{d(\delta S_k)}{dm}\right)dm. \quad (294)$$

Der Eigenwert σ_k der adiabatischen Näherungslösung ist reell. Nach (294) ist die Eigenwert-Änderung σ'_k rein imaginär. Aus (286) folgt deshalb:

$$Im(\sigma) = \sigma'_k. \quad (295)$$

Die Stabilitätsbedingung (vgl. S. 197) $Im(\sigma) > 0$ ist somit gleichbedeutend mit der folgenden Stabilitätsbedingung:

$$\int_0^M\frac{\delta\varrho_k}{A_0\varrho_0}\left(\delta\varepsilon_k - \frac{d(\delta S_k)}{dm}\right)dm < 0. \quad (296)$$

Die Stabilitätsbedingung kann folgendermaßen interpretiert werden (vgl. hierzu I.C.S., Chapter 8): Die Abweichung der Pulsationen von der Adiabasie muß im Sinne von Energiezufuhr bei der größten Expansion, d. h. bei der

[1] Die folgende Gleichung kann auch direkt aus den komplexen Teilen der Gleichungen (273) und (274) abgeleitet werden. Zwischen diesen wird der zeitfreie Koeffizient der Sinuswelle der Druckänderung eliminiert. Durch Multiplikation mit ξ und Integration über das Grundgebiet erhält man nach Ausführung einer partiellen Integration unter Berücksichtigung der Randbedingungen und der Gleichung (272) die Gleichung (294).

niedrigsten Temperatur, stattfinden, wenn die Pulsation zum Abklingen gebracht werden soll. Die Gleichung (296) zeigt, in welcher Weise die Abweichungen von der Adiabasie für die verschiedenen Massenelemente gemittelt werden sollen.

Anwendungen der Stabilitätsbedingung in der Form (296) oder in damit äquivalenten Formen auf verschiedene Sternmodelle findet man in den angeführten Arbeiten von ROSSELAND (l. c. S. 192, Anm. 5, S. 20), STEENSHOLT, EDGAR und COWLING. Die Ermittlung des Integrals in (296) für eine bestimmte Pulsation, etwa die Fundamental-Pulsation, eines spezifizierten Sternmodells hat folgendermaßen zu erfolgen: 1. Gemäß der spezifizierten Zustandsgleichung sind die Koeffizienten A_0 und B_0 in (267) als Funktionen von der Temperatur T und der Dichte ϱ explizite auszurechnen. 2. Gemäß der spezifizierten Abhängigkeit der subatomaren Energieproduktion ε von T und ϱ ist $\delta\varepsilon$ als Funktion von δT und $\delta\varrho$ auszudrücken. 3. Nach Gleichung (257) ist δS gemäß der spezifizierten Abhängigkeit der Opazität $\varkappa$ von T und ϱ in Abhängigkeit von δT und $\delta\varrho$ zu berechnen. In den Ausdrücken für $\delta\varepsilon$ und δS sind [vgl. (285)] die Ausdrücke der adiabatischen Näherung für δr, δT und $\delta\varrho$ zu substituieren. 4. Der in Frage kommende Eigenwert und die Eigenlösung des adiabatischen Randwertproblems (280) für das spezifizierte Sternmodell sind zu ermitteln. 5. Die auf diese Weise als Funktionen von m ermittelten Werte von $\delta\varrho_k$, A_0, ϱ_0, $\delta\varepsilon_k$, $\frac{d(\delta S_k)}{dm}$ sind in (296) einzusetzen, und die Quadratur ist auszuführen.

Wegen der Durchführung der Operationen 1, 2, 3 und 4 für verschiedene Sternmodelle vergleiche man außer den angeführten Arbeiten I.C.S., Chapter 8 und M III, 2, Ziff. 8.

COWLING hat mit Hilfe des Stabilitätskriteriums (296) Sternmodelle mit verschwindend kleinem (oder konstantem) relativen Strahlungsdruck $1-\beta$ untersucht, die durch $\varepsilon \propto T^{\nu}$ und $\varkappa \propto \varrho T^{-3,5}$ (vgl. S. 175) charakterisiert sind. Das maßgebende Stabilitäts-Integral wurde nicht genau berechnet, sondern annähernd abgeschätzt. Für Sternmodelle, deren Aufbau durch eine EMDEN-Polytrope mit $n = 1,5$ charakterisiert werden kann, ergab sich Stabilität bis zu einem kritischen Wert ν_{krit} von ν gleich etwa 9. Für $n = 3$ wurde analog $\nu_{\text{krit}} = 19$ gefunden. Mit dem Homologie-Ansatz $\frac{\delta r}{r} = \text{const}$ (vgl. S. 193) würde man viel engere Stabilitätsgrenzen erhalten, woraus die Wichtigkeit der Berücksichtigung der tatsächlichen Variation von $\frac{\delta r}{r}$ durch Untersuchung der adiabatischen Pulsationen hervorgeht.

Die RUSSELLsche Bedingung für säkulare Stabilität, daß die Energieerzeugung bei Kontraktion stärker anwachsen muß, als die Leuchtkraft, wurde schon in Ziff. 58a erörtert. Die Gleichung (296) drückt die Bedingung dafür aus, daß Überstabilität nicht vorhanden ist. Die Verhältnisse, unter denen konvektive Instabilität, d. h. Konvektionsströmung, auftritt, sind in Ziff. 56p diskutiert worden. Normale nicht-veränderliche Sterne sind sicher säkular stabil sowie nicht-überstabil. Dagegen dürften in solchen Sternen im Innern nicht zu ausgedehnte Konvektionszonen vorhanden sein können, ohne daß eine Veränderlichkeit des Sterns nachweisbar wäre.

Sowohl das Auftreten von Überstabilität wie das Auftreten konvektiver Instabilität wird durch hohe Temperaturempfindlichkeit der subatomaren Energieerzeugung begünstigt. Nach den Untersuchungen von COWLING dürfte in einer Reihe von Sternmodellen mit steigender Temperaturempfindlichkeit der Energieerzeugung immer zuerst konvektive Instabilität eintreten. Untersuchungen über die Überstabilität von Sternmodellen mit Konvektionszonen liegen zur Zeit noch nicht vor.

Band III.

Kapitel 3.

Die Ionisation in den Atmosphären der Himmelskörper.

Von

BENGT STRÖMGREN-Kopenhagen.

Mit 4 Abbildungen.

Im folgenden soll die Darstellung der Probleme der Sternatmosphären, die im Kapitel von PANNEKOEK gegeben ist, mit Rücksicht auf die Entwicklung 1929—1935 ergänzt werden. Zugleich soll die entsprechende Ergänzung derjenigen Abschnitte des Kapitels von MILNE, die die Theorie der Sternatmosphären behandeln, gegeben werden (vgl. S. 121 dieses Bandes). Hinweise auf Ziffern, Seiten und Formeln mit einem vorgesetzten P beziehen sich auf das PANNEKOEKsche Kapitel, diejenigen mit einem vorgesetzten M auf das MILNEsche.

M 18a. Das kontinuierliche Spektrum. Die in M Ziff. 13, 17 und 18 dargestellte, von SCHWARZSCHILD, MILNE und LINDBLAD entwickelte Theorie des kontinuierlichen Spektrums beruht auf den folgenden Voraussetzungen: 1. Der Emissionskoeffizient j_ν ist für jede Frequenz ν des kontinuierlichen Spektrums durch die KIRCHHOFFsche Beziehung $j_\nu = k_\nu B_\nu(T)$ gegeben, wo k_ν den Absorptionskoeffizienten und $B_\nu(T)$ die universelle PLANCK-Funktion für die lokale Temperatur T bedeuten. 2. Es herrscht in den in Frage kommenden Atmosphärenschichten Strahlungsgleichgewicht, d. h. der integrierte Netto-Strahlungsstrom ist in allen Schichten gleich groß. 3. Die durch die Schichtkrümmung bewirkte Winkeldrehung der Schichtnormalen längs eines Sehstrahls durch die Atmosphäre ist vernachlässigbar klein, d. h. die Atmosphäre darf als plangeschichtet behandelt werden.

Die erwähnten Annahmen können physikalisch begründet werden. Die erste Voraussetzung ist bei thermodynamischem oder lokalem thermodynamischem Gleichgewicht erfüllt. Die in den Sternatmosphären vorhandenen Abweichungen vom Zustand des lokalen thermodynamischen Gleichgewichts haben auf das Verhältnis j_ν/k_ν zwischen Emissionskoeffizient und Absorptionskoeffizient nur einen relativ geringen Einfluß, wenn es sich um Frequenzen ν im kontinuierlichen Spektrum handelt. Dies zeigen die Untersuchungen über die für Emissions- und Absorptionskoeffizienten maßgebenden Elektroneneinfangs- und Ionisationsprozesse in Sternatmosphären (vgl. P Abschnitt b_3). Die Berechtigung der zweiten Voraussetzung geht aus vergleichenden Untersuchungen über den Energietransport durch Materie und Strahlung hervor, wenn noch berücksichtigt wird, daß in den Atmosphärenschichten keine subatomaren Energiequellen vorhanden sind. Aus der Tatsache, daß für normale Sterne die Atmosphärendicke außerordentlich viel kleiner ist als der Sternradius, folgt schließlich, daß die dritte Voraussetzung im allgemeinen berechtigt ist.

In der Theorie des kontinuierlichen Spektrums der Sonne wird nun neben den erwähnten allgemeinen Voraussetzungen eine spezielle Voraussetzung über die Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten gemacht. Es wird zunächst vorausgesetzt, daß k_ν frequenzunabhängig ist, d. h. daß die Sonne ein sog. grauer Strahler ist. Diese Voraussetzung wird durch die damit erreichte Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung im Fall der Sonne begründet.

Ganz allgemein gilt in einem Strahlungsfeld die folgende fundamentale Differentialgleichung (vgl. M Ziff. 10):

$$\cos\theta \frac{d I_\nu}{\varrho\, d x} = k_\nu I_\nu - j_\nu . \tag{1}$$

Hier ist I_ν die von der betrachteten Richtung und dem betrachteten Ort abhängige Intensität in der Frequenz ν und $\sec\theta\, dx$ die Weglänge durch eine Schicht der Dicke dx, wenn der Winkel zwischen der betrachteten Strahlrichtung und der positiven Schichtnormale θ ist; ϱ ist die Dichte, so daß die Absorption längs eines Weges ds durch den Ausdruck $k_\nu\, \varrho\, ds$ und die Emission eines Volumenelements dV durch den Ausdruck $j_\nu\, \varrho\, dV$ gegeben ist (k_ν und j_ν sind definitionsgemäß Massen-Absorptionskoeffizient und Massen-Emissionskoeffizient). Das Vorzeichen von dI_ν ist dadurch festgelegt, daß die positive x-Achse mit der negativen Schichtnormale zusammenfällt.

Gemäß Voraussetzung 3 ist θ für eine feste Strahlrichtung von Schicht zu Schicht konstant, indem die Schichtnormalen durch die vorausgesetzte plane Schichtung hindurch parallel sind. Die positive Schichtnormale wird radial nach außen zeigend gewählt, die positive x-Achse also radial nach innen zeigend, so daß dx die Änderung in der Tiefe unter der Oberfläche mißt.

Bei der Untersuchung des kontinuierlichen Spektrums ist gemäß Voraussetzung 1 in (1) die KIRCHHOFFsche Beziehung

$$j_\nu = k_\nu B_\nu(T) \tag{2}$$

einzusetzen. Es folgt

$$\cos\theta \frac{d I_\nu}{\varrho\, d x} = k_\nu (I_\nu - B_\nu(T)) . \tag{3}$$

Jeder Frequenz des kontinuierlichen Spektrums und jeder Strahlrichtung entspricht eine Differentialgleichung der Form (3). Die unendlich vielen Differentialgleichungen der Form (3) legen zusammen mit der Annahme 2, daß Strahlungsgleichgewicht vorhanden ist, und der Annahme über den Absorptionskoeffizienten das Strahlungsfeld in der Atmosphäre in den Frequenzen des kontinuierlichen Spektrums und somit auch das ausgestrahlte kontinuierliche Spektrum fest.

Bei frequenzunabhängigem Absorptionskoeffizienten $k_\nu = k$ wird durch Integration über alle Frequenzen für jede Strahlrichtung eine Differentialgleichung erhalten, die die integrierte Intensität $I = \int_0^\infty I_\nu\, d\nu$ und die integrierte PLANCK-Funktion $B = \int_0^\infty B_\nu(T)$, d. h. $B = \frac{\sigma}{\pi} T^4$, enthält:

$$\cos\theta \frac{d I}{\varrho\, d x} = k (I - B(T)) . \tag{4}$$

Die aus der Voraussetzung 2 folgende Bedingung der Unabhängigkeit des integrierten Netto-Strahlungsstroms

$$F = \int I \cos\theta\, d\omega \tag{5}$$

von der Schichttiefe x kann unmittelbar zusammen mit den unendlich vielen Gleichungen (4) zur Bestimmung des Strahlungsfeldes benutzt werden.

Durch Einführung der optischen Tiefe

$$\tau = \int_0^x k \varrho \, dx \tag{6}$$

bringt man (4) auf die Form

$$\cos\theta \frac{dI}{d\tau} = I - B(T), \tag{7}$$

die die Dichteverteilung in der Atmosphäre nicht mehr explizite enthält. Indem die Differentialgleichungen in der Form (7) der Untersuchung zugrunde gelegt werden, kann das Strahlungsfeld als Funktion der optischen Tiefe τ und insbesondere das Strahlungsfeld für $\tau = 0$, d. h. die Ausstrahlung, ermittelt werden, ohne daß die Dichteverteilung in der Atmosphäre untersucht zu werden braucht. Soll aber das Strahlungsfeld und die Temperatur als Funktion der geometrischen Tiefe x untersucht werden, so ist eine Ermittlung des Zusammenhangs zwischen τ und x gemäß (6) durchzuführen (vgl. S. 236).

Indem man in (7) $B(T)$ als erzeugende Funktion betrachtet, kann man einen (7) entsprechenden Integralausdruck für I ableiten. Die Grenzen im Integralausdruck sind durch die Bedingungen festgelegt, daß auf der Oberfläche keine einfallende Strahlung vorhanden ist, und daß keine im endlichen liegende Schicht unter der Oberfläche ausgezeichnet ist. Man erhält [vgl. M (59) und (60)] für nach außen gerichtete Strahlung $(\theta < \pi)$

$$I(\tau, \theta) = e^{\tau \sec\theta} \int_\tau^\infty B(\tau') \, e^{-\tau' \sec\theta} \sec\theta \, d\tau' \tag{8}$$

und für nach innen gerichtete Strahlung $(\theta > \pi)$, indem der Winkel mit der negativen Schichtnormale $\psi = \pi - \theta$ eingeführt wird $(\psi < \pi)$,

$$I(\tau, \psi) = e^{-\tau \sec\psi} \int_0^\tau B(\tau') \, e^{\tau' \sec\psi} \sec\psi \, d\tau'. \tag{9}$$

Durch Einsetzen von (8) und (9) in (5) erhält man[1] nach Vertauschung der Integrationsreihenfolge und Ausführung der Integration über alle Richtungen die folgende Integralgleichung zur Bestimmung der für die Temperaturverteilung maßgebenden Funktion $B(\tau)$

$$F = 2\int_\tau^\infty B(\tau') \, E i_2(\tau' - \tau) \, d\tau' - 2\int_0^\tau B(\tau') \, E i_2(\tau - \tau') \, d\tau'. \tag{10}$$

Es ist allgemein $E i_n(t)$ das Exponentialintegral $n$ter Ordnung des Arguments t (vgl. M S. 85). Durch Differentiation von (10) unter Berücksichtigung, daß $\frac{dF}{d\tau} = 0$ ist, oder direkt durch Einsetzen der Beziehungen (8) und (9) in die aus (4), über alle Richtungen integriert, und (5) folgende Gleichung

$$B(T) = \int I \frac{d\omega}{4\pi} \tag{11}$$

erhält man die mit (10) äquivalente Differentialgleichung [vgl. M (65)]:

$$B(\tau) = \tfrac{1}{2}\int_0^\infty B(\tau') \, E i(|\tau' - \tau|) \, d\tau'. \tag{12}$$

Man besitzt in bezug auf die Lösung $B(\tau)$ der Integralgleichung (10) bzw. (12): 1. einen mathematischen Existenzbeweis; 2. durch numerische Methoden

[1] Vgl. hierzu E. A. Milne, Phil Trans Roy Soc A 228, S. 421 (1929); Bakerian Lecture.

ermittelte numerische Tabellen der Abhängigkeit $B(\tau)$ (vgl. M S. 125); 3. eine Reihe von Näherungslösungen, die die Abhängigkeit mit zum Teil sehr großer Genauigkeit reproduzieren (vgl. M Ziff. 13); 4. Kenntnis des genauen Wertes von B auf der Oberfläche, nämlich $B(0) = \frac{\sqrt{3}}{4}\frac{F}{\pi}$; 5. Kenntnis des asymptotischen Verhaltens der Lösung für $\tau \to \infty$. Man vergleiche wegen des Existenzbeweises die M S. 173 angeführten Arbeiten von HOPF, von WEGNER und von FREUNDLICH, HOPF und WEGNER sowie eine Monographie von HOPF[1]. Der genaue Oberflächenwert wurde von BRONSTEIN[2] und von HOPF[3] ermittelt. Aus

$$B(0) = \frac{\sqrt{3}}{4}\frac{F}{\pi} \tag{13}$$

folgt, da definitionsgemäß

$$F = \sigma T_e^4 \tag{14}$$

ist, wenn T_e die effektive Temperatur bedeutet, unter Benutzung der Beziehung

$$B(T) = \frac{\sigma}{\pi} T^4 \tag{15}$$

die folgende Gleichung zwischen der Oberflächentemperatur T_0 und der effektiven Temperatur T_e:

$$T_0^4 = \frac{\sqrt{3}}{4} T_e^4\,, \tag{16}$$

d. h.

$$T_0 = 0{,}81\, T_e\,. \tag{17}$$

Das Verhalten der Lösung für $\tau \to \infty$ untersuchten BRONSTEIN[4] und HOPF[5].

Die Ausstrahlung ergibt sich, indem in (8) $\tau = 0$ gesetzt und die ermittelte Lösung $B(\tau)$ eingesetzt wird. Die Ausstrahlung in den einzelnen Frequenzen ergibt sich aus der Gleichung

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty B_\nu(\tau')\, e^{-\tau' \sec\vartheta} \sec\vartheta\, d\tau'\,, \tag{18}$$

die den Differentialgleichungen (3) in derselben Weise entspricht, wie die Gleichung (8) für $\tau = 0$ den Differentialgleichungen (4). In der Gleichung (18) ist $B_\nu(\tau')$ gemäß [vgl. M (76)]

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2}\,\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \tag{19}$$

als Funktion von τ' berechenbar, indem ja $B(\tau')$ als Funktion von τ' bekannt ist und T aus B gemäß (15) folgt.

Die von LINDBLAD und MILNE durch Auswertung der Gleichung (18) unter Benutzung der Näherungslösung

$$B(\tau) = \frac{F}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\tau\right) \tag{20}$$

erhaltenen Resultate sind in M Ziff. 18 angeführt. Die durch Vergleich mit den Beobachtungen festgestellte gute Übereinstimmung — sowohl in bezug auf die Kurve des Gesamtspektrums wie auf die Randverdunklung — zeigt, daß die Annahme $k_\nu = k$ nicht sehr weit von der Wahrheit abweichen dürfte.

UNSÖLD und MAUE[6] haben eine analoge Untersuchung durchgeführt mit Hilfe der genaueren Näherungslösung

$$B(\tau) = \frac{F}{\pi}\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\tau - \frac{1}{16}(1 + 3\tau)\, e^{-\tau} + \frac{\tau}{4}\left(1 + \frac{3}{4}\tau\right) Ei(\tau)\right), \tag{21}$$

---

[1] Cambridge Tracts 1935, No. 31.
[2] Z f Phys 59, S. 144 (1929).
[3] M N 90, S. 287 (1930).
[4] M N 91, S. 133 (1930).
[5] M N 92, S. 863 (1932).
[6] Z f Ap 5, S. 1 (1932).

die durch Iteration[1] erhalten wird, indem die Näherungslösung (20) im Integral in (12) eingesetzt wird. Die Resultate weichen nur am äußersten Sonnenrand merklich von den mit Hilfe von (20) erhaltenen ab.

Der vorhandene kleine Einfluß der Absorptionslinien auf die Intensitäten des kontinuierlichen Spektrums ist M S. 144 diskutiert worden (blanketing effect of reversing layer). Es sei in diesem Zusammenhang erwähnt, daß die Konstante η, die das Verhältnis der in den Absorptionslinien absorbierten Energie zur Energie des (gedachten) von Absorptionslinien nicht gestörten Spektrums mißt, von MULDERS[2] für die Sonne aus Messungen von Äquivalentbreiten von Absorptionslinien des Sonnenspektrums zu 0,083 bestimmt worden ist.

KOSIREV[3] und CHANDRASEKHAR[4] haben den Fall einer merklich gekrümmten Atmosphäre untersucht. Dieser Fall dürfte in gewissen Ausnahmefällen (WOLF-RAYET-Sterne, Novae) realisiert sein.

Zur Erzielung einer noch besseren Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung im Falle des kontinuierlichen Sonnenspektrums, als es gemäß der Voraussetzung $k_\nu = k$ möglich ist, ist die Untersuchung eines Modells mit frequenzabhängigem Absorptionskoeffizienten erwünscht. Eine solche Untersuchung ist aber namentlich wesentlich, weil für andere Atmosphären als die Sonnenatmosphäre starke Abweichungen von der Frequenzunabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten vorkommen.

Der Modell-Ansatz eines frequenzabhängigen Absorptionskoeffizienten mit der gleichen Form der Frequenzabhängigkeit in allen Schichten führt zu verhältnismäßig einfachen Resultaten. Es ist gemäß diesem Ansatz

$$k_\nu = n_\nu \bar{k}(\tau), \tag{22}$$

wo die Form der Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten durch die Größe n_ν gegeben ist, die unabhängig von der Schichttiefe ist, während $\bar{k}(\tau)$ unabhängig von der Frequenz ist. Mit diesem Ansatz wird (3):

$$\cos\theta \frac{d I_\nu}{\varrho\, d x} = n_\nu \bar{k} (I_\nu - B_\nu(T)). \tag{23}$$

Es werde nun die optische Tiefe durch

$$\tau = \int_0^x \bar{k} \varrho\, d x \tag{24}$$

definiert. Dann folgt aus (23):

$$\cos\theta \frac{d I_\nu}{d\tau} = n_\nu (I_\nu - B_\nu(T)). \tag{25}$$

Nach MILNE[5] sollen die unendlich vielen Differentialgleichungen (25) nach einem von EDDINGTON (I.C.S., S. 322) angegebenen allgemeinen Näherungsverfahren behandelt werden. Es werden die folgenden Mittelwerte über alle Richtungen eingeführt:

$$J_\nu = \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}, \tag{26}$$

$$H_\nu = \int I_\nu \cos\theta \frac{d\omega}{4\pi}, \tag{27}$$

$$K_\nu = \int I_\nu \cos^2\theta \frac{d\omega}{4\pi}. \tag{28}$$

---

[1] Vgl. hierzu l. c. S. 206, Anm. 1.

[2] Aequivalente breedten van Fraunhoferlijnen in het zonnespectrum. Dissertation Utrecht 1934. Vgl. auch G. SHAJN, MN 94, S. 642 (1934).

[3] MN 94, S. 430 (1934). [4] MN 94, S. 444 (1934). [5] L. c. S. 205, Anm. 1.

Die Größe J_ν ist die mittlere Intensität in der Frequenz ν, die Größe H_ν ist gleich $\frac{1}{4\pi} F_\nu$, wo F_ν den Netto-Strahlungsstrom bedeutet.

Durch Mittelbildung der unendlich vielen Differentialgleichungen (25) über alle Richtungen erhält man

$$\frac{dH_\nu}{d\tau} = n_\nu (J_\nu - B_\nu(T)). \tag{29}$$

Durch Mittelbildung nach Multiplikation mit $\cos\theta$ erhält man ferner

$$\frac{dK_\nu}{d\tau} = n_\nu H_\nu. \tag{30}$$

Das EDDINGTONsche Näherungsverfahren beruht nun auf dem genähert richtigen Ansatz [vgl. (26) und (28)]

$$K_\nu = \tfrac{1}{3} J_\nu. \tag{31}$$

Wäre die Winkelabhängigkeit der Intensität durch einen Ausdruck $I_\nu = a_0 + a_1 \cos\theta$ gegeben, so wäre (31) streng richtig. Aus (30) und (31) folgt

$$\frac{dJ_\nu}{d\tau} = 3 n_\nu H_\nu. \tag{32}$$

Zwischen (29) und (32) kann H_ν durch Differentiation eliminiert werden:

$$\frac{d^2 J_\nu}{d\tau^2} = 3 n_\nu^2 (J_\nu - B_\nu(T)). \tag{33}$$

Es wird nun nach MILNE für $B_\nu(T)$ ein linearer Ansatz gemacht:

$$B_\nu(T) = a_\nu + b_\nu \tau. \tag{34}$$

Man erhält damit die folgende allgemeine Lösung von (33), indem man berücksichtigt, daß n_ν unabhängig von τ ist:

$$J_\nu - B_\nu = \alpha e^{\sqrt{3} n_\nu \tau} + \beta e^{-\sqrt{3} n_\nu \tau}. \tag{35}$$

Nun gilt als erste Randbedingung des Problems, daß in tiefen Schichten, d. h. für $\tau \to \infty$, $J_\nu \backsim B_\nu$ gelten muß. Es folgt, daß α gleich Null sein muß, also

$$J_\nu - B_\nu = \beta e^{-\sqrt{3} n_\nu \tau}. \tag{36}$$

Zur Bestimmung der zweiten Konstante β wird die zweite Randbedingung benutzt, daß auf der Oberfläche, d. h. für $\tau = 0$, keine einfallende Strahlung vorhanden ist. Diese Bedingung gibt nach EDDINGTON mit einer dem Ansatz (31) entsprechenden Näherung [vgl. (26) und (27)]

$$(H_\nu)_{\tau=0} = \tfrac{1}{2} (J_\nu)_{\tau=0}. \tag{37}$$

Aus (32) und (37) folgt nun

$$\left(\frac{dJ_\nu}{d\tau}\right)_{\tau=0} = \frac{3}{2} n_\nu (J_\nu)_{\tau=0}. \tag{38}$$

In Verbindung mit (34) und (36) ergibt dies zur Bestimmung von β

$$b_\nu - \sqrt{3} n_\nu \beta = \tfrac{3}{2} n_\nu a_\nu + \tfrac{3}{2} n_\nu \beta \tag{39}$$

oder

$$\beta = \frac{\frac{2}{3}\frac{b_\nu}{n_\nu} - a_\nu}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}}. \tag{40}$$

In (36) eingesetzt, gibt dies, indem noch (34) berücksichtigt wird, die folgende den Randbedingungen genügende partikuläre Lösung von (33):

$$J_\nu = a_\nu + b_\nu \tau + \frac{\frac{2}{3}\frac{b_\nu}{n_\nu} - a_\nu}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}} e^{-\sqrt{3} n_\nu \tau}. \tag{41}$$

Aus (32) und (41) folgt ferner

$$H_\nu = \frac{1}{3}\frac{b_\nu}{n_\nu} - \frac{\frac{2}{3}\frac{b_\nu}{n_\nu} - a_\nu}{2 + \sqrt{3}} e^{-\sqrt{3} n_\nu \tau}. \tag{42}$$

Da ja definitionsgemäß [vgl. (27)] $F_\nu = 4\pi H_\nu$ ist, folgt für den Netto-Strahlungsstrom die Gleichung

$$\frac{F_\nu}{\pi} = \frac{4}{3}\frac{b_\nu}{n_\nu} - 4\,\frac{\frac{2}{3}\frac{b_\nu}{n_\nu} - a_\nu}{2 + \sqrt{3}} e^{-\sqrt{3} n_\nu \tau}. \tag{43}$$

Es soll nun mit Hilfe dieser Beziehung ausgedrückt werden, daß der integrierte Netto-Strahlungsstrom F konstant ist. Infolge der bei der Ableitung von (43) eingeführten Näherungen kann diese Bedingung nicht allgemein erfüllt werden. Damit für $\tau \to \infty$ der integrierte Netto-Strahlungsstrom gleich F sein soll, muß

$$\frac{F}{\pi} = \frac{4}{3}\int_0^\infty \frac{b_\nu}{n_\nu}\, d\nu \tag{44}$$

gelten. Soll nun auf der Oberfläche, d. h. für $\tau = 0$, der integrierte Netto-Strahlungsstrom denselben Wert haben, so muß

$$\int_0^\infty \left(\frac{2}{3}\frac{b_\nu}{n_\nu} - a_\nu\right) d\nu = 0 \tag{45}$$

sein.

Aus (44) und (45) folgt

$$\int_0^\infty a_\nu\, d\nu = \frac{F}{2\pi}. \tag{46}$$

Berücksichtigt man, daß nach (34) definitionsgemäß

$$(B_\nu(T))_{\tau=0} = a_\nu \tag{47}$$

ist, so folgt hieraus

$$B(T_0) = \frac{F}{2\pi}, \tag{48}$$

wo $B(T_0)$ die integrierte Planck-Funktion für die Oberflächentemperatur T_0 bedeutet. Die Beziehung zwischen Oberflächentemperatur und integriertem Netto-Strahlungsstrom ist also in der erörterten Näherung unabhängig vom Frequenzverlauf des Absorptionskoeffizienten. Die ermittelte Gleichung (48) entspricht der linearen Näherungsgleichung (20).

Aus (44) folgt durch Multiplikation mit $1/k$ gemäß (22)

$$\frac{1}{k}\frac{F}{\pi} = \frac{4}{3}\int_0^\infty \frac{1}{k_\nu} b_\nu\, d\nu. \tag{49}$$

Definiert man nun durch

$$\frac{1}{\bar{k}} = \frac{\int\limits_0^\infty \frac{1}{k_\nu} b_\nu \, d\nu}{\int\limits_0^\infty b_\nu \, d\nu}, \tag{50}$$

$\bar{k}$ als harmonischen Mittelwert des Absorptionskoeffizienten k_ν mit der Gewichtsfunktion b_ν, so folgt

$$\int\limits_0^\infty b_\nu \, d\nu = \frac{3}{4} \frac{F}{\pi}. \tag{51}$$

Aus (46) und (51) folgt dann

$$\int\limits_0^\infty (a_\nu + b_\nu \tau) \, d\nu = \frac{F}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right). \tag{52}$$

Dies ist nach (34) gleichbedeutend mit

$$B(T) = \frac{F}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right). \tag{53}$$

Durch die Definition (50) des mittleren Absorptionskoeffizienten $\bar{k}$ erreicht man also, daß die Beziehung zwischen der Temperatur und der gemäß der Definition (24) bestimmten optischen Tiefe unabhängig von dem Frequenzverlauf des Absorptionskoeffizienten wird. Der Mittelwert (50) entspricht dem im Sterninnern benutzten ROSSELANDschen Mittelwert. Die Gleichung (53) stimmt mit der linearen Näherungslösung (20) überein. Diese Übereinstimmung charakterisiert die durch das beschriebene Verfahren erhaltene Näherung.

Nachdem somit die Temperaturverteilung entsprechend dem Ansatz (22) ermittelt worden ist, kann das ausgestrahlte Spektrum gemäß (25) bestimmt werden. Indem man berücksichtigt, daß n_ν unabhängig von τ ist, erhält man den in Frage kommenden Ausdruck für $I_\nu(0, \theta)$, wenn man in (18) $\sec\theta$ durch $n_\nu \sec\theta$ ersetzt [vgl. hierzu M (222)]:

$$I_\nu(0, \theta) = \int\limits_0^\infty B_\nu(\tau') \, e^{-n_\nu \sec\theta \cdot \tau'} n_\nu \sec\theta \, d\tau'. \tag{54}$$

Setzt man hier den oben benutzten Näherungsansatz (34) für $B_\nu(\tau)$ ein, so erhält man

$$I_\nu(0, \theta) = a_\nu + \frac{b_\nu}{n_\nu} \cos\theta. \tag{55}$$

Der entsprechende Netto-Strahlungsstrom $F_\nu(0)$ auf der Oberfläche, der für die Intensität der Frequenz ν im Gesamtspektrum (das für Fixsterne allein beobachtbar ist) maßgebend ist, wird gegeben durch

$$\frac{F_\nu(0)}{\pi} = a_\nu + \frac{2}{3} \frac{b_\nu}{n_\nu}. \tag{56}$$

Nach (43) würde man $1{,}07\, a_\nu + 0{,}62 \frac{b_\nu}{n_\nu}$ statt $a_\nu + 0{,}67\, b_\nu$ erhalten. Die kleine Abweichung beruht auf den angesetzten Näherungen.

Es sollen nun die Koeffizienten a_ν und b_ν des linearen Ansatzes (34) ermittelt werden. Es ist allgemein

$$B_\nu(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{57}$$

Hier ist die Temperatur in Übereinstimmung mit (53) einzusetzen. Einen linearen Ansatz gewinnt man, indem man diesen Ausdruck durch die zwei ersten Glieder der TAYLOR-Entwicklung für $\tau = 0$ ersetzt:

$$B_\nu(T) = B_\nu(T_0) + \left(\frac{d B_\nu(T)}{d T}\,\frac{d T}{d \tau}\right)_{\tau=0} \cdot \tau . \tag{58}$$

Aus (53) und (57) erhält man, indem $B = \frac{\sigma}{\pi} T^4$ berücksichtigt wird,

$$B_\nu(T) = B_\nu(T_0) + B_\nu(T_0) \frac{\frac{h\nu}{k T_0^2}\, e^{\frac{h\nu}{k T_0}}}{e^{\frac{h\nu}{k T_0}} - 1} \cdot \frac{3}{8}\, T_0 \cdot \tau . \tag{59}$$

Indem man (59) mit (34) identifiziert, findet man

$$a_\nu = B_\nu(T_0), \tag{60}$$

$$b_\nu = \frac{3}{8}\, u_0 \frac{1}{1 - e^{-u_0}}\, B_\nu(T_0), \tag{61}$$

wo

$$u_0 = \frac{h\nu}{k T_0} \tag{62}$$

gesetzt worden ist. Werden (60) und (61) in (55) und (56) eingesetzt, so erhält man

$$I_\nu(0, \theta) = B_\nu(T_0) \left\{1 + \frac{1}{n_\nu} \cdot \frac{3}{8}\, u_0 \frac{1}{1 - e^{-u_0}} \cos\theta\right\} \tag{63}$$

und

$$\frac{F_\nu(0)}{\pi} = B_\nu(T_0) \left\{1 + \frac{1}{n_\nu} \cdot \frac{1}{4}\, u_0 \frac{1}{1 - e^{-u_0}}\right\}. \tag{64}$$

Für $n_\nu = 1$ stellen diese Gleichungen die Randverdunklung in ihrer Abhängigkeit von der Frequenz bzw. die Energiekurve des Gesamtspektrums für einen grauen Strahler dar. Es geht aus (63) und (64) hervor, daß Randverdunklung und Intensität im Gesamtspektrum für eine Frequenz ν gegenüber dem Fall des grauen Körpers vermindert oder vergrößert erscheinen, je nachdem der Absorptionskoeffizient k_ν in dieser Frequenz größer oder kleiner als der mittlere Absorptionskoeffizient $\bar{k}$ ist. Wenn k_ν sehr groß gegenüber $\bar{k}$ ist, ist die Randverdunklung Null, und das Gesamtspektrum wird durch die PLANCK-Kurve der Oberflächentemperatur T_0 dargestellt.

Im allgemeinen erhält man eine etwas bessere Näherung, wenn man an Stelle der abgebrochenen TAYLOR-Entwicklung (58) für $\tau = 0$ die entsprechende Entwicklung für eine gewisse mittlere optische Tiefe, etwa $\tau = \frac{2}{3}$, ansetzt. Der optischen Tiefe $\tau = \frac{2}{3}$ entspricht gemäß (53) die durch (14) definierte effektive Temperatur T_e [vgl. (15)]. Die abgebrochene TAYLOR-Entwicklung für $\tau = \frac{2}{3}$ ist:

$$B_\nu(T) = B_\nu(T_e) \left\{1 + \frac{3}{16}\, u_e \frac{1}{1 - e^{-u_e}} \left(\tau - \frac{2}{3}\right)\right\}, \tag{65}$$

wo analog (62) $u_e = \frac{h\nu}{k T_e}$ gesetzt worden ist. Diesem Ansatz entspricht

$$a_\nu = B_\nu(T_e) \left\{1 - \frac{1}{8}\, u_e \frac{1}{1 - e^{-u_e}}\right\}, \tag{66}$$

$$b_\nu = B_\nu(T_e) \cdot \frac{3}{16}\, u_e \frac{1}{1 - e^{-u_e}} \tag{67}$$

und folglich

$$I_\nu(0, \theta) = B_\nu(T_e) \left\{1 - \frac{1}{8}\, u_e \frac{1}{1 - e^{-u_e}} + \frac{1}{n_\nu} \cdot \frac{3}{16}\, u_e \frac{1}{1 - e^{-u_e}} \cos\theta\right\} \tag{68}$$

und

$$\frac{F_\nu(0)}{\pi} = B_\nu(T_e) \left\{1 + \left(\frac{1}{n_\nu} - 1\right) \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{u_e}{1 - e^{-u_e}}\right\}. \tag{69}$$

Benutzt man (68) und (69), so ist gemäß (67) das ROSSELANDsche Mittel (50) des Absorptionskoeffizienten für die Temperatur $T = T_e$ zu berechnen. Aus (69) folgt für den Spezialfall des grauen Strahlers, d. h. für $n_\nu = 1$, daß das Gesamtspektrum durch die PLANCK-Kurve der effektiven Temperatur T_e dargestellt wird. Der Grad der Übereinstimmung dieses Resultats mit dem M Ziff. 18 angeführten Resultat genauerer Berechnungen für den grauen Strahler charakterisiert wieder die Güte der hier betrachteten Näherung.

Die Gleichung (69) kann noch durch abermalige Benutzung des zweigliedrigen TAYLOR-Ausdrucks für $B_\nu(T_e + \Delta T)$ in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\frac{F_\nu(0)}{\pi} = B_\nu\left(\left[1 + \frac{1}{8}\left(\frac{1}{n_\nu} - 1\right)\right] T_e\right). \tag{70}$$

Diese Form ist in der betrachteten Näherung mit einem von EDDINGTON angeführten Ausdruck äquivalent (I.C.S., S. 229.4).

Es sei noch erwähnt, daß MILNE (l. c.) gezeigt hat, daß die Wirkung der Streuung im Bereich der Absorptionslinien auf die Temperaturschichtung dadurch berücksichtigt werden kann, daß $\bar{k}$ als (harmonisches, gewichtetes) Mittel der Summe von Absorptionskoeffizient und Streukoeffizient berechnet wird. Hierdurch eröffnet sich ein neuer Weg zur Behandlung des „blanketing effect" (vgl. M S. 144).

UNSÖLD und MAUE haben (l. c.) denjenigen Gang von n_ν mit der Frequenz abgeleitet, der zu der besten Übereinstimmung mit den Beobachtungen des Sonnenspektrums führt. Wie zu erwarten, ergaben sich nur geringe Änderungen von n_ν mit ν. Der Absorptionskoeffizient wurde im Violetten etwas größer gefunden als im Gelben und Roten. Man vergleiche hierzu auch die von R. LUNDBLAD[1] aus den Sonnenbeobachtungen auf induktivem Wege abgeleitete Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten in den verschiedenen Schichten der Photosphäre.

In einer vollständigen physikalischen Theorie des kontinuierlichen Spektrums eines Sterns muß der Absorptionskoeffizient auf atomtheoretischer Grundlage berechnet werden. Die Theorie ist durch den Vergleich der mit Hilfe der berechneten Absorptionskoeffizienten vorausgesagten Ausstrahlung zu prüfen. In der hier dargestellten Näherung genügt die theoretische Ermittlung des Frequenzverlaufs des Absorptionskoeffizienten für eine mittlere Photosphärenschicht, etwa $\tau = \frac{2}{3}$ und $T = T_e$ entsprechend. Gemäß dem berechneten Frequenzverlauf ist $n_\nu = \frac{k_\nu}{\bar{k}}$ als Funktion von ν zu ermitteln. Sodann kann die Randverdunklung für jede Frequenz und die Energieverteilung des Gesamtspektrums nach (68) und (69) vorausgesagt werden.

Zur theoretischen Berechnung des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten k_ν sind folgende Daten erforderlich: 1. Die relative Häufigkeit der Elemente. 2. Die Verteilung der Elemente über die stationären Zustände ihrer Atome und einfach, zweifach usw. ionisierter Ionen. 3. Der atomare kontinuierliche Absorptionskoeffizient in Abhängigkeit von der Frequenz für alle in Frage kommenden Elemente und stationären Zustände.

Ausgehend von den beobachteten Stärken der Absorptionslinien hat man die relative Häufigkeit der Elemente mit einiger Sicherheit ableiten können (vgl. S. 237). Die Verteilung über die stationären Zustände in den in Betracht kommenden Photosphärenschichten kann genähert mit Hilfe der bei thermodynamischem Gleichgewicht gültigen Gleichungen berechnet werden (vgl. S. 220).

---

[1] Ap J 58, S. 113 (1923).

Dabei muß neben der Temperatur auch der Elektronendruck bekannt sein. Diese Größe ist ebenfalls gemäß den Untersuchungen über Absorptionslinien anzusetzen (vgl. S. 236). Bei der Berechnung der den verschiedenen vorkommenden stationären Zuständen entsprechenden atomaren Absorptionskoeffizienten muß man sich zur Zeit mit der Anwendung von Gleichungen begnügen, die nur für COULOMBfelder streng gültig sind.

Es liegt jetzt eine Reihe von Berechnungen des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten unter verschiedenen Bedingungen vor. Die folgende Übersicht zeigt die Grundlagen der Berechnungen.

	Chemische Zusammensetzung	Temperatur T und Elektronendruck P_e
W. H. McCREA[1]	Reiner Wasserstoff.	$T = 8000° - 15000°$; der Elektronendruck ist hier ohne Einfluß auf den Frequenzverlauf des Absorptionskoeffizienten (vgl. S. 218).
L. BIERMANN[2]	RUSSELL-Mischung, Ap J 70, S. 11 (1929).	$T = 5600°$, $P_e = 58$ dyn (Sonne); $T = 10000°$, $P_e = 100$ dyn (A-Stern).
A. UNSÖLD[3]	Reiner Wasserstoff.	$T = 6000° - 50000°$; der Elektronendruck ist ohne Einfluß auf den Frequenzverlauf des Absorptionskoeffizienten.
A. UNSÖLD[4]	Wie der Erdkörper, mit Ausnahme von Wasserstoff, dessen Häufigkeit gemäß den Untersuchungen über das Sterninnere angesetzt wurde (vgl. S. 238).	$T = 6000° - 50000°$; $P_e = 100$ dyn (vgl. S. 241).
W. JAHN[5]	RUSSELL-Mischung, Ap J 70, S. 11 (1929).	$T = 5600°$, $P_e = 58$ dyn; $T = 6200°$, $P_e = 215$ dyn; $T = 6830°$, $P_e = 375$ dyn (verschiedene Schichten der Sonnenphotosphäre); ferner für $T = 5040$, 5600, 6300, 7200° und $P_e = 10$, 100 bzw. 1000 dyn.
A. PANNEKOEK[6]	RUSSELL-Mischung, Ap J 78, S. 239 (1933), mit extrem hohem Wasserstoffgehalt (vgl. S. 238).	$T = 2500° - 25000°$; $P_e = 10^{-5} - 10^{7}$ dyn.

UNSÖLD hat (l. c. Anm. 4) gemäß dem aus den Sonnenbeobachtungen abgeleiteten Absorptionskoeffizienten genäherte empirische Korrektionen dieser Werte abgeleitet und angebracht (vgl. S. 217).

Der atomare kontinuierliche Absorptionskoeffizient a_ν in der Frequenz ν für ein COULOMBfeld-Atom (Feldladung Z) in einem stationären Zustand mit der Hauptquantenzahl n ist gegeben durch[7]

$$a_\nu(n) = \frac{64\,\pi^4}{3\sqrt{3}}\,\frac{m_e e^{10} Z^4}{c\,h^6}\,g\cdot\frac{1}{n^5\,\nu^3} \qquad (\text{für } \nu > \nu(n))\,. \tag{71}$$

Es ist hier m_e die Elektronenmasse, e die Elementarladung, c die Lichtgeschwindigkeit und h die PLANCKsche Konstante. Der Faktor g ist ein von n und ν abhängiger Korrektionsfaktor, der im allgemeinen gleich 1 gesetzt werden kann. Die Absorption setzt an der dem betrachteten stationären Zustand entsprechenden Absorptionskante bei der Frequenz $\nu(n)$ ein [$h\nu(n)$ ist gleich der Bindungsenergie $\chi(n)$].

[1] M N 91, S. 836 (1931). [2] Veröff Univ-Sternw Göttingen 1933, Nr. 34 u. 37.
[3] Z f Ap 8, S. 32 (1934). [4] Z f Ap 8, S. 225 (1934). [5] A N 253, S. 377 (1934).
[6] Publ Astr Inst Amsterdam 1935, Nr. 4; vgl. auch M N 95, S. 529 (1935).
[7] Y. SUGIURA, J de Phys 8, S. 113 (1927); J. A. GAUNT, Proc Roy Soc A 126, S. 654 (1930); vgl. im übrigen die Anm. 1 bis 6 angeführten Arbeiten.

Zur sinnvollen Übertragung der Gleichung (71) auf den Fall eines Alkali- oder Erdalkali-Atoms wird die Gleichung (71) zweckmäßig in der Form

$$a_\nu(n) = \frac{32\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{e^6 Z^2}{h^4 c} \cdot \frac{1}{2n^2} \cdot \Delta\chi(n) \cdot \frac{1}{\nu^3} \tag{72}$$

geschrieben, wo

$$\Delta\chi(n) = \frac{2\chi(1)}{n^3} = \frac{4\pi^2 m_e e^4 Z^2}{h^2 n^3} \tag{73}$$

den Unterschied der Bindungsenergie zweier aufeinanderfolgenden stationären Zustände repräsentiert (asymptotisch richtig für $n \to \infty$). Der Faktor $2n^2$ im Nenner repräsentiert das Gewicht des stationären Zustands mit der Hauptquantenzahl n. Bei der Übertragung wird $\Delta\chi(n)$ aus den Energieniveaus etwa durch

$$\Delta\chi(n) \cong \chi(n + \tfrac{1}{2}) - \chi(n - \tfrac{1}{2}) \tag{74}$$

bestimmt, wo $\chi(n \pm \frac{1}{2})$ zwischen den bekannten Werten $\chi(n)$ für ganzzahlige n zu interpolieren ist. Zur Erhöhung der Genauigkeit können die stationären Zustände der S, P, D ...-Serien getrennt behandelt werden (vgl. PANNEKOEK, l. c. S. 213, Anm. 6).

UNSÖLD setzt noch (l. c. S. 213, Anm. 4) bei der Übertragung des Ausdrucks (72) statt Z^2 den Faktor $(Z + 1{,}5)^2$ an, um der Wechselwirkung des Valenzelektrons mit den inneren Teilen des Atomrumpfs Rechnung zu tragen.

Es versteht sich von selbst, daß durch die erwähnten Übertragungsverfahren nur genähert richtige Werte des Absorptionskoeffizienten erhalten werden.

Neben den atomaren Absorptionskoeffizienten (71), die stationären Zuständen mit gebundenem Elektron entsprechen, sind noch die Absorptionskoeffizienten, die freien Elektronen entsprechen (frei-frei-Übergänge) zu berücksichtigen. Der betreffende Beitrag zum Absorptionskoeffizienten ist im allgemeinen klein.

Schließlich ist noch der resultierende Absorptionskoeffizient für jede Frequenz mit $1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}$ zu multiplizieren. Hierdurch wird berücksichtigt, daß die Wirkungen der induzierten Emissionsübergänge und des Bruchteils $e^{-\frac{h\nu}{kT}}$ der Absorptionsübergänge auf das Strahlungsfeld sich genau kompensieren (vgl. S. ROSSELAND, ds. Handb. Bd. III/1, S. 457). In der KIRCHHOFFschen Gleichung (2) und der fundamentalen Differentialgleichung (1) sind k_ν und j_ν als entsprechend reduzierte Absorptions- und Emissionskoeffizienten aufzufassen.

Die Änderung des Absorptionskoeffizienten einer vorgegebenen Elementenmischung mit der Frequenz kann nun qualitativ folgendermaßen beschrieben werden. Wenn man von kleinen Frequenzen zu höheren Frequenzen geht, tragen immer mehr Absorptionskanten zum Absorptionskoeffizienten bei. An jeder Absorptionskante wächst der Absorptionskoeffizient sprungweise. Zwischen den Absorptionskanten nimmt er gemäß (71) sehr nahe wie $1/\nu^3$ ab. Die entsprechende charakteristische Zickzack-Kurve zeigt die Abb. 1.

Bei der Berechnung des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten kommen folgende Elemente in Betracht (vgl. S. 239): Einerseits Wasserstoff, andererseits die Metalle Mg, Na, Fe, Si, K, Ca und Al, ungefähr in der genannten Reihenfolge. Helium und Sauerstoff tragen trotz ihrer relativ großen Häufigkeit praktisch nichts zum kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten bei, dasselbe gilt für die Metallionen (vgl. S. 218). Zwischen Wasserstoff und den neutralen Metallen besteht in bezug auf die kontinuierliche Absorption ein großer Unterschied. Die Bindungsenergie des Grundzustands — das Ionisationspotential I — beträgt für Wasserstoff 13,5 Volt, für die neutralen Metalle dagegen nur 5—8 Volt.

Infolgedessen liegen die Absorptionskanten im Wellenlängenbereich 3000 bis 7000 A für die neutralen Metalle viel dichter als für Wasserstoff. Zieht man noch die große Anzahl der Metalle und die Trennung der Kanten der $S, P, D \ldots$-Serien in Betracht, so liegt es nahe, für die Metalle die Zickzack-Absorptionskurve durch eine glatt verlaufende mittlere Kurve zu ersetzen. Dieses Verfahren erscheint um so mehr berechtigt, als den Absorptionskanten der Metalle keine merklichen Intensitätssprünge in den Sternspektren entsprechen, was wohl durch die abrundende Wirkung der sich an der langwelligen Seite der Kanten häufenden Absorptionslinien zu erklären ist[1]. Eine ähnliche Verschmierung der Absorptionskurve für Wasserstoff ist nur für die Absorptionskanten im Ultrarot angängig. Die LYMAN-Kante bei 912 A und die BALMER-Kante bei 3647 A müssen von den übrigen Kanten (der PASCHEN-Kante bei 8206 A usw.) getrennt behandelt werden, was auch keine Schwierigkeiten bereitet.

Abb. 1. Der kontinuierliche Absorptionskoeffizient als Funktion der Wellenlänge für eine mittlere Schicht der Sonnenatmosphäre ($\tau = 0{,}5$). [L. BIERMANN, Veröff Univ Sternw Göttingen Nr. 34, S. 306 (1933)].

Zur Bestimmung einer mittleren Absorptionskurve für die neutralen Metalle kann man nach UNSÖLD etwa folgendermaßen verfahren. Zunächst wird der Absorptionskoeffizient α_ν pro neutrales Atom im Grundzustand durch Summation der Beiträge (72) der einzelnen Kanten erhalten. Dabei wird berücksichtigt, daß gemäß der Annahme, daß die Verteilung über die stationären Zustände den Gleichungen des thermodynamischen Gleichgewichts folgt, die BOLTZMANNsche Gleichung

$$\frac{N_n}{N_1} = \frac{q_n}{q_1} e^{-\frac{\chi(1) - \chi(n)}{kT}} \tag{75}$$

die relative Anzahl der in den verschiedenen stationären Zuständen absorbierenden Atome gibt. Indem hier $\chi(1) = I$ und die statistischen Gewichte $q_n = 2n^2$, $q_1 = 2$ eingesetzt werden, findet man

$$\frac{N_n}{N_1} = n^2 e^{-\frac{I}{kT} + \frac{\chi(n)}{kT}}. \tag{76}$$

Aus (72) und (76) findet man für α_ν den Ausdruck

$$\alpha_\nu = \frac{16\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{e^6 Z^2}{h^4 c} e^{-\frac{I}{kT}} \frac{1}{\nu^3} \cdot \sum_{\chi(n) < h\nu} e^{\frac{\chi(n)}{kT}} \Delta\chi(n), \tag{77}$$

in dem die Summation über alle n zu erstrecken ist, für die die Frequenz $\chi(n)/h$ der entsprechenden Absorptionskante kleiner als ν ist. Eine approximierende

[1] Vgl. hierzu L. BIERMANN, l. c. S. 213, Anm. 2; M. MINNAERT, B A N 7, 237 (1934).

glatt verlaufende Absorptionskurve erhält man hieraus, wenn man die Summation durch eine Integration ersetzt:

$$\alpha_\nu = \frac{16\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{e^6 Z^2}{h^4 c} e^{-\frac{I}{kT}} \frac{1}{\nu^3} \int_0^{h\nu} e^{\frac{\chi(n)}{kT}} d\chi(n) . \tag{78}$$

Durch Ausführung der Integration erhält man

$$\alpha_\nu = \frac{16\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{e^6 Z^2}{h^4 c} \cdot kT e^{-\frac{I}{kT}} \cdot \frac{1}{\nu^3} \left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right) . \tag{79}$$

Addiert man noch den Beitrag der frei-frei-Übergänge hinzu, so fällt in der Klammer das zweite Glied (das im allgemeinen gegen das erste Glied klein ist) fort. Multipliziert man noch mit dem S. 214 erwähnten Faktor $\left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right)$, so nimmt der Ausdruck wieder die Form (79) an.

Aus (79) geht hervor, daß der durch die KIRCHHOFFsche Gleichung (2) bestimmte entsprechende Emissionskoeffizient frequenzunabhängig ist [vgl. (57)]. Dies entspricht einem von KRAMERS erhaltenen Resultat (vgl. hierzu I.C.S. S. 329).

Die Atomeigenschaften gehen in (79) nur durch die (effektive) COULOMBfeld-Ladung Z und das Ionisationspotential I ein. Dadurch ist die Möglichkeit einer gruppenweisen Berücksichtigung der Metalle gegeben. UNSÖLD benutzt die folgende Einteilung: Fe ($I = 7{,}83$ Volt), Mg (7,61) und Ni (8,65) bilden die eine Gruppe mit einem mittleren I gleich 7,9 Volt; Al ($I = 5{,}95$ Volt), Ca (6,09), Na (5,11) bilden die andere mit einem mittleren I gleich 5,8 Volt.

Die Temperaturabhängigkeit des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten α_ν pro neutrales Atom bei festgehaltener Frequenz ist im wesentlichen durch den Faktor $T e^{-\frac{I - h\nu}{kT}}$ gegeben. Zur Berechnung dieses Faktors ist es bequem, die RUSSELLsche Temperaturfunktion

$$\theta = \frac{5040^\circ}{T} \tag{80}$$

einzuführen. Es ist damit allgemein

$$\log_{10} e^{\frac{V}{kT}} = \theta \cdot V , \tag{81}$$

wenn V in Volt gerechnet wird.

Mit Rücksicht auf die Temperaturabhängigkeit des resultierenden Absorptionskoeffizienten k_ν ist zu bemerken, daß man den pro neutrales Atom gerechneten Absorptionskoeffizienten α_ν noch mit der Anzahl neutraler Atome im betreffenden Grundzustand pro Gramm zu multiplizieren hat, um k_ν zu erhalten. Diese Anzahl hängt vom Ionisationszustand ab.

Die Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten α_ν ist durch den Faktor $\frac{1}{\nu^3}\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)$ gegeben. Die folgende Tabelle zeigt die Änderung dieses Faktors mit dem Argument $u = \frac{h\nu}{kT}$. Gemäß der ermittelten Frequenzabhängigkeit kann das ROSSELAND-Mittel $\bar{k}$ [vgl. (50)] und die für die Ausstrahlung maßgebende Größe $n_\nu = \frac{k_\nu}{\bar{k}}$ berechnet werden. In der Tabelle ist $\frac{1}{n_\nu}$ gegeben. Der Maximumswert von $\frac{1}{n_\nu}$ ist 1,63.

Tabelle 1.

u	T für $\lambda = 4000$ A	T für $\lambda = 5000$ A	T für $\lambda = 6000$ A	T für $\lambda = 7000$ A	$\frac{1}{\nu^3}\left(e^{\frac{h\nu}{kT}}-1\right)$ auf Minimum 1 normiert	$\frac{1}{n_\nu} = \frac{\bar{k}}{k_\nu}$
1,0	35800°	28700°	23900°	20500°	2,4	0,7
1,5	23900	19100	15900	13700	1,5	1,1
2,0	17900	14300	11900	10200	1,1	1,4
2,5	14300	11500	9600	8200	1,0	1,6
3,0	11900	9600	8000	6800	1,0	1,6
3,5	10200	8200	6800	5900	1,1	1,5
4,0	9000	7200	6000	5100	1,2	1,4
4,5	8000	6400	5300	4600	1,4	1,2
5,0	7200	5700	4800	4100	1,7	1,0
6	6000	4800	4000	3400	2,6	0,6
7	5100	4100	3400	2900	4,5	0,4
8	4500	3600	3000	2600	8,3	0,2

Mit Hilfe dieser Tabelle kann die Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten k_ν diskutiert werden, wenn die neutralen Metalle für die Absorption im maßgebenden Wellenlängenbereich verantwortlich sind. Für $T_e = 8000°$ bis $T_e = 12000°$ gilt, daß der Absorptionskoeffizient innerhalb des Wellenlängenbereichs 4000 bis 7000 A annähernd konstant ist. Für niedrigere Temperaturen nimmt der Absorptionskoeffizient k_ν gegen die kurzen Wellen zu, für höhere Temperaturen nimmt k_ν gegen die kurzen Wellen ab.

In der Sonnenphotosphäre dürfte die Absorption im Wellenlängenbereich 4000 bis 7000 A tatsächlich fast ausschließlich von der Absorption der neutralen Metalle herrühren. Dies geht schon daraus hervor, daß die BALMER-Kante, deren Absorption hier viel stärker ist als die für das Gebiet 4000 bis 7000 A maßgebende PASCHEN-Kante, im Sonnenspektrum nicht bemerkbar ist. Ein quantitativer Vergleich zwischen Wasserstoffabsorption und Metallabsorption bestätigt diesen Schluß (vgl. unten). Daraus folgt, indem für die Sonne $T_e = 5740°$ angenommen wird, daß im Wellenlängenbereich 4000 bis 7000 A theoretisch eine Zunahme des Absorptionskoeffizienten gegen kurze Wellen zu erwarten ist, etwa im Verhältnis 2:1 bis 3:1. Dies steht mit dem aus den Beobachtungen gefolgerten Resultat, daß der Absorptionskoeffizient in diesem Bereich sehr nahe konstant ist, im Widerspruch. Anders ausgedrückt, mit Hilfe des theoretischen Absorptionskoeffizienten-Verlaufs n_ν und der Gleichungen (68) und (69) wird für die kurzen Wellen eine etwas geringere Intensität und Randverdunklung vorausgesagt als beobachtet. Diesem Widerspruch darf zur Zeit nicht viel Gewicht beigelegt werden. Die theoretische Berechnung hat noch keinen hohen Genauigkeitsgrad erreicht. UNSÖLD hat zur Beseitigung des Widerspruchs eine empirische $n_\nu(u)$-Kurve angesetzt, an Stelle der in Tabelle 1 gegebenen theoretischen.

Für Sternatmosphären mit tieferer Temperatur als die der Sonnenatmosphäre ist ein Vergleich zwischen Theorie und Beobachtung schwer durchführbar, weil hier infolge der Zunahme der Absorptionslinien und Absorptionskanten das kontinuierliche Spektrum nicht leicht erfaßt werden kann. In Sternatmosphären höherer Temperatur spielt die Wasserstoffabsorption eine wichtige Rolle.

Der Absorptionskoeffizient α_ν pro neutrales Atom im Grundzustand kann für Wasserstoff bei gegebener Temperatur streng gemäß den Gleichungen (71) und (76), unter Berücksichtigung der Korrektionen für frei-frei-Übergänge und zur Elimination der spontanen Emission, als Funktion der Frequenz berechnet werden. Man erhält, indem nach UNSÖLD die Absorptionskanten für $n \geqq 5$ verschmiert [vgl. hierzu (73)] und mit den frei-frei-Absorptionen

zusammen berücksichtigt werden, und indem die g-Faktoren gleich 1 gesetzt werden:

$$\alpha_\nu = \frac{64\pi^4}{3\sqrt{3}} \frac{m_e e^{10}}{c h^6} \frac{1}{\nu^3} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right) e^{-\frac{I}{kT}} \left\{ \frac{e^{\frac{\chi(5)}{kT}}}{2\frac{I}{kT}} + \sum_{\chi(n) < h\nu}^{n \leq 4} \frac{e^{\frac{\chi(n)}{kT}}}{n^3} \right\}. \tag{82}$$

Die folgende Tabelle gibt nach UNSÖLD α_ν/m_H, d. h. den Absorptionskoeffizienten pro Gramm unionisierten Wasserstoffs im Grundzustand. Zugleich ist der entsprechende ROSSELAND-Mittelwert angeführt. Den Absorptionskoeffizienten k_ν erhält man hieraus durch Multiplikation mit dem Bruchteil, der angibt, wie viele der Wasserstoffatome neutral und im Grundzustand sind. Bei der Berechnung der Tabelle 2 sind wieder alle Korrektionsfaktoren g gleich 1 gesetzt worden.

Tabelle 2.

$\theta = \frac{5040°}{T}$	T	T						
		$\lambda = 3647$ A kurzw. Seite	$\lambda = 3647$ A langw. Seite	$\lambda = 4000$ A	$\lambda = 5000$ A	$\lambda = 6500$ A	$\lambda = 8206$ A kurzw. Seite	ROSSELAND-Mittel
0,1	50400°	6,59	6,27	6,36	6,58	6,84	7,06	5,62
0,2	25200	5,57	4,97	5,07	5,32	5,59	5,83	4,48
0,3	16800	4,55	3,70	3,81	4,07	4,36	4,61	3,52
0,4	12600	3,53	2,44	2,55	2,82	3,13	3,39	2,68
0,5	10100	2,51	1,19	1,31	1,59	1,90	2,17	1,59
0,6	8400	1,50	−0,04	0,08	0,36	0,68	0,96	0,52
0,7	7200	0,48	−1,27	−1,15	−0,87	−0,54	−0,26	−0,71
0,8	6300	−0,54	−2,49	−2,37	−2,09	−1,75	−1,47	−1,95

Die Tabelle gibt $\log \frac{\alpha_\nu}{m_H}$ und $\log \frac{\bar{\alpha}_\nu}{m_H}$ für neutralen Wasserstoff.

Wenn Wasserstoff für die kontinuierliche Absorption maßgebend ist, gelten, wie aus Tabelle 2 ersichtlich, folgende Gesetzmäßigkeiten: 1. Im Wellenlängenbereich 3647 bis 8206 A nimmt der Absorptionskoeffizient gegen die kurzen Wellen ab, sehr nahe wie $1/\nu^3$. 2. Bei mäßigen Temperaturen ist der Absorptionskoeffizient im Bereich 4000 bis 7000 A von derselben Größenordnung wie das ROSSELAND-Mittel. Bei den Temperaturen 20000° bis 50000° ist der Absorptionskoeffizient in diesem Bereich erheblich größer als das ROSSELAND-Mittel. Dies hängt mit der relativ hohen Durchlässigkeit im Wellenlängenbereich zwischen BALMER-Kante und LYMAN-Kante bzw. jenseits der LYMAN-Kante bei hohen bzw. höchsten Temperaturen zusammen. Bei hohen bzw. höchsten Temperaturen sind diese Bereiche für das ROSSELAND-Mittel maßgebend. 3. Außer bei den höchsten Temperaturen ist an der BALMER-Kante ein starker Sprung im Absorptionskoeffizienten und im Wert von $1/n_\nu$ vorhanden.

Die Abnahme des Absorptionskoeffizienten zwischen 8206 A und 3647 A bewirkt gemäß (69) eine Zunahme der ausgestrahlten Intensität gegen kurze Wellen gegenüber der für konstanten Absorptionskoeffizienten resultierenden PLANCK-Kurve. Für die höchsten Temperaturen ist dieser Effekt nicht ausgeprägt, weil hier für den ganzen Bereich 3647 bis 8206 A das Verhältnis $1/n_\nu$ klein ist (vgl. 2.), so daß die Ausstrahlung gemäß (64) sehr nahe der PLANCK-Intensität der Oberflächentemperatur entspricht.

In der Sonnenphotosphäre spielt, wie erwähnt, im beobachtbaren Wellenlängenbereich die Wasserstoff-Absorption gegenüber der Absorption durch neutrale Metalle praktisch keine Rolle. Dies geht aus dem Vergleich von (79) und (82) hervor, wenn man noch die relative Häufigkeit von Wasserstoff und neutralen Metallen berücksichtigt (vgl. S. 238). Es hängt mit dem großen Unterschied im Ionisationspotential I unmittelbar zusammen. Auch die Absorption von Sauer-

stoff und von den Metallionen ist bei Sonnentemperatur wegen des hohen Wertes von I vernachlässigbar klein. Bei steigender Temperatur wächst die Metall-Absorption pro neutrales Atom gemäß (79) wie $T e^{-\frac{I-h\nu}{kT}}$. Sobald aber die Ionisation der Metalle einsetzt, wird diese Zunahme durch die Abnahme der Anzahl der neutralen Atome mehr als aufgewogen; die resultierende Metall-Absorption ist in einem gewissen Temperaturbereich annähernd konstant. Wenn schließlich doppelte Ionisation der Metalle einsetzt, nimmt der resultierende Metall-Absorptionskoeffizient stark ab. Für Wasserstoff erfolgt bei steigender Temperatur eine analoge Zunahme des Absorptionskoeffizienten pro neutrales Atom, wie Tabelle 2 zeigt. Die durch Ionisation hervorgerufene entgegengesetzte Wirkung tritt hier bei höherer Temperatur ein, weil das Ionisationspotential erheblich größer ist als für die Metalle. Zwischen 6000° und 10000° erfolgt bei mittlerem Photosphären-Elektronendruck eine Zunahme der Wasserstoff-Absorption auf mehr als das 1000fache, während die Metall-Absorption schwach abnimmt. Für die Absorption des Sauerstoffs und der Metallionen erfolgt auch eine starke Zunahme, jetzt spielt diese Absorption aber neben der Wasserstoff-Absorption keine Rolle, und zwar wegen der viel größeren Häufigkeit der Wasserstoffatome.

Ob nun bei 10000° die Metall-Absorption oder die Wasserstoff-Absorption im Wellenlängenbereich 4000 bis 7000 A überwiegt, hängt von der relativen Häufigkeit von Wasserstoff und Metallen ab. Wenn, wie UNSÖLD annimmt (l. c. S. 213, Anm. 4), etwa 30 Wasserstoffatome pro Metallatom vorhanden sind, sind die Absorptionskoeffizienten von der gleichen Größenordnung. Dem von PANNEKOEK (l. c. S. 213, Anm. 6) angenommenen Verhältnis von 1000 Wasserstoffatomen pro Metallatom entspricht ein starkes Überwiegen der Wasserstoff-Absorption bei 10000°; bei etwa 7000° (bei mittlerem Elektronendruck) fängt die Wasserstoff-Absorption an, im Wellenlängenbereich zwischen 4000 und 7000 A eine Rolle zu spielen.

Für T größer als etwa 10000° gilt, wie erwähnt, sowohl für Metall-Absorption wie für Wasserstoff-Absorption, daß der Absorptionskoeffizient gegen kurze Wellen abnimmt. Die entsprechenden Abweichungen der Energieverteilung von der PLANCKschen Formel werden also, unabhängig von der relativen Häufigkeit von Wasserstoff und Metallen, im Bereich der effektiven Temperatur T_e zwischen 10000° und 20000° vorausgesagt. Dies haben zuerst BIERMANN[1] und UNSÖLD[2] und sodann PANNEKOEK[3] abgeleitet; sie haben gezeigt, daß die Voraussage qualitativ mit den Beobachtungen im Einklang steht. Die Übereinstimmung gilt sowohl für die relativen Intensitätsbeobachtungen von JENSEN[4] wie für die absoluten Intensitätsmessungen der Greenwich-Beobachter[5]. Theorie und Beobachtung ergeben übereinstimmend, daß für die Sterne zwischen B5 und A0 die aus den Beobachtungen im Wellenlängenbereich 4000 bis 6500 A abgeleiteten Farbtemperaturen erheblich größer sind als die entsprechenden effektiven Temperaturen.

Auch in bezug auf den Sprung an der BALMER-Kante ist nach UNSÖLD qualitative Übereinstimmung zwischen Theorie und Beobachtung vorhanden.

Der Elektronendruck P_e beeinflußt den resultierenden Absorptionskoeffizienten dadurch, daß der Ionisationszustand von ihm abhängt. Je kleiner der Elektronendruck, desto kleiner ist der Bruchteil neutraler Wasserstoff- und Metallatome und desto kleiner ist der Absorptionskoeffizient. Der Frequenzverlauf des Absorptionskoeffizienten ist für die Metalle für sich und für Wasserstoff für sich unabhängig vom Elektronendruck. In einer Mischung, wo sowohl Metalle wie

[1] L. c. S. 213, Anm. 2. [2] L. c. S. 213, Anm. 4. [3] L. c. S. 213, Anm. 6.
[4] A N 248, S. 217 (1933). [5] M N 94, S. 488 (1934).

Wasserstoff Einfluß auf den Absorptionskoeffizienten haben, beeinflußt P_e auch den Frequenzverlauf, indem P_e das Verhältnis zwischen Metall- und Wasserstoff-Absorption, deren Frequenzverlauf ja verschieden ist, beeinflußt.

UNSÖLD und PANNEKOEK haben ausführliche Tabellen des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten als Funktion von Temperatur T, Elektronendruck P_e und der Wellenlänge λ berechnet. UNSÖLD hat die Berechnungen für eine Mischung mit 30 Wasserstoffatomen pro Metallatom ausgeführt, PANNEKOEK für eine solche mit 1000 Wasserstoffatomen pro Metallatom (vgl. S. 239).

Abschließend sei noch bemerkt, daß die Theorie des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten auch in der Theorie der Absorptionslinien wesentlich ist (vgl. S. 236).

P 19a. Ionisation bei thermodynamischem Gleichgewicht. Die Theorie des Ionisationszustands und Anregungszustands bei thermodynamischem Gleichgewicht ist in P Abschnitt b) ausführlich behandelt worden. Die Grundgleichungen der Theorie sind:

$$\frac{N_1''}{N_1'} P_e = \frac{(2\pi m_e)^{\frac{3}{2}}}{h^3} \frac{q_1'' q_e}{q_1'} (kT)^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{I}{kT}}, \tag{83}$$

$$\frac{N_2'}{N_1'} = \frac{q_2'}{q_1'} e^{-\frac{\chi_1' - \chi_2'}{kT}}. \tag{84}$$

Hier bedeuten N_1' und N_1'' die Anzahl pro Volumeneinheit der Atome in den Grundzuständen $1'$ und $1''$ zweier aufeinanderfolgenden Ionisationsstufen, N_2' die Anzahl für einen angeregten Zustand $2'$ derselben Ionisationsstufe wie $1'$, q_1', q_1'' und q_2' die statistischen Gewichte der erwähnten stationären Zustände, q_e das statistische Gewicht des freien Elektrons, das gleich 2 ist, $I\ (=\chi_1')$ das Ionisationspotential und χ_2' die Bindungsenergie im Zustand $2'$. Unter Einführung von

$$\left.\begin{aligned} N' &= N_1' + N_2' + \cdots, \\ N'' &= N_1'' + N_2'' + \cdots, \end{aligned}\right\} \tag{85}$$

und der Zustandssummen

$$B(T) = q_1 + q_2 e^{-\frac{I-\chi_2}{kT}} + \ldots \tag{86}$$

erhält man [vgl. auch (80) und (81)]

$$\log\left(\frac{N''}{N'} P_e\right) = -6{,}18 - \frac{5040^\circ}{T} I + \frac{5}{2}\log T + \log\frac{B''(T)}{B'(T)}. \tag{87}$$

Eine ausführliche Übersicht über astrophysikalisch wichtige stationäre Zustände findet man bei RUSSELL[1]. Man vergleiche auch das Werk von BACHER und GOUDSMIT, Atomic Energy States. New York and London 1932.

Die statistischen Gewichte sind nach der Regel q = Multiplizität des Terms mal $(2l + 1)$, wo $l = 0, 1, 2 \ldots$ für $S, P, D \ldots$-Terme ist, zu berechnen.

Einen Beitrag zur Klärung der physikalischen Grundlagen der Theorie der Ionisation und Anregung gab W. PAULI[2]. Der Satz, daß die Übergangswahrscheinlichkeiten für einander genau entgegengesetzte Prozesse gleich groß sind, kann nach der Quantenmechanik bewiesen werden. Aus diesem Satz folgt, daß die statistischen Gewichte für alle nicht entarteten stationären Zustände gleich groß sind. Ferner folgt, daß bei thermodynamischem Gleichgewicht detailliertes Gleichgewicht (vgl. M S. 67) vorhanden ist.

Nach R. T. BIRGE[3] sind die wahrscheinlichsten Werte der in (87) eingehenden Konstanten und die entsprechenden wahrscheinlichen Fehler bzw. $6{,}1791 \pm 0{,}0006$ und $5040{,}5 \pm 0{,}7$.

---

[1] Ap J 70, S. 11 (1929). [2] Sommerfeld-Festschr. Leipzig 1928. [3] Ap J 77, S. 63 (1933).

Anwendungen der Grundgleichungen zur Bestimmung des Ionisationszustands von vorgegebenen Elementenmischungen sind von RUSSELL[1], UNSÖLD[2] und PANNEKOEK[3] gemacht worden. Es handelt sich um die S. 213 erwähnten Mischungen von Metallen und Wasserstoff. Sauerstoff darf bei der Ionisationsberechnung wie Wasserstoff behandelt werden (die Ionisationspotentiale sind fast gleich) und spielt wegen seiner im Vergleich mit Wasserstoff geringen Menge praktisch keine Rolle. Die Metalle werden erst zweifach ionisiert, wenn die Temperatur so hoch ist, daß Wasserstoff stark ionisiert ist, und liefern dann nur einen im Vergleich zum Wasserstoff-Beitrag kleinen Beitrag an freien Elektronen. Dies bedeutet eine weitere Vereinfachung der Berechnungen. In den erwähnten Untersuchungen werden Tabellen gegeben, nach denen mit den Argumenten T und P_e der Ionisationszustand der Metalle und des Wasserstoffs sowie der Gasdruck p_G gefunden werden können.

Bei den Berechnungen des Ionisationszustands von Sternatmosphären sind im allgemeinen die in P Abschnitt b_3) abgeleiteten Korrektionen wegen der Abweichung der Temperatur der ionisierenden Strahlung von der lokalen Temperatur angebracht worden.

M 19a; P 29a. Physikalische Grundlagen der Theorie der Absorptionslinien. Das Entstehen der Absorptionslinien in den Sternspektren beruht darauf, daß in den Sternatmosphären der Emissionskoeffizient j_ν für Frequenzen innerhalb des schmalen Bereichs von Spektrallinien der vorhandenen Elemente von dem entsprechenden Wert bei thermodynamischem Gleichgewicht abweicht. Die Theorie der Absorptionslinien beruht wie die des kontinuierlichen Spektrums auf der fundamentalen Differentialgleichung (1) für Strahlungsfelder. Der Unterschied liegt im Ausdruck für den Emissionskoeffizienten, indem die für das kontinuierliche Spektrum anwendbare KIRCHHOFFsche Beziehung (2) für die Frequenzen der Absorptionslinien versagt.

Für die Frequenzen des kontinuierlichen Spektrums können Absorptionskoeffizient k_ν und Emissionskoeffizient j_ν als Funktionen der lokalen Temperatur T und des lokalen Elektronendrucks P_e berechnet werden. Für die Frequenzen der Spektrallinien müssen k_ν und j_ν als Funktionen der Intensitäten I_ν des lokalen Strahlungsfeldes, der lokalen Temperatur und des lokalen Elektronendrucks berechnet werden. Der Absorptionskoeffizient im Bereich einer von einem Grundzustand ausgehenden Spektrallinie kann jedoch als Funktion von lokaler Temperatur und Elektronendruck allein angegeben werden. Die Theorie der Absorptionslinien ist bis jetzt ausführlich nur für solche Spektrallinien entwickelt worden. Die abgeleiteten Resultate sind allerdings auch für gewisse andere Linien brauchbar (vgl. S. 235).

Bei der Berechnung des Absorptions- und Emissionsvermögens in den Frequenzen der Spektrallinien bedient man sich eines Näherungsverfahrens, das auf folgendem beruht[4]. Die Wechselwirkung zwischen dem Strahlungsfeld und den Atomen wird durch Absorptions- und Emissionsübergänge zwischen stationären Zuständen einer gewissen Breite beschrieben. Einem Übergang zwischen zwei Zustandselementen der unscharfen stationären Zustände entspricht eine Frequenz, die genau nach der BOHRschen Frequenzbedingung $E_2 - E_1 = h\nu$

[1] Ap J 75, S. 337 (1932). [2] L. c. S. 213, Anm. 4.

[3] L. c. S. 213, Anm. 6.

[4] Vgl. hierzu V. WEISSKOPF u. E. WIGNER, Z f Phys 63, S. 218 (1930); V. WEISSKOPF, Obs 56, S. 291 (1933); Z f Phys 85, S. 451 (1933); A. UNSÖLD, Z f Ap 2, S. 199 (1931); M. MINNAERT, ebenda 4, S. 153 (1932); B. STRÖMGREN, l. c. S. 228, Anm. 1. Durch das erwähnte Näherungsverfahren werden die Richtungsverteilung und die Polarisationsverhältnisse der Streustrahlung nicht erfaßt. Die Wirkung der Vernachlässigung in der Theorie der stellaren Absorptionslinien dürfte klein sein; vgl. S. ROSSELAND, Astrophysik S. 127.

zu berechnen ist. Die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen zwei Zustandselementen hängt von der Lage des End-Zustandselements innerhalb des unscharfen stationären Zustands ab und wächst linear mit der örtlichen mittleren Strahlungsintensität J_ν in der entsprechenden Frequenz. Die Übergangswahrscheinlichkeiten sind nach folgendem Schema zu berechnen:

$$\left.\begin{aligned} b(E^{(i)}, E^{(i)} + dE;\ E^{(k)}, E^{(k)} + dE) &= b_{ik}\frac{\beta_k}{\pi}\frac{dE}{\beta_k^2 + (E^{(k)} - E_0^{(k)})^2} J_\nu\,,\\ a(E^{(k)}, E^{(k)} + dE;\ E^{(i)}, E^{(i)} + dE) &= a_{ki}\frac{\beta_i}{\pi}\frac{dE}{\beta_i^2 + (E^{(i)} - E_0^{(i)})^2}\,,\\ b(E^{(k)}, E^{(k)} + dE;\ E^{(i)}, E^{(i)} + dE) &= b_{ki}\frac{\beta_i}{\pi}\frac{dE}{\beta_i^2 + (E^{(i)} - E_0^{(i)})^2} J_\nu\,,\\ h\nu &= E^{(k)} - E^{(i)}\,,\\ \beta_i &= \frac{h}{4\pi}\frac{1}{\tau_i}\,,\\ \beta_k &= \frac{h}{4\pi}\frac{1}{\tau_k}\,. \end{aligned}\right\} \tag{88}$$

Dieses Schema stellt einen Ausbau des in M Ziff. 19 und P Ziff. 29 zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den stationären Zuständen benutzten Schemas dar. Die Betrachtung der Zustandselemente ermöglicht die Untersuchung des Verlaufs von Absorptionskoeffizient und Emissionskoeffizient innerhalb des Frequenzbereichs der Spektrallinien. Das Schema gibt die Übergangswahrscheinlichkeiten für Absorptionsübergänge, für spontane Emissionsübergänge und für induzierte Emissionsübergänge zwischen den Zustandselementen. Ein Zustandselement, das zum stationären Zustand i gehört, und dem die Energieinhalte zwischen $E^{(i)}$ und $E^{(i)} + dE$ entsprechen, wird mit $(E^{(i)}, E^{(i)} + dE)$ bezeichnet. Die Energie des Zentrums des unscharfen stationären Zustands i ist mit $E_0^{(i)}$ bezeichnet. Die Größe τ_i ist die für alle Zustandselemente gleich große mittlere Lebensdauer des stationären Zustands i. Die Konstanten b_{ik}, a_{ki} und b_{ki} sind die in M l. c. und P l. c. betrachteten, für die Übergänge zwischen den stationären Zuständen als ganzen maßgebenden EINSTEIN-Koeffizienten. Insbesondere gelten zwischen ihnen die universellen Gleichungen [vgl. M (226) und (226′)]

$$\left.\begin{aligned} q_k a_{ki} &= \frac{2h\nu^3}{c^2} q_i b_{ik}\,,\\ q_k b_{ki} &= q_i b_{ik}\,, \end{aligned}\right\} \tag{89}$$

wo q_i und q_k die statistischen Gewichte der stationären Zustände i und k sind.

Für die mittlere Lebensdauer τ_k sind im allgemeinen die spontanen Übergangswahrscheinlichkeiten nach niedrigeren Zuständen maßgebend, indem die anderen Übergangswahrscheinlichkeiten im allgemeinen viel kleiner sind:

$$\frac{1}{\tau_k} = \sum_{E_r < E_k} a_{kr}\,. \tag{90}$$

Insbesondere darf im allgemeinen die mittlere Lebensdauer eines Grundzustands als unendlich groß angenommen werden. Daraus folgt gemäß (88), daß für einen Grundzustand $\beta_1 \to 0$ gesetzt werden darf.

Im thermodynamischen Gleichgewicht ist die mittlere Intensität J_ν durch die PLANCKsche Gleichung gegeben und darum innerhalb des Frequenzbereichs einer Spektrallinie praktisch konstant. Aus (88) sieht man, daß dann durch

die Strahlungsübergänge eine gewisse Normalverteilung über die Zustandselemente eines stationären Zustands resultiert:

$$\left.\begin{aligned} N(E^{(k)}, E^{(k)} + dE) &= N_k \cdot W(E^{(k)}) \,, \\ W(E^{(k)}) &= \frac{\beta_k}{\pi} \frac{dE}{\beta_k^2 + (E^{(k)} - E_0^{(k)})^2} \,. \end{aligned}\right\} \tag{91}$$

Nach den Gesetzen des thermodynamischen Gleichgewichts resultiert auch durch alle anderen atomaren Prozesse dieselbe Verteilung. Wie man leicht durch Integration bestätigt, bedeutet N_k in (91) die Anzahl der Atome im ganzen stationären Zustand k. Die halbe Halbwertsbreite der Normalverteilung ist gemäß (91) gleich β_k. Je kleiner die mittlere Lebensdauer eines stationären Zustands, desto größer ist die Energieunschärfe. Aus der obenerwähnten Eigenschaft des Grundzustands folgt, daß der Grundzustand als scharf angesehen werden darf.

Kennt man für ein Volumenelement die Verteilung der Atome über die stationären Zustände einschließlich der Verteilung über die Zustandselemente, so kann man nach Schema (88) den Absorptionskoeffizienten und den Emissionskoeffizienten ermitteln, indem man berücksichtigt, daß bei jedem Absorptionsprozeß bzw. Emissionsprozeß die Energie $h\nu$ absorbiert bzw. emittiert wird.

Der atomare Absorptionskoeffizient innerhalb einer Spektrallinie, die vom Grundzustand ausgeht, ist unabhängig vom Strahlungsfeld, indem der Grundzustand scharf ist. Sonst hängt im allgemeinen der Absorptionskoeffizient vom Strahlungsfeld ab, weil dieses die Verteilung über die Zustandselemente des absorbierenden stationären Zustands beeinflußt. Für eine vom Grundzustand ausgehende Linie erhält man gemäß (88) den folgenden atomaren Absorptionskoeffizienten a_ν, pro Atom im Grundzustand gerechnet:

$$a_\nu = b_{1k} \cdot \frac{h\nu}{4\pi} \cdot \frac{\delta_k}{\pi} \frac{1}{\delta_k^2 + (\nu - \nu_0)^2} \,. \tag{92}$$

Hier ist

$$\delta_k = \frac{\beta_k}{h} \tag{93}$$

die Unschärfe des in Frage kommenden oberen stationären Zustands, in Frequenzeinheiten gemessen. Aus (88), (90) und (93) folgt

$$\delta_k = \frac{1}{4\pi} \sum_{E_r < E_k} a_{kr} \,. \tag{94}$$

Insbesondere gilt für eine Linie, für die der obere stationäre Zustand der zweittiefste stationäre Zustand ist, — eine Resonanzlinie — die Gleichung

$$\delta_2 = \frac{1}{4\pi} a_{21} \,. \tag{95}$$

Setzt man die erste Gleichung (89) und (94) in (92) ein, so erhält man

$$a_\nu = a_{k1} \cdot \frac{c^2}{32\pi^3\nu^2} \frac{q_k}{q_1} \frac{\sum\limits_{E_r < E_k} a_{kr}}{\delta_k^2 + (\nu - \nu_0)^2} \,. \tag{96}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung kann der Absorptionskoeffizient berechnet werden, wenn die EINSTEIN-Koeffizienten a_{kr} des Atoms bekannt sind. Es sei noch bemerkt, daß bei allen astrophysikalischen Anwendungen $\nu - \nu_0 \gg \delta_k$ ist (δ_k ist von der Größenordnung 10^{-4} A), so daß in (96) δ_k^2 im Nenner gestrichen werden kann.

Unter Anlehnung an die klassische Theorie des harmonischen Oszillators führt man im allgemeinen statt der EINSTEIN-Koeffizienten a_{kr} die sog. Oszillatorstärken f_{kr} ein, die durch die folgende Gleichung definiert[1] sind:

$$a_{kr} = \frac{8\pi^2 e^2}{3 m_e c^3} \nu^2 \cdot f_{kr} \,. \tag{97}$$

Diese Definition ist bequem, weil f_{kr} für stärkere Linien von der Größenordnung 1 ist. Definiert man ferner f'_k durch

$$\sum_{E_r < E_k} a_{kr} = \frac{8\pi^2 e^2}{3 m_e c^3} \nu^2 \cdot f'_k \,, \tag{98}$$

so kann man (96) in der folgenden Form schreiben:

$$a_\nu = \frac{2\pi e^4}{9 m_e^2 c^4} \nu^2 \cdot \frac{q_k}{q_1} f_{k1} f'_k \cdot \frac{1}{\delta_k^2 + (\nu - \nu_0)^2} \,. \tag{99}$$

In einigen Fällen sind die Oszillatorstärken quantenmechanisch berechnet worden, in den meisten Fällen durch Anwendung des Summensatzes. Für einige wenige Linien sind die Oszillatorstärken gemäß Laboratoriumsversuchen bekannt[2]. Für f' gilt infolge des Summensatzes im allgemeinen $f' \backsim 1$.

Der Absorptionskoeffizient innerhalb einer Spektrallinie, die von einem angeregten Zustand ausgeht, kann in einfacher Form geschrieben werden, wenn für den betreffenden angeregten Zustand eine Normalverteilung (91) gilt. Letzteres wird in Sternatmosphären im allgemeinen allerdings nicht der Fall sein, doch kommen wichtige Fälle vor, wo die erwähnte Bedingung annähernd erfüllt ist. Durch Anwendung des Schemas (88) auf die Absorptionen von einem angeregten Zustand mit Normalverteilung erhält man [vgl. (92) und (93)]

$$a_\nu = b_{ik} \cdot \frac{h\nu}{4\pi} \cdot \frac{\delta_i + \delta_k}{\pi} \frac{1}{(\delta_i + \delta_k)^2 + (\nu - \nu_0)^2} \,. \tag{100}$$

Die halbe Halbwertsbreite $\delta = \delta_i + \delta_k$ der Absorptionslinie — die sog. natürliche Linienbreite — setzt sich also additiv aus den (in Frequenzeinheiten gemessenen) halben Halbwertsbreiten der beiden betreffenden stationären Zustände zusammen. Durch Einführung der Oszillatorstärken erhält man jetzt statt (99) die folgende Gleichung:

$$a_\nu = \frac{2\pi e^4}{9 m_e c^4} \nu^2 \cdot \frac{q_k}{q_1} f_{ki} (f'_i + f'_k) \cdot \frac{1}{\delta^2 + (\nu - \nu_0)^2} \,. \tag{101}$$

Im Nenner des letzten Faktors darf wieder bei astrophysikalischen Anwendungen das erste Glied gestrichen werden.

Die angeführten Formeln für den Verlauf des Absorptionskoeffizienten im Frequenzbereich einer Spektrallinie gelten für ruhende, ungestörte Atome. Durch die Wärmebewegung und durch die Wechselwirkung der Atome wird die Absorptionslinie verbreitert. Die wichtigsten in Frage kommenden Effekte sind[3]:

1. Die DOPPLER-Verbreiterung durch die Wärmebewegung der Atome. Allgemein gilt, wenn die Verteilung der Geschwindigkeitskomponenten v

---

[1] Wegen der zwei verschiedenen benutzten Definitionen der Oszillatorstärke vergleiche man etwa MINNAERT und MULDERS, l. c. S. 234, Anm. 4.

[2] Vgl. etwa S. A. KORFF and G. BREIT, Reviews of Modern Physics 4, S. 471 (1932).

[3] Vgl. hierzu den zusammenfassenden Bericht von V. WEISSKOPF, Phys Z 34, S. 1 (1933) und das Werk von A. MITCHELL and M. ZEMANSKY, Resonance Radiation and Excited Atoms. Cambridge 1934, sowie die in diesen beiden Darstellungen angeführte Literatur.

in einer festen Richtung durch $\psi(v)$ gegeben ist, für den Absorptionskoeffizienten in dieser Richtung:

$$a_\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(v)\, d v \cdot b_{ik} \frac{h\nu}{4\pi} \frac{\delta}{\pi} \frac{1}{\delta^2 + \left(\nu - \nu_0\left(1 + \frac{v}{c}\right)\right)^2}. \tag{102}$$

Für eine MAXWELLsche Geschwindigkeitsverteilung der Temperatur T erhält man hieraus nach einigen Umformungen für alle Strahlenrichtungen

$$a_\nu = \frac{2\pi e^4}{9 m_e^2 c^4} \nu^2 \cdot \frac{q_k}{q_i} f_{ki}(f_i' + f_k') \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}\, b^2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} \frac{d y}{a^2 + (d - y)^2}, \tag{103}$$

wo

$$b = \sqrt{\frac{2\Re T}{A}}\, \frac{\nu}{c}, \tag{104}$$

$$d = \frac{\nu - \nu_0}{b}, \tag{105}$$

$$a = \frac{\delta}{b} = \frac{2\pi e^2}{3 m_e c^3} \nu^2 \cdot \frac{f_i' + f_k'}{b}, \tag{106}$$

ist. Die Größe b repräsentiert die DOPPLER-Verbreiterung ($\Re$ ist die Gaskonstante, A das Atomgewicht in Einheiten von m_H), die Größe δ wie vorher die natürliche Linienbreite. Bei den astrophysikalischen Anwendungen ist das Verhältnis a erheblich kleiner als 1. Dies bedeutet eine Vereinfachung bei der Auswertung des Integrals in (103). Wichtig ist ferner, daß für $d \gg 1$, d. h. in gegenüber der DOPPLER-Breite großem Abstand von der Linienmitte, Gleichung (103) asymptotisch in Gleichung (101) übergeht. In gegen die DOPPLER-Breite großem Abstand von der Linienmitte darf also die Wirkung der DOPPLER-Verbreiterung vernachlässigt werden. Dabei ist zu bemerken, daß die DOPPLER-Breite, in Wellenlängeneinheiten ausgedrückt, bei den Anwendungen auf Sternatmosphären etwa 0,01 bis 0,1 A beträgt.

Analytische Näherungsformeln und Tabellen zur Berechnung des Ausdrucks (103) findet man etwa bei BORN[1], V. D. HELD[2], MITCHELL und ZEMANSKY[3], WOOLLEY[4], PANNEKOEK[5] und MINNAERT und MULDERS[6].

2. Die Stoßverbreiterung. Die Wirkung naher Passagen von Fremdatomen auf die Absorption und Emission eines Atoms wurde schon von H. A. LORENTZ auf klassischer Grundlage diskutiert. Ausgehend von einer Überlegung von LENZ[7] hat WEISSKOPF[8] dieses Problem weitgehend geklärt. Zur Berücksichtigung der erwähnten Wirkung hat man die natürliche Linienbreite δ durch eine effektive Linienbreite

$$\delta_{\text{eff}} = \delta + \frac{1}{2\pi} S \tag{107}$$

zu ersetzen, wo S die sekundliche Zahl der nahen Passagen am betrachteten Atom bedeutet. Die Passagenzahl S kann nach der kinetischen Gastheorie berechnet werden, indem für die nahen Passagen ein effektiver Wirkungsquerschnitt σ_S^2 eingeführt wird. Wie Experiment und Theorie übereinstimmend zeigen, sind dabei die σ_S-Werte von der Größenordnung 5 bis 10 A. In den Sternatmosphären dürfte die Stoßverbreiterung durch Wasserstoffatome eine Rolle spielen.

---

[1] Optik. Berlin 1933.
[2] Z f Phys 70, S. 508 (1931).
[3] L. c. S. 224, Anm. 3.
[4] Ann Solar Phys Obs Cambridge Vol. 3, Part 2 (1933).
[5] L. c. S. 213, Anm. 6.
[6] L. c. S. 234, Anm. 4.
[7] Z f Phys 25, S. 299 (1924).
[8] L. c. S. 224, Anm. 3 sowie Z f Phys 75, S. 287 (1932).

Wenn die Dichte so hoch ist, daß die Stoßzeit gegenüber der Flugzeit nicht verschwindend klein ist, treten, wie auf theoretischem Wege LENZ[1] gezeigt hat, Verschiebung und Asymmetrie der Spektrallinien auf. In dieser Weise können diesbezügliche Experimente[2] von FÜCHTBAUER, JOOS und DINCKELACKER und von MINKOWSKI gedeutet werden. LINDBLAD[3] hat eine asymmetrische Verbreiterung der Linie 4227 in M-Zwergen beobachtet.

3. Die STARK-Effekt-Verbreiterung. Ein Atom in einem Gas wird auch außerhalb der kurzen Zeitintervalle einer nahen Passage durch die elektrischen Felder der Nachbaratome gestört. Diese Störungen bewirken kleine Verbreiterungen der Energieniveaus des Atoms und entsprechende Verbreiterungen der Spektrallinien, die den Linienaufspaltungen bei konstantem äußeren Feld (STARK-Effekt) analog sind. Im allgemeinen spielt diese Verbreiterung nur für die Wasserstofflinien eine Rolle, da nur für Wasserstoff ein merklicher linearer STARK-Effekt vorhanden ist. Die STARK-Effekt-Verbreiterung kann durch den Ansatz eines entsprechend den störenden Feldern vergrößerten δ_{eff} berücksichtigt werden[4]. In den stark ionisierten Atmosphären der B- und A-Sterne dürfte nach O. STRUVE[5] und UNSÖLD[6] die STARK-Effekt-Verbreiterung der BALMER-Linien sehr wesentlich sein.

Der Emissionskoeffizient innerhalb des Frequenzbereichs einer Spektrallinie hängt von der Anzahl der Atome in den Zustandselementen des betreffenden oberen stationären Zustands ab. Ist die Gesamtzahl der Atome im oberen stationären Zustand und die Verteilung über die Zustandselemente bekannt, so kann der Emissionskoeffizient innerhalb der Spektrallinie als Funktion der Frequenz gemäß dem Schema (88) berechnet werden.

Im thermodynamischen Gleichgewicht ist die Gesamtzahl der Atome im oberen stationären Zustand durch die BOLTZMANNsche Gleichung und die Verteilung über die Zustandselemente durch die Normalverteilung (91) bestimmt. Dann gilt für den Emissionskoeffizienten die KIRCHHOFFsche Gleichung $j_\nu = k_\nu B_\nu(T)$. In den Sternatmosphären muß die Gesamtzahl und die Verteilung durch Betrachtung der verschiedenen Atomprozesse, durch die der obere Zustand angeregt wird, als Funktion des Strahlungsfeldes, der Temperatur und des Elektronendrucks am betrachteten Ort ermittelt werden. Die Berechnung kann nach EDDINGTON[7] und MILNE[8] mit Vorteil durch Vergleich des betrachteten Zustands mit einem Zustand im thermodynamischen Gleichgewicht bei der lokalen Temperatur und Dichte durchgeführt werden. Es kann für ein ins Auge gefaßtes Zustandselement $(E^{(k)}, E^{(k)} + dE)$ die Bedingung der zeitlichen Stationarität allgemein in der folgenden Form geschrieben werden:

$$\left.\begin{aligned}
&\sum_u^{\text{Em}} \xi(E^{(k)})\, n_{\text{em}}^{(0)}(E^{(k)}, E^{(k)} + dE; u) + \sum_o^{\text{Abs}} \xi(E^{(k)}) \frac{J_{\nu(E^{(k)}, o)}}{B_{\nu(E^{(k)}, o)}} n_{\text{abs}}^{(0)}(E^{(k)}, E^{(k)} + dE; o) \\
&\qquad\qquad + \sum_t^{\text{Stoß}} \xi(E^{(k)})\, \xi_S\, n_{\text{st}}^{(0)}(E^{(k)}, E^{(k)} + dE; t) \\
&= \sum_u^{\text{Abs}} \xi(u) \frac{J_{\nu(E^{(k)}, u)}}{B_{\nu(E^{(k)}, u)}} n_{\text{abs}}^{(0)}(u; E^{(k)}, E^{(k)} + dE) + \sum_o^{\text{Em}} \xi(o)\, n_{\text{em}}^{(0)}(o; E^{(k)}, E^{(k)} + dE) \\
&\qquad\qquad + \sum_t^{\text{Stoß}} \xi(t)\, \xi_S\, n_{\text{st}}^{(0)}(t; E^{(k)}, E^{(k)} + dE)\,.
\end{aligned}\right\} \quad (108)$$

[1] Z f Phys 80, S. 423 (1933). [2] Vgl. l. c. S. 224, Anm. 3.
[3] Stockh Obs Astr Iakt och Undersökn Bd. 12, No. 2 (1935).
[4] Vgl. l. c. S. 224, Anm. 3 und l. c. S. 225, Anm. 1.
[5] Ap J 69, S. 173 (1929); 70, S. 85 u. 237 (1929).
[6] Z f Phys 46, S. 765 (1927); 59, S. 353 (1930).
[7] I.C.S. und M N 89, S. 620 (1929). [8] M N 88, S. 493 (1928).

Jedes Glied auf der linken Seite gibt die Anzahl (pro Volumeneinheit und Zeiteinheit) der Übergangsprozesse aus dem betrachteten Zustandselement nach einem anderen, jedes Glied auf der rechten Seite die Anzahl der genau umgekehrten Übergangsprozesse nach dem betrachteten Zustandselement. Die erste Summe links repräsentiert spontane Emissionsübergänge, die zweite Absorptionsübergänge, die dritte Stoßübergänge. Die Summen rechts repräsentieren die genau umgekehrten Absorptions-, Emissions- und Stoßübergänge. Die induzierten Emissionsprozesse sind nicht repräsentiert: sie sind durch entsprechende Reduktion der Absorptionsübergänge zu berücksichtigen (vgl. S. 214). Die $n^{(0)}$-Faktoren geben die entsprechenden Anzahlen für thermodynamisches Gleichgewicht. Da bei thermodynamischem Gleichgewicht nicht nur Stationarität, sondern detailliertes Gleichgewicht (vgl. M Ziff. 1) vorhanden ist, so gilt

$$\left.\begin{aligned} n^{(0)}_{\text{em}}(E^{(k)}, E^{(k)}+dE;\, u) &= n^{(0)}_{\text{abs}}(u;\, E^{(k)}, E^{(k)}+dE)\,,\\ n^{(0)}_{\text{abs}}(E^{(k)}, E^{(k)}+dE;\, o) &= n^{(0)}_{\text{em}}(o;\, E^{(k)}, E^{(k)}+dE)\,,\\ n^{(0)}_{\text{st}}(E^{(k)}, E^{(k)}+dE;\, t) &= n^{(0)}_{\text{st}}(t;\, E^{(k)}, E^{(k)}+dE)\,. \end{aligned}\right\} \tag{109}$$

Die ξ-Faktoren $\xi(E^{(k)})$, $\xi(o)$, $\xi(u)$ und $\xi(t)$ geben das Verhältnis zwischen den Zahlen der Atome im Zustandselement $(E^{(k)}, E^{(k)}+dE)$ und in den Zuständen o, u, t und den entsprechenden Zahlen bei thermodynamischem Gleichgewicht. Jedes Glied links enthält den Faktor $\xi(E^{(k)})$, jedes Glied rechts einen Faktor $\xi(o)$, $\xi(u)$ oder $\xi(t)$. Die Absorptionsglieder enthalten ferner als Faktor das Verhältnis J_ν/B_ν der mittleren Intensität J_ν zur PLANCK-Intensität B_ν für die betreffende Frequenz. Die Stoßglieder schließlich enthalten als Faktor den ξ-Faktor ξ_S, der das Verhältnis der Zahl der stoßenden Partikeln und der entsprechenden Zahl bei thermodynamischem Gleichgewicht gibt.

In ihrer allgemeinen Form ist die Gleichung (108) außerordentlich verwickelt. Sie zeigt, wie die verschiedenen stationären Zustände und die entsprechenden Spektrallinienintensitäten untereinander gekoppelt sind. Es gibt aber einfache Spezialfälle, die in den Sternatmosphären mit guter Näherung realisiert sind.

Ein sehr wichtiger Spezialfall ist der von EDDINGTON und MILNE behandelte Fall einer vom Grundzustand ausgehenden Spektrallinie, deren oberer Zustand nur durch Strahlungsübergänge und Stoßübergänge vom Grundzustand angeregt und nur durch die umgekehrten Prozesse nach dem Grundzustand ausgelöscht wird. In diesem Spezialfall reduziert sich (108) auf die Gleichung

$$\left.\begin{aligned} &\xi(E^{(k)})\, n^{(0)}_{\text{em}}(E^{(k)}, E^{(k)}+dE;\, 1) + \xi(E^{(k)})\, n^{(0)}_{\text{st}}(E^{(k)}, E^{(k)}+dE;\, 1)\\ &= \frac{J_{\nu(E^{(k)},1)}}{B_\nu}\, n^{(0)}_{\text{abs}}(1;\, E^{(k)}, E^{(k)}+dE) + n^{(0)}_{\text{st}}(1;\, E^{(k)}, E^{(k)}+dE)\,, \end{aligned}\right\} \tag{110}$$

in der zur weiteren Vereinfachung noch $\xi(1) = 1$ und $\xi_S = 1$ gesetzt worden ist. In Gleichung (110) ist zu beachten, daß 1 den scharfen Grundzustand bedeutet, so daß insbesondere die Frequenz $\nu(E^{(k)}, 1)$ durch $E^{(k)}$ gegeben ist:

$$h\nu(E^{(k)}, 1) = E^{(k)} - E^{(1)}_0\,. \tag{111}$$

Berücksichtigt man in (110) die Gleichungen (109) und setzt zur Vereinfachung

$$\varepsilon = \frac{n^{(0)}_{\text{st}}(E^{(k)}, E^{(k)}+dE;\, 1)}{n^{(0)}_{\text{em}}(E^{(k)}, E^{(k)}+dE;\, 1) + n^{(0)}_{\text{st}}(E^{(k)}, E^{(k)}+dE;\, 1)}\,, \tag{112}$$

so erhält man

$$\xi(E^{(k)}) = (1-\varepsilon)\,\frac{J_{\nu(E^{(k)},1)}}{B_\nu} + \varepsilon\,. \tag{113}$$

Im Zustand des thermodynamischen Gleichgewichts gilt auch für die Spektrallinien die KIRCHHOFFsche Gleichung $j_\nu = l_\nu B_\nu$, wo der Linienabsorptionskoeffizient zur Unterscheidung vom kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten k_ν mit l_ν bezeichnet ist. Durch Vergleich mit dem Zustand thermodynamischen Gleichgewichts leitet man aus (113) unter Beachtung von (111) den folgenden Ausdruck für den Linienemissionskoeffizienten ab:

$$j_\nu^{(\mathrm{lin})} = (1 - \varepsilon)\, l_\nu J_\nu + \varepsilon\, l_\nu B_\nu . \tag{114}$$

Die durch (112) definierte Größe ε mißt den Bruchteil, den die Stoßübergänge $(E^{(k)}, E^{(k)} + dE) \to 1$ von allen Übergängen $(E^{(k)}, E^{(k)} + dE) \to 1$ ausmachen. Sie hat für alle Zustandselemente von k denselben Wert.

Wenn die Dichte so gering ist, daß die Zahl der Stoßübergänge praktisch verschwindet und folglich ε gleich Null ist, gilt

$$j_\nu^{(\mathrm{lin})} = l_\nu J_\nu . \tag{115}$$

Dies ist der Fall der sog. reinen Streuung (monochromatisches Gleichgewicht). Die Gleichung (114) enthält neben einem Streuungsglied ein Absorptionsglied.

B. STRÖMGREN[1] hat einen allgemeineren Spezialfall behandelt, bei dem für eine vom Grundzustand ausgehende Linie Anregung bzw. Auslöschung des oberen Zustands außer durch Übergänge von bzw. nach dem Grundzustand auch noch durch Übergänge von bzw. nach Zuständen, wo das Elektron frei ist, erfolgt. Man erhält in diesem Fall

$$j_\nu^{(\mathrm{lin})} = (1 - \varepsilon)\, l_\nu J_\nu + \varepsilon\, l_\nu Q B_\nu(T) , \tag{116}$$

wo aber jetzt ε den Bruchteil von allen Übergängen aus dem oberen Zustand k mißt, den die Stoßübergänge aus k nach dem Grundzustand und die Photoionisationsübergänge aus k zusammen ausmachen. Der Faktor Q ist ein Ausdruck für die Abweichung der Intensität der ionisierenden Strahlung von der PLANCK-Strahlung der lokalen Temperatur T. Wenn diese Abweichung vernachlässigt werden kann, ist $Q = 1$.

Im allgemeinen Fall (108) treten in der Gleichung für j_ν neben der mittleren Intensität J_ν für die Frequenz ν und der PLANCK-Intensität B_ν auch mittlere Intensitäten für andere Frequenzen auf, die einen Ausdruck für Fluoreszenzwechselwirkung mit anderen Spektrallinien bedeuten.

In einer Sternatmosphäre setzt sich der Absorptionskoeffizient bzw. der Emissionskoeffizient innerhalb einer Spektrallinie aus einem der Spektrallinie entsprechenden Beitrag und einem dem kontinuierlichen Spektrum entsprechenden Beitrag zusammen. Die resultierenden Werte sind, indem für das kontinuierliche Spektrum die KIRCHHOFFsche Gleichung gilt:

$$k_\nu^{(\mathrm{res})} = k_\nu + l_\nu . \tag{117}$$

$$j_\nu^{(\mathrm{res})} = k_\nu B_\nu + j_\nu^{(\mathrm{lin})} . \tag{118}$$

Der Linienemissionskoeffizient $j_\nu^{(\mathrm{lin})}$ ist, je nach dem betrachteten Spezialfall, gemäß (114), (115) oder (116) durch l_ν auszudrücken.

Die theoretische Berechnung des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten k_ν als Funktion von Temperatur T und Elektronendruck P_e wurde in Ziff. M 18a behandelt. Die Berechnung des Linienabsorptionskoeffizienten a_ν pro Atom kann für eine vom Grundzustand ausgehende Linie nach den in dieser Ziffer gegebenen Formeln erfolgen. Aus a_ν wird der Linienabsorptionskoeffizient durch Multiplikation mit der Anzahl der Atome im betreffenden Grundzustand pro Gramm erhalten. Diese Anzahl kann bei bekannter relativer Häufigkeit des betreffenden

[1] Z f Ap 10, S. 237 (1935).

Elementes gemäß den Ionisationsgleichungen (83) als Funktion von T und P_e berechnet werden. Es sind somit für eine Theorie der von einem Grundzustand ausgehenden Spektrallinien die physikalischen Grundlagen vorhanden.

M 19b; P 30a. Die Theorie der Absorptionslinien. Das Strahlungsfeld in einer Sternatmosphäre genügt auch für die Frequenzbereiche der Spektrallinien der fundamentalen Differentialgleichung (1):

$$\cos\theta \frac{d I_\nu}{\varrho\, d x} = k_\nu^{(\mathrm{res})} I_\nu - j_\nu^{(\mathrm{res})} . \tag{119}$$

Die Theorie der Absorptionslinien beruht auf dieser Gleichung in Verbindung mit den in der vorigen Ziffer gegebenen Ausdrücken für den Absorptionskoeffizienten $k_\nu^{(\mathrm{res})}$ und für den Emissionskoeffizienten $j_\nu^{(\mathrm{res})}$.

Setzt man die Gleichungen (117) und (118) und der Reihe nach die Ausdrücke (115), (114) und (116) für $j_\nu^{(\mathrm{lin})}$ in (119) ein, so erhält man:

$$\cos\theta \frac{d I_\nu}{\varrho\, d x} = (k_\nu + l_\nu) I_\nu - k_\nu B_\nu - l_\nu J_\nu , \tag{120}$$

bzw.

$$\cos\theta \frac{d I_\nu}{\varrho\, d x} = (k_\nu + l_\nu) I_\nu - k_\nu B_\nu - (1-\varepsilon)\, l_\nu J_\nu - \varepsilon\, l_\nu B_\nu \tag{121}$$

und

$$\cos\theta \frac{d I_\nu}{\varrho\, d x} = (k_\nu + l_\nu) I_\nu - k_\nu B_\nu - (1-\varepsilon)\, l_\nu J_\nu - \varepsilon\, l_\nu Q B_\nu . \tag{122}$$

Die erste Gleichung ist die Differentialgleichung für gleichzeitig vorhandene kontinuierliche Absorption und Linienstreuung, die zweite die Gleichung für gleichzeitig vorhandene kontinuierliche Absorption, Linienabsorption und Linienstreuung. Die dritte Gleichung berücksichtigt [indem der wesentlichste Unterschied zwischen (121) und (122) in der Bedeutung von ε liegt, vgl. S. 228] darüber hinaus die Fluoreszenzkopplung mit den stationären Zuständen, die einem freien Elektron entsprechen. Die Form der Differentialgleichung (122) ist, wie UNSÖLD[1] betont hat, die allgemeinste Form, wenn Linienfluoreszenz nicht berücksichtigt wird. Die speziellen Formen (120) bzw. (121) gehen aus (122) hervor, wenn $Q = 1$ bzw. $Q = 1$ und $\varepsilon = 0$ gesetzt werden.

Die Behandlung der unendlich vielen Differentialgleichungen der Form (120), (121) oder (122) erfolgt gewöhnlich nach dem in Ziff. M 18a erwähnten Näherungsverfahren. Das Verfahren ist in der Tat genau dasselbe wie das bei der Diskussion der unendlich vielen Differentialgleichungen (25) angewandte. Es werden auf die unendlich vielen Differentialgleichungen die Operationen: $\int \cdots \frac{d\omega}{4\pi}$ und $\int \ldots \cos\theta \frac{d\omega}{4\pi}$ angewandt, wo die Integrationen über alle Richtungen zu erstrecken sind. Sodann werden durch die EDDINGTONsche Näherungsgleichung: $\int I_\nu \cos^2\theta \frac{d\omega}{4\pi} = \frac{1}{3}\int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}$ zwei Differentialgleichungen gewonnen, aus denen durch Elimination von $\int I_\nu \cos\theta \frac{d\omega}{4\pi}$ eine Differentialgleichung für die mittlere Intensität $J_\nu = \int I_\nu \frac{d\omega}{4\pi}$ abgeleitet wird. Sodann ist die partikuläre Lösung dieser Differentialgleichung zu ermitteln, die die Randbedingungen $J_\nu \backsim B_\nu$ für tiefe Schichten und $J_\nu = 2\int I_\nu \cos\theta \frac{d\omega}{4\pi}$ auf der Oberfläche (EDDINGTONscher Näherungsausdruck dafür, daß auf der Oberfläche der Strahlungsstrom nach innen gleich Null ist) erfüllt. Durch Einsetzung der J_ν-Lösung in die ursprünglichen Differentialgleichungen kann man $I_\nu(\theta)$ als Funktion der Tiefe durch Quadratur ermitteln, insbesondere also die Ausstrahlung berechnen.

---

[1] L. c. S. 233, Anm. 1.

Der einzige Schritt in diesem Verfahren, der mathematische Schwierigkeiten bereitet, ist die Lösung des Randwertproblems der Differentialgleichung für J_ν. Einfache Lösungen ergeben sich, wenn der Koeffizient von J_ν unabhängig von der Tiefe angesetzt wird. Wie EDDINGTON[1] gezeigt hat, führt auch der Ansatz eines linear mit der optischen Tiefe variierenden Koeffizienten zu einer mit Hilfe bekannter Funktionen (BESSEL-Funktionen) ausdrückbaren Lösung. Der allgemeine Fall kann durch numerische Integration behandelt werden. Mehrere solche Untersuchungen hat PANNEKOEK durchgeführt (vgl. S. 237).

Eine Reihe von Lösungen des mathematischen Randwertproblems sind von EDDINGTON[2], MILNE[3], ROSSELAND[4], B. STRÖMGREN[5], UNSÖLD[6] und WOOLLEY[7] analytisch untersucht worden. Die Voraussetzungen unterscheiden sich durch die Ansätze in bezug auf die Änderung von Schicht zu Schicht für das Verhältnis $\eta_\nu = \frac{l_\nu}{k_\nu}$, für ε und für B_ν. Hier sollen die Hauptpunkte des wichtigen Falles, daß l_ν/k_ν und ε konstant und B_ν linear von der optischen Tiefe abhängig sind, angeführt werden. Allgemein erhält man aus (121):

$$\frac{dH_\nu}{dt_\nu} = J_\nu - \frac{k_\nu}{k_\nu + l_\nu} B_\nu - (1-\varepsilon)\frac{l_\nu}{k_\nu + l_\nu} J_\nu - \varepsilon \frac{l_\nu}{k_\nu + l_\nu} B_\nu \tag{123}$$

und:

$$\frac{1}{3}\frac{dJ_\nu}{dt_\nu} = H_\nu\,, \tag{124}$$

indem die optische Tiefe in der Frequenz ν innerhalb einer Spektrallinie:

$$t_\nu = \int_0^x (k_\nu + l_\nu)\,\varrho\, dx \tag{125}$$

eingeführt wird. Man erhält weiter durch Einführung der Bezeichnungen:

$$\eta_\nu = \frac{l_\nu}{k_\nu} \tag{126}$$

und

$$\lambda_\nu = \frac{1 + \varepsilon\eta_\nu}{1 + \eta_\nu} \tag{127}$$

aus (123):

$$\frac{dH_\nu}{dt_\nu} = \lambda_\nu (J_\nu - B_\nu)\,. \tag{128}$$

Zwischen (124) und (128) wird H_ν eliminiert:

$$\frac{d^2 J_\nu}{dt_\nu^2} = 3\lambda_\nu (J_\nu - B_\nu)\,. \tag{129}$$

Nimmt man nun λ_ν als konstant an und setzt:

$$B_\nu = a_\nu + p_\nu t_\nu\,, \tag{130}$$

so erhält man (vgl. hierzu S. 208) als Lösung von (129), die die Randbedingungen erfüllt,

$$J_\nu = a_\nu + p_\nu t_\nu - \frac{a_\nu - \frac{2}{3} p_\nu}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3\lambda_\nu}}\, e^{-\sqrt{3\lambda_\nu}\, t_\nu}\,. \tag{131}$$

Aus (124) und (131) folgt, da definitionsgemäß [vgl. (27)]:

$$F_\nu = 4\pi H_\nu\,,$$

$$\frac{F_\nu}{\pi} = \frac{4}{3} p_\nu + \frac{4}{3}\sqrt{3\lambda_\nu}\, \frac{a_\nu - \frac{2}{3} p_\nu}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3\lambda_\nu}}\, e^{-\sqrt{3\lambda_\nu}\, t_\nu} \tag{132}$$

---

[1] M N 89, S. 620 (1929).
[2] L. c. Anm. 1.
[3] L. c. S. 205, Anm. 1.
[4] Astrophysik § 33.
[5] L. c. S. 228, Anm. 1.
[6] Sommerfeld-Festschr. Leipzig 1928.
[7] Z f Ap 5, S. 67 (1932).

und insbesondere für den für die Intensität im Gesamtspektrum maßgebenden Strahlungsstrom auf der Oberfläche

$$\frac{F_\nu(0)}{\pi} = \frac{4}{3} p_\nu + \frac{4}{3}\sqrt{3}\,\lambda_\nu \frac{a_\nu - \frac{2}{3} p_\nu}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3\lambda_\nu}}\,. \tag{133}$$

Für die ausgestrahlte Intensität $I_\nu(0, \theta)$ erhält man durch Einsetzen von (130) und (131) in (121)

$$I_\nu(0, \theta) = a_\nu + p_\nu \cos\theta - \frac{a_\nu - \frac{2}{3} p_\nu}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3\lambda_\nu}} \cdot \frac{1 - \lambda_\nu}{1 + \sqrt{3\lambda_\nu}\cos\theta}\,. \tag{134}$$

Die Koeffizienten a_ν und p_ν im Ansatz (130) sind durch Identifikation mit dem aus der Theorie des kontinuierlichen Spektrums (vgl. S. 211) folgenden Ausdruck für B_ν zu ermitteln.

Da gemäß Voraussetzung l_ν/k_ν von der Schichttiefe unabhängig ist, so folgt aus (22), (24) und (125)

$$\frac{t_\nu}{\tau} = n_\nu (1 + \eta_\nu)\,. \tag{135}$$

Durch Identifikation von (130) und (34), (66) und (67) erhält man unter Beachtung von (135):

$$a_\nu = B_\nu(T_e)\left\{1 - \frac{1}{8} u_e \frac{1}{1 - e^{-u_e}}\right\} \tag{136}$$

und

$$p_\nu = \frac{1}{n_\nu(1 + \eta_\nu)} B_\nu(T_e) \cdot \frac{3}{16} u_e \frac{1}{1 - e^{-u_e}}\,. \tag{137}$$

Setzt man zur Vereinfachung $n_\nu = 1$ (vgl. S. 217), und führt die abkürzende Bezeichnung:

$$x_e = \frac{u_e}{1 - e^{-u_e}} \tag{138}$$

ein, so erhält man aus (133), (136) und (137)

$$\frac{F_\nu(0)}{\pi} = B_\nu(T_e)\left\{\frac{1}{4} x_e \frac{1}{1 + \eta_\nu} + \frac{4}{3}\sqrt{3}\,\lambda_\nu \frac{1 - \frac{1}{8} x_e\left(1 + \frac{1}{1 + \eta_\nu}\right)}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3\lambda_\nu}}\right\}. \tag{139}$$

Der Strahlungsstrom im benachbarten kontinuierlichen Spektrum ist, indem man $l_\nu = 0$ und folglich $\eta_\nu = 0$ und $\lambda_\nu = 1$ setzt,

$$\frac{F_\nu^{(\mathrm{kont})}(0)}{\pi} = B_\nu(T_e)\left\{\frac{\frac{4}{3}\sqrt{3}}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}} - \frac{1}{4} x_e \left(\frac{\frac{4}{3}\sqrt{3}}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}} - 1\right)\right\}. \tag{140}$$

Die geringe Abweichung zwischen (140) und (69) mit $n_\nu = 1$, die durch den Faktor $1{,}07 - \frac{x_e}{4} \cdot 0{,}07$ gegeben ist, entspricht der Abweichung zwischen (43) und (56). Aus (139) und (140) findet man für den Kontrast im Gesamtspektrum

$$r_\nu = \frac{F_\nu}{F_\nu^{(\mathrm{kont})}} \tag{141}$$

den folgenden Ausdruck:

$$r_\nu = \frac{\frac{1}{4} x_e \cdot \frac{1}{1 + \eta_\nu} + \frac{4}{3}\sqrt{3\lambda_\nu} \frac{1 - \frac{1}{8} x_e\left(1 + \frac{1}{1 + \eta_\nu}\right)}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3\lambda_\nu}}}{\frac{\frac{4}{3}\sqrt{3}}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}} - \frac{1}{4} x_e \left(\frac{\frac{4}{3}\sqrt{3}}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3}} - 1\right)}\,. \tag{142}$$

Die folgende Tabelle gibt für $x_e = 4$, $\lambda = 6000$ A und $T_e = 6000°$ entsprechend (vgl. Tab. 2), den Kontrast r_ν als Funktion von ε und η_ν.

Tabelle 3.

η_ν	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 0{,}001$	$\varepsilon = 0{,}01$	$\varepsilon = 0{,}1$	η_ν	$\varepsilon = 0$	$\varepsilon = 0{,}001$	$\varepsilon = 0{,}01$	$\varepsilon = 0{,}1$
0,5	0,83	0,83	0,83	0,83	5	0,43	0,43	0,44	0,47
1	0,72	0,72	0,73	0,73	10	0,33	0,33	0,33	0,39
2	0,60	0,60	0,60	0,61	100	0,11	0,12	0,15	0,28
3	0,52	0,52	0,53	0,55	1000	0,04	0,05	0,11	0,27
4	0,47	0,47	0,48	0,50	10000	0,01	0,04	0,10	0,27

Mit Hilfe von (142) oder der Tabelle können die beobachteten Konturen von Absorptionslinien interpretiert werden. In den Linienflügeln ist die Intensität im wesentlichen nur von $\eta_\nu = \frac{l_\nu}{k_\nu}$ abhängig; $r_\nu = \frac{1}{2}$ wird für $x_e = 4$ etwa bei $\eta_\nu = 3$ erreicht. In der Nähe der Linienmitte, wo gemäß (96) l_ν und folglich η_ν stark anwächst, hängt die Intensität im wesentlichen nur von ε ab. Für $x_e = 4$ gilt in der Nähe der Linienmitte ν_0 gemäß (127) und (142)

$$r_{\nu_0} \cong \frac{\frac{2}{3}\sqrt{3\varepsilon}}{1 + \frac{2}{3}\sqrt{3\varepsilon}}. \tag{143}$$

Bei der Berechnung der Intensität in der Linienmitte ist es zweckmäßiger, für B_ν statt (65) die TAYLOR-Entwicklung (59) für $\tau = 0$ zu benutzen. Man erhält dann für alle x_e die Gleichung (143). Die Randverdunklung innerhalb der Spektrallinie kann gemäß (134) untersucht werden. Einen ausführlichen Vergleich von Beobachtungen der Konturen der Linien des Mg-Tripletts b im Sonnenspektrum für drei verschiedene $\cos\theta$-Werte mit der Theorie hat H. H. PLASKETT[1] durchgeführt.

Bei der Interpretation der beobachteten Linienkonturen starker (d. h. breiter) Absorptionslinien darf man ε gemäß (143) aus der Restintensität r_{ν_0} berechnen. Eine genauere Überlegung zeigt in der Tat, daß η_ν hier so groß ist, daß in (127) und (142) $\frac{1}{\eta_\nu} = 0$ gesetzt werden darf. Sodann kann aus den beobachteten r_ν in den Linienflügeln $\eta_\nu = \frac{l_\nu}{k_\nu}$ als Funktion von $\nu - \nu_0$ abgeleitet werden. Der Frequenzverlauf von l_ν darf für eine breite Linie mit dem theoretischen Ausdruck (99) verglichen werden, indem der DOPPLER-Effekt in den Flügeln einer breiten Linie keinen größeren Einfluß auf den Frequenzverlauf hat (vgl. S. 225). Im allgemeinen erhält man gute Übereinstimmung[2] mit dem Frequenzverlauf (99).

Es ist aber zu beachten, daß (142) und ähnliche Gleichungen die Konstanz von l_ν/k_ν und ε durch die Atmosphäre hindurch voraussetzen, so daß die aus den Linienkonturen gefolgerten Werte als Mittelwerte durch die Atmosphäre anzusprechen sind. Durch die S. 230 erwähnte Untersuchung eines Falles mit veränderlichen η_ν von EDDINGTON wurde ein Einblick gewonnen, in welchem Maß die verschiedenen Schichten zum Mittelwert beitragen. Es bestätigte sich die Erwartung, daß um so höher liegende Schichten maßgebend sind, je größer die Linienstreuung ist.

EDDINGTON[3], WOOLLEY[4] und TEN BRUGGENCATE[5] haben verschiedene Fälle mit sprungweise variierendem η_ν untersucht. Das mathematische Randwertproblem

[1] M N 91, S. 870 (1931).

[2] Vgl. etwa S. ROSSELAND, Astrophysik S. 141 bis 143 und die dort angeführten Arbeiten von UNSÖLD.

[3] L. c. S. 230, Anm. 1. [4] L. c. S. 237, Anm. 1. [5] Z f Ap 4, S. 159 (1932).

wird hier durch Diskussion der aus entsprechenden Lösungselementen zusammengesetzten Lösung behandelt.

UNSÖLD[1] hat für einen wichtigen Grenzfall ohne Voraussetzungen über den Verlauf von η_ν und ε mit der Schichttiefe einen Ausdruck für den Kontrast r_ν abgeleitet. Es handelt sich um den Fall $\eta_\nu \ll 1$, der in dem äußersten Teil der Flügel realisiert ist. Indem hier erlaubterweise (vgl. oben) $\varepsilon = 0$ gesetzt wird, lautet der betreffende Ausdruck:

$$1 - r_\nu = \int_0^\infty G(\tau) \cdot \eta_\nu \, d\tau \,, \tag{144}$$

wo die Gewichtsfunktion:

$$G(\tau) = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{\gamma}{3}} \left[\frac{1}{2} E i_2^2(\tau) + \gamma E i_3(\tau) \left(1 - \frac{1}{2} E i_2(\tau)\right)\right] \tag{145}$$

ist, mit

$$\gamma = \frac{3}{8} \frac{h\nu}{kT_0} \cdot \frac{1}{n_\nu} \,. \tag{146}$$

Die folgende Tabelle zeigt die Gewichtsfunktion $G(\tau)$ für $\gamma = 2{,}5$, etwa $\lambda = 4430$ Å im Sonnenspektrum entsprechend.

Tabelle 4.

τ	$G(\tau)$	τ	$G(\tau)$
0	0,84	1,0	0,20
0,1	0,69	1,5	0,10
0,2	0,59	2,0	0,056
0,5	0,39	3,0	0,016

Die Tabelle zeigt, daß in den äußersten Flügeln auch die tiefen Schichten der Photosphäre maßgebend sind. Nach UNSÖLD wird der Ausdruck durch Ermittlung der NEUMANNschen Reihe der den Differentialgleichungen (120) entsprechenden Integralgleichung erhalten. In dieser NEUMANNschen Reihe, die nach Potenzen von η_ν fortschreitet, sind gemäß der Annahme $\eta_\nu \ll 1$ die Glieder zweiter und höherer Ordnung in η_ν zu streichen. Der so erhaltene Ausdruck (144) dürfte für $(1 - r_\nu) < 15\%$ ausreichende Genauigkeit geben.

Nachdem die beobachteten Linienkonturen mit Hilfe der Gleichung (142) oder einer ähnlichen Gleichung interpretiert worden sind, muß eine physikalische Deutung der erhaltenen l_ν/k_ν-Werte und ε-Werte erfolgen. Wenn gemäß den in Ziff. M 18a und M 19a; P 29a erörterten Untersuchungen der kontinuierliche Absorptionskoeffizient k_ν und der Linienabsorptionskoeffizient a_ν pro absorbierendes Atom ermittelt worden sind, läuft die physikalische Diskussion der l_ν/k_ν-Werte auf eine Bestimmung der Anzahl der absorbierenden Atome pro Masseneinheit hinaus. Die betreffende Diskussion soll in der folgenden Ziffer besprochen werden. Die Diskussion der aus den Restintensitäten starker Linien abgeleiteten ε-Werte muß an die physikalische Bedeutung von ε anknüpfen (vgl. S. 228). Die Größe ε mißt die Wahrscheinlichkeit dafür, daß der obere stationäre Zustand der betrachteten Linie durch einen Stoßübergang oder einen Photoionisationsübergang ausgelöscht wird, gibt also einen Vergleich der Wahrscheinlichkeit dieser Prozesse mit der Wahrscheinlichkeit eines spontanen Emissionsüberganges nach dem Grundzustand. Wie PANNEKOEK[2] gezeigt hat, sind für die Restintensitäten starker Linien solche Schichten maßgebend, in denen die Dichten so gering sind, daß die Stoßübergänge in diesem Zusammenhang keine Rolle spielen. Nach WOOLLEY[3] und B. STRÖMGREN[4] stimmen dagegen die aus den Restintensitäten gefolgerten ε-Werte ($10^{-3} - 10^{-1}$) qualitativ mit den entsprechenden aus Photoionisationswahrscheinlichkeit (vgl. P Abschnitt b_3) und Übergangswahrscheinlichkeit nach dem Grundzustand theoretisch berechneten ε-Werten überein.

---

[1] Z f Ap 4, S. 339 (1932).

[2] L. c. S. 237, Anm. 2. Vgl. auch R. v. D. R. WOOLLEY, l. c. S. 232, Anm. 5 und A. D. THACKERAY, Obs 56, S. 228 (1933).

[3] M N 94, S. 631 (1934). [4] L. c. S. 228, Anm. 1.

Daß die Restintensitäten starker Absorptionslinien nicht praktisch Null sind, wie es bei reiner Streuung [Gleichung (120)] der Fall sein würde, rührt also, wie ROSSELAND[1] vermutet hat, daher, daß Fluoreszenz stattfindet, und zwar handelt es sich um Fluoreszenzkopplung mit stationären Zuständen, wo das Elektron frei ist. Die Fluoreszenzkopplung mit den diskreten stationären Zuständen [vgl. die allgemeine Gleichung (108)] dürfte im allgemeinen einen geringen Einfluß auf die Restintensität ausüben, jedoch in gewissen Fällen von Bedeutung sein.

Wie S. 225 hervorgehoben, darf nur in den Flügeln breiterer Linien die Gleichung (99) bei der Diskussion der l_ν/k_ν-Werte benutzt werden. Bei schmalen Linien muß die Wirkung des DOPPLER-Effekts auf den Frequenzverlauf von l_ν gemäß der Gleichung (103) berücksichtigt werden. Nun bereitet es beobachtungstechnisch große Schwierigkeiten, die Konturen schmaler Linien auszumessen. Im allgemeinen kann durch die Beobachtungen nur die Gesamtabsorption der Linie, durch die Äquivalentbreite ausgedrückt, festgestellt werden[2]. Ausgehend von einer Arbeit von SCHÜTZ[3] haben MINNAERT und MULDERS[4] die Gesamtabsorption in ihrer Abhängigkeit von der Anzahl absorbierender Atome untersucht. Ist die Zahl der absorbierenden Atome pro Masseneinheit gleich N, so ist nach (103) wegen $\eta_\nu = \frac{l_\nu}{k_\nu} = \frac{N}{k_\nu} a_\nu$:

$$\eta_\nu = \frac{2\pi e^4}{9 m_e^2 c^4} \nu^2 \cdot \frac{N f_{ik}(f_i' + f_k') \frac{q_k}{q_i}}{k_\nu} \frac{1}{\sqrt{\pi} b^2} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} \frac{dy}{a^2 + (d-y)^2} \,. \tag{147}$$

Gemäß (147) kann η_ν als Funktion von

$$\mathfrak{N} = \frac{N f_{ik}(f_i' + f_k') \frac{q_k}{q_i}}{k_\nu} \,, \tag{148}$$

von der Dämpfungskonstante a [vgl. (106)] sowie von $\nu - \nu_0$ [vgl. (105)] berechnet werden. Die DOPPLER-Breite b darf nach (104) als bekannt gelten. Aus (142) oder einer ähnlichen Gleichung folgt aus η_ν die relative Intensität r_ν, indem ein passender Wert von ε angesetzt wird (etwa $\varepsilon = 0$). Schließlich kann die Äquivalentbreite durch Integration über die Spektrallinie gefunden werden:

$$w = \int_{\lambda_0 - \Delta}^{\lambda_0 + \Delta} (1 - r_\lambda)\, d\lambda \,. \tag{149}$$

Gemäß (147), (148) und (149) darf man w als berechenbare Funktion von $\mathfrak{N}$ und a ansehen:

$$w = w(\mathfrak{N}, a) \,. \tag{150}$$

MINNAERT und MULDERS haben diese Überlegung mit dem von RUSSELL und ADAMS benutzten Prinzip der Vergleichung der Stärke von Multiplettlinien (vgl. P Ziff. 47) verknüpft. Für die Linien eines Multipletts sind die f_{ik}-Werte [nach der benutzten Definition (97)] annähernd gleich groß, und die N-Werte verhalten sich bei kleiner Multiplettaufspaltung wie die bekannten statistischen Gewichte. Für die Linien eines Multipletts sind die Verhältnisse der $\mathfrak{N}$-Werte also bekannt. Nimmt man nun an, daß für alle Linien die Dämpfungskonstante a denselben Wert hat, so kann man die entsprechende $w(\mathfrak{N})$-Kurve stückweise konstruieren, wenn eine Anzahl w-Werte von Multiplettlinien vorliegen. MINNAERT und MULDERS fanden in dieser Weise aus gemessenen Äquivalent-

[1] Astrophysik S. 144.
[2] Vgl. M. MINNAERT, Z f Phys 45, S. 610 (1927); auch Versl Ned Nat Gen Congres 1923.
[3] Z f Ap 1, S. 300 (1930); vgl. auch l. c. S. 224 Anm. 3.
[4] Z f Ap 2, S. 165 (1931).

breiten von Sonnenlinien eine $w(\mathfrak{N})$-Kurve, deren Form sehr nahe mit der der theoretischen Kurve (150) für ein gewisses a übereinstimmt. Als Resultat der Diskussion ergab sich also die Bestimmung von a und damit gemäß (106) der Dämpfung δ.

Der ermittelte Dämpfungswert δ ist größer, als man nach (106) berechnen würde. Es dürfte dies bedeuten, daß merkliche Stoßverbreiterung in der Sonnenatmosphäre vorhanden ist (vgl. S. 225). Nach (107) kann die dem δ_{eff}-Wert entsprechende Stoßzahl S und daraus der Gasdruck p_G abgeleitet werden. In dieser Weise ist eine Bestimmung des relativen Verhältnisses von Wasserstoff und Metallen in der Sonnenatmosphäre möglich (vgl. S. 239).

Die in dieser Ziffer betrachtete Theorie der Absorptionslinien gilt allgemein nur für Linien, die vom Grundzustand ausgehen (vgl. S. 221). WOOLLEY[1] hat gezeigt, daß die Theorie in gewissen anderen Fällen mit guter Genauigkeit gelten dürfte. Dies gilt im Fall der Wasserstofflinien, indem für den zweittiefsten Zustand außer in den alleräußersten Schichten die Normalverteilung (91) realisiert ist, was wieder darauf beruht, daß in einer Frequenz mit sehr starker Streuung (z. B. gerade im Bereich der L_α-Linie) die mittlere Intensität sehr schnell ungefähr gleich B_ν wird [vgl. (130) und (131)]. Für die BALMER-Linien ist dann nur statt (99) die Gleichung (101) zu benutzen[2]. Ferner gilt die Theorie annähernd in einem Fall wie dem des Mg-Tripletts b. Die Linien dieses Tripletts gehen von metastabilen bzw. praktisch metastabilen Zuständen aus, die als scharf betrachtet werden dürfen und folglich wie ein Grundzustand behandelt werden können. Die Fluoreszenzkopplung, die dadurch zustande kommt, daß der obere Zustand den Triplettlinien gemeinsam ist, bewirkt nach WOOLLEY namentlich in den Flügeln der Linien praktisch keine Intensitätsänderungen. Überhaupt dürfte die behandelte Theorie im allgemeinen für die Linienflügel (und damit für die Gesamtabsorption) genähert richtige Resultate geben.

P 31a. Identifikation von Spektrallinien in Sternspektren. Für die heißen hochionisierten Sterne sind durch eine Reihe von Arbeiten wesentliche Fortschritte in bezug auf die Identifikation von Spektrallinien erzielt worden:

O. STRUVE, A Study of the Spectra of B Stars. Ap J *74*, S. 225 (1931).

B. EDLÉN, Highly Ionised Carbon, Nitrogen and Oxygen in WOLF-RAYET Stars. Obs 55, S. 115 (1932).

C. H. PAYNE, An Interpretation of Absorption and Emission Lines in Early Type Spectra. M N 92, S. 368 (1932).

R. K. MARSHALL, A Note on the Occurrence of O III in Stellar Spectra. Ap J *76*, S. 317 (1932).

O. STRUVE and T. DUNHAM jr., The Spectrum of the B0 Star 23 τ Scorpii. Ap J *77*, S. 321 (1933).

J. C. BOYCE, D. H. MENZEL and C. H. PAYNE, Forbidden Lines in Astrophysical Sources. Wash Nat Ac Proc 19, S. 591 (1933).

D. H. MENZEL and R. K. MARSHALL, Neon Absorption Lines in Stellar Spectra. Wash Nat Ac Proc 19, S. 879 (1933).

C. H. PAYNE, An Analysis of the Spectra of the WOLF-RAYET Stars. Z f Ap *7*, S. 1 (1933).

B. EDLÉN, Zur Deutung der Spektren der heißen Sterne. Z f Ap *7*, S. 378 (1934).

H. KÜHLBORN, Ne II-Linien im Spektrum von τ Sco (B0). Z f Ap 8, S. 190 (1934).

P. SWINGS and M. NICOLET, Identification of Lines in the Spectra of B Stars. Ap J 80, S. 190 (1934).

[1] M N 90, S. 779 (1930); 91, S. 864 (1931).

[2] Vgl. A. UNSÖLD, Z f Ap 2, S. 199 (1931).

P(34, 39—53)a. Untersuchungen von Modell-Atmosphären. Vergleich zwischen Theorie und Beobachtung. Mit Hilfe des in den vorigen Ziffern Entwickelten kann das von einer genau spezifizierten Modell-Atmosphäre ausgestrahlte Spektrum vorausgesagt werden. Zur Spezifizierung der Modell-Atmosphäre ist dabei die Angabe der relativen Häufigkeit der Elemente einerseits und die Angabe der effektiven Temperatur T_e und der Schwerebeschleunigung g andererseits erforderlich (vgl. P Ziff. 51).

Zunächst kann für die Modell-Atmosphäre der kontinuierliche Absorptionskoeffizient k_ν und das ROSSELAND-Mittel $\bar{k}$ als Funktion von Temperatur T und Elektronendruck P_e berechnet werden (vgl. S. 220). Ferner kann der Ionisationszustand und der Gasdruck p_G als Funktion von T und P_e ermittelt werden (vgl. S. 221). Als Schicht-Parameter kann bequem die optische Tiefe τ [vgl. (24)] gewählt werden. Indem T_e gegeben ist, kann die Temperatur T als Funktion von τ berechnet werden [vgl. (14) und (20)]:

$$T^4 = T_e^4 \left(\tfrac{1}{2} + \tfrac{3}{4}\tau\right). \tag{151}$$

Da mechanisches Gleichgewicht vorhanden ist, gilt:

$$\frac{d p_G}{d x} = g \varrho, \tag{152}$$

wenn x die geometrische Tiefe, ϱ die Dichte, p_G der Gasdruck und g die (zur Berücksichtigung eines evtl. merklichen Strahlungsdrucks reduzierte) Schwerebeschleunigung bedeuten. Ferner gilt [vgl. (24)]

$$\frac{d\tau}{dx} = \bar{k}\varrho. \tag{153}$$

Aus (152) und (153) folgt:

$$\frac{d p_G}{d\tau} = \frac{g}{\bar{k}(T, P_e)}, \tag{154}$$

wo noch explizite zum Ausdruck gebracht ist, daß $\bar{k}$ als Funktion von T und P_e bekannt ist. Da nun nach dem oben Angeführten für die Modell-Atmosphäre

$$p_G = p_G(T, P_e) \tag{155}$$

gilt, so kann nach Elimination von P_e gemäß (155) und von T gemäß (151) die Gleichung (154) in der Form

$$\frac{d p_G}{d\tau} = \frac{g}{\bar{k}(\tau, p_G)} \tag{156}$$

geschrieben werden. Es folgt, daß p_G, unter Berücksichtigung der Bedingungen $\tau = 0$ und $p_G = 0$ auf der Sternoberfläche, als Funktion von τ ermittelt werden kann. Da somit T und p_G als Funktionen des Schicht-Parameters τ bestimmt worden sind, folgt auch P_e gemäß (155). Indem Elementenhäufigkeit und Ionisationszustand bekannt sind, darf auch die Zustandsgleichung

$$p_G = p_G(\varrho, T) \tag{157}$$

als bekannt gelten, so daß die Dichte ϱ berechnet werden kann. Die Schichtung der Modell-Atmosphäre ist somit ermittelt worden[1].

Nachdem die Schichtung der Modell-Atmosphäre ermittelt worden ist, können die Stärken der Absorptionslinien im ausgestrahlten Spektrum berechnet werden. Es soll die Diskussion im folgenden auf Linien beschränkt werden, die von einem Grundzustand oder einem mit einem Grundzustand äquivalenten

[1] Vgl. zu den angeführten Überlegungen E. A. MILNE, l. c. S. 205, Anm. 1; S. CHANDRASEKHAR, M N 92, S. 186 (1932); A. UNSÖLD, l. c. S. 213, Anm. 4.

Zustand (vgl. S. 235) ausgehen. Die Anzahl pro Masseneinheit von Atomen in einem Grundzustand kann gemäß den gegebenen Elementenhäufigkeiten der Modell-Atmosphäre und gemäß den Ionisationsgleichungen als Funktion des Schicht-Parameters τ berechnet werden, denn die Dichte ϱ, die Temperatur T und der Elektronendruck P_e sind ja als Funktionen von τ bekannt. Durch Multiplikation des atomaren Absorptionskoeffizienten a_ν gemäß (99), oder evtl. (101) oder (103) mit der Anzahl der absorbierenden Atome erhält man den Linienabsorptionskoeffizienten l_ν als Funktion des Schicht-Parameters τ. Der kontinuierliche Absorptionskoeffizient k_ν ist ebenfalls als Funktion von τ angebbar. Das Verhältnis $\eta_\nu = \frac{l_\nu}{k_\nu}$ kann also für die verschiedenen Schichten angegeben werden.

In den Linienflügeln, die in dieser Diskussion hauptsächlich interessieren, darf $\varepsilon = 0$ gesetzt werden (vgl. S. 232). Der Kontrast r_ν ist dann gemäß den berechneten η_ν-Werten in den verschiedenen Schichten zu ermitteln $\left[\text{aus (127) folgt mit } \varepsilon = 0, \text{ daß } \lambda_\nu = \frac{1}{1+\eta_\nu} \text{ ist}\right]$. Dieses Problem wurde in der vorigen Ziffer diskutiert. Zunächst ist gemäß (125) die optische Tiefe t_ν für die Frequenz ν in der Spektrallinie als Funktion von τ zu ermitteln. Wenn dies geschehen ist, können λ_ν und B_ν als Funktionen von τ bestimmt werden. Das mathematische Randwertproblem ist dann spezifiziert, indem in (129) $\lambda_\nu(t_\nu)$ und $B_\nu(t_\nu)$ als bekannt anzusehen sind. Zur Lösung des Randwertproblems kommt eine Reihe von Verfahren in Betracht: 1. Es werden $\lambda_\nu(t_\nu)$ durch einen schichtunabhängigen Mittelwert λ_ν und $B_\nu(t_\nu)$ durch einen linearen Ansatz $a_\nu + p_\nu t_\nu$ approximiert. Die ausgestrahlte Intensität bzw. der Kontrast r_ν sind dann durch (133) bzw. (142) zu berechnen. 2. Es werden nach EDDINGTON sowohl $\lambda_\nu(t_\nu)$ als $B_\nu(t_\nu)$ durch lineare Ansätze approximiert. Das Randwertproblem kann auch dann noch in geschlossener Form analytisch gelöst werden und r_ν ähnlich wie in 1. berechnet werden (vgl. S. 230). WOOLLEY[1] hat dieses Verfahren weiter entwickelt (vgl. S. 232) und auf eine Analyse der Ca- und Ca^+-Linien angewandt. 3. Es kann nach UNSÖLD allgemein für die äußersten Linienflügel $1 - r_\nu$ gemäß (144) und (145) als gewichteter Mittelwert von η_ν berechnet werden. 4. Das Randwertproblem kann für numerisch gegebene $\lambda_\nu(t_\nu)$ und $B_\nu(t_\nu)$-Werte immer numerisch gelöst werden. Diesen Weg hat PANNEKOEK[2] in zwei Untersuchungen eingeschlagen.

Das Resultat der Untersuchung ist für jede betrachtete Spektrallinie eine Reihe von r_ν-Werten für verschiedene Werte von $\nu - \nu_0$, d. h. eine Linienkontur. Diese ist mit den Beobachtungen zu vergleichen. Aus dem Vergleich mit den Beobachtungen ersieht man, ob die Parameter der untersuchten Modell-Atmosphäre mit denen der wirklichen Atmosphäre übereinstimmen. Allgemein wird man für eine Linie Übereinstimmung herbeiführen können, indem man die Häufigkeit des entsprechenden Elements ändert. Auf diesem Wege erhält man verbesserte Werte für die Elementenhäufigkeiten. Es muß aber dabei natürlich immer die Summe der angesetzten relativen Häufigkeiten gleich 1 sein. Hieraus ergibt sich, wie zuerst MILNE[3] betont hat, eine Möglichkeit zur Bestimmung eines Korrektionsfaktors des angesetzten mittleren Absorptionskoeffizienten $\bar{k}$, oder wenn man diesen als theoretisch sicher bestimmt ansehen kann, eine Möglichkeit zur Bestimmung des Parameters g, der Schwerebeschleunigung [vgl. (154)]. Ferner sind die relativen Häufigkeiten der Ionisationsstufen desselben Elements durch die Ionisationsgleichungen gegeben. Dementsprechend ergibt sich die Möglichkeit der Bestimmung des Parameters T_e, der effektiven Temperatur.

---

[1] M N 92, S. 482 (1932). [2] M N 91, S. 139 (1930) u. 519 (1931); l. c. S. 213, Anm. 6.
[3] L. c. S. 205, Anm. 1.

WOOLLEY[1] hat auf diesem Weg durch Vergleich der Resonanzlinien von Ca und Ca^+ die Ionisationstemperatur der Sonne und einiger K- und M-Sterne ermittelt.

Untersuchungen von Modell-Atmosphären nach den erwähnten Prinzipien sind von CHANDRASEKHAR und MILNE[2] und von RUSSELL[3] auf analytischem Wege durchgeführt worden. Diese Untersuchungen beruhen auf dem Verfahren 1.; die in Frage kommenden Mittelwerte durch die Atmosphäre werden durch Anwendung der MILNEschen Ionisationsgleichungen für Atmosphärensäulen (vgl. P Ziff. 48) berechnet. Auf numerischem Wege sind solche Untersuchungen von UNSÖLD[4] und von PANNEKOEK[5] ausgeführt worden.

Als Resultat der erwähnten Untersuchungen ergab sich eine in der Hauptsache sehr befriedigende qualitative Übereinstimmung der vorausgesagten

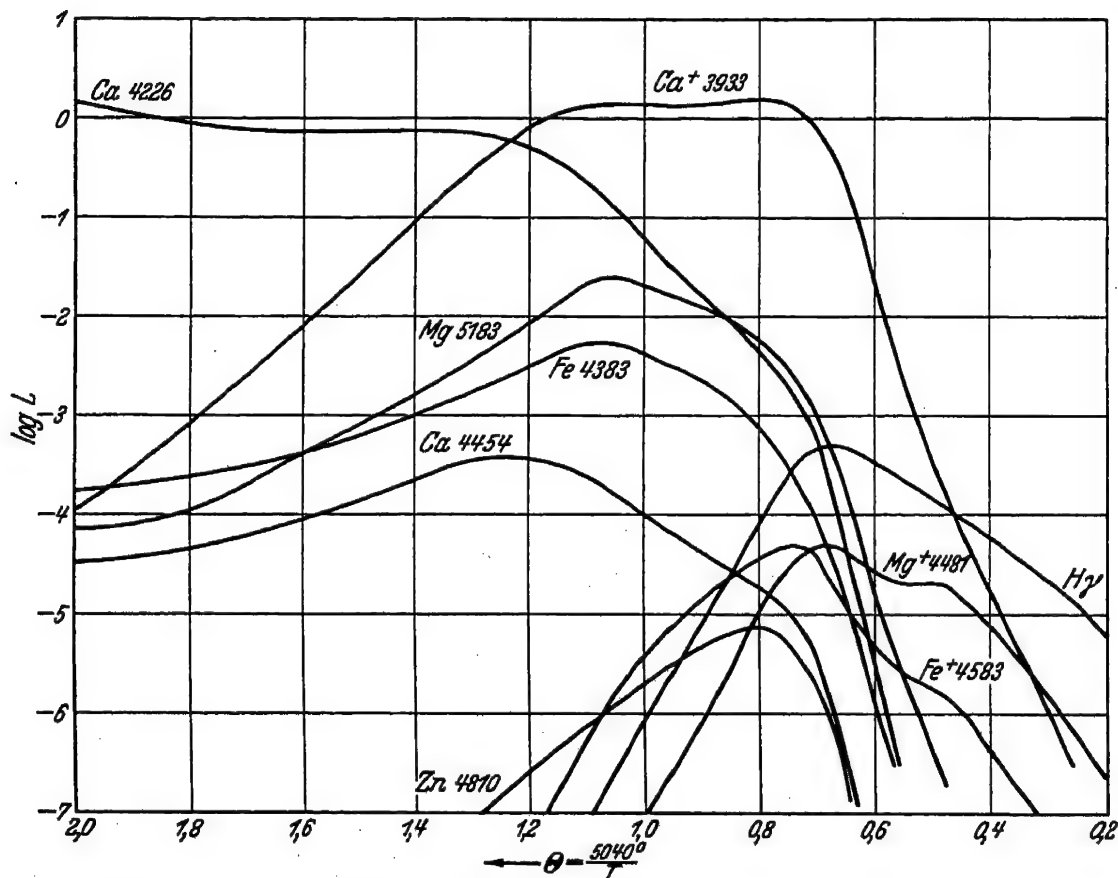



Abb. 2. Berechnete Linienstärken als Funktionen der effektiven Temperatur für Sterne der Hauptserie. Die Ordinate $\log L$ ist im wesentlichen gleich $\log \mathfrak{N} + \text{const}$ [vgl. (148)] und ist ein Maß für die Stärke der Linien. Die Temperaturen der Linienmaxima und die relativen Linienstärken stimmen in der Hauptsache mit den Beobachtungen überein. Die Wasserstofflinie bildet eine Ausnahme (vgl. unten). [H. N. RUSSELL, Ap J 78, S. 289 (1933).]

Spektren mit den beobachteten. Dies bedeutet eine qualitative Bestätigung der Richtigkeit der angenommenen chemischen Zusammensetzung der Sternatmosphären. Die von RUSSELL und PANNEKOEK bzw. UNSÖLD angenommenen relativen Häufigkeiten sind unten (Tabelle 5) angeführt.

Der wesentlichste Unterschied der beiden Modell-Atmosphären betrifft, wie schon erwähnt, den Wasserstoffgehalt. Aus den Beobachtungen der BALMER-Linien läßt sich die Wasserstoffhäufigkeit nur schwer feststellen. Bei Sternen hoher Temperatur übt der STARK-Effekt eine nicht so leicht zu überblickende Wirkung auf die Stärke der BALMER-Linien aus (vgl. S. 226). Bei niedrigeren

---

[1] M N 93, S. 691 (1933). [2] M N 92, S. 150 (1932). [3] Ap J 78, S. 239 (1933).
[4] Z f Ap 8, S. 225 (1934). [5] Publ Astr Inst Univ Amst Nr. 4 (1935).

Tabelle 5.

Element	H	O	Fe	Si	Mg	Ni	Cr	Ca	Al	Na	K	$\sum$ Metalle
Relative Atomzahl (RUSSELL - PANNEKOEK, vgl. S. 213) .	1000	8	0,13	0,16	0,47	—	0,010	0,040	0,020	0,13	0,050	1
Relative Atomzahl (UNSÖLD, vgl. S. 213)	28	1,1	0,38	0,30	0,16	0,029	—	0,064	0,043	0,023	—	1
I für das neutrale Atom	13,54	13,56	7,83	8,14	7,61	8,65	6,74	6,09	5,95	5,11	4,32	
I für das einfach ionisierte Atom . .	—	34,9	16,5	16,3	15,0	18,2	16,6	11,8	18,7	47,0	31,7	

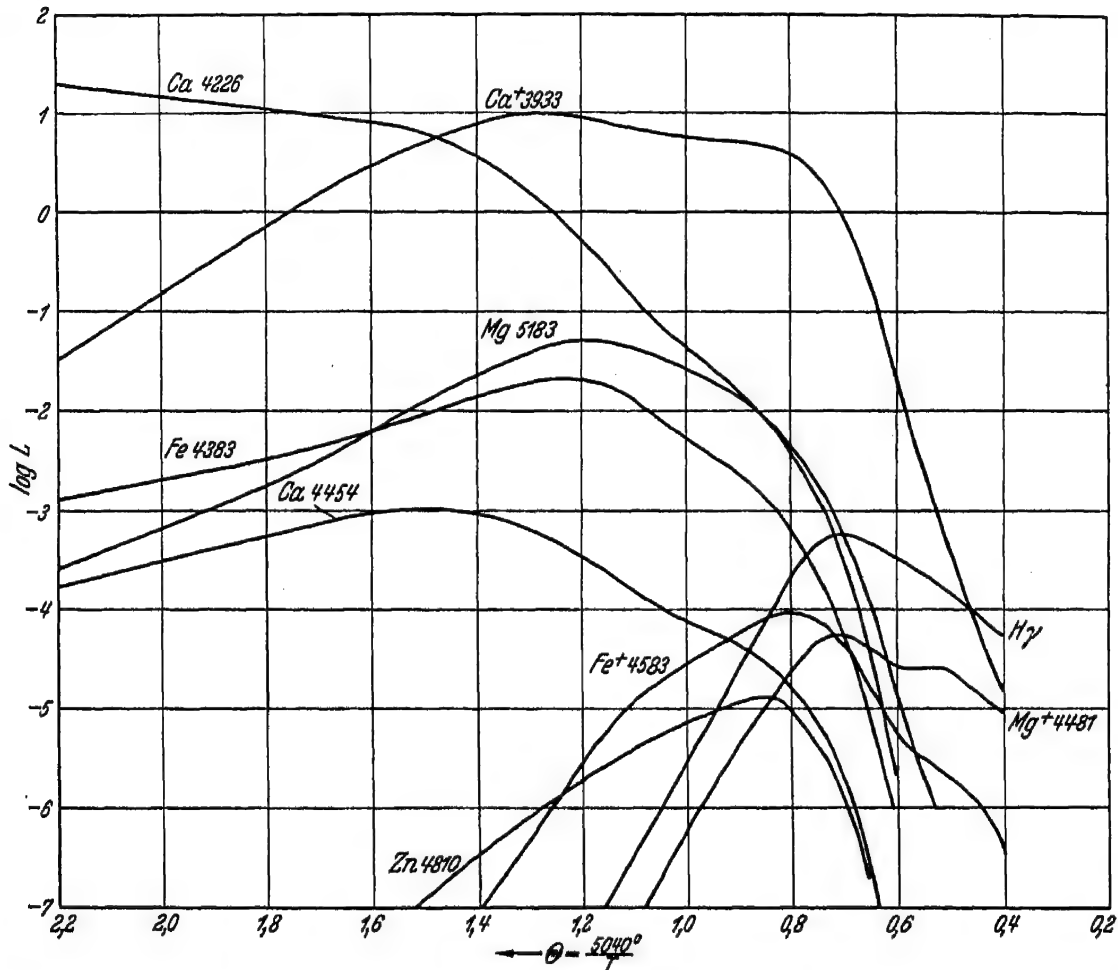



Abb. 3. Berechnete Linienstärken als Funktionen der effektiven Temperatur für Sterne des Riesenastes. Die Wirkung von Änderungen der Schwerebeschleunigung g geht aus dem Vergleich von Abb. 2 und Abb. 3 hervor. [H. N. RUSSELL, Ap J 78, S. 290 (1933).]

Temperaturen ist die Stärke sehr temperaturempfindlich und deshalb gegenüber den Abweichungen vom thermodynamischen Gleichgewicht (vgl. P Ziff. 47) sehr empfindlich. Der Wasserstoffgehalt läßt sich aber durch seinen Einfluß auf den kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten (vgl. S. 219) abschätzen. Wie RUSSELL gezeigt hat, läßt sich aus dem Verhalten der Fe^{+}-Linien längs der Spektralserie der Wasserstoffgehalt abschätzen. Der von RUSSELL und PANNEKOEK angenommene Wert beruht auf dieser Abschätzung. Die Methode ist nicht sehr empfindlich, so daß ein ziemlich großer Spielraum im Wasserstoffgehalt noch möglich erscheint. Aus der Stoßverbreiterung der Sonnenlinien (vgl. S. 235) erhält man eine Abschätzung des Wasserstoffgehalts; die Häufigkeit wird nach dieser Methode etwas geringer gefunden, als sie von RUSSELL und PANNEKOEK angenommen wird. Eine ziemlich sichere Bestimmung dürfte mit Hilfe der

Stärke der Natriumlinien in A-Sternen möglich sein, die ein zuverlässiges Maß für das Verhältnis von kontinuierlicher Wasserstoff-Absorption und Metall-Linienabsorption darstellt.

Die Abb. 2, 3 und 4 zeigen nach RUSSELL bzw. PANNEKOEK das Verhalten einiger wichtiger Linien durch die Spektralserie hindurch. Man vergleiche hierzu die in P Ziff. 42 behandelte FOWLER-MILNEsche Diskussion, die nur die Änderung der Linienabsorption berücksichtigte. Die in dieser Ziffer referierten Untersuchungen berücksichtigen noch, wie ersichtlich, den so wesentlichen Zug der

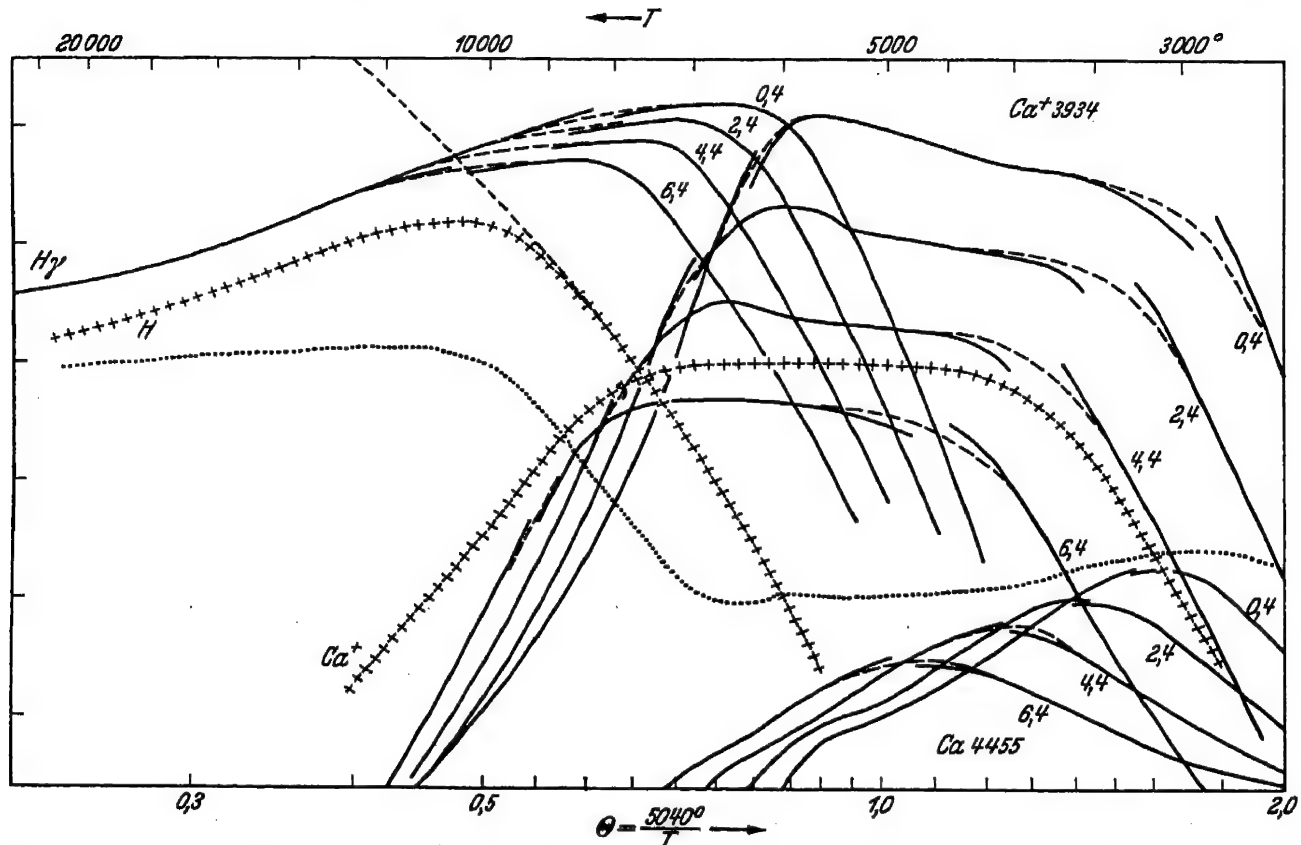



Abb. 4. Berechnete Linienstärken als Funktionen der effektiven Temperatur für verschiedene Werte der Schwerebeschleunigung ($\log g$ gleich bzw. 0,4, 2,4, 4,4 und 6,4). Die Ordinate ist im wesentlichen gleich $\log \mathfrak{N}$ + const, wo die Konstante für die verschiedenen Linien verschieden ist, so daß nur die Temperaturabhängigkeit der einzelnen Linie, dagegen nicht die relative Stärke der Linien dargestellt wird; einem Intervall der Ordinateneinteilung entspricht eine Logarithmenänderung von 1. Die durch Kreuze bezeichneten beiden Kurven zeigen für $\log g = 4{,}4$ (ungefähr der Hauptserie entsprechend) die Temperaturabhängigkeit der Linienabsorption für die beiden Linien Ca^+ 3934 bzw. $H\gamma$, die punktierte Kurve die Temperaturabhängigkeit des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten im betreffenden Spektralbereich. Aus diesen Kurven ersieht man, daß die starke Abnahme von Ca^+ 3934 zwischen 7000° und 9000° in der Hauptsache auf einer starken Zunahme der kontinuierlichen Absorption beruht (vgl. unten). [A. PANNEKOEK, Publ Astr Inst Amsterdam Nr. 4, S. 71 (1935).]

Änderung des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten, auf dessen Bedeutung zuerst MILNE aufmerksam machte (vgl. P Ziff. 53).

Für die Sternatmosphären niedriger Temperatur bestehen nach wie vor für die Wasserstoff- und Ionenlinien sehr erhebliche Abweichungen zwischen Theorie und Beobachtung (ADAMS-RUSSELLsches Phänomen; vgl. P Ziff. 47). Diese Frage wurde von UNSÖLD[1] und von RUSSELL[2] diskutiert. Vielleicht spielen für die übernormale Anregung der betreffenden Linien turbulente Strömungen

[1] Z f Ap 1, S. 1 (1930); 8, S. 225 (1934).
[2] L. c. S. 238, Anm. 3.

eine Rolle, oder aber es erzeugt eine starke Absorption im Ultrarot einen Temperaturgradienten, der eine übernormale Anregung der betreffenden Linien bewirkt.

Abschließend soll noch zur Erläuterung der Diskussion dieser Ziffer die Temperatur- und Druck-Schichtung der UNSÖLDschen Modell-Atmosphäre für die Sonne angeführt werden:

Tabelle 6.

$\theta = \frac{5040°}{T}$	T	τ	$\log \bar{k}$	$\log P_e$ (in dyn)	$\log p_G$ (in dyn)	Höhe über der Schicht, wo $\tau = \frac{2}{3}$
1,037	4860°	0,01	0,04	0,77	2,60	+138 km
1,0	5040	0,12	0,41	1,34	3,27	+ 54
0,9	5600	0,53	0,86	1,84	3,62	+ 7
0,8	6300	1,25	1,15	2,19	3,80	− 20
0,7	7200	2,62	1,23	2,45	3,95	− 46
0,6	8400	5,40	1,37	2,85	4,12	− 80

$T_e = 5740°$, $\log g = 4{,}4$.

M (21—34) a; P (35—37) a. Die Theorie der Chromosphäre. Die in M Abschnitt d) und P Ziff. 35 und 36 entwickelte statische Theorie einer vom Strahlungsdruck getragenen Atmosphäre ist bei der Deutung des aus den Beobachtungen gefolgerten Dichteverlaufs in der Chromosphäre großen Schwierigkeiten begegnet. McCREA hat zur Umgehung dieser Schwierigkeiten den physikalischen Zustand der Chromosphäre unter Benutzung des Begriffs der Turbulenz interpretiert. CHANDRASEKHAR hat, indem er sich auf Beobachtungen der Intensitätsschwankungen in der K-Linie über die Sonnenoberfläche hinweg stützte, eine dynamische Theorie des physikalischen Zustands der Kalziumchromosphäre entwickelt, die die beobachtete Dichteverteilung gut wiedergibt. Die Theorie der Chromosphäre wird in den folgenden Arbeiten diskutiert:

W. H. McCREA, M N 89, S. 483 u. 718 (1929).
D. H. MENZEL, Lick Obs Publ 17 (1931); M N 91, S. 628 (1931).
S. ROSSELAND, Publ Obs Oslo Nr. 5 (1933).
E. J. PEREPELKIN, Z f Ap 6, S. 245 (1933).
S. CHANDRASEKHAR, M N 94, S. 14 (1933) u. 726 (1934).
W. H. McCREA, M N 95, S. 80 (1934).
J. WOLTJER, B A N 7, S. 217 (1934).

P 44 a. Die Molekularbanden in Sternspektren. Die Theorie der stellaren Molekularbanden ist durch eine Reihe von Arbeiten wesentlich gefördert worden. Das Hauptergebnis ist, daß auf Grund der Annahme einer einheitlichen chemischen Zusammensetzung die Änderungen der Molekularbanden mit der effektiven Temperatur und der absoluten Helligkeit gedeutet werden können. Nur die R- und N-Sterne zeichnen sich durch abweichende Zusammensetzung aus, indem hier ein Überschuß von Kohle über Sauerstoff vorhanden ist. Die folgenden Arbeiten behandeln die Theorie der stellaren Molekularbanden:

R. WILDT, Z f Phys 54, S. 856 (1929).
P. SWINGS, M N 92, S. 140 (1931).
P. SWINGS and O. STRUVE, Phys Rev 39, S. 142 (1932).
K. WURM, Z f Ap 5, S. 260 (1932).
P. SWINGS, Les bandes moléculaires dans les spectres stellaires. Paris 1932.
Y. CAMBRESIER and L. ROSENFELD, M N 93, S. 710 (1933).
L. ROSENFELD, M N 93, S. 724 (1933).
H. N. RUSSELL, Ap J 79, S. 317 (1934).

P 54a. Emissionslinien in den Sternspektren. O. STRUVE[1] hat eine Theorie der Emissionslinien der Be-Sterne entwickelt, nach der die Emission in ausgedehnten Nebelhüllen, die diese Sterne umgeben, erfolgt. Nach STRUVE beruht die Existenz der Nebelhülle auf der Rotation des Sterns. GERASIMOVIČ[2] hat die Eigenschaften von Nebelhüllen aus Materie, die durch selektiven Strahlungsdruck vom Stern abgetrieben wird, untersucht. Nach BEALS[3] können die breiten Emissionsbanden der WOLF-RAYET-Sterne als Emissionen von Nebelhüllen in schneller Expansion gedeutet werden. Beiträge zur Deutung der Emissionslinien in den Spektren der Me-Sterne haben RUSSELL[4] und WURM[5] gegeben.

P 57a. Strömungen in Sternatmosphären. UNSÖLD[6] hat gezeigt, daß in einer gewissen Tiefe unter der Sonnenphotosphäre eine Konvektionszone vorhanden ist. Dies hängt mit der hier stark einsetzenden Ionisation von Wasserstoff zusammen, die den adiabatischen Temperaturgradienten herabsetzt (vgl. diesen Band S. 171). SIEDENTOPF[7] hat die betreffende Konvektionszone genauer untersucht und u. a. gezeigt, daß sie sich in der UNSÖLDschen Modell-Atmosphäre (vgl. S. 241) von der optischen Tiefe $\tau \backsim 2$ bis zu $\tau \backsim 300$ erstreckt. In der Konvektionszone sind turbulente Strömungen vorhanden. Die Turbulenzelemente steigen in die Photosphäre hinauf und rufen dadurch das Phänomen der Granulation hervor. SIEDENTOPF konnte aus dieser Vorstellung mit der Erfahrung gut übereinstimmende Werte der Lebensdauer der Granulationskörner ableiten. Wichtig ist die Feststellung SIEDENTOPFS, daß in den konvektiv stabilen Photosphärenschichten der Energietransport durch die Strömungen vernachlässigbar klein ist, so daß Strahlungsgleichgewicht herrscht. Auch in den sichtbaren Schichten der Sonnenflecke herrscht Strahlungsgleichgewicht, wodurch die Randverdunklungs-Beobachtungen von Sonnenflecken durch MINNAERT und WANDERS[8] eine einfache Deutung erhalten. WILDT[9] hat gezeigt, daß in den M-Sternen die Konvektion durch Dissoziation der Wasserstoffmoleküle stark gefördert wird. Hierdurch dürften gewisse Züge im Verhalten der roten Veränderlichen gedeutet werden können.

P 57b. Der Einfluß der Rotation der Sterne auf die Linienkonturen. SHAJN und O. STRUVE haben gezeigt, daß in vielen Sternen namentlich der frühen Spektraltypen die Linien infolge schneller Rotation des Sterns verbreitert erscheinen. Der Zusammenhang zwischen Rotation und Linienkonturen wird in den folgenden Arbeiten behandelt:

G. SHAJN and O. STRUVE, MN 89, S. 222 (1929).
O. STRUVE, ApJ *72*, S. 1 (1930).
C. T. ELVEY, ApJ *71*, S. 221 (1930).
O. STRUVE, Obs 54, S. 80 (1931).
J. A. CARROLL, MN 93, S. 478 (1933).
J. A. CARROLL and L. J. INGRAM, MN 93, S. 508 (1933).
J. A. CARROLL, MN 93, S. 680 (1933).
G. SHAJN, ZfAp 6, S. 176 (1933).
C. WESTGATE, ApJ *77*, S. 141 (1933); *78*, S. 46 (1933); *79*, S. 357 (1934).

---

[1] Vgl. Phys Rev 38, S. 1195 (1931); ZfAp 4, S. 177 (1932); ApJ 76, S. 309 (1932).
[2] MN 94, S. 737 (1934).
[3] MN 90, S. 202 (1929); Publ Obs Victoria 4, Nr. 17 (1930); MN 91, S. 966 (1931); vgl. auch S. CHANDRASEKHAR, MN 94, S. 522 (1934); O. C. WILSON, ApJ 80, S. 259 (1934).
[4] ApJ 79, S. 317 (1934).
[5] ZfAp 9, S. 156 (1934); 10, S. 133 (1935).
[6] ZfAp 1, S. 138 (1930).
[7] AN 247, S. 292 (1933); 249, S. 53 (1933); 255, S. 157 (1935).
[8] ZfAp 5, S. 297 (1932).
[9] Veröff Univ-Sternw Göttingen Nr. 42 (1934).

Band III.

Chapter 4.

The Principles of Quantum Theory.

By

S. ROSSELAND-Oslo.

b) Quantum Theory.

The first report on the principles of the quantum theory given in Handbuch der Astrophysik III/1 was supposed to cover the time up to spring 1927. Since that time atomic theory has expanded in so many ways that a modern restatement of the fundamental principles would look rather different from the one given in 1927, and would have required considerably more space. This task, therefore, cannot be undertaken in the present supplementary volume, and we shall have to be content with a very brief report on the principal points of progress in the past seven years.

49 a. Relativistic Quantum Theory. One of the main difficulties encountered in the first formulation of wave mechanics was the proper way of meeting the requirement of relativistic invariance of the wave equation. A first attempt was made by KLEIN[1] and GORDON[2] but the first really decisive progress in the problem was made by DIRAC[3].

The fundamental idea worked out by DIRAC was to replace the ordinary second order wave equation by a system of equations of the first order. The situation is analogous to the replacement of a second order wave equation of the propagation of light by the first order equations of MAXWELL. As relativity theory was born, so to speak, with the introduction of the Maxwellian equations, it is no wonder that its introduction into quantum theory should involve the establishment of a similar set of equations for the motion of atomic systems.

The way in which DIRAC found his new equation is simplicity itself. Starting from the relativistic Hamiltonian function for the free motion of a single electron in empty space

$$H = W = c(\boldsymbol{p}^2 + \mu^2 c^2)^{1/2},$$

where W is the total energy, c the velocity of light, $\boldsymbol{p}$ the momentum and μ the rest mass of the electron, one would first be led to adopt as a wave equation for the electron

$$\{H - W\}\psi = \{W/c - (\boldsymbol{p}^2 + \mu^2 c^2)^{1/2}\}\psi = 0.$$

It is then supposed that W and $\boldsymbol{p}$ are considered as differential operators of the form

$$\boldsymbol{p} = \frac{h}{2\pi i}\nabla; \qquad W = -\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial t}.$$

---

[1] Z f Phys 37, p. 895 (1926). [2] Z f Phys 40, p. 117 (1926).

[3] Proc Roy Soc London A 117, p. 610; 118, p. 351 (1928); see further P. A. M. DIRAC, The Principles of Quantum Mechanics. Oxford: Clarendon Press 1930, sec. ed. 1935.

The square root involved in the operator in the above equation is an unsympathetic feature. It may be removed by multiplication from the left by the conjugate operator

$$\{W/c + (\boldsymbol{p}^2 + \mu^2 c^2)^{1/2}\},$$

which gives as a wave equation

$$\{W^2/c^2 - \boldsymbol{p}^2 - \mu^2 c^2\}\psi = 0. \tag{1}$$

This equation is relativistically invariant, and is, in fact, identical with the equation given by KLEIN and GORDON for the case of no external fields.

If we denote the four-dimensional momentum by $\boldsymbol{P}$

$$\boldsymbol{P} = W/c + i\boldsymbol{p},$$

the wave equation reduces to

$$|\boldsymbol{P}|^2\psi = \mu^2 c^2 \psi.$$

In case of an external field of vector potential $\boldsymbol{A}$ and scalar potential $\boldsymbol{\Phi}$ the corresponding equation is obtained by multiplying the four-dimensional potential

$$\boldsymbol{A}' = -\boldsymbol{\Phi} - i\boldsymbol{A}$$

by e/c and adding the four-dimensional momentum $\boldsymbol{P}$. The wave equation then becomes

$$\left|\boldsymbol{P} + \frac{e}{c}\boldsymbol{A}'\right|^2\psi = \mu^2 c^2 \psi.$$

In order to replace the second order equation (1) by an equivalent linear equation, DIRAC wrote the expected equation in the symbolical form

$$(W/c + \alpha_x p_x + \alpha_y p_y + \alpha_z p_z + \alpha_\mu \mu c)\psi = 0, \tag{2}$$

where p_x, p_y, p_z are the rectangular components of p, and where α_x, α_y, α_z and α_μ are certain operators, which must be determined by special considerations. First of all it is clear that these operators cannot involve the coordinates and the time, since all points in space-time must be equivalent for a free particle. In order to find out the conditions to be satisfied by these operators we multiply the equation by the conjugate operator $W/c - \alpha_x p_x - \alpha_y p_y - \alpha_z p_z - \alpha_\mu \mu c$, and demand that the resulting equation shall coincide with the relativistic wave equation derived earlier. This leads to the relations

$$\alpha_r^2 = 1; \quad \alpha_r \alpha_q + \alpha_q \alpha_r = 0; \quad r \neq q; \quad r = x, y, z, \mu.$$

Discussing these relations further, it will be seen that the operators α_x etc. are quadratic matrices with four components each, and that, consequently, the wave function ψ must also be considered as having four components, and that the apparently single equation (2) really stands for four equations.

Thus far the difference from the earlier case is mostly of a formal nature. If we now, however, try to use the new version of the theory also when an external field is present, and replace p_x in the linear equation by $p_x - \frac{e}{c}A_x$, and similarly for the other components, we shall find that the new equation differs in a peculiar manner from the earlier one. Multiplying up from the left hand side by the corresponding conjugate operator one finds, namely, that in addition to the customary terms of the Hamiltonian there appears a term corresponding to the electron having a magnetic moment and spin in the manner demanded by the UHLENBECK-GOUDSMIT theory, and there also appears a term which apart from a factor $\sqrt{-1}$ corresponds to the presence of an electric dipole. This latter looks oddly out of place, but the further analysis shows that it cannot be neglected without destroying the relativistic invariance of the equations, and also that

it is required in order to obtain the correct quantitative formula for the energy levels in the hydrogen atom.

49b. The SOMMERFELD Formula. Shortly after the publication of DIRAC's theory GORDON[1] and C. G. DARWIN[2] succeeded in finding the solution of DIRAC's new wave equation for the case of a Coulomb field of force. It turned out that the energy levels predicted for the hydrogen atom by this theory coincide exactly with the levels given by the formula first given by SOMMERFELD[3] and which for long time was considered a spectacular verification of relativity theory by atomic physics. The formula in question may be written on the form

$$1 + \frac{W}{\mu c^2} = \left\{1 + \frac{N^2 \gamma^2}{(n - l - 1 + \sqrt{(l+1)^2 - N^2\gamma^2})^2}\right\}^{-1/2},$$

where γ is the fine structure constant

$$\gamma = \frac{2\pi e^2}{h c},$$

Ne is the charge of the nucleus, μ the electronic mass, c the velocity of light and n and l the principal and subsidiary quantum numbers. This is now one of the best verified formulae of atomic physics, as it is known to hold very accurately for the so-called relativity doublets of the characteristic X-rays up to the highest known atomic numbers.

49c. The KLEIN-NISHINA Formula. Another application of DIRAC's new theory was made by KLEIN and NISHINA[4], who derived the coefficient of scattering of radiation by free electrons from this theory. It had been known for some time that earlier theories did not render good account of experimental results on scattering of hard gamma rays, when a quantum of the rays in use had an energy essentially larger than the proper energy of an electron μc^2. Let ν_0 be the frequency of the incident ray, and denote the ratio of $h\nu_0$ to μc^2 by $2\pi\alpha$:

$$\alpha = h\nu_0 / 2\pi\mu c^2.$$

The coefficient of scattering derived by KLEIN and NISHINA is then given by

$$\sigma = \frac{2\pi e^4}{\mu^2 c^4}\left\{\frac{1+\alpha}{\alpha^2}\left(\frac{2+2\alpha}{1+2\alpha} - \frac{1}{\alpha}\log(1+2\alpha)\right) + \frac{1}{2\alpha}\log(1+2\alpha) - \frac{1+3\alpha}{(1+2\alpha)^2}\right\}.$$

Expanding the parenthesis on the right hand side of this expression to the first order in α, one finds that it equals $\frac{4}{3}(1 - 2\alpha)$. When α is vanishingly small, the formula degenerates thus into the classical THOMSON formula for electronic scattering. Since the coefficient of α in the expansion is negative, the KLEIN-NISHINA formula predicts a falling-off in the scattering power with increasing frequency,—which was the effect found observationally, and also found by various earlier theoretical considerations. It appeared, however, that the KLEIN-NISHINA formula stood the experimental tests better than earlier formulae had done. It is difficult, however, to subject it to very refined tests, because rays of such great penetrating power will also become absorbed by atomic nuclei, where the KLEIN-NISHINA formula is obviously inapplicable.

For some time it was thought that the KLEIN-NISHINA formula would find extensive applications in the field of cosmic rays. But after the discovery that these rays for the most part consist of electrical particles, it is clear that the field of application here is rather limited.

49d. The Positron. Another field of application of the DIRAC wave equation turned up in a rather unexpected way when the discovery was made that cosmic

---

[1] Z f Phys 48, p. 11 (1928).
[2] Proc Roy Soc London A 116, p. 654 (1928).
[3] Sitzber München 1915.
[4] Z f Phys 52, p. 853 (1928).

rays, on passing through matter are able to generate electric particles with a mass equal to that of an electron, but with the opposite charge. It has been surmised too, that the primary cosmic rays partly consist of such particles, which we here shall call positrons simply. The discovery of these new particles was first made by CARL D. ANDERSON in the Norman Bridge Laboratory of the California Institute of Technology[1], but simultaneous work was carried on at the Cavendish Laboratory at Cambridge, England[2], in France[3], and in Germany[4]. A detailed report on the discovery of the positron will be found in MILLIKAN's recent book: "Electrons (+and—), Protons, Photons, Neutrons and Cosmic Rays", Cambridge Univ. Press 1935.

The only property in which positrons seem to differ fundamentally from ordinary electrons, besides the difference in the sign of the charge, is the fact that they, in air at ordinary pressure, apparently can exist as free particles only for a time of the order 10^{-10} to 10^{-8} seconds. They may be created out of any matter by application of sufficiently penetrating gamma rays, the lower limit for the necessary energy of excitation being of the order one million electron volts.

It was BLACKETT and OCCHIALINI who for the first time brought the appearance of positrons into connection with DIRAC's new wave equation for an electron. The suggestion has later on been elaborated by a number of theoretical physicists, and it appears fairly well established now that this theory really gives a clue to the understanding of the behaviour of a positron, although considerable improvements of the theory may be hoped for in the future.

The starting point of DIRAC's theory of the positron is the fact that the wave equation of an electron apparently admits twice as many solutions as it ought to do. Half of these states refer to states with negative values of the kinetic energy. It might be thought that this difficulty were only formal, but this is not the case, since a closer consideration shows that there is under certain circumstances a finite probability of an electron passing from a state of positive proper energy μc^2 to one of negative energy $-\mu c^2$.

Since energy and mass are equivalent in the relativity theory, it is clear that negative energy means negative mass. But reverting momentarily to classical mechanics and considering the equation of motion of an electric charge, it is clear that a negative electron with a positive mass is equivalent to a positive electron with a negative mass. Hence a negative electron of kinetic energy μc^2 suffering transitions to a state of negative energy $-\mu c^2$ will mimick a positron in its state of motion.

One may ask then why not all electrons have suffered such transitions and have changed into positrons. To meet this difficulty DIRAC assumes that nearly all negative energy states, which are permissible according to PAULI's principle, are already occupied by electrons, and that these states are unobservable. However, when an electron is thrown out of such a state, the "hole" left unoccupied represents a positron. This argument, although sounding a little patched-up for the purpose, may suffice to suggest that a more rigorous theory may be established in due time by a revision of DIRAC's theory, in which essential elements of its present form are retained.

A possible way of generating positrons according to DIRAC's theory is the conversion of a single gamma ray into an electron pair: one positive and one

---

[1] Science 76, p. 238 (1932).
[2] CHADWICK, BLACKETT and OCCHIALINI, Nature 131, p. 473 (1933).
[3] I. CURIE and F. JOLIOT, C R 146, p. 1105 (1933).
[4] MEITNER and PHILLIP, Naturwiss 21, p. 286 (1933).

negative. As the rest mass of an electron, when converted into energy units, corresponds to about 510000 electron volts, it is clear that the minimum energy of a gamma ray capable of producing positrons is 1,02 million electron volts, which corresponds to the harder components of gamma rays from radio-active substances. This quantitative feature is found to hold in experiments, in that the energy of positrons produced by gamma rays is always smaller than that of the exciting gamma ray by about one million electron volts.

As regards the actual probability of production of electron pairs the theory also seems to be in fair accordance with experiments[1], although one cannot lay great stress on the theory here, since special properties of the absorbing nuclei are involved in the calculation.

Much theoretical work has been done on the rate of annihilation of positrons when passing through matter. DIRAC[2] has calculated the probability of the simultaneous annihilation of a positron and an electron, with the emission of two quanta of radiation. The emission of two quanta in different directions is necessary in order to satisfy the requirement of the conservation of energy and momentum in the process. It looks as though this process represents the most effective way of annihilation of positrons.

But other annihilation processes are also possible, and considerable work has been done in order to elucidate their theoretical aspects. Thus FERMI and UHLENBECK[3] have considered the case when an impinging positron unites with an electron of the K-shell of an atom, the surplus energy being emitted as a single quantum of radiation, the nucleus taking up the surplus momentum in the process. The calculations of FERMI and UHLENBECK, which were restricted to positrons of energy near the ionisation energy of the K limit, were further extended by BHABHA and HULME[4], by J. SOLOMON[5], by NORDHEIM[6] and by LANDAU and LIFSCHITZ[7]. The results are nearly the same in all cases, and go to show that processes of this sort are rather ineffective in comparison to the process involving the emission of two quanta.

49e. The Neutron. Half a year before the discovery of the positron the discovery of another new elementary particle, the n e u t r o n, was made by CHADWICK[8]. The basic experiments on which CHADWICK's announcement was based were made by BOTHE and BECKER[9] already in 1930, and by IRENE CURIE and F. JOLIOT[10].

The proper theoretical interpretation of the new particle is still rather unsettled. One may think of it as a combination of an electron and a proton, or may consider it as a separate elementary particle. In that case it is tempting to dethronize the proton, and consider it as a combination of a neutron and a positron. It is possible to distinguish between these alternatives by an accurate determination of the mass of a neutron. At present the evidence is slightly in favour of the proton as the fundamental particle.

An attempt at the development of a quantum theory of the neutron was made by G. TEMPLE[11]. A theory of the passage of neutrons through matter was developed by H. S. W. MASSEY[12].

---

[1] Cf. W. HEITLER and H. BETHE, Proc Roy Soc London A 146, p. 83 (1934).
[2] Proc Cambridge Phil Soc 26, p. 361 (1930).
[3] Phys Rev 44, p. 510 (1933).
[4] Proc Roy Soc London A 146, p. 723 (1934).
[5] J de Phys 6, p. 114 (1935).
[6] J de Phys 6, p. 135 (1935).
[7] Phys Z Soviet Union 6, p. 244 (1934).
[8] Nature 129, p. 312 (1932); Proc Roy Soc London A 136, p. 629 (1932); 142, p. 1 (1933).
[9] Z f Phys 66, p. 289 (1930); Naturwiss 19, p. 753 (1931).
[10] C R 144, p. 273 and 708 (1932); also "L'Existence du Neutron", Actualités scientifiques et industrielles No. 32 (1932).
[11] Proc Roy Soc London A 145, p. 344 (1934).
[12] Proc Roy Soc London A 138, p. 460 (1932).

At present all such theories must be regarded with some reserve, as the possibility is widely contemplated that quantum theory will require a thorough revision before the phenomena of nuclear structure, as well as the intrinsic properties of elementary particles can be properly incorporated into the theory.

49f. EDDINGTON's Theory of the Fine Structure Constant, the Mass Ratio of the Electron and the Proton, and the Theory of the Cosmical Constant. When applying DIRAC's wave equation, charge and mass of the particle in question are treated as empirical constants along with PLANCK's constant h. It is not unreasonable to expect, however, that a complete theory should also furnish theoretical values for these constants, and account for the intrinsic differences between the electron and the proton. In a long series of papers EDDINGTON[1] has tried to clarify the aspects of this problem on the basis of DIRAC's wave equation, and has suggested theoretical values of the mass ratio and the fine structure constant. Moreover, he has also, on the basis of this equation, given a theoretical expression of the cosmic constant figuring in EINSTEIN's theory of a spherical static universe, and in LEMAÎTRE's theory of the expanding universe.

It is impossible here to give even an impression of the reasoning leading up to EDDINGTON's conclusions in this matter, the more so as the arguments do not form a coherent deductive scheme, but rather have the form of a series of suggestions and sage remarks, which probably will find a better formulation when the proper generalization of DIRAC's wave equation to systems consisting of many separate particles has been discovered.

So much may be said that EDDINGTON predicts a value of the fine structure constant exactly equal to 137^{-1}, in close correspondence with observations. A summary of this theory was given by I. ULLMO[2].

As regards the mass ratio of electrons and protons, EDDINGTON is led to extend DIRAC's wave equation by an additional term, so that it becomes an equation of the second order. From this equation EDDINGTON derives an associated equation of the possible mass values of the fundamental particle:

$$10m^2 - 136m + 1 = 0.$$

The two solutions of this equation stand in the ratio 1847,60, which is very close to the actual experimental value for the mass of a proton, that of an electron being taken as a unit. But it must be remembered, that the additional term in the wave equation, which is inserted so as to produce the square term in the above equation, is added ad hoc, in order to produce the desired result.

EDDINGTON's theory of the cosmic constant is largely based on the so-called MACH principle; MACH suggested, namely, that the inertial mass of a body must in some way be determined by all masses of the universe. Following up this idea EDDINGTON was lead to express the mass of an electron in terms of the number of electrons in the world, supposed to be spherical in the sense of LEMAÎTRE's theory of the expanding universe.

At present theoretical physicists are reluctant to express a definite opinion on this work, the impression being general that problems of this kind will demand a thorough revision of the present form of the quantum theory before they can be approached profitably.

49g. Dispersion Theory. The quantum theory of the electromagnetic field is now usually given in the sense first developed by DIRAC[3], and the further

---

[1] Proc Roy Soc London A 121, p. 525 (1928); 122, p. 358 (1929); 126, p. 696 (1930); 133, p. 311 and 605 (1931); 138, p. 17 (1932); J London Math Soc 7, p. 58 (1931).

[2] Actualités Scientifiques et Industrielles No. 107. Paris 1934.

[3] Proc Roy Soc London A 114 (1927).

development of this theory has done much to clarify the ideas of the structure of the spectral lines, which are of such an extreme importance to astrophysics. First of all it has now become definitely clear that the damping constant of a line is symmetrically influenced by the width of the two energy levels involved[1]. The fact that light is scattered in our atmosphere practically without change in wave length is thus linked up with the fact that the scattering molecules are in the normal state, which is practically infinitely narrow[2]. For the purpose of astrophysics there is still wanting an investigation of the dispersion in subordinate lines, and the conditions to be expected in partially overlapping multiplet lines, which is urgently to be desired[3].

49h. Field Theory. The more formal aspects of this theory has for long been known to leave much to be desired, especially because it is not possible to consider the electrical particles as parts of the field, since the total field energy then becomes infinite, due to the fact that the particles are considered as true point charges. Much work has been done, especially by HEISENBERG and PAULI, to clarify this point. Quite recently BORN has proposed a new way of approach, by suggesting a modification of the classical electromagnetic equations. BORN starts from a comparison with the relativity theory, where the square root expression for the mass prevents the velocity v from ever becoming larger than the velocity of light c. BORN introduces a corresponding square root expression into the electromagnetic equations, which prevents the electric field intensity E from ever becoming larger than a certain fundamental finite field intensity E_0. This theory is still in a process of development[4].

[1] WEISSKOPF and WIGNER, Z f Phys 63, p. 54 (1930).

[2] WEISSKOPF, Ann d Phys 9, p. 23 (1931); Z f Phys 65, p. 18 (1932).

[3] Cf. G. BREIT and J. S. LOWEN, Phys Rev 46, p. 590 (1934).

[4] Cf. M. BORN, Proc Roy Soc London A 143, p. 410 (1934); BORN and INFIELD, Proc Roy Soc London A 144; J. FRENKEL, Proc Roy Soc London A 146, p. 930 (1934); BORN and INFIELD, Proc Roy Soc London A 147, p. 522 (1934).

Band III.

Kapitel 5.

Gesetzmäßigkeiten in den Serienspektren.

Von

W. Grotrian-Potsdam.

Mit 4 Abbildungen.

Einleitung. Auf dem Gebiete der Gesetzmäßigkeiten in den einfachen Serienspektren sind seit der Abfassung von Kap. 5 in Bd. III/2 dieses Handbuches keine Fortschritte von einer das ganze Gebiet betreffenden prinzipiellen Bedeutung zu verzeichnen. Für die folgende Ergänzung zu diesem Kapitel können wir uns infolgedessen darauf beschränken, über die inzwischen erschienenen spektroskopischen Arbeiten zu berichten, die das bereits vorhandene Beobachtungsmaterial ergänzen und erweitern. Die erzielten Fortschritte sind in der Hauptsache zwei wesentlichen Verbesserungen der experimentellen Methoden, nämlich der Herstellung von photographischen Platten für das langwellige Ultrarot und der Ausbildung der Vakuumgitterspektrographen mit streifender Inzidenz für das extrem kurzwellige Ultraviolett zu verdanken.

Bei der Bezeichnung der Terme haben sich die Russell-Saunderschen Symbole völlig durchgesetzt und alle übrigen verdrängt. Sie werden auch im folgenden ausschließlich Verwendung finden unter Berücksichtigung der in dem Bericht über die Bezeichnung der Atomspektren von H. N. Russell, A. G. Shenstone und L. A. Turner[1] gegebenen Richtlinien.

a) Die Spektren von Atomen und Ionen mit einem einzigen Elektron.

1. Die Balmer-Serie. Neuere experimentelle Untersuchungen, die auch für die Astrophysik von Bedeutung wären, liegen nicht vor. Zu erwähnen ist jedoch eine von W. G. Penney[2] durchgeführte Berechnung der Frequenzen und Wellenlängen der Schwerpunkte der Balmer-Linien. Unter Berücksichtigung der theoretischen Intensitätsverhältnisse der Einzelkomponenten des Feinstrukturbildes leitet Penney für die Wellenzahlen der Schwerpunkte des unaufgelösten Linienbildes die Formel ab

$$\nu = Z^2 R_M\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{n^2}\right) + Z^4 R_M\,\alpha^2\left[\frac{137n^4 - 384n^2 + 240}{192(5n^2-4)(3n^2-4)} - \frac{109n^4 - 284n^2 + 160}{15n^3(5n^2-4)(3n^2-4)} + \frac{3}{4n^4}\right].$$

Für die Balmer-Serie des Wasserstoffatoms ist $Z = 1$ und $R_M = R_H = 109677{,}76 \pm 0{,}02\ \mathrm{cm}^{-1}$ die Rydberg-Konstante des Wasserstoffatoms. Für die Feinstrukturkonstante wird der Wert $\alpha^2 = 5{,}31 \cdot 10^{-5}$ eingesetzt. Dann ergeben

[1] Phys Rev 33, S. 900 (1929). [2] Phil Mag 9, S. 661 (1930).

sich folgende Werte für die Wellenzahlen und Wellenlängen der Schwerpunkte der BALMER-Linien (Tabelle 1).

Tabelle 1.

n	ν_{vac}	λ_{vac}	λ_{Luft}	n	ν_{vac}	λ_{vac}	λ_{Luft}
3	15233,232	6564,595	6562,785	6	24373,097	4102,885	4101,731
4	20564,819	4862,673	4861,319	7	25181,386	3971,187	3970,068
5	23032,584	4341,675	4340,459	8	25705,995	3890,143	3889,045

Die Abweichungen der Wellenlängen gegenüber den in Bd. III/2, S. 480 gegebenen, nach der Formel von CURTIS berechneten Werten betragen für $n = 3$ u. 4 $\Delta\lambda_{C.-P.} = +0{,}008$ A, für $n = 5$ bis 8 $\Delta\lambda_{C.-P.} = +0{,}007$ A. Sie sind also für die meisten Zwecke belanglos. Jedoch dürfte den Werten von PENNEY der Vorzug zu geben sein.

2a. Die PASCHEN-Serie. Die durch die Herstellung infrarot empfindlicher Platten gegebene Möglichkeit der photographischen Aufnahme der Linien dieser Serie ist nunmehr auch in der Astrophysik ausgenutzt worden. Es gelang H. D. BABCOCK[1], die Glieder der PASCHEN-Serie von $n = 8$ bis $n = 16$ im Spektrum der Chromosphäre außerhalb einer Sonnenfinsternis mit dem großen Turmteleskop der Mount Wilson-Sternwarte zu photographieren. Wesentlich größer noch sind die Fortschritte auf dem Gebiete der Sternspektren. Mit einem am 100 inch-Spiegel der Mount Wilson-Sternwarte angebrachten Gitterspektrographen gelang es P. W. MERRILL[2] sowie P. W. MERRILL und O. C. WILSON[3], infrarote Spektren einiger B- und A-Sterne aufzunehmen, die die PASCHEN-Serie bis zu hohen Gliedern ($n = 24$) zeigen. In Ergänzung zu der Tabelle in Bd. III/2, S. 481 geben wir in Tabelle 2 die berechneten Wellenlängen der höheren Glieder der PASCHEN-Serie:

Tabelle 2.

n	λ_{Luft}	n	λ_{Luft}	n	λ_{Luft}	n	λ_{Luft}	n	λ_{Luft}
12	8750,47	17	8467,27	22	8359,01	27	8306,11	32	8276,33
13	8665,03	18	8437,96	23	8345,55	28	8298,84	33	8271,95
14	8598,40	19	8413,33	24	8333,79	29	8292,31	34	8267,95
15	8545,39	20	8392,41	25	8323,43	30	8286,43	35	8264,29
16	8502,50	21	8374,49	26	8314,27	31	8281,14	∞	8203,58

2b. Das Spektrum des Wasserstoffisotops der Masse 2 (Deuterium)[4]. Das Wasserstoffisotop der Masse 2, Deuterium genannt und durch das chemische Symbol D bezeichnet, wurde von H. C. UREY, F. G. BRICKWEDDE und G. M. MURPHEY[5] auf spektroskopischem Wege entdeckt. Sie fanden auf der kurzwelligen Seite der BALMER-Linien in 1 bis 2 A Abstand schwache Linien, die mit den hier zu erwartenden Linien des Deuteriums identifiziert werden konnten. Nach der Atomtheorie ist die RYDBERG-Konstante R_D des Deuteriums etwas größer als die des gewöhnlichen Wasserstoffatoms. Es ist

$$R_D = R_H \cdot \frac{M_D}{M_H} \cdot \frac{m + M_H}{m + M_D},$$

wobei M_H, M_D und m die Masse des Protons, des Deutons (Kern des Deuteriums) und des Elektrons bedeuten. Einsetzen der bekannten Werte von R_H, M_H, M_D und m ergibt

$$R_D = 109707{,}62\ \mathrm{cm}^{-1}.$$

[1] Publ A S P 44, S. 323 (1932).
[2] Publ A S P 44, S. 269 (1932).
[3] Ap J 80, S. 19 (1934).
[4] Zusammenfassender Bericht von H. C. UREY and S. K. TEAL, Rev mod Phys 7, S. 34 (1935).
[5] Phys Rev 39, S. 164 (1932); 40, S. 1 (1932).

In Tabelle 3 stehen in den beiden ersten Kolonnen die berechneten Werte für die Wellenlängen der BALMER- und LYMAN-Linien des Wasserstoffs und des Deuteriums. In der dritten Kolonne stehen die berechneten und in der vierten die beobachteten Werte der Wellenlängendifferenz zwischen Wasserstoff und Deuterium. Die beobachteten Werte der LYMAN-Serie sind einer Arbeit von S. S. BALLARD und H. E. WHITE[1] entnommen.

Tabelle 3.

BALMER-Serie.				LYMAN-Serie.			
$\lambda(H)_{\text{Luft ber}}$	$\lambda(D)_{\text{Luft ber}}$	$\Delta\lambda_{\text{ber}}$	$\Delta\lambda_{\text{beob}}$	$\lambda(H)_{\text{vac ber}}$	$\lambda(D)_{\text{vac ber}}$	$\Delta\lambda_{\text{ber}}$	$\Delta\lambda_{\text{beob}}$
6562,785	6560,998	1,787	1,79	1215,664	1215,334	0,330	0,330
4861,319	4859,996	1,323	1,33	1025,718	1025,439	0,279	0,276
4340,459	4339,277	1,182	1,19	972,533	972,269	0,264	0,266
4101,731	4100,614	1,117	1,12	949,739	949,481	0,258	0,262
				937,800	937,545	0,255	0,274
				930,744	930,491	0,253	0,258

Mit Ausnahme der Linie λ 937 der LYMAN-Serie, bei der wahrscheinlich ein Meßfehler vorliegt, ist die Übereinstimmung ausgezeichnet.

In astrophysikalischen Lichtquellen ist das Deuterium bisher nicht entdeckt worden. D. H. MENZEL[2] gibt an, daß die Linien des Deuteriums weder im FRAUNHOFERschen oder Chromosphärenspektrum der Sonne, noch in den Spektren der Sterne α Carinae, α Piscis Austrini, α Lyrae, α Canis Majoris und α Cygni nachzuweisen sind. A. UNSÖLD[3] hat drei Sonnenspektren großer Dispersion in der Gegend von $H\alpha$ photometrisch untersucht und keine Spur der $D\alpha$-Linie des Deuteriums feststellen können. Er schließt daraus, daß die relative kosmische Häufigkeit des Deuteriums kleiner als 1:100000 ist.

10a. Die Spektren He II bis C VI. In der Erforschung dieser Spektren sind insbesondere dank der Arbeiten von SIEGBAHN und seinen Mitarbeitern[4] erhebliche Fortschritte gemacht worden. In Tabelle 4 geben wir die Wellenlängen der ersten Glieder der der LYMAN-Serie des Wasserstoffes analogen Grundserien der ersten Elemente des periodischen Systems an. Dieselben sind berechnet nach der für die Schwerpunkte der Linien von W. C. PENNEY[5] angegebenen Formel

$$\nu = Z^2 R_M\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + Z^4 R_M \alpha^2\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3n^3} + \frac{3}{4n^4}\right).$$

Tabelle 4.

n	He II	Li III	Be IV	B V	C VI
2	303,779	134,994	75,925	48,585	33,734
3	256,314	113,903	64,063	40,995	28,464
4	243,024	107,997	60,742	38,869	26,988

Die meisten dieser Linien sind auch beobachtet worden, von C VI außer λ 33,734 ganz neuerdings von H. ALFVÉN und V. H. SANNER[6] auch das zweite Glied dieser Serie bei 28 A. Die kürzeste von denselben Autoren mit den Methoden der Vakuumspektroskopie im extremen Ultraviolett beobachtete Spektrallinie ist eine Sauerstofflinie bei λ 21 A.

---

[1] Phys Rev 43, S. 941 (1933). [2] Publ A S P 44, S. 41 (1932).
[3] Naturwiss 20, S. 936 (1932).
[4] Siehe die zusammenfassende Bearbeitung der Spektren der leichten Elemente von B. EDLÉN, Nova Acta Reg Soc Sc Upsal (IV) 9, Nr. 6, im folgenden als B. EDLÉN, Ups 9, Nr. 6 zitiert.
[5] Vgl. Anm. 2, S. 250. [6] Nature 135, S. 580 (1935).

b) Die Spektren von Atomen und Ionen mit einem Valenzelektron.

26a. Die Lithium I-ähnlichen Spektren[1]. In der Folge der Spektren Li I, Be II, B III, C IV, N V, O VI ist die Analyse von B II durch F. PASCHEN und

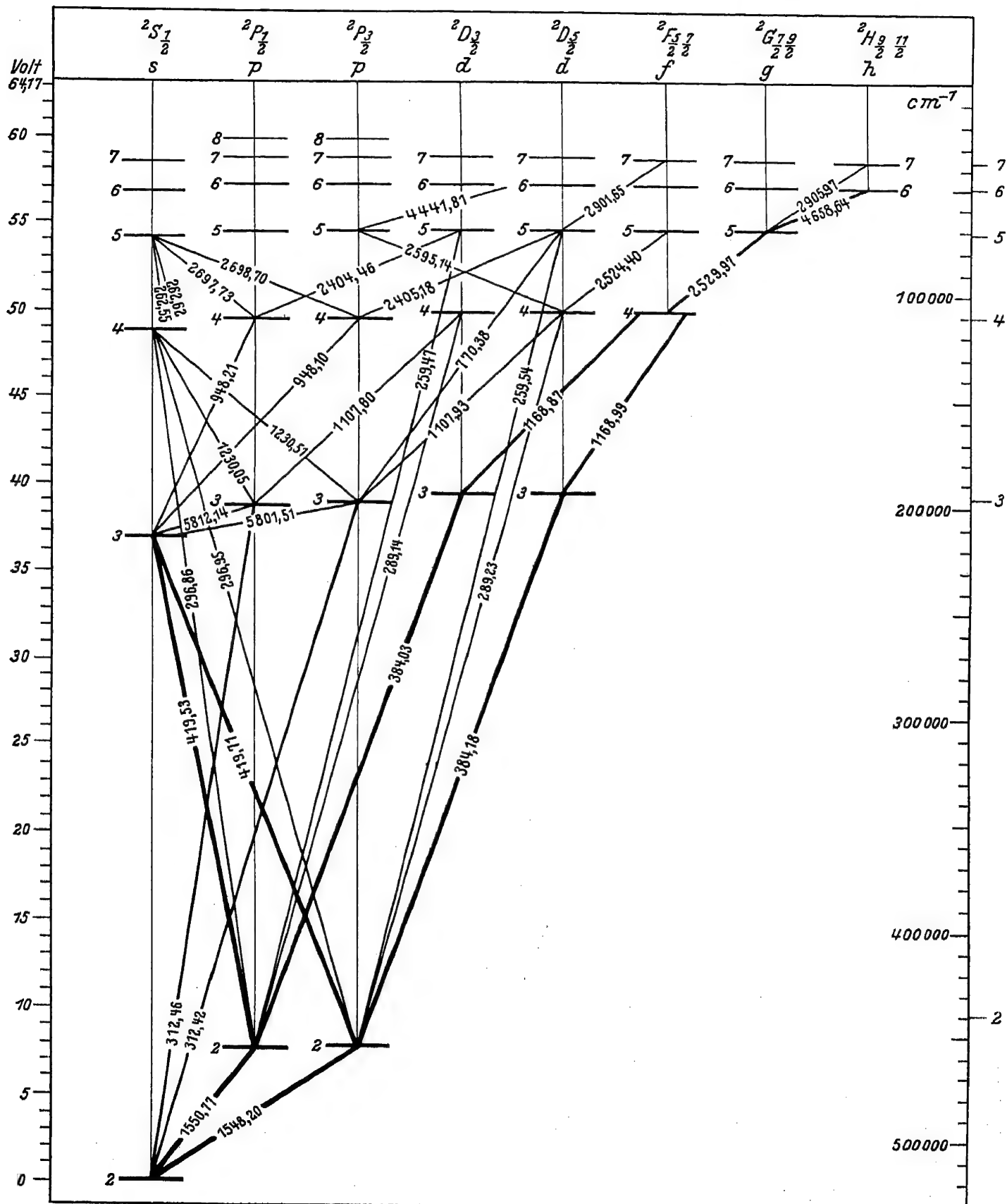



Abb. 1. Niveauschema des C IV-Spektrums.

[1] Zusammenfassende Darstellung s. B. EDLÉN, Ups 9, Nr. 6.

P. G. KRÜGER[1], die der vier letzten durch B. EDLÉN und A. ERICSON[2] wesentlich gefördert worden. Die Spektren C IV, N V, O VI sind ebenso wie die anderen Funkenspektren von C, N und O astrophysikalisch bedeutsam geworden durch die Identifikation der WOLF-RAYET-Emissionen mit Linien dieser Spektren durch

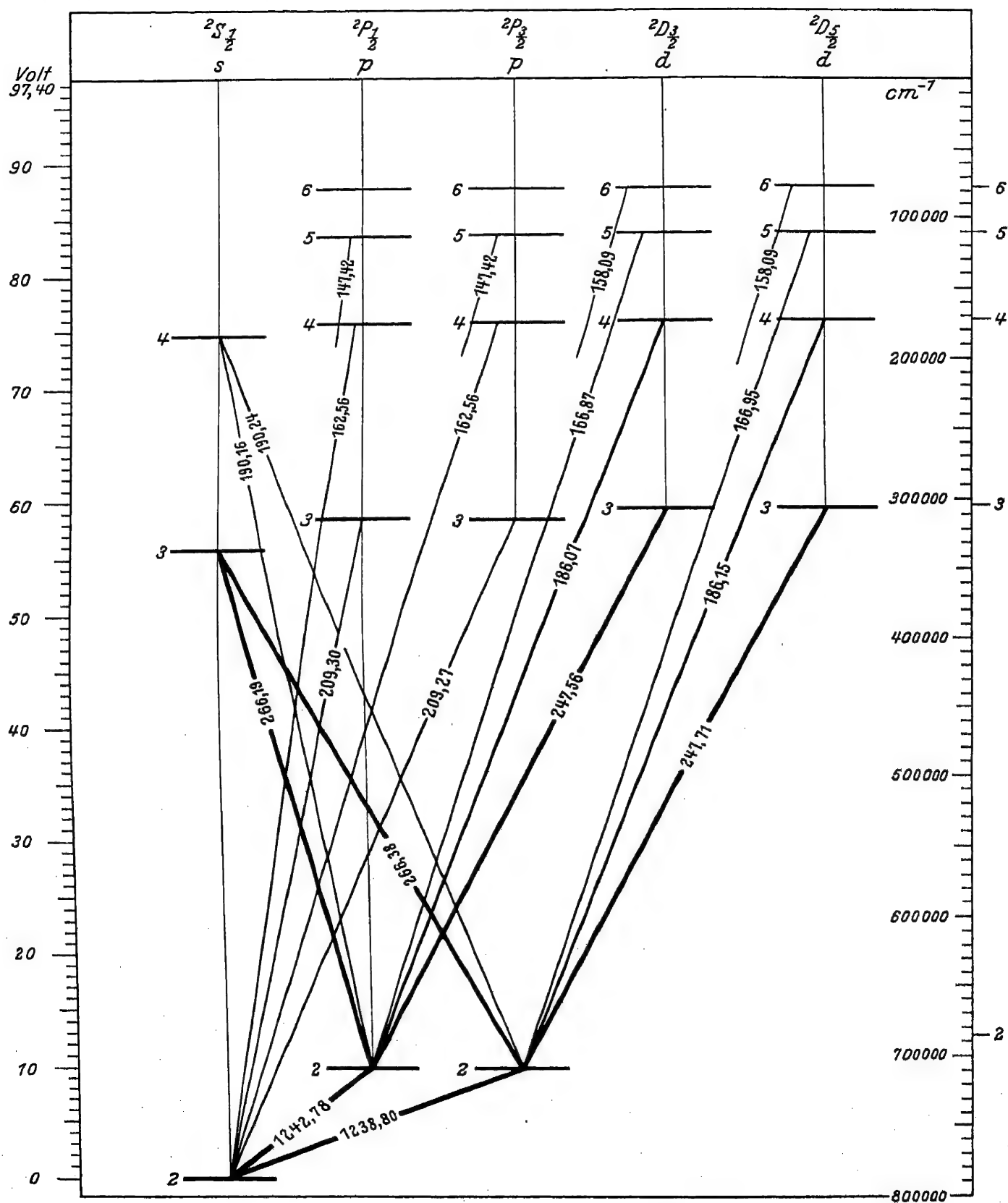



Abb. 2. Niveauschema des N V-Spektrums.

[1] Ann d Phys 8, S. 1005 (1931). [2] Z f Phys 64, S. 64 (1930).

C. H. Payne[1] sowie B. Edlén[2]. Wir beschränken uns darauf, in den Abb. 1, 2 und 3 die Niveauschemata und in den Tabellen 5, 6 und 7 die Termwerte der

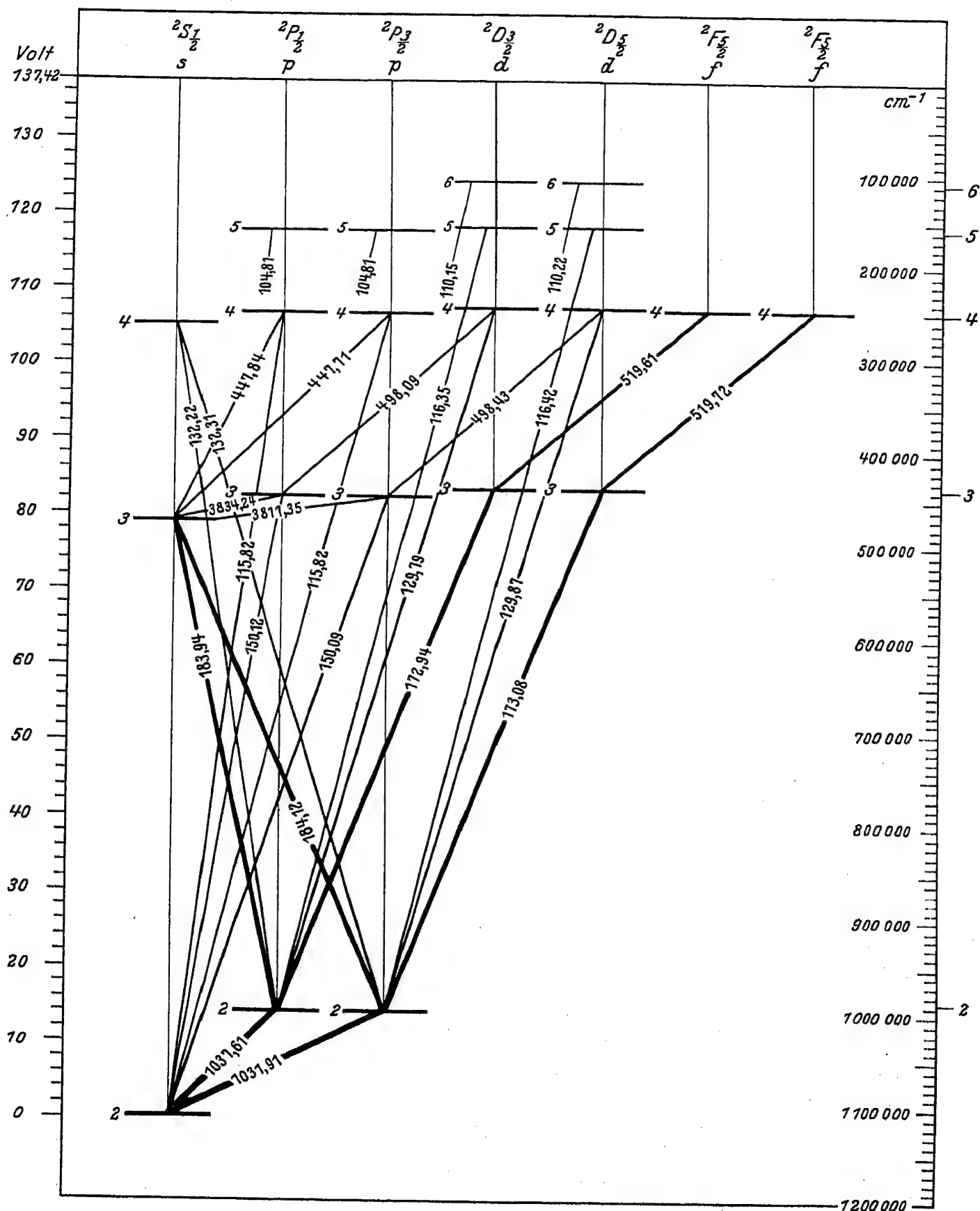



Abb. 3. Niveauschema des O VI-Spektrums.

[1] Z f Ap 7, S. 1 (1933). [2] Z f Ap 7, S. 378 (1933).

Spektren C IV, N V und O VI nach B. EDLÉN[1] anzugeben. Das N V-Spektrum ist auch von M. CADY[2] analysiert worden.

Tabelle 5. Terme des C IV-Spektrums.

s-Terme	p-Terme	d-Terme	f-Terme	g-Terme	h-Terme
$2\,^2S_{1/2}$ 520177,8	$2\,^2P_{1/2}$ 455693,6 $2\,^2P_{3/2}$ 455586,5				
$3\,^2S_{1/2}$ 217329,9	$3\,^2P_{1/2}$ 200129,3 $3\,^2P_{3/2}$ 200097,8	$3\,^2D_{3/2}$ 195297,6 $3\,^2D_{5/2}$ 195286,9			
$4\,^2S_{1/2}$ 118831,1	$4\,^2P_{1/2}$ 111868,9 $4\,^2P_{3/2}$ 111855,6	$4\,^2D_{3/2}$ 109844,0 $4\,^2D_{5/2}$ 109839,6	$4\,^2F$ 109743,7		
$5\,^2S_{1/2}$ 74811,7	$5\,^2P_{1/2}$ 71324 $5\,^2P_{3/2}$ 71317	$5\,^2D$ 70290,4	$5\,^2F$ 70239,6	$5\,^2G$ 70229,4	
$6\,^2S_{1/2}$ 51413	$6\,^2P$ 49415	$6\,^2D$ 48810	$6\,^2F$ 48774,8	$6\,^2G$ 48770,4	$6\,^2H$ 48769,9
$7\,^2S_{1/2}$ 37519	$7\,^2P$ 36247	$7\,^2D$ 35869	$7\,^2F$ 35834,0	$7\,^2G$ 35831,2	$7\,^2H$ 35830,9
	$8\,^2P$ 27705				

Tabelle 6. Terme des N V-Spektrums.

s-Terme	p-Terme	d-Terme
$2\,^2S_{1/2}$ 789537,9	$2\,^2P_{1/2}$ 709073,0 $2\,^2P_{3/2}$ 708814,6	
$3\,^2S_{1/2}$ 333404	$3\,^2P_{1/2}$ 311762 $3\,^2P_{3/2}$ 311686	$3\,^2D_{3/2}$ 305135 $3\,^2D_{5/2}$ 305111
$4\,^2S_{1/2}$ 183175	$4\,^2P$ 174377	$4\,^2D$ 171626
	$5\,^2P$ 111217	$5\,^2D$ 109823
	$6\,^2P$ 77005	$6\,^2D$ 76268

Tabelle 7. Die Terme des O VI-Spektrums.

s-Terme	p-Terme	d-Terme	f-Terme
$2\,^2S_{1/2}$ 1114009,5	$2\,^2P_{1/2}$ 1017634,5 $2\,^2P_{3/2}$ 1017102,0		
$3\,^2S_{1/2}$ 473969	$3\,^2P_{1/2}$ 447895,6 $3\,^2P_{3/2}$ 447739,0	$3\,^2D_{3/2}$ 439382,4 $3\,^2D_{5/2}$ 439330,0	
$4\,^2S_{1/2}$ 261313	$4\,^2P_{1/2}$ 250675,0 $4\,^2P_{3/2}$ 250611,1	$4\,^2D_{3/2}$ 247128,7 $4\,^2D_{5/2}$ 247109,4	$4\,^2F_{5/2}$ 246930,4 $4\,^2F_{7/2}$ 246919,8
	$5\,^2P$ 159900	$5\,^2D$ 158136	
		$6\,^2D$ 109826	

Schließlich ist zu erwähnen, daß von B. EDLÉN[3] das zu dieser Folge gehörige F VII-Spektrum analysiert worden ist und daß J. SÖDERQUIST[4] auch einige Linien des Na IX-Spektrums identifiziert hat.

26b. Die Natrium I-ähnlichen Spektren. In der Folge der Spektren Na I, Mg II, Al III, Si IV, P V, S VI, Cl VII ist das Si IV-Spektrum astrophysikalisch besonders wichtig durch die Identifikation seiner langwelligen Linien in den WOLF-RAYET-Sternen. Über die Analyse dieses Spektrums durch A. FOWLER wurde bereits in Bd. III/2, S. 524 und 525 berichtet. Auf Grund genauerer Wellenlängenmessungen wurde das FOWLERsche Termsystem dieses Spektrums

[1] Siehe Fußnote 4, S. 252. [2] Phys Rev 44, S. 821 (1933).
[3] Z f Phys 89, S. 179 (1934).
[4] Nova Acta Reg Soc Sc Upsal (IV) 9, Nr. 7 (1934) (im folgenden als Ups 9, Nr. 7 zitiert).

von B. EDLÉN und J. SÖDERQUIST[1] einer Überprüfung unterzogen. In Tabelle 8 geben wir die revidierten und vervollständigten Termwerte des Si IV-Spektrums nach diesen Autoren, die von denen FOWLERS etwas abweichen.

Tabelle 8. Die Terme des Si IV-Spektrums.

s-Terme	p-Terme	d-Terme	f-Terme	g-Terme	h-Terme
$3\,^2S_{1/2}$ 364097,7	$3\,^2P_{1/2}$ 292808,1 $3\,^2P_{3/2}$ 292347,8	$3\,^2D_{5/2}$ 203720,9			
$4\,^2S_{1/2}$ 170116,2	$4\,^2P_{1/2}$ 145828,2 $4\,^2P_{3/2}$ 145666,4	$4\,^2D_{5/2}$ 114087,1	$4\,^2F_{5/2}$ 109968,3 $4\,^2F_{7/2}$ 109967,0		
$5\,^2S_{1/2}$ 98677,3	$5\,^2P_{1/2}$ 87591,2 $5\,^2P_{3/2}$ 87515,9	$5\,^1D_{5/2}$ 72598,5	$5\,^2F_{7/2}$ 70376,7	$5\,^2G$ 70258,0	
$6\,^2S_{1/2}$ 64418,1	$6\,^2P_{3/2}$ 58410,1	$6\,^2D_{5/2}$ 50174,3	$6\,^2F_{7/2}$ 48866,1	$6\,^2G$ 48790,9	$6\,^2H$ 48777,7
$7\,^2S_{1/2}$ 45353,2	$7\,^2P_{3/2}$ (41751)	$7\,^2D_{5/2}$ (36729)	$7\,^2F_{7/2}$ 35896,2	$7\,^2G$ 35846,0	$7\,^2H$ 35836

26c. Die Kalium I-ähnlichen Spektren. Von R. C. GIBBS und H. E. WHITE[2] ist das V V-Spektrum wesentlich, das Cr VI-Spektrum durch einige neue Linien ergänzt worden. In derselben Arbeit geben die Autoren MOSELEY-Diagramme sämtlicher isoelektronischer Spektren mit 1 Valenzelektron. In diesem Zusammenhange sei auch auf weitere interessante Arbeiten von H. E. WHITE[3] verwiesen.

26d. Die Rubidium I-ähnlichen Spektren. Die Linien der Nebenserien und der BERGMANN-Serie des Rb I-Spektrums sind von R. RAMB[4] interferometrisch neu vermessen worden. Er findet, daß die $3\,^2D$-Terme mit einer anomal kleinen Aufspaltung von $\Delta\nu = 0{,}45\ \mathrm{cm}^{-1}$ verkehrt liegen. Die von ihm ausgesprochene Vermutung, daß auch die F-Terme verkehrt sind, wird von K. W. MEISSNER und O. MASAKI[5] bestätigt. Das Sr II-Spektrum ist von F. A. SAUNDERS, E. G. SCHNEIDER und E. BUCKINGHAM[6] vervollständigt worden, wobei eine größere Zahl von Linien neu eingeordnet und die $4\,^2F - m\,^2G$-Serie gefunden wurde. Im Zr IV-Spektrum sind von C. C. KIESS und R. J. LANG[7] einige neue Linien eingeordnet worden. Schließlich sind von M. W. TRAWICK[8] die wichtigsten Linien des Dublettsystemes der Spektren Nb V und Mo VI gefunden und eingeordnet worden. Angenäherte absolute Termwerte wurden für diese Spektren durch Extrapolation auf Grund des MOSELEYschen Gesetzes ermittelt.

26e. Die Zäsium I-ähnlichen Spektren. Das Ba II-Spektrum ist durch E. RASMUSSEN[9] sowie auch durch F. A. SAUNDERS, E. G. SCHNEIDER und E. BUCKINGHAM[10] durch Auffinden der $4\,^2F - m\,^2G$-Serien und der höheren Glieder einiger anderer Serien wesentlich vervollständigt worden. Die revidierten Terme des Ba II-Spektrums sind in Tabelle 9 nach E. RASMUSSEN[9] angegeben. Die F-Terme zeigen Anomalien in Verlauf und Aufspaltung. Im La III-Spektrum haben R. C. GIBBS und C. K. SCHOEPFLE[11] die $ns\,^2S$- und $nd\,^2D$-Termfolgen bis zu sechs Gliedern erweitert und versuchsweise einige ^2F- und ^2G-Terme bestimmt. R. C. GIBBS und H. E. WHITE[12] sowie J. S. BADAMI[13] haben die wichtigsten Terme des Ce IV-Spektrums ermittelt.

[1] Z f Phys 87, S. 217 (1933).
[2] Phys Rev 33, S. 157 (1929).
[3] Phys Rev 33, S. 538, 672, 914, 1098 (1929).
[4] Ann d Phys 10, S. 311 (1931).
[5] Ann d Phys 10, S. 325 (1931).
[6] Proc Nat Acad 20, S. 291 (1934).
[7] Bur of Stand Res Pap Nr. 202 (1930).
[8] Phys Rev 46, S. 63 (1934).
[9] Z f Phys 83, S. 404 (1933).
[10] Proc Nat Acad 20, S. 291 (1934).
[11] Phys Rev 45, S. 747 (1934).
[12] Phys Rev 33, S. 159 (1929).
[13] Proc Phys Soc London 43, S. 53 (1931).

Tabelle 9. Die Terme des Ba II-Spektrums.

s-Terme	p-Terme	d-Terme	f-Terme	g-Terme
			$4\,^2F_{5/2}$ 32427,58 $4\,^2F_{7/2}$ 32203,05	
		$5\,^2D_{3/2}$ 75813,02 $5\,^2D_{5/2}$ 75012,07	$5\,^2F_{5/2}$ 23295,94 $5\,^2F_{7/2}$ 23055,07	$5\,^2G$ 17659,81
$6\,^2S_{1/2}$ 80686,87	$6\,^2P_{1/2}$ 60425,31 $6\,^2P_{3/2}$ 58734,47	$6\,^2D_{3/2}$ 34737,45 $6\,^2D_{5/2}$ 34532,18	$6\,^2F_{5/2}$ 16090,56 $6\,^2F_{7/2}$ 15989,79	$6\,^2G$ 12260,47
$7\,^2S_{1/2}$ 38331,80	$7\,^2P_{1/2}$ 31298,80 $7\,^2P_{3/2}$ 30677,40	$7\,^2D_{3/2}$ 20887,55 $7\,^2D_{5/2}$ 20792,22	$7\,^2F_{5/2}$ 11475,17 $7\,^2F_{7/2}$ 11426,41	$7\,^2G$ 9003,95
$8\,^2S_{1/2}$ 22661,76		$8\,^2D_{3/2}$ 14015,00 $8\,^2D_{5/2}$ 13963,11	$8\,^2F_{5/2}$ 8544,15 $8\,^2F_{7/2}$ 8516,68	$8\,^2G$ 6890,50
$9\,^2S_{1/2}$ 15005,33		$9\,^2D_{3/2}$ 10068,34 $9\,^2D_{5/2}$ 10036,75	$9\,^2F_{5/2}$ 6595,87 $9\,^2F_{7/2}$ 6577,95	$9\,^2G$ 5442,25
$10\,^2S_{1/2}$ 10674,00		$10\,^2D_{3/2}$ 7586,84 $10\,^2D_{5/2}$ 7566,39		$10\,^2G$ 4406,70
$11\,^2S_{1/2}$ 7983,40		$11\,^2D_{3/2}$ 5923,12 $11\,^2D_{5/2}$ 5908,96		
$12\,^2S_{1/2}$ 6197,11		$12\,^2D_{5/2}$ 4742,77		

26f. Das Radium II-Spektrum ist durch E. RASMUSSEN[1] sehr wesentlich vervollständigt worden. Durch die Auffindung der $D - mF$- sowie der $F - mG$-Serien wurden die ^2F- und ^2G-Terme festgelegt. Die S-, P- und D-Termfolgen wurden erweitert, die D-Termfolge insbesondere durch Auffindung des metastabilen tiefsten Termpaares $6\,^2D_{3/2\,5/2}$. Auf Grund der zu erwartenden Ähnlichkeit mit dem Ra II-Spektrum hat H. YAGODA[2] die zu erwartenden Wellenlängen der stärksten Linien im Bogenspektrum des bisher unbekannten Elementes Ekazäsium ($Z = 87$) schätzungsweise berechnet.

26g. Die Cu I-, Ag I- und Au I-ähnlichen Spektren. Für diese Spektren, die im allgemeinen astrophysikalisch nicht bedeutungsvoll sind, beschränken wir uns auf die Literaturangabe neuerer Arbeiten, die diese Spektren betreffen.

Cu I: A. G. SHENSTONE, Phys Rev 34, S. 1623 (1929).
Ga III: K. R. RAO, A. L. NARAYAN and A. S. RAO, Ind J Phys 2, S. 483 (1928).
As V: A. S. RAO, Nature 130, S. 630 (1932).
Br VII: A. S. RAO u. K. R. RAO, Proc Phys Soc 46, S. 163 (1934); Nature 131, S. 170 (1933).
Ag I: H. A. BLAIR, Phys Rev 36, S. 1531 (1930).
Sb V: J. S. BADAMI, Proc Phys Soc 43, S. 538 (1931).
Te VI: K. R. RAO, Proc Roy Soc 133, S. 220 (1931).
Au I: A. S. M. SYMONS and J. DALEY, Proc Phys Soc London 41, S. 432 (1929); J. C. MCLENNAN and A. B. MCLAY, Proc Roy Soc 134, S. 35 (1931).
Hg II: R. RICARD, C R 192, S. 618 (1931); T. S. SUBBARAYA, Z f Phys 78, S. 541 (1932).
Tl III: G. ARVIDSSON, Nature 126, S. 565 (1930); P. PATTABIRMAYYA and A. S. RAO, Ind J Phys 5, S. 407 (1930).
Pb IV: S. SMITH, Phys Rev 36, S. 1 (1930); J. KISHEN, Nature 130, S. 739 (1932).
Bi V: G. ARVIDSSON, Ann d Phys (5) 12, S. 787 (1932).

[1] Z f Phys 86, S. 24 (1933).
[2] Phys Rev 38, S. 2298 (1931); 40, S. 1017 (1932); J Amer Chem Soc 54, S. 3074 (1932).

c) Die Spektren von Atomen und Ionen mit zwei Valenzelektronen.

36a. Die Helium I-ähnlichen Funkenspektren. Während über das He I-Spektrum nur zu berichten ist, daß F. PASCHEN[1] die Wellenlängen der extrem-ultravioletten Serie $\nu = 1\,^1S_0 - m\,^1P_1$ bis zum Gliede $m = 12$ mit großer Genauigkeit gemessen hat, liegen wesentliche Fortschritte in der Erforschung der He I analogen Funkenspektren Li II, Be III, B IV und C V vor[2]. Von der Grundserie des Be III wurden sechs, von der des B IV zwei, von der des C V drei Linien beobachtet, außerdem wurden einige Linien als Übergänge zwischen angeregten Zuständen identifiziert. Aus diesen Linien lassen sich die Werte der Grundterme $1s^2\,^1S_0$ durch Extrapolation wenigstens angenähert bestimmen. Andererseits sind dieselben von E. A. HYLLERAAS[3] quantenmechanisch berechnet worden. Für den Wert der Grundtermes erhielt er die Formel

$$T = R_M\left(Z^2 - \frac{5}{4}Z + 0{,}31488 - 0{,}01752\cdot\frac{1}{Z} + 0{,}00548\cdot\frac{1}{Z^2}\right),$$

in der R_M die RYDBERG-Konstante und Z die Ordnungszahl des betreffenden Atomes bedeutet. In Tabelle 10 sind die berechneten und beobachteten Werte zusammengestellt. Die Übereinstimmung ist recht gut, die berechneten Werte liegen stets innerhalb der Fehlergrenzen der beobachteten. Astrophysikalische Bedeutung haben die Spektren Li II bis C V bisher nicht gewonnen.

Tabelle 10.

Spektrum	$1s^2\,^1S_0$ ber. (cm^{-1})	$1s^2\,^1S_0$ beob. (cm^{-1})
He I	198322	198307,9
Li II	610054	610064 ± 15
Be III . . .	1241148	1241180 ± 100
B IV	2091666	2091400 ± 1500
C V.	3161622	3160200 ± 3000

36b. Die Beryllium I-ähnlichen Spektren[4]. Das Be I-Spektrum ist von F. PASCHEN und P. G. KRÜGER[5] ausführlich analysiert worden. Die von J. S. BOWEN und R. A. MILLIKAN begonnene Analyse des B II-Spektrums wurde durch B. EDLÉN[6] wesentlich erweitert. Astrophysikalisch bedeutsam sind wieder die in diese Reihe gehörigen Funkenspektren C III[7], N IV[8], O V[8] wegen des Auftretens ihrer Linien in den WOLF-RAYET-Sternen. In den Tabellen 11, 12 und 13 geben wir die Terme dieser Spektren nach B. EDLÉN[4] an. Abb. 4 zeigt das Niveauschema des C III-Spektrums.

Tabelle 11. Die Terme des C III-Spektrums.

Singulettsystem.

s-Terme	p-Terme	d-Terme	f-Terme	g-Terme
$2\,^1S_0$ 386159,7	$2\,^1P_1$ 283808,3			
$3\,^1S_0$ 138990,2	$3\,^1P_1$ 127228,3	$3\,^1D_2$ 109677,0		
$4\,^1S_0$ 74439,0	$4\,^1P_1$ 63756,6	$4\,^1D_2$ 61947,7	$4\,^1F_3$ 63458,6	
	$5\,^1P_1$ 42904,0	$5\,^1D_2$ 39503,7	$5\,^1F_3$ 37300,2	$5\,^1G_4$ 39582,2
	$6\,^1P_1$ 29072	$6\,^1D_2$ 27434,2	$6\,^1F_3$ 27037,5	$6\,^1G_4$ 27470,8
	$7\,^1P_1$ 21264	$7\,^1D_2$ 20132,7		
	$8\,^1P_1$ 16234			

[1] Berl Sitzber S. 1 (1929). [2] B. EDLÉN, Ups 9, Nr. 6.
[3] Z f Phys 65, S. 209 (1930).
[4] Zusammenfassende Darstellung s. B. EDLÉN, Ups 9, Nr. 6.
[5] Ann d Phys 8, S. 1005 (1931).
[6] Z f Phys 73, S. 476 (1931).
[7] J. S. BOWEN, Phys Rev 38, S. 128 (1931); B. EDLÉN, Z f Phys 72, S. 559 (1931)
[8] B. EDLÉN, Ups 9, Nr. 6; M. CADY, Phys Rev 44, S. 821 (1933).

Triplettsystem.

s-Terme	p-Terme	d-Terme	f-Terme	g Terme
	$2\,^3P_0$ 333844,7			
	$2\,^3P_1$ 333821,7			
	$2\,^3P_2$ 333764,9			
	$3\,^3P_0$ 126505,9	$3\,^3D_1$ 116202,1		
$3\,^3S_1$ 147999,0	$3\,^3P_1$ 126500,4	$3\,^3D_2$ 116200,0		
	$3\,^3P_2$ 126487,6	$3\,^3D_3$ 116196,8		
	$4\,^3P_{01}$ 68417	$4\,^3D_1$ 64800,9	$4\,^3F_2$ 64210,6	
$4\,^3S_1$ 76755,2		$4\,^3D_2$ 64784,6	$4\,^3F_3$ 64203,9	
	$4\,^3P_2$ 68412	$4\,^3D_3$ 64761,1	$4\,^3F_4$ 64195,0	
			$5\,^3F_2$ 39060,2	
$5\,^3S_1$ 46279			$5\,^3F_3$ 39058,4	$5\,^3G_4$ 39634,6
	$5\,^3P_2$ 41979	$5\,^3D_3$ 40716	$5\,^3F_4$ 39056,0	$5\,^3G_5$ 39633,7
$6\,^3S_1$ 31364				$6\,^3G_4$ 27521,4
		$6\,^3D_3$ 28114	$6\,^3F_4$ 27360	$6\,^3G_5$ 27520,7
$7\,^3S_1$ 22599		$7\,^3D$ 20608		
		$8\,^3D$ 15727		
		$9\,^3D$ 12384		

Tabelle 12. Die Terme des N IV-Spektrums.

s-Terme	p-Terme	d-Terme	f-Terme
	Singulettsystem.		
$2\,^1S_0$ 624499	$2\,^1P_1$ 493804		
$3\,^1S_0$ 235641	$3\,^1P_1$ 219978	$3\,^1D_2$ 195341	
	$4\,^1P_1$ 117477	$4\,^1D_2$ 109861	$4\,^1F_3$ 102631 (?)
	$5\,^1P_1$ 74281		
	Triplettsystem.		
	$2\,^3P_0$ 557714,6		
	$2\,^3P_1$ 557651,4		
	$2\,^3P_2$ 557507,2		
	$3\,^3P_0$ 218957,8	$3\,^3D_1$ 204883,2	
$3\,^3S_1$ 247645	$3\,^3P_1$ 218942,0	$3\,^3D_2$ 204879,7	
	$3\,^3P_2$ 218906,6	$3\,^3D_3$ 204871,6	
		$4\,^3D_3$ 113467	
		$5\,^3D_3$ 72120	
		$6\,^3D_3$ 49911	

Tabelle 13. Die Terme des O V-Spektrums.

s-Terme	p-Terme	d-Terme	f-Terme
	Singulettsystem.		
$2\,^1S_0$ 918432	$2\,^1P_1$ 759634		
$3\,^1S_0$ 357153	$3\,^1P_1$ 337606	$3\,^1D_2$ 305815	
$4\,^1S_0$ 186759 (?)	$4\,^1P_1$ 180549	$4\,^1D_2$ 172152	$4\,^1F_3$ 181739
	$5\,^1P_1$ 115851	$5\,^1D_2$ 110064	
		$6\,^1D_2$ 76317	
	Triplettsystem.		
	$2\,^3P_0$ 836800,8		
	$2\,^3P_1$ 836664,1		
	$2\,^3P_2$ 836357,9		
	$3\,^3P_0$ 335937,4	$3\,^3D_1$ 317997	
$3\,^3S_1$ 371771	$3\,^3P_1$ 335901,1	$3\,^3D_2$ 317992	
	$3\,^3P_2$ 335823,8	$3\,^3D_3$ 317971	
$4\,^3S_1$ 196256	$4\,^3P_2$ 182815	$4\,^3D_3$ 176501	
$5\,^3S_1$ 122628	$5\,^3P_2$ 115185	$5\,^3D_3$ 112287	
		$6\,^3D_3$ 77673	
		$7\,^3D_3$ 56917	

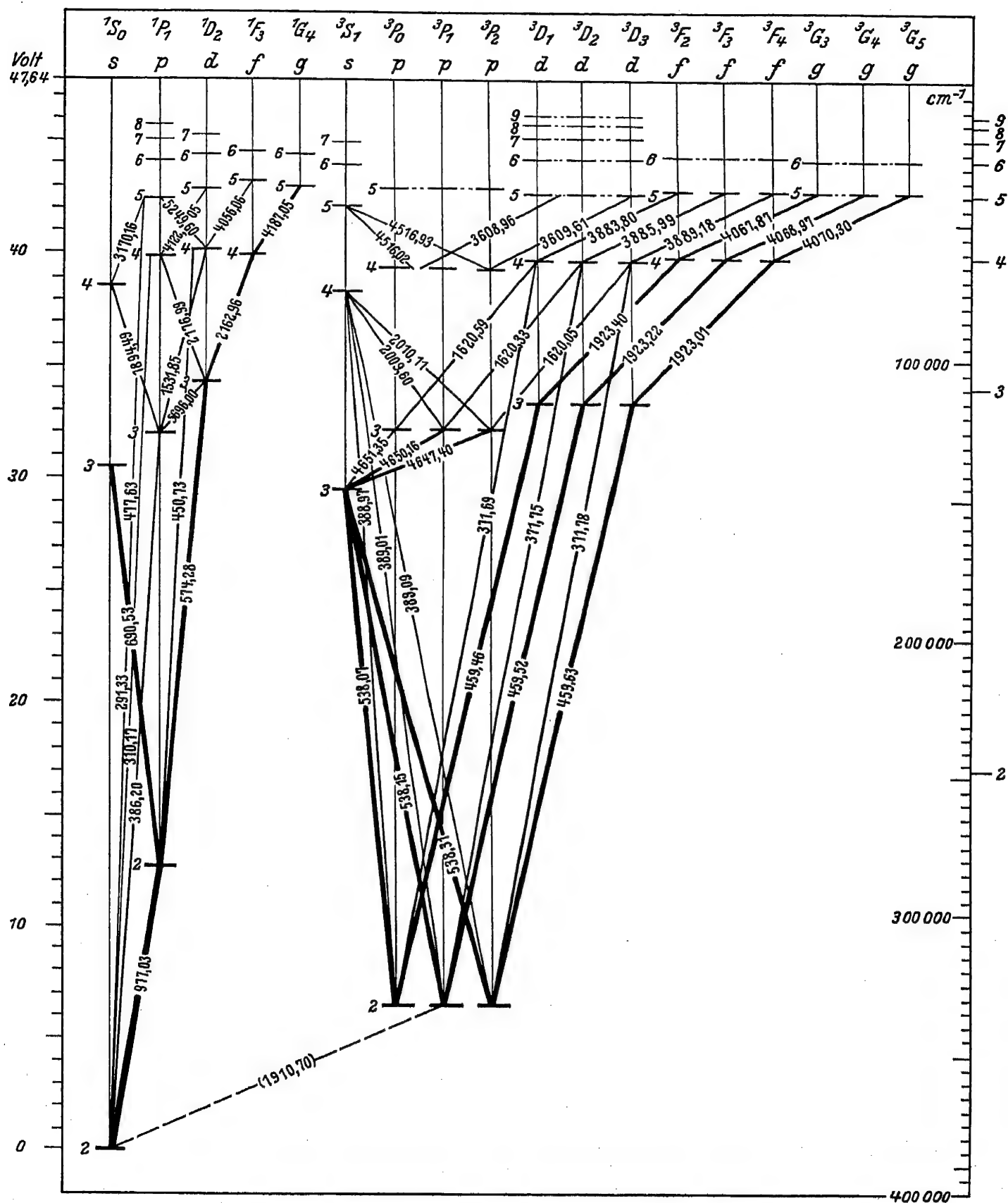



Abb. 4. Niveauschema des C III-Spektrums.

Außer den in diesen Tabellen angegebenen Termen des normalen Serienspektrums sind in diesen Spektren anomale Terme bekannt, die durch gleichzeitige Anregung des zweiten Valenzelektrons entstehen. Das F VI-Spektrum

ist von B. EDLÉN[1] analysiert worden. Außerdem hat J. SÖDERQUIST[2] bei den zu dieser Folge gehörigen Spektren Na VIII, Mg IX, Al X die wichtigsten Linien mit Hilfe des Gesetzes der irregulären Dubletts erkannt und die wichtigsten Terme mit Hilfe des MOSELEYschen Gesetzes annähernd berechnet.

36c. Die Magnesium I-ähnlichen Spektren. Das Mg I-Spektrum ist von F. PASCHEN[3] erneut sorgfältig untersucht worden. Die schon bekannten Serien des Singulett- und Triplettsystems wurden durch zahlreiche Glieder vervollständigt, mehrere neue Serien, z. B. die BERGMANN-Serie des Singulettsystems, wurden gefunden. Die Neuberechnung der Terme ergab nur um 2,5 cm^{-1} niedrigere Werte als die in Bd. III/2, S. 534 angegebenen. In Ultrarotaufnahmen des Sonnenspektrums wurden von H. N. RUSSELL, H. D. BABCOCK und CH. E. MOORE[4] die von PASCHEN entdeckten BERGMANN-Serien wiedergefunden und noch um einige Glieder vermehrt. Für das Al II-Spektrum liegen auch von F. PASCHEN[5] einige Ergänzungen und Erweiterungen des Seriensystems vor in mehreren Arbeiten, die allerdings im wesentlichen anderen Problemen gewidmet sind.

Die Analyse der Spektren Si III, P IV und S V wurde von J. S. BOWEN[6] wesentlich erweitert. In Si III und P IV sind nunmehr auch die wichtigsten Linien des Singulettsystems eingeordnet worden, bei S V nur Linien des Triplettsystems. In Tabelle 14 geben wir die revidierten und vervollständigten Termwerte des astrophysikalisch wichtigen Si III-Spektrums an.

Tabelle 14. Die Termwerte des Si III-Spektrums.

Singulettsystem.

s-Terme	p-Terme	d-Terme		
$3\,^1S_0$ 269940,6	$3\,^1P_1$ 187057,6	$3\,^1D_2$ 147727,6		
$4\,^1S_0$ 110872,2	$4\,^1P_1$ 93454,7	$4\,^1D_2$ 65611,0		
$5\,^1S_0$ 62068,1				

Triplettsystem.

s-Terme	p-Terme	d-Terme	f-Terme	g-Terme
	$3\,^3P_0$ 217311	$3\,^3D_1$ 127088,9		
	$3\,^3P_1$ 217183	$3\,^3D_2$ 127090,9		
	$3\,^3P_2$ 216922	$3\,^3D_3$ 127093,0		
	$4\,^3P_0$ 94806,6		$4\,^3F_2$ 60503,9	
$4\,^3S_1$ 116659,6	$4\,^3P_1$ 94773,6		$4\,^3F_3$ 60476,3	
	$4\,^3P_2$ 94700,4	$4\,^3D$ 68438,1	$4\,^3F_4$ 60436,8	
$5\,^3S_1$ 63861,0				
				$5\,^3G$ 39734,0
				$6\,^3G$ 27561,6

36d. Die Spektren Kalzium I, Strontium I und Barium I sind in ihrem normalen Seriensystem schon seit langem so gut bekannt, daß hier gegenüber den Angaben in Bd. III/2 nichts Neues zu berichten ist. Die diesen Spektren analogen Funkenspektren zeigen über das normale Seriensystem hinausgehende Besonderheiten, die ihre Behandlung im nächsten Kapitel dieses Bandes finden.

36e. Die Zn I-, Cd I- und Hg I-ähnlichen Spektren. Für diese Spektren beschränken wir uns wieder auf die Angabe neuerer Arbeiten.

As IV u. Se V: P. QUENEY, J d Phys 10, S. 448 (1929); K. R. RAO, Nature 123, S. 244 (1929); K. R. RAO and J. S. BADAMI, Proc Roy Soc 131, S. 154 (1931); K. R. RAO, Proc Roy Soc 134, S. 604 (1932).

[1] Z f Phys 89, S. 179 (1934).
[2] Ups 9, Nr. 7.
[3] Berl Sitzber 1931, S. 709.
[4] Phys Rev 46, S. 826 (1934).
[5] Berl Sitzber 1930, S. 574; Ann d Phys 12, S. 509 (1932); Berl Sitzber 1932, S. 502.
[6] Phys Rev 39, S. 8 (1932).

Br VI: A. S. RAO and K. R. RAO, Proc Phys Soc 46, S. 163 (1934).
In II: R. J. LANG u. R. A. SAWYER, Z f Phys 71, S. 453 (1931); J. C. McLENNAN u. E. J. ALLIN, Proc Roy Soc 129, S. 208 (1930).
Sb IV: J. S. BADAMI, Proc Phys Soc 43, S. 538 (1931).
Hg I: T. TAKAMINE u. T. SUGA, Sc Pap Inst Phys Chem Res Tokio 13, S. 1 (1930); F. PASCHEN, Ann d Phys 6, S. 47 (1930); E. D. McALLISTER, Phys Rev 35, S. 1585 (1930).
Tl II: S. SMITH, Phys Rev 35, S. 235 (1930).
Pb III: S. SMITH, Phys Rev 34, S. 393 (1929); 36, S. 1 (1930).
Bi IV: G. ARVIDSSON, Ann d Phys 12, S. 787 (1932).

d) Die Spektren von Atomen und Ionen mit drei Valenzelektronen.

38a. Die Bor I-ähnlichen Spektren. Im Bor I-Spektrum hat W. H. SELWYN[1] die Nebenserien bis zu höheren Gliedern erweitert und die Termwerte genauer bestimmt. Das C II-Spektrum ist von J. S. BOWEN[2] und B. EDLÉN[3] sehr viel vollständiger analysiert worden, jedoch beziehen sich diese Erweiterungen im wesentlichen auf Dublett- und Quartettzustände, bei denen zwei Elektronen angeregt sind. Die Terme des normalen Dublettsystems sind gegenüber den Angaben in Bd. III/2, S. 576 nur um einige höhere Terme ergänzt worden. Die Analyse der astrophysikalisch bedeutsamen Spektren N III und O IV ist wiederum von B. EDLÉN[3] wesentlich gefördert worden. Auch M. CADY[4] hat für diese Spektren einige neue Linien angegeben. In Tabelle 15 und 16 geben wir die Termwerte des normalen Dublettsystems der Spektren N III und O IV nach B. EDLÉN[3].

Tabelle 15. Termwerte des N III-Spektrums.

s-Terme	p-Terme	d-Terme	f-Terme	g-Terme
	$2\,^2P_{1/2}$ 382625,5			
	$2\,^2P_{3/2}$ 382451,0			
	$3\,^2P_{1/2}$ 136959,8	$3\,^2D_{3/2}$ 115387,0		
$3\,^2S_{1/2}$ 161323,1	$3\,^2P_{3/2}$ 136923,8	$3\,^2D_{5/2}$ 115381,1		
	$4\,^2P_{1/2}$ 70934,2	$4\,^2D_{3/2}$ 64874,7		
$4\,^2S_{1/2}$ 81537,3	$4\,^2P_{3/2}$ 70909,4	$4\,^2D_{5/2}$ 64843,7	$4\,^2F_{7/2}$ 62338,0	
		$5\,^2D_{3/2}$ 40679,3		
$5\,^2S_{1/2}$ 48912,4		$5\,^2D_{5/2}$ 40677,6	$5\,^2F_{7/2}$ 39873,5	$5\,^2G$ 39509
		$6\,^2D_{5/2}$ 28109	$6\,^2F_{7/2}$ 27669,8	$6\,^2G$ 27411

Tabelle 16. Die Termwerte des O IV-Spektrums.

s-Terme	p-Terme	d-Terme	f-Terme
	$2\,^2P_{1/2}$ 624396,5		
	$2\,^2P_{3/2}$ 624010,0		
	$3\,^2P_{1/2}$ 234235,4	$3\,^2D_{3/2}$ 204863,0	
$3\,^2S_{1/2}$ 266781,7	$3\,^2P_{3/2}$ 234148,3	$3\,^2D_{5/2}$ 204846,3	
$4\,^2S_{1/2}$ 131516	$4\,^2P$ 126484 (?)	$4\,^2D_{3/2}$ 113836	$4\,^2F$ 101521
		$4\,^2D_{5/2}$ 113829	
$5\,^2S_{1/2}$ 77977		$5\,^2D_{5/2}$ 72362	$5\,^2F$ 71906
		$6\,^2D_{5/2}$ 50023	$6\,^2F$ 46295
			$7\,^2F$ 36546
			$8\,^2F$ 27044

[1] Proc Phys Soc 41, S. 392 (1929).
[2] Phys Rev 34, S. 534 (1929); 38, S. 128 (1931).
[3] Ups 9, Nr. 6.
[4] Phys Rev 44, S. 821 (1933).

Das F V-Spektrum ist neuerdings von B. EDLÉN[1] analysiert worden, für die Spektren Na VII, Mg VIII und Al IX hat J. SÖDERQUIST[2] die wichtigsten Linien und Terme angegeben.

38b. Die Aluminium I-ähnlichen Spektren. Im Spektrum Al I wurden von W. D. LANSING[3] einige Linien neu klassifiziert. In den Spektren Si II, P III und S IV sind von J. S. BOWEN[4] neue Linien und Terme eingeordnet worden, die aber alle zum Quartettsystem dieser Spektren gehören, dessen Behandlung dem nächsten Kapitel dieses Bandes vorbehalten ist. Das Cl V-Spektrum ist neuerdings von J. S. BOWEN[5] analysiert worden.

38c. Die Ga I-, In I- und Tl I-ähnlichen Spektren. Bei diesen Spektren beschränken wir uns wiederum auf die Angabe der Literaturzitate neuerer Arbeiten.

Ga I u. In I: W. D. LAWRING, Phys Rev 34, S. 597 (1929); R. A. SAWYER u. R. J. LANG, Phys Rev 34, S. 712 (1929).
Ge II: C. W. GÄRTLEIN, Phys Rev 37, S. 1704 (1931).
As III: R. J. LANG, Phys Rev 32, S. 737 (1928); K. R. RAO, Proc Phys Soc 43, S. 68 (1931).
Se IV: K. R. RAO u. J. S. BADAMI, Proc Roy Soc 131, S. 154 (1931).
Br V: A. S. RAO u. K. R. RAO, Nature 131, S. 170 (1933); Proc Phys Soc 46, S. 163 (1934).
Sn II: R. J. LANG, Wash Nat Ac Proc 15, S. 414 (1929); Phys Rev 35, S. 445 (1930).
Sb III: R. J. LANG, Phys Rev 35, S. 445 u. 664 (1930); K. R. RAO, Proc Roy Soc 133, S. 220 (1931); R. J. LANG u. E. H. VESTINE, Phys Rev 42, S. 233 (1932).
Te IV: K. R. RAO, Nature 127, S. 236 (1931); Proc Roy Soc 133, S. 220 (1931).
Tl I: H. BEUTLER u. W. DEMETER, Z f Phys 91, S. 143 (1934).
Pb II: L. T. EARLS u. R. A. SAWYER, Phys Rev 45, S. 748 (1934).
Bi III: J. C. MCLENNAN, A. B. MCLAY u. M. F. CRAWFORD, Proc Roy Soc 129, S. 579 (1930); M. F. CRAWFORD u. A. B. MCLAY, Proc Roy Soc 143, S. 540 (1934).

---

[1] Ups 9, Nr. 6. [2] Ups 9, Nr. 7. [3] Phys Rev 34, S. 597 (1929).
[4] Phys Rev 39, S. 8 (1932). [5] Phys Rev 45, S. 401 (1934).

Band III.

Kapitel 6.

Theorie der Multiplettspektren.

Von

O. LAPORTE-Ann Arbor, Michigan.

Mit 6 Abbildungen.

Die seit dem Abschluß des obigen Artikels erfolgte rasche Entwicklung der quantitativen Theorie der Termabstände und Intensitäten ist, wie zu erwarten stand, besonders durch Anwendung der machtvollen Methoden der modernen Quantenmechanik zustande gekommen. Damit wird es aber fast unmöglich, eine auf einfachen kinematischen oder halbklassischen Bildern beruhende anschauliche Ableitung oder wenigstens Plausibelmachung zu bieten, wie wir das früher versucht hatten. Mit einer erfreulichen Ausnahme müssen wir uns daher auf bloße Berichterstattung beschränken und für eventuelle exakte quantenmechanische oder gruppentheoretische Begründung unserer Resultate auf Spezialwerke[1] verweisen.

b) Quantitative Termformeln.

19. Wechselwirkung der Spinvektoren bei $\{LS\}$- und $\{jj\}$-Koppelung. Abstände der Terme innerhalb einer Konfiguration. α) Die Arbeit von J. C. SLATER[2], die wir auf S. 649 erwähnten, hat zu einer Fülle von oft sehr erfolgreichen Angriffen auf das Problem der quantitativen Behandlung von Termabständen Anlaß gegeben. Wir besprechen zuerst die Termformeln, die sich wie die SLATERschen auf extreme (LS)-Koppelung beziehen und daher nur den Abstand verschiedener Multipletterme geben, während die J-Aufspaltung vernachlässigt wird.

In vielen Fällen ist die Übereinstimmung der experimentellen Daten mit den nach der SLATERschen Methode gewonnenen Formeln nicht sehr gut, wie wir dies schon in Ziff. 19 sahen. Dies ist aber auch durchaus nicht anders zu erwarten, da jene Methode nur eine erste Näherung einer Störungsrechnung darstellt, die dann Termdifferenzen von der Größenordnung von 1 bis 2 Volt wiedergeben soll. Außerdem ist es erstaunlich, wie weit man mit dieser Methode kommt, da doch in ihr die spezielle Form des Potentialfeldes, in dem die Leuchtelektronen sich bewegen, gar nicht berücksichtigt wird, sondern nur die Winkelabhängigkeit der Wellenfunktion benutzt wird.

---

[1] H. WEYL, Gruppentheorie und Quantenmechanik, 2. Aufl. Leipzig 1931; E. WIGNER, Gruppentheorie und ihre Anwendungen auf die Quantenmechanik der Atome. Berlin 1931; B. L. VAN DER WAERDEN, Die gruppentheoretische Methode in der Quantenmechanik. Berlin 1932.

[2] Phys Rev 34, S. 1293 (1929).

Von E. U. CONDON[1] und von E. U. CONDON und G. H. SHORTLEY[2] wurde die SLATERsche Methode auf weitere Fälle angewandt. Sie erhielten für die Konfiguration pd die Formeln:

$$\begin{aligned}
{}^1P, {}^3P &= F_0 + 7F_2 \pm (G_1 + 63\,G_3)\,,\\
{}^1D, {}^3D &= F_0 - 7F_2 \mp (3\,G_1 - 21\,G_3)\,,\\
{}^1F, {}^3F &= F_0 + 2F_2 \pm (6\,G_1 + 3\,G_3).
\end{aligned}$$

Hierin bedeuten die Termsymbole links die Energien oder Termgrößen der betreffenden Terme; F_0, F_2, G_1, G_3 sind gewisse die radialen Eigenfunktionen enthaltende Austauschintegrale, die aber hier als Parameter angesehen werden. (Das obere Vorzeichen gehört zu den Singulett-, das untere zu den Tripletttermen.) Man hat also 6 Termgrößen durch 4 Parameter oder 5 Termgrößen durch 3 Parameter darzustellen. Die folgende Tabelle 1 zeigt den Vergleich mit der Erfahrung für die isoelektronische Reihe Ti III, V IV, Cr V.

Tabelle 1.

		Ti III		Diff.	V IV		Diff.	Cr V	
		beob.	ber.		beob.	ber.		beob.	ber.
Termdifferenzen	${}^1P-{}^3P$	2810	2785		4761	4873		6894	7208
	${}^1D-{}^3D$	−2056	−1970		−1588	−1935		−826	−1704
	${}^1F-{}^3F$	5270	5310		6784	6590		8161	7648
Parameter	F_2		427	142		569	138		707
	G_1		435	99		534	80		614
	G_3		15,2	15,0		30,2	17,2		47,4

Die Übereinstimmung ist befriedigend[3]. Man beachte den linearen Gang der Parameter F und G mit Z, der also genaue Voraussage der Termdifferenzen in den nächsten Spektren (Mn VI usw.) ermöglicht.

Als zweites Beispiel betrachten wir die Konfiguration $5d\,4f$ des ersten Funkenspektrums von Lanthan. Für df gelten die Formeln

$$\begin{aligned}
{}^1P, {}^3P &= F_0 + 24\,F_2 + 66\,F_4 \pm (G_1 + 24\,G_3 + 330\,G_5)\,,\\
{}^1D, {}^3D &= F_0 + 6\,F_2 - 99\,F_4 \mp (3\,G_1 + 42\,G_3 - 165\,G_5)\,,\\
{}^1F, {}^3F &= F_0 - 11\,F_2 + 66\,F_4 \pm (6\,G_1 + 19\,G_3 + 55\,G_5)\,,\\
{}^1G, {}^3G &= F_0 - 15\,F_2 - 22\,F_4 \mp (10\,G_1 - 35\,G_3 - 11\,G_5)\,,\\
{}^1H, {}^3H &= F_0 + 10\,F_2 + 3\,F_4 \pm (15\,G_1 + 10\,G_3 + G_5)\,.
\end{aligned}$$

Die F und G sind wie vorher Parameter, die so bestimmt werden, daß der beste Anschluß an die Erfahrung erreicht wird. Für die Mittelwerte der Singulett- und Tripletterme ist dies für

$$F_0 = 21\,400, \quad F_2 = 115, \quad F_4 = 16$$

und für den jeweiligen Singulett-Triplettabstand für

$$G_1 = 357{,}6, \quad G_3 = 29{,}7, \quad G_5 = 3{,}78$$

der Fall. Die nebenstehende Tabelle 2 bringt den Vergleich mit den gemessenen Werten.

Tabelle 2.

		beob.	ber.
Mittelwerte	P	25214	25216
	D	20534	20506
	F	21467	21191
	G	19038	19323
	H	23680	22598
${}^1P-{}^3P$		−4421	−4638
${}^1D-{}^3D$		3279	3397
${}^1F-{}^3F$		−6112	−5837
${}^1G-{}^3G$		4879	4987
${}^1H-{}^3H$		−9690	−11330

Die Übereinstimmung ist befriedigend. Für den Fall, daß eine bestimmte Konfiguration einen Term mehr als einmal enthält, ergibt die SLATERsche Methode nur den Mittelwert der Energien

[1] Phys Rev 36, S. 1121 (1930). [2] Phys Rev 37, S. 1025 (1931).
[3] Wegen gänzlich abweichenden Verhaltens sind jedoch die entsprechenden Terme von Ca I und Sc II aus obiger Tabelle weggelassen.

dieser identischen Terme. Dies ist als ein entschiedener Mangel anzusehen, denn solche Fälle kommen in der Tat vor; z. B. liefert, wie Tabelle 16, Bd. III ds. Handb., S. 628, zeigt, die Konfiguration d^5 zwei ^2D-, zwei ^2F- und drei ^2D-Terme. Dieser Mangel wurde von C. W. UFFORD und G. H. SHORTLEY[1] behoben.

Die eleganteste und bequemste Methode der Termberechnung wurde neuerdings von J. H. VAN VLECK[2] durch Anwendung eines Gedankens von DIRAC[3] gefunden. Diese besteht darin, daß der quantenmechanische Austauscheffekt formal mit einer Zusatzenergie äquivalent ist, die eine lineare Funktion des skalaren Produktes der betreffenden Spinvektoren ist:

$$J_{12} - \tfrac{1}{2} K_{12}\left(1 + 4\,(\vec{s}_1 \vec{s}_2)\right),$$

wo J und K die üblichen SLATERschen Integrale sind und mit den von uns oben als Parametern benutzten Größen F und G in einfacher Weise zusammenhängen[4]. Die Austauschenergie ist also bis auf eine additive Konstante proportional dem Kosinus des Winkels zwischen zwei Spinvektoren und deshalb ähnlich der $l_i s_i$-Wechselwirkung, die ja für die Multiplettaufspaltung verantwortlich ist. Die erstaunliche Anwendungsfähigkeit wird von VAN VLECK und seinen Schülern an vielen Problemen demonstriert. So zeigt VAN VLECK z. B., daß für äquivalente p-Elektronen

$$2\,(\vec{s}_i\,\vec{s}_k) = -\,(\vec{l}_i\,\vec{l}_k)^2 - (\vec{l}_i\,\vec{l}_k) + \tfrac{1}{2}$$

ist, d. h. der Winkel zwischen zwei s-Vektoren ist durch den Winkel zwischen den zugehörigen Bahnmomenten bestimmt. Die skalaren Produkte sind natürlich immer wie in Gleichung (48), S. 634 oder (57), S. 644 zu berechnen. Weiterhin gelingt es ihm in diesem Falle, die SLATERschen Formeln, die wir auf S. 649 besprachen, auf geschlossene Form zu bringen:

$$W = \tfrac{1}{2} z (z-1) F_0 + \tfrac{1}{2}[-5 z^2 + 20 z - 3 L(L+1) - 12 S(S+1)] F_2;$$

für L und S hat man nur die in Tabelle 15, S. 627 für ein bestimmtes p^z sich ergebenden Werte einzusetzen.

Von R. SERBER[5] wurde nach der VAN VLECKschen Methode die Trennung gleicher in einer Konfiguration erscheinender Terme durchgeführt, in Bestätigung der Resultate von UFFORD und SHORTLEY[6]. Diese verbesserte Methode wurde dann von M. OSTROFSKY[7] auf die Konfiguration d^4 angewandt, und die Abstände sämtlicher 16 Terme (vgl. Tab. 16, S. 628) wurden durch zwei als Parameter zu betrachtende Austauschintegrale ausgedrückt. Vergleich mit der Erfahrung wird an den astrophysikalisch interessanten Spektren von Vanadium und Chrom durchgeführt, doch sind nicht genügend Terme bekannt, um die Formeln wirklich einer strengen Probe unterwerfen zu können.

Zum Schluß sei noch erwähnt, daß M. H. JOHNSON[8], einer Methode von HEISENBERG[9] folgend, der die Quantelung der Wellenfelder zuerst zur Berechnung von Atomspektren nutzbar machte, die Multiplettschwerpunkte der Konfigurationen $p^5 p$, $d^9 d$ und $d^9 p$ berechnete. Da aber in den Spektren, wo diese Konfigurationen auftreten, die Spin-Bahn-Wechselwirkung durchaus von derselben Größenordnung ist wie die elektrostatische Wechselwirkung, sind die Formeln von rein theoretischem Interesse. Daher sei hier von deren Niederschrift abgesehen.

[1] Phys Rev 42, S. 167 (1932).
[2] Phys Rev 45, S. 405 (1934).
[3] The Principles of Quantum Mechanics, Chapter XI.
[4] Siehe SLATER, Anm. 2, S. 265, und CONDON-SHORTLEY, Anm. 2, S. 266.
[5] Phys Rev 45, S. 461 (1934).
[6] Vgl. Anm. 2, S. 266.
[7] Phys Rev 46, S. 604 (1934).
[8] Phys Rev 43, S. 632 (1933).
[9] Ann d Phys 10, S. 888 (1931).

20. Diskussion des Übergangs von $\{LS\}$- zu $\{jj\}$-Koppelung in einigen speziellen Fällen. Die Behandlung des Übergangs von $\{LS\}$- zu $\{jj\}$-Koppelung, die zur Zeit der Niederschrift von Kap. 6 noch ganz in ihren Anfängen steckte, hat inzwischen die schönsten Fortschritte gemacht. Zur Verfolgung eines solchen Koppelungsüberganges ist es notwendig, die Behandlung der Spin-Bahn-Wechselwirkung ähnlich wie nach der HOUSTONschen Methode mit der Behandlung der elektrostatischen Wechselwirkung nach dem in der vorhergehenden Ziffer besprochenen Verfahren zu vereinigen. In Ziff. 20 sahen wir, daß die Energiewerte aller derjenigen Niveaus, die eine bestimmte innere Quantenzahl J haben, durch die Wurzeln einer algebraischen Gleichung gegeben sind, deren Grad gleich der Anzahl des Vorkommens jenes J-Wertes ist. Es wurden dort bereits die Termformeln für die Konfiguration

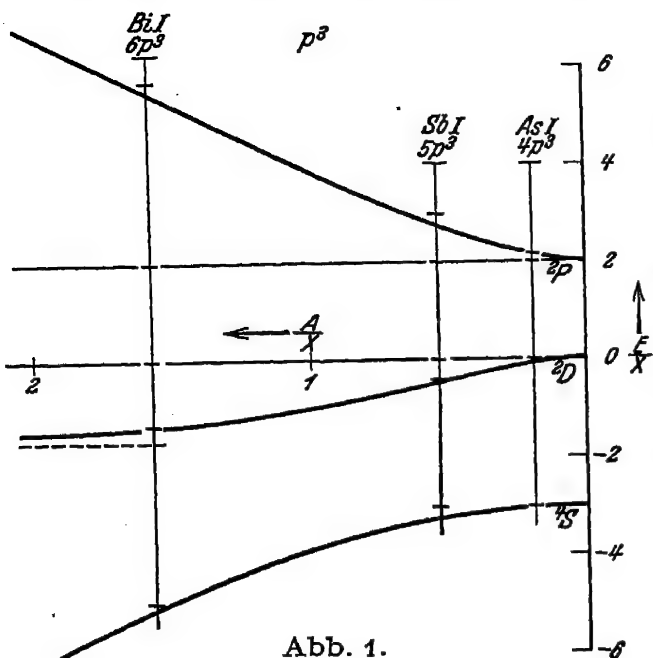
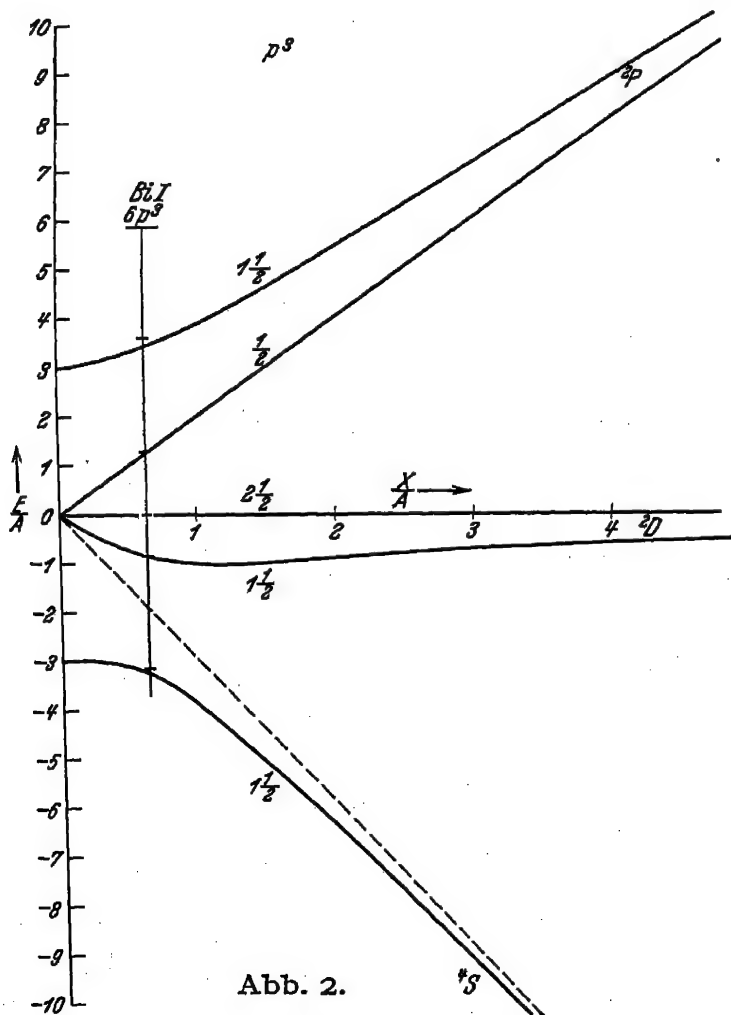



Abb. 1.

sp, sd, usw.	Formel (61)
sp^5, sd^9, usw.	Formel (62)
p^2, p^4	Formel (63) bzw. (64)

angegeben. Für die Konfiguration p^3 reichte indessen die einfache (GOUDSMITsche) Methode nicht mehr aus, alle Konstanten der die drei $J = 1\frac{1}{2}$ Niveaus beherrschenden kubischen Gleichung zu bestimmen. In der letzten Gleichung (65) blieb demgemäß die Konstante h unbestimmt. Von D. R. INGLIS[1] wurde dieser Mangel behoben; die verbesserte Gleichung (65) ist somit:

Abb. 2.

$$\left.\begin{aligned} J = 2\tfrac{1}{2}:&\quad E(2\tfrac{1}{2}) = 0\,,\\ J = \tfrac{1}{2}:&\quad E(\tfrac{1}{2}) \;\;= 2X\,,\\ J = 1\tfrac{1}{2}:&\quad E^3(1\tfrac{1}{2}) + XE^2(1\tfrac{1}{2})\\ &\quad - (6X^2 + 9A^2)\,E(1\tfrac{1}{2})\\ &\quad - 15XA^2 = 0\,. \end{aligned}\right\} \quad (65')$$

In Abb. 1 und 2 sind die Niveauwerte ähnlich Abb. 7 und 8 (S. 652) aufgezeichnet, und zwar einmal von der $\{LS\}$-Seite und dann von der $\{jj\}$-Seite aus. Für die Bogenspektren des As, Sb und Bi, welche p^3 als Normalkonfiguration besitzen, sind die empirischen Werte eingezeichnet. Die Übereinstimmung ist gut.

[1] Phys Rev 38, S. 862 (1931).

Für kompliziertere Konfigurationen wächst die Anzahl der Parameter, und zwar sowohl die der elektrostatischen und Austauschparameter als auch die der relativistischen oder Spin-Bahnparameter. Nach der Methode der kleinsten Quadrate müssen diese dann so bestimmt werden, daß die Übereinstimmung mit der Beobachtung am besten ist. Von M. H. JOHNSON[1] wurden eine große Anzahl von Konfigurationen gerechnet. Die Formeln sind zu kompliziert, um sie hier zu reproduzieren; sie sind aber für den Spektroskopiker von größter praktischer Bedeutung. Die folgenden Konfigurationen wurden von diesem Verfasser ausgerechnet:

$$pp;\quad d^2;\quad dd;\quad dp;\quad p^2s;\quad p^3s.$$

Die Schärfe, mit welcher diese Formeln die Lage der Niveaus voraussagen, erhellt, wenn man die Anzahl der Niveaus mit der Anzahl der Parameter vergleicht. Jene ist z. B. aus den Tabellen 16, 17 (S. 628) oder 72 (S. 701) zu entnehmen, diese ist gleich der Zahl der a_i (d. h. je eins für jede Gruppe von äquivalenten Elektronen) plus der Anzahl der notwendigen SLATERschen F und G (vgl. die vorhergehende Ziffer).

Von R. A. MERRILL[2] wurde das VAN VLECK-SERBERsche[3] Verfahren auf die Konfigurationen $d^z\, ns\, n's$ angewandt. Der „Rumpf" d^z wird hier als ein hypothetisches Elektron mit nach Tabelle 16 gegebenen l- und s-Werten behandelt — ein Kunstgriff, dessen wir uns schon in Ziff. 18 und 20 [Formel (66)] bedienten und der voraussetzt, daß die z äquivalenten d-Elektronen streng $\{LS\}$-mäßig gekoppelt sind. Die erhaltenen Formeln beanspruchen in dem Grade Gültigkeit, als diese Voraussetzung erfüllt ist.

Der MERRILLschen Arbeit entnehmen wir folgenden Fall aus den Spektren des Eisens:

1. Im Spektrum des Fe^+ werden die auf den Normalzustand des Fe^{++} $3d^6\,{}^5D$ durch Addition eines $4s$-Elektrons resultierenden ${}^{6\&4}D$-Terme als 3-Vektorproblem behandelt [im wesentlichen nach Gl. (66), S. 654]: $l = 2$, $s_1 = 2$, $s_2 = \frac{1}{2}$. Die durch Addition eines weiteren $5s$-Elektrons im Bogenspektrum zu erwartenden vier Terme $3d^6\,4s\,5s\;{}^{7,5,5,3}D$ sind schon in Ziff. 41, β, 3 (S. 714ff.) besprochen worden. Auch sind sie in Abb. 28 eingezeichnet. Die folgenden Tabellen geben den Vergleich von Theorie und Erfahrung.

Tabelle 3. $Fe^+\; 3d^6({}^5D)4s$.

		Beob.	Ber.	$\Delta\nu$ beob.	$\Delta\nu$ ber.
${}^6D$	$4\frac{1}{2}$	0,0	*0		
				384,8	364
	$3\frac{1}{2}$	384,8	364		
				282,9	284
	$2\frac{1}{2}$	667,7	649		
				194,9	204
	$1\frac{1}{2}$	862,6	854		
				114,3	122
	$\frac{1}{2}$	976,9	*976		
${}^4D$	$3\frac{1}{2}$	7955,2	7932		
				436,7	427
	$2\frac{1}{2}$	8391,9	8359		
				288,5	304
	$1\frac{1}{2}$	8680,4	8664		
				166,3	182
	$\frac{1}{2}$	8846,7	*8846		

[1] Phys Rev 38, S. 1636 (1931); 39, S. 197 (1932).
[2] Phys Rev 46, S. 487 (1934). [3] Vgl. die vorhergehende Ziffer.

Tabelle 4. Fe $3d^6(^5D)\,4s\,5s$.

		Beob.	Ber.	$\Delta\nu$ beob.	$\Delta\nu$ ber.
$(^6D)5s\,^7D$	5	42815,9	*42815		
				347,5	332
	4	43163,4	43147		
				271,3	270
	3	43434,7	43417		
				198,9	207
	2	43633,6	43624		
				130,4	139
	1	43764,0	43763		
$(^6D)5s\,^5D$	4	44677,0	44695		
				384,4	368
	3	45061,4	45063		
				272,5	276
	2	45333,9	45339		
				175,3	184
	1	45509,2	45529		
				85,9	93
	0	45595,1	45616		
$(^4D)5s\,^5D$	4	51350,5	51350		
				420,1	415
	3	51770,6	51765		
				279,3	296
	2	52049,9	52061		
				164,5	176
	1	52214,4	52237		
				43,0	49
	0	52257,4	52285		
$(^4D)5s\,^3D$	3	51294,3	*51283		
				445,7	442
	2	51740,0	51726		
				300,0	314
	1	52040,0	52040		

Die mit einem Stern versehenen fünf Termwerte sind zur Bestimmung der fünf Parameter benutzt (fünf Parameter: 1. ein absoluter Termwert, 2. das „A" des ^5D-Terms, 3., 4., 5. die Konstanten, mit denen die drei skalaren Produkte der Vektoren $\vec{s}_D$, $\vec{s}_{4s}$, $\vec{s}_{5s}$ multipliziert sind).

Wir kommen jetzt zur Besprechung einiger Ergebnisse über die Spektren der Edelgase, die von jeher die schönsten Beispiele für den Koppelungsübergang geliefert haben. Von SHORTLEY[1] sowie von INGLIS und GINSBURG[2] wurden die Aufspaltungen für die berühmten Neon p-Terme, die aus der Konfiguration $2p^5 3p$ entspringen, gerechnet. (In Tab. 1, S. 604 wurden die Kombinationen dieser Terme mit denjenigen der Konfiguration $2p^5 3s$ angegeben. Vgl. auch Tab. 60 und 61.) Die allgemeinen Formeln für $p^5 p$, die die Abhängigkeit der berechneten Termwerte von den fünf Parametern (zwei a's, für (ls)-Wechselwirkung des $2p$- sowie des $3p$-Elektrons sowie drei SLATERsche Austauschintegrale) angeben, sind zu kompliziert, um sie hier zu reproduzieren; die nicht sehr gute Übereinstimmung der berechneten Werte mit der Erfahrung im Falle von Ne kann aus Abb. 3 ersehen werden.

Eine vereinfachte Behandlung der $np^5 n'p$- und $np^5 n'd$-Konfigurationen wurde von SHORTLEY[3] angegeben. Je größer in diesen Konfigurationen n',

---

[1] Phys Rev 40, S. 185 (1932).
[2] Phys Rev 43, S. 194 (1933).
[3] Phys Rev 44, S. 666 (1933).

verglichen mit n, wird, desto ausgesprochener gruppieren sich die Niveaus um die beiden Stammniveaus des $np^5\,{}^2P$-Terms des Ions. (Vgl. das in Ziff. 36, S. 691 Gesagte.) SHORTLEY vernachlässigt nun jegliche Wechselwirkung zwischen Niveaus, die auf verschiedene Stammniveaus ${}^2P_{\frac{1}{2}}$ oder ${}^2P_{\frac{3}{2}}$ gebaut sind. Eine solche Annäherung ist bei den leichteren Edelgasen für höhere Serienglieder und bei den schweren für alle Serienglieder durchaus erlaubt.

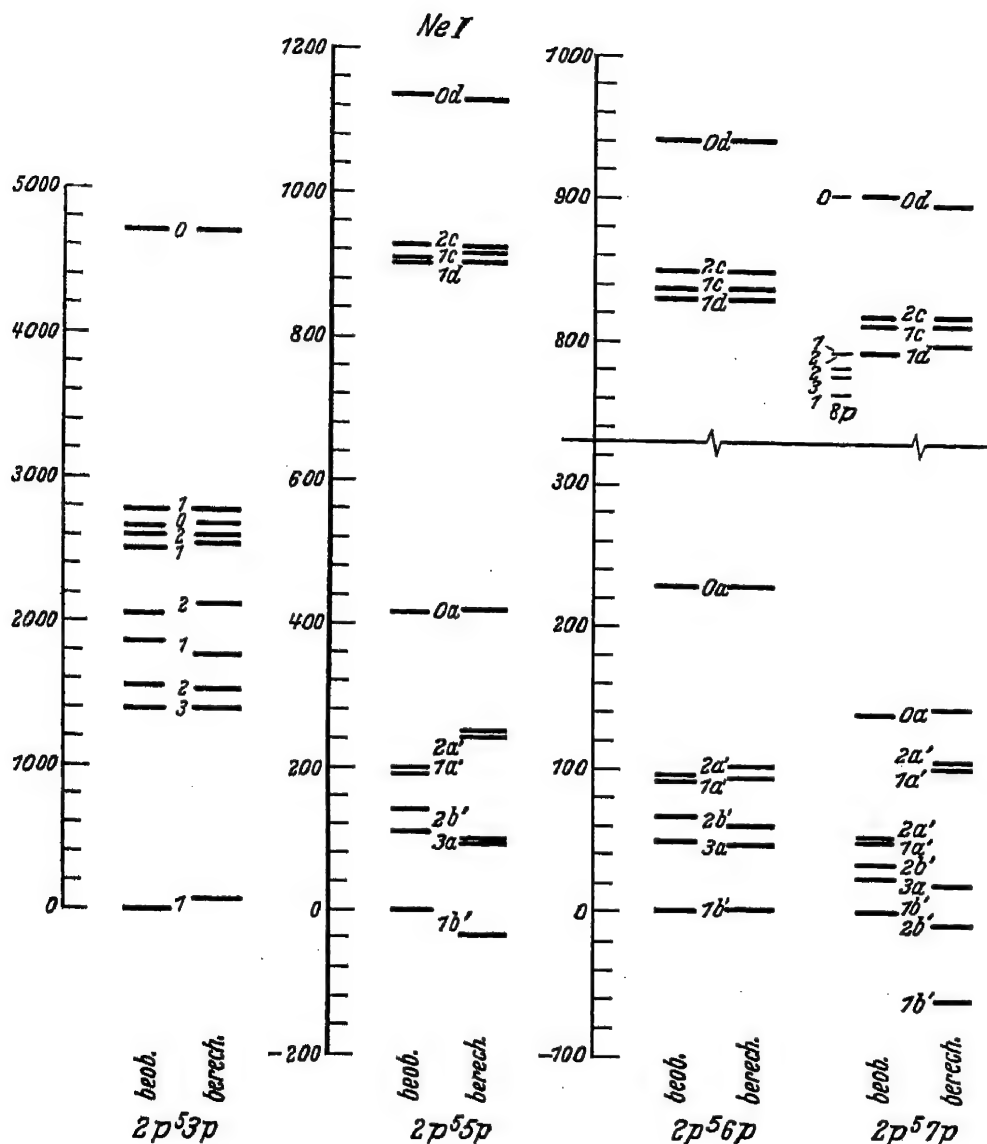



Abb. 3.

Die vorstehende Abb. 3 zeigt die Niveaus der Konfigurationen $2p^5\,3p$ (nach INGLIS und GINSBURG, vgl. Anm. 2, S. 270) sowie $2p^5\,5p$, $2p^5\,6p$, $2p^5\,7p$ (nach SHORTLEY) für das Bogenspektrum des Neons. Die kurzen waagerechten Striche sind die Niveaus, und zwar sind links die beobachteten, rechts die berechneten Werte eingetragen. Die links davon angebrachte Skala (in cm^{-1}) ist für jede Konfiguration verschieden. Man beachte die Unterbrechung der Skala für $2p^5\,6p$, $7p$ zwischen 300 und 800 cm^{-1}. Als Nullpunkt ist das tiefste beobachtete Niveau gewählt.

Bei der Charakterisierung der einzelnen Niveaus macht sich der Mangel einer Bezeichnung fühlbar, die außer dem J-Wert auch die der Subresultanten (wie L und S bei RUSSELL-SAUNDERS-Koppelung) erkennen läßt. Im Anschluß

an SHORTLEY bezeichnen wir hier ein Niveau durch die innere Quantenzahl J, der ein Buchstabe a, b, c oder d folgt, und zwar

$$\begin{array}{llll} a & \text{für} & p^5\,{}^2P_{\frac{3}{2}} \cdot p & {}^2P_{\frac{3}{2}}, \\ b & ,, & {}^2P_{\frac{3}{2}} & {}^2P_{\frac{1}{2}}, \\ c & ,, & {}^2P_{\frac{1}{2}} & {}^2P_{\frac{3}{2}}, \\ d & ,, & {}^2P_{\frac{1}{2}} & {}^2P_{\frac{1}{2}}. \end{array}$$

Somit gehören alle mit a oder b bezeichneten Niveaus zum unteren Zustande $p^5\,{}^2P_{\frac{3}{2}}$ des Ions, alle mit c oder d bezeichneten zum oberen Zustande $p^5\,{}^2P_{\frac{1}{2}}$. In Fällen, wo a und b mit Akzenten versehen sind, ist die Zuordnung nicht eindeutig.

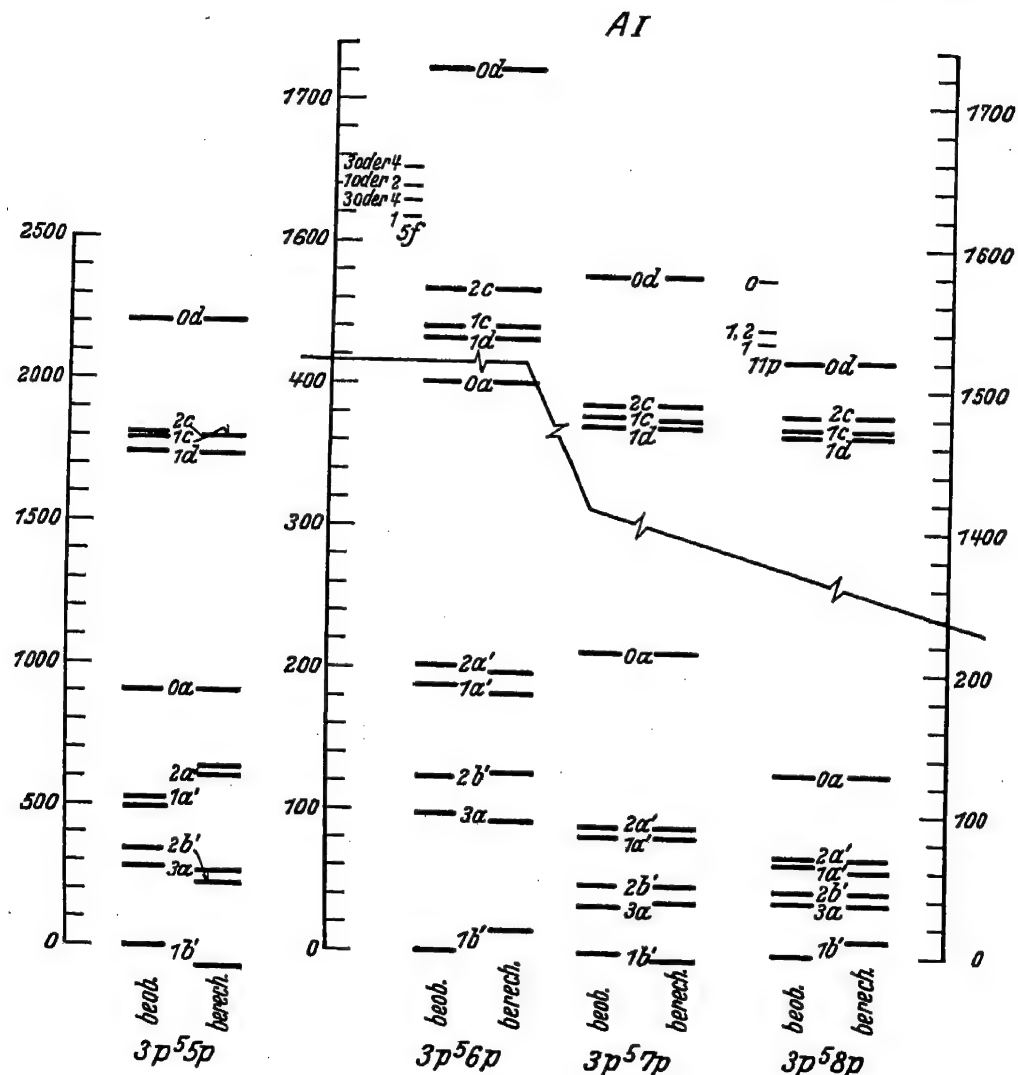



Abb. 4.

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung für $2p^5\,3p$ (berechnet nach INGLIS und GINSBURG) befriedigend; für $2p^5\,5p$ nicht sehr gut, weil die Hauptannahme zu der vorliegenden Rechnungsweise: verschwindende Wechselwirkung von a, b mit c, d, noch nicht gut genug erfüllt ist; für $2p^5\,6p$ ausgezeichnet; für $2p^5\,7p$ wieder ziemlich schlecht. Die jetzige Abweichung hat ihren Grund in einer neuen Störungsquelle, die in Ziff. 20a besprochen werden wird: in Wechselwirkung dieser Konfiguration mit der nahen $2p^5\,8p$-Konfiguration, deren Niveaus deshalb klein eingezeichnet sind. Abb. 4 enthält den entsprechenden Vergleich von Theorie und Erfahrung für $3p^5$ ($5p$; $6p$; $7p$; $8p$) im Bogenspektrum des Argons. Die Übereinstimmung muß als gut bezeichnet werden.

20a. Wechselwirkung zwischen Konfigurationen. Wiederholt ist schon betont worden, daß die einzige Quantenzahl, die (bei Abwesenheit eines Magnetfeldes) mit Sicherheit identifiziert werden kann, die innere Quantenzahl J, das totale Impulsmoment, ist. Falls es sich bei dem Versuch der Identifikation weiterer Subresultanten (wie L, S bei RUSSELL-SAUNDERS-, j_1, j_2 bei $\{jj\}$-Koppelung) herausstellt, daß die Niveaus nicht in den charakteristischen Gruppen angeordnet sind, welchen gemeinsame Gruppenquantenzahl zukommt, so muß geschlossen werden, daß die Wechselwirkung der Elektronen von komplizierter Art ist und keine Subresultanten sich ausbilden können (vgl. Ziff. 3, 4, 6, 20). Kurz gesagt: beim Koppelungsübergang sind L, S oder j_1, j_2 keine „guten" Quantenzahlen (Bezeichnung von MULLIKEN).

Verallgemeinernd müssen wir aber auch auf eine Identifikation der Konfiguration und der Elektronenquantenzahlen n_i, l_i eines Niveaus verzichten, falls dieses nahe den Niveaus einer anderen Konfiguration liegt — es sei denn, daß die betreffenden J-Werte eine Zweideutigkeit beseitigen. Als Beispiel nehme man den in Abb. 13 (S. 689) schematisch dargestellten Fall. Die Konfigurationen $3d\,6s$ und $4d\,4s$ liegen so nahe beieinander, daß sie sich beeinflussen werden. Man ist gar nicht in der Lage, anzugeben, ob ein bestimmtes Niveau oder sogar ein Term zur einen oder anderen Konfiguration gehört oder zu beiden zugleich. Diese letztere Aussage, obwohl modellmäßig unverständlich, bedeutet quantenmechanisch, daß die betreffenden Wellenfunktionen sich aus den beiderseitigen ungestörten Wellenfunktionen zusammensetzen. Zwar wird der experimentelle Spektroskopiker, instinktiv oder durch Extrapolation geleitet, immer noch oft Terme bestimmten Konfigurationen zuschreiben, selbst wenn Überlagerung vorliegt; doch ist das meistens theoretisch nicht gerechtfertigt, insbesondere da jetzt durch die oben (in der vorhergehenden Ziffer) besprochenen Arbeiten die Termabstände innerhalb einer Konfiguration quantitativ exakt vorausgesagt werden können.

Auf den vorliegenden Effekt wurde zuerst von E. U. CONDON[1] aufmerksam gemacht und die Behandlungsweise angedeutet. C. W. UFFORD[2] gab die genaue Methode und wandte sie auf die Konfigurationen nd^3, $nd^2(n+1)s$ und $nd\,(n+1)s^2$ des Ti^+ ($n=3$) und Zr^+ ($n=4$) an. Die Spektren der d-Schalen bilden natürlich zahlreiche Beispiele für Konfigurationswechselwirkung, wegen des Wettbewerbs der $3d$- und $4s$-Elektronen (vgl. Ziff. 41 α, insbesondere Abb. 25). Von R. F. BACHER[3] wurde die Wechselwirkung $sd \longleftrightarrow p^2$ behandelt.

Dieser letztere Verfasser stellte sich die Aufgabe, das bekannte anomale Verhalten der Konfiguration $3s\,3d$ des Al I-Spektrums zu erklären, in welcher der $^1D_2$-Term unterhalb des $^3D_{123}$-Terms liegt — im Gegensatz zu aller theoretischen Erwartung nach der HOUSTONschen Formel (61) von Ziff. 20, Kap. 6. (Man sehe für ein Niveauschema von Al I: Kap. 5, Ziff. 28, Abb. 22, S. 533. Die fraglichen Terme liegen bei etwa 15000 cm^{-1} und 13700 cm^{-1}.) BACHER war imstande, zu zeigen, daß für dieses merkwürdige Vorkommnis eine Störung mit der außerhalb des gewöhnlichen Termserienschemas stehenden Konfiguration p^2 verantwortlich ist. Überraschend ist aber hier, daß die störende Konfiguration gar nicht so nahe der gestörten zu liegen braucht, daß vielmehr Abstände von ungefähr 10000 cm^{-1} nicht zu groß sind, um eine wesentliche Verschiebung eines Terms herbeizuführen. Das wesentlichste Kriterium für die Möglichkeit einer Störung ist vielmehr die Gleichheit der $\sum l_i$ für die beiden Konfigurationen.

Wir bemerken hier noch, daß die großen Abweichungen von der modifizierten HOUSTON-Formel, die wir in Ziff. 20 (Abb. 7), in den Spektren von K II (und

[1] Phys Rev 36, S. 1121 (1930).
[2] Phys Rev 44, S. 732 (1933).
[3] Phys Rev 43, S. 246 (1933).

anderen Alkalifunkenspektra[1]) fanden, sich ebenso ungezwungen durch gegenseitige Störung der Konfigurationen $3p^5\,4s$ und $3p^5\,3d$ (und entsprechend bei Rb II, Cs II) erklären lassen.

Schließlich wurde von SERBER[2] das oben besprochene VAN VLECKsche Verfahren auch auf Konfigurationswechselwirkung erweitert.

20b. Die Energiebeziehungen von BACHER und GOUDSMIT[3]. Die vorhergehenden Berechnungen von Energieniveaus sind alle Störungsverfahren, die in erster Näherung die Wechselwirkung der Elektronen berücksichtigen, unter voller Ausnutzung der Symmetrie- und Permutationsentartung. Wie wir sahen, sind die Wechselwirkungen oft aber viel zu groß, als daß Störungsrechnungen erster Ordnung noch einigermaßen gute Annäherungen geben könnten.

Statt die Energien durch als Parameter zu behandelnde Radialintegrale (X, F, G, J, K) auszudrücken, setzen BACHER und GOUDSMIT jene mit den Energien der vorhergehenden Ionen (desselben Elementes) in Beziehung. Es ergeben sich dann Relationen, die gestatten, die Energiewerte eines Atoms oder Ions mit z Elektronen (außerhalb der letzten geschlossenen Schale) aus den Energien der Spektralterme der $(z-1)$ höheren Ionen zu berechnen. Wie wir sehen werden, ist die Genauigkeit solcher Beziehungen um so höher, je größer z, d. h. die Anzahl der „Ahnen" ist.

Die Elektronen seien mit $n_1, n_2, n_3 \ldots$ bezeichnet. Die Energie, die nötig ist, um Elektron n_i ins Unendliche zu entfernen, sei $W(n_i)$. In einem Atom oder Ion mit zwei Elektronen ist die Energie in nullter Näherung

$$W_0(n_1, n_2) = W(n_1) + W(n_2), \tag{a}$$

welche Näherung also die Wechselwirkung vernachlässigt. Die tatsächliche Energie unterscheidet sich von W_0 um eine unbekannte Wechselwirkung, die wir mit BACHER und GOUDSMIT die „Paarenergie" $w(n_1, n_2)$ nennen:

$$W(n_1, n_2) = W(n_1) + W(n_2) + w(n_1, n_2). \tag{b}$$

Ähnlich erhalten wir für drei Elektronen in nullter Näherung:

$$W_0(n_1, n_2, n_3) = \sum_1^3 {}_i\, W(n_i), \tag{c}$$

und in erster Näherung, indem wir die Paarenergie benutzen:

$$W_1(n_1, n_2, n_3) = \sum_i^{1\cdots 3} W(n_i) + \sum_{i<j}^{1\cdots 3} w(n_i, n_j). \tag{d}$$

Der wesentliche Schritt ist nun, daß wir die unbekannten Paarenergien $w(n_i, n_j)$ mit (b) eliminieren:

$$W_1(n_1, n_2, n_3) = \sum_{i<j}^{1\cdots 3} W(n_i, n_j) - \sum_i^{1\cdots 3} W(n_i). \tag{e}$$

Somit ist $W_1(n_1, n_2, n_3)$ auf beobachtbare Energiewerte des Zwei- und Einelektronenspektrums zurückgeführt. Freilich ist dies nicht der tatsächliche Energiewert für drei Elektronen [ebensowenig wie (a) es für zwei war]; der exakte Wert ist vielmehr

$$W(n_1, n_2, n_3) = \sum_{i<j}^{1\cdots 3} W(n_i, n_j) - \sum_i^{1\cdots 3} W(n_i) + w(n_1, n_2, n_3), \tag{f}$$

was sich von (e) durch Hinzufügung einer unbekannten Tripelenergie unterscheidet. Die Beziehung (e) ist also soweit genau, wie man bei drei Elektronen gehen

[1] G. R. MILLER, R. A. SAWYER u. O. LAPORTE, Phys Rev 38, S. 843 (1931); 39, S. 458 (1932).

[2] Vgl. Anm. 5, S. 267.

[3] Phys Rev 46, S. 948 (1934).

kann. Bei zwei Elektronen war dieses Ende schon mit (a) erreicht, mit einer Beziehung nullter Ordnung; wir können erwarten, daß (e) als eine Beziehung erster Ordnung viel genauer ist.

Die Tripelenergie $w(n_i, n_j, n_k)$ kann erst in einem Vierelektronensystem berechnet werden; wir erhalten dann eine Beziehung, die korrekt bis zur zweiten Ordnung die Vierelektronenenergien durch die der Ein- bis Dreielektronenenergien ausdrückt. Allgemein wird in $(z - 2)$ter Näherung die Energie des z-Elektronensystems durch die Energiewerte der Ein-, Zwei-, ... bis $(z - 1)$-Elektronensysteme gegeben. Der wahre Energiewert unterscheidet sich davon noch um die z-tuple Energie $w(n_1, n_2, \ldots n_z)$, die unberechnet bleibt. Wir sehen somit, daß der Grad der Annäherung mit der Anzahl der Elektronen wächst. Empirisch bestätigt sich wirklich, daß der prozentuale Fehler bei mehr Elektronen geringer wird.

Leider ist dies aber für die spektroskopische Praxis von geringem Nutzen, denn die in den Beziehungen (a) bis (f) vorkommenden Größen W stellen die Gesamtenergien, bezogen auf die vorhergehende geschlossene Schale (s^2, p^6, d^{10} usw.) dar. Diese wachsen sehr schnell mit z, wie man sich durch Betrachten der Abb. 24, S. 707, wo die auf $3p^6$ aufgebauten Gesamtenergien aufgetragen sind, überzeugt. Spektroskopisch interessant sind diese aber nicht; vielmehr sind es die auf das vorhergehende Ion bezogenen Termgrößen, die z. B. die Serienformeln erfüllen oder in MOSELEY-Diagrammen auftreten. Wenn also auch der prozentuale Fehler in der Größe mit wachsendem z kleiner wird, ist das nicht für den Fehler in der spektroskopischen Termgröße $[W(n_1 \ldots n_z) - W(n_1 \ldots n_{z-1})]$ der Fall, da eben die letztere für hohe z klein gegen die erstere wird. Das optimale Anwendungsgebiet der BACHER-GOUDSMITschen Formeln liegt also bei mittleren z-Werten.

Wir geben hier noch die ebenso wie (e) abzuleitenden Beziehungen für vier und fünf Elektronen:

$$W_2(n_1 \ldots n_4) = \sum_{i<j<k}^{1\cdots 4} W(n_i, n_j, n_k) \quad - \sum_{i<j}^{1\cdots 4} W(n_i, n_j) \quad + \sum_{i}^{1\cdots 4} W(n_i), \tag{g}$$

$$W_3(n_1 \ldots n_5) = \sum_{i<j<k<l}^{1\cdots 5} W(n_i, n_j, n_k, n_l) - \sum_{i<j<k}^{1\cdots 5} W(n_i, n_j, n_k) + \sum_{i<j}^{1\cdots 5} W(n_i, n_j) - \sum_{i}^{1\cdots 5} W(n_i). \tag{h}$$

Falls nicht alle vorhergehenden Funkenspektren bekannt sind, kann man Formeln niederer Approximation anwenden, in welchen die betreffenden $(z - 1)$- oder $(z - 2)$-tuplen Energien fehlen.

Die tatsächliche Ableitung der Formeln ist wegen der vielfachen Entartungen ziemlich kompliziert. Wir leiten deshalb hier nur die spezielle Form von (e) für p^3 ab. Wir beginnen mit der folgenden Tabelle, die eine Verfeinerung von Tabelle 9 und 10 ist. Sie enthält die kursiv gedruckten Nummern der Zustände zweier äquivalenter p-Elektronen und die Summen $\sum m_s = M_S$, $\sum m_l = M_L$, die bei Beobachtung des PAULI-Prinzips erlaubt sind. Nicht alle $\frac{6 \cdot 5}{2}$-Kombinationen sind ausgeschrieben, sondern nur die, deren $M_S + M_L \geqq 0$ ist.

Die Tabelle 5 ist, was die vier ersten Spalten anlangt, keine Verbesserung der Resultate von Ziff. 10α). Erst die letzte Spalte, die die $M_S M_L$-Werte den ja zu erwartenden Termen $^3P\,^1D\,^1S$ zuordnet, ist neu — wenigstens was gewisse mittlere Zeilen anbetrifft. Die fünf ersten $M_S M_L$-Werte können eindeutig den ^3P- bzw. ^1D-Termen zugeschrieben werden. Anders für die übrigen Kombinationen, die zum Teil dasselbe $M_S M_L$-Wertepaar hervorrufen. Wir hoben schon auf S. 625 hervor, daß dann kein bestimmtes $M_S M_L$-Paar einem und nur einem Term zugeordnet werden kann. Die wellenmechanische Behandlung gibt nun genau an, welche Linearkombination dem betreffenden $M_S M_L$-Paar zuzuordnen ist. Anm. 1 auf S. 276 enthält aber eine einfache Ableitung auf elementarem Wege.

Tabelle 5.

Kombination, Tabelle 9, 10	m_{s1}	m_{e1}	m_{s2}	m_{e2}	M_S	M_L	p^2-Multipletts
1 + 2	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	1	1	^3P
1 + 3	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	-1	1	0	^3P
2 + 3	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	-1	1	-1	^3P
4 + 5	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	0	-1	1	^3P
1 + 4	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	1	0	2	^1D
1 + 5	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	0	0	1	$\frac{1}{2}\,^3P + \frac{1}{2}\,^1D$
2 + 4	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1			$\frac{1}{2}\,^3P + \frac{1}{2}\,^1D$
1 + 6	$\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	-1	0	0	$\frac{1}{2}\,^3P + \frac{1}{6}\,^1D + \frac{1}{3}\,^1S$
2 + 5	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0			$\frac{2}{3}\,^1D + \frac{1}{3}\,^1S$
3 + 4	$\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	1			$\frac{1}{2}\,^3P + \frac{1}{6}\,^1D + \frac{1}{3}\,^1S$
2 + 6	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	-1	$\frac{1}{2}\,^3P + \frac{1}{2}\,^1D$
3 + 5	$\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0			$\frac{1}{2}\,^3P + \frac{1}{2}\,^1D$
3 + 6	$\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	-1	0	-2	^1D
4 + 6	$-\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	-1	-1	0	^3P
5 + 6	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-1	-1	-1	^3P
	$W(1)$		$W(2)$				$W(1, 2)$

Wie oben schon bemerkt wurde, gibt die BACHER-GOUDSMITsche Theorie erst von drei Elektronen an nicht-triviale Resultate; wir lassen daher der obigen Tabelle die entsprechende für $p^3\,(^4S\,^2D\,^2P)$ folgen.

Tabelle 6.

Kombination, Tabelle 9	M_S	M_L	p^3-Multipletts	Multipletts der Paarenergien
1 + 2 + 3	$\frac{3}{2}$	0	^4S	$3\,^3P$
1 + 2 + 4	$\frac{1}{2}$	2	^2D	$\frac{3}{2}\,^3P + \frac{3}{2}\,^1D$
1 + 2 + 5	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}\,^2D + \frac{1}{2}\,^2P$	$\frac{3}{2}\,^3P + \frac{7}{6}\,^1D + \frac{1}{3}\,^1S$
1 + 3 + 4			$\frac{1}{2}\,^2D + \frac{1}{2}\,^2P$	$\frac{3}{2}\,^3P + \frac{7}{6}\,^1D + \frac{1}{3}\,^1S$
1 + 4 + 5	$-\frac{1}{2}$	2	^2D	$\frac{3}{2}\,^3P + \frac{3}{2}\,^1D$
1 + 4 + 6	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}\,^2D + \frac{1}{2}\,^2P$	$\frac{3}{2}\,^3P + \frac{7}{6}\,^1D + \frac{1}{3}\,^1S$
2 + 4 + 5			$\frac{1}{2}\,^2D + \frac{1}{2}\,^2P$	$\frac{3}{2}\,^3P + \frac{7}{6}\,^1D + \frac{1}{3}\,^1S$
1 + 2 + 6	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}\,^4S + \frac{1}{6}\,^2D + \frac{1}{2}\,^2P$	$2\,^3P + \frac{2}{3}\,^1D + \frac{1}{3}\,^1S$
1 + 3 + 5			$\frac{1}{3}\,^4S + \frac{2}{3}\,^2D$	$2\,^3P + \,^1D$
2 + 3 + 4			$\frac{1}{3}\,^4S + \frac{1}{6}\,^2D + \frac{1}{2}\,^2P$	$2\,^3P + \frac{2}{3}\,^1D + \frac{1}{3}\,^1S$
			$W(1, 2, 3)$	$W(1,2) + W(2,3) + W(3,1)$

Die zwei ersten Spalten geben wieder die übliche Herleitung der $M_S M_L$-Wertepaare für p^3. (Nur die Zeilen, deren $M_S + M_L \geqq 0$ ist, sind angeschrieben.) Die dritte Spalte gibt wieder die Zuordnung zu linearen Kombinationen der ^4S-, ^2D-, ^2P-Multipletts. Wie vorher ist eine eindeutige Zuordnung in den Fällen, wo eine Summe der kursiv gedruckten Kombinationsziffern (Spalte 1) auf mehrere Weisen realisiert wird, nicht unmittelbar möglich[1]. Die letzte Spalte ist am

[1] Wir können jetzt die versprochene Ableitung der Linearkombinationen, die in der letzten Spalte von Tabelle 5 stehen, kurz andeuten. Um die Linearkombination $\frac{1}{2}\,^3P + \frac{1}{2}\,^1D$, die zu $M_S = 0$, $M_L = 1$ gehört, abzuleiten, betrachten wir die Kombinationen *1 + 2 + 4*

wichtigsten und ist erhalten durch Summierung derjenigen Paarenergien des 1. und 2., des 1. und 3. und des 2. und 3. Elektrons, die die letzte Spalte von Tabelle 5 angibt.

Betrachten wir z. B. die erste Zeile: $(\frac{3}{2}, 0)$ oder ${}^4S$. Die Kombinationen zu zweien sind $1+2$, $1+3$, $2+3$. Die erste, $1+2$, steht in der ersten Zeile von Tabelle 5 und gibt ${}^3P$, die zweite, $1+3$, steht in der zweiten Zeile und gibt ${}^3P$, die dritte, $2+3$, steht in der dritten Zeile und gibt auch ${}^3P$. Resultat $W(1, 2) + W(2, 3) + W(3, 1) = 3\,{}^3P$. Als zweites, etwas komplizierteres Beispiel nehmen wir die achte Zeile: Kombination $1+2+6$. Die Kombinationen zu zweien sind: α) $1+2$; β) $1+6$; γ) $2+6$.

α) $1+2$. Erste Zeile von Tabelle 5 gibt ${}^3P$,
β) $1+6$. Achte „ „ „ 5 „ $\frac{1}{2}\,{}^3P + \frac{1}{6}\,{}^1D + \frac{1}{3}\,{}^1S$,
γ) $2+6$. Elfte „ „ „ 5 „ $\frac{1}{2}\,{}^3P + \frac{1}{2}\,{}^1D$.

Zusammen $2\,{}^3P + \frac{2}{3}\,{}^1D + \frac{1}{3}\,{}^1S$, in Übereinstimmung mit Tabelle 6.

Wir sind jetzt imstande, die Formel (e) anzuwenden. Wir erhalten:

$$\left.\begin{aligned} W_1(p^3\,{}^4S) &= 3W(p^2\,{}^3P) - 3W(p\,{}^2P)\,,\\ W_1(p^3\,{}^2D) &= \tfrac{3}{2}W(p^2\,{}^3P) + \tfrac{3}{2}W(p^2\,{}^1D) - 3W(p\,{}^2P)\,,\\ W_1(p^3({}^2D + {}^2P)) &= 3W(p^2\,{}^3P) + \tfrac{7}{3}W(p^2\,{}^1D) + \tfrac{2}{3}W(p^2\,{}^1S) - 6W(p\,{}^2P)\\ \text{oder}\qquad W_1(p^3\,{}^2P) &= \tfrac{3}{2}W(p^2\,{}^3P) + \tfrac{5}{6}W(p^2\,{}^1D) + \tfrac{2}{3}W(p^2\,{}^1S) - 3W(p\,{}^2P)\,. \end{aligned}\right\} \quad \text{(i)}$$

Diese Ableitung genügt wohl, um die Methode zu demonstrieren. Einige weitere Formeln für drei und vier Elektronen seien ohne Beweis hier angegeben. Der Kürze halber ist für $W(\ldots.)$ einfach $(\ldots)$ geschrieben.

$$\left.\begin{aligned} (sp^2\,{}^4P) &= (p^2\,{}^3P) + 2(sp\,{}^3P) - 2(p\,{}^2P) - (s\,{}^2S)\,,\\ (sp^2\,{}^2P) &= (p^2\,{}^3P) + \tfrac{1}{2}(sp\,{}^3P) + \tfrac{3}{2}(sp\,{}^1P) - 2(p\,{}^2P) - (s\,{}^2S)\,,\\ (sp^2\,{}^2D) &= (p^2\,{}^1D) + \tfrac{3}{2}(sp\,{}^3P) + \tfrac{1}{2}(sp\,{}^1P) - 2(p\,{}^2P) - (s\,{}^2S)\,,\\ (sp^2\,{}^2S) &= (p^2\,{}^1S) + \tfrac{3}{2}(sp\,{}^3P) + \tfrac{1}{2}(sp\,{}^1P) - 2(p\,{}^2P) - (s\,{}^2S)\,, \end{aligned}\right\} \quad \text{(j)}$$

$$(s^2p\,{}^2P) = (s^2\,{}^1S) + \tfrac{3}{2}(sp\,{}^3P) + \tfrac{1}{2}(sp\,{}^1P) - (p\,{}^2P) - 2(s\,{}^2S)\,. \quad \text{(k)}$$

$$\left.\begin{aligned} (p^4\,{}^3P) &= (p^3)[\tfrac{4}{3}\,{}^4S + \tfrac{5}{3}\,{}^2D + {}^2P] - (p^2)[4\,{}^3P + \tfrac{5}{3}\,{}^1D + \tfrac{1}{3}\,{}^1S] + (p)\,4\,{}^2P\,,\\ (p^4\,{}^1D) &= (p^3)[3\,{}^2D + {}^2P] - (p^2)[3\,{}^3P + \tfrac{8}{3}\,{}^1D + \tfrac{1}{3}\,{}^1S] + (p)\,4\,{}^2P\,,\\ (p^4\,{}^1S) &= (p^3)[4\,{}^2P] - (p^2)[3\,{}^3P + \tfrac{5}{3}\,{}^1D + \tfrac{4}{3}\,{}^1S] + (p)\,4\,{}^2P\,. \end{aligned}\right\} \quad \text{(l)}$$

Für weitere Formeln, für die Konfigurationen p^z, sp^z, s^2p^z mit z bis 6 sei auf die Arbeit von BACHER und GOUDSMIT verwiesen.

Die folgende Tabelle enthält den Vergleich der Formeln (i), (j), (k) mit der Erfahrung. Obwohl diese für die auf die vorhergehende geschlossene Schale bezogenen Energien gemeint ist, ist hier nachträglich die Reduktion auf das vorhergehende Ion vorgenommen. So bedeutet z. B. die Zahl 617295 cm^{-1} die

---

und $1+4+5$ in Tabelle 6 für p^3. Diese geben eindeutig ${}^2D$, und müssen darum dieselbe Paarenergie haben. Die Paarenergie zweier Elektronen sei $w(m_{s1}, m_{l1}; m_{s2}, m_{l2})$; die totale Paarenergie für ${}^2D$ sei $w({}^2D)$. Dann ist für $1+2+4$:

$$w({}^2D) = w(1+2) + w(1+4) + w(2+4) = w({}^3P) + w({}^1D) + w(\tfrac{1}{2}\,0, -\tfrac{1}{2}\,1)$$

und für $1+4+5$:

$$w({}^2D) = w(1+4) + w(1+5) + w(4+5) = w({}^1D) + w(\tfrac{1}{2}\,1, -\tfrac{1}{2}\,0) + w({}^3P)\,.$$

Hiernach ist:

$$w(\tfrac{1}{2}\,0, -\tfrac{1}{2}\,1) = w(\tfrac{1}{2}\,1, -\tfrac{1}{2}\,0)\,,$$

d. h. die Paarenergien der Zustände $1+5$ und $2+4$ sind gleich. Beide zusammen geben ${}^3P + {}^1D$, also jede allein $\frac{1}{2}\,{}^3P + \frac{1}{2}\,{}^1D$. Analog leitet man die Linearkombinationen für $M_S = M_L = 0$ ab. Die Linearkombinationen der Konfiguration p^3, d. h. die dritte Spalte der Tabelle 6, werden aus einer entsprechenden Tabelle für p^4 erhalten.

Tabelle 7.

Konfiguration und Term	O			N			C		
	Ber.	Beob.	Differenz	Ber.	Beob.	Differenz	Ber.	Beob.	Differenz
$2s^2 2p\,^2P$	617,295	624,139	6,844	374,365	382,509	8,144	187,067	196,617	9,550
$2s\,2p^2\,^4P$	539,026	553,022	13,996	311,645	325,742	14,097	139,289	153,608	14,319
^2P	423,717	443,753	20,036	215,987	236,666	20,679	64,073	86,007	21,934
^2D	482,302	497,454	15,152	266,117	281,599	15,482	105,768	121,728	15,960
^2S	426,115	460,030	33,915	219,632	251,622	31,990	69,123	100,165	31,042
$2p^3\,^4S$	372,737	393,121	20,384	175,642	196,220	20,578	33,830	54,615	20,785
^2D	345,305	369,228	23,923	155,179	179,546	24,367	21,155	46,194	24,039
^2P	307,850	335,376	27,524	124,189	152,218	28,029	−3,272	27,915	31,187
$(2s^2)\,2p^3\,^4S$	261,376	283,244	21,868	94,803	117,214	22,411			
^2D	231,271	256,428	25,157	71,961	97,991	26,030			
^2P	216,001	242,777	26,776	60,382	88,374	27,992			

Termdifferenz $2s^2 2p\,^2P$ (O IV) — $2s^2\,^1S$ (O V). Die Abweichungen sind meistens kleiner als 10%. Man bedenke, daß Tabelle 7 die Zahlenverhältnisse in einem besonders ungünstigen Lichte zeigt, da jeder Wert die Differenz zweier großer Zahlen darstellt. So ist z. B., wenn man die empirischen Werte für O V und O VI

$$1s^2 2p^2\;\,^3P - 1s^2\,^1S = 1819006\ \text{cm}^{-1}$$
$$1s^2 2s\,2p\,^3P - \quad ,, \quad = 1950515 \quad ,,$$
$$1s^2 2s\,2p\,^1P - \quad ,, \quad = 1873643 \quad ,,$$
$$1s^2 2p\;\,^2P - \quad ,, \quad = 1017280 \quad ,,$$
$$1s^2 2s\;\,^2S - \quad ,, \quad = 1114009 \quad ,,$$

benutzt, der nach der zweiten Formel (j) berechnete Termwert $2s\,2p^2\,^2P$ des O IV:

$$2s\,2p^2\,^2P - 1s^2\,^1S = 2456158\ \text{cm}^{-1}$$

gegen 2476194 cm^{-1} als beobachteten Wert. Diese Übereinstimmung ist durchaus befriedigend; erst bei Reduktion auf den Normalzustand des vorhergehenden Ions wird die Prozentabweichung ziemlich groß. — Man erinnere sich auch, daß für drei Elektronen die Formeln nur eine erste Näherung darstellen.

Für vier Elektronen ist daher auch die Übereinstimmung erheblich besser — die Abweichungen selbst der auf das vorhergehende Ion bezogenen Termgrößen betragen oft nur wenige Prozent (s. Tab. 8).

Tabelle 8.

Konfiguration und Term	O			N			C		
	Ber.	Beob.	Differenz	Ber.	Beob.	Differenz	Ber.	Beob.	Differenz
$2s^2 2p^2\,^3P$	440,345	442,602	2,257	235,965	238,584	2,619	88,155	90,786	2,631
^1D	420,342	422,536	2,194	220,707	223,357	2,650	77,910	80,622	2,712
^1S	401,681	399,623	−2,058	207,238	205,986	−1,252	71,431	69,167	−2,264
$2s\,2p^3\,^5S$	382,399	382,912	513	191,449	192,005	556	55,894	—	—
^3S	244,756	245,720	964	81,456	83,543	2,087	−24,412	−14,984	9,428
^3D	322,816	322,768	−48	146,062	146,429	367	26,053	26,727	674
^1D	253,993	255,757	1,764	91,066	94,484	3,418	−14,027	—	—
^3P	301,469	300,420	−1,049	129,740	129,453	−287	17,827	15,560	−2,267
^1P	232,648	232,348	−300	74,744	71,907	−2,837	−22,326	—	—
$2p^4\,^3P$	158,228	158,943	715	18,191	—				
^1D	144,657	144,517	−140	9,603	—				
^1S	99,288	99,504	216	−25,896	—				
$(2s^2)\,2p^4\,^3P$	108,516	109,761	1,245						
^1D	92,827	93,970	1,143						
^1S	74,787	76,045	1,258						

c) ZEEMAN-Effekt.

24. g-Werte beim Übergang von der $\{LS\}$- zur $\{j_1 j_2\}$-Koppelung. Die angegebenen Formeln (85) haben inzwischen durch Beobachtungen von C. J. BAKKER[1] und von B. POGANY[2] der ZEEMAN-Effekte der roten Argon-, Krypton- und Xenonlinien weitere Bestätigung erhalten. Es handelt sich hier um die g-Werte der Niveaus $J = 2, 1, 1, 0$ der Konfiguration $np^5(n+1)s$, deren Abstände (ohne Feld) wir in Tabelle 39 und in Abb. 7 mit der theoretischen Formel (62) verglichen. Der g-Wert von $J = 2$ ist von Koppelungsänderungen unabhängig; POGANY findet in der Tat 1,50. Indem wir zur Berechnung von $g^{(1)}(1)$ und $g^{(2)}(1)$ die betreffenden X-Werte aus Tabelle 39 übernehmen, können wir Tabelle 50 in folgender Weise vervollständigen:

Tabelle 9.

Spektrum	Konfiguration	X aus Tabelle 39	Berechnet $g^{(1)}$	Berechnet $g^{(2)}$	Beobachtet $g^{(1)}$	Beobachtet $g^{(2)}$
Ne . . .	$2p^5 3s$	5,77	1,036	1,464	1,034	1,464
A	$3p^5 4s$	3,10	1,101	1,399	1,10	1,40
Kr . . .	$4p^5 5s$	0,92	1,257	1,243	1,26	1,245
X	$5p^5 6s$	$0,66 \pm 0,15$	1,281	1,219	—	1,18

Nur in X, wo schon die feldfreien Aufspaltungen nicht mit der Theorie stimmten, sind größere Abweichungen merkbar. Nachstehende Abb. 5 enthält die beiden g-Werte als Funktion von X mit den obigen Werten eingetragen.

Abb. 5.

Was hier für den einfachen Fall $l_1 = 0$ getan wurde, ist von INGLIS und GINSBURG[3] für den viel komplizierteren Fall der sog. PASCHENschen p-Terme $p^5 p$ des Ne-Spektrums durchgeführt worden. Folgende Tabelle zeigt in der zweiten und dritten Kolumne die Übereinstimmung der Energien (auch schon aus Abb. 3 zu ersehen), und in der vierten und fünften Kolumne die der g-Werte. Die beobachteten Werte sind von BACK[4]. Die Übereinstimmung der g-Werte ist, wie zu erwarten, ebenso mittelmäßig wie die der Energien. Daß hier noch Störungen ganz anderer Art existieren, sieht man schon daraus, daß $g(J = 3)$, das von der

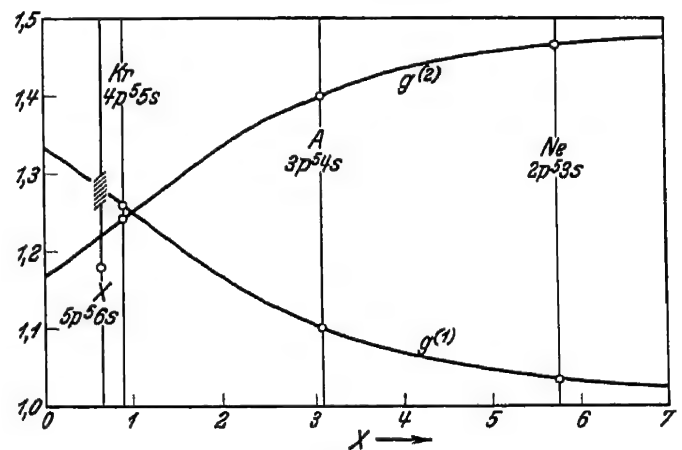



Tabelle 10.

J	E (cm^{-1}) beob.	E (cm^{-1}) ber.	g beob.	g ber.	J	E (cm^{-1}) beob.	E (cm^{-1}) ber.	g beob.	g ber.
0	3313,7	3292	0,0	0,0	2	658,8	729	1,229	1,14
1	1381,4	1376	1,340	1,40	1	464,6	370	0,6695	0,63
0	1260,4	1282	0,0	0,0	2	167,2	128	1,137	1,15
2	1201,5	1201	1,301	1,38	3	0	0	1,329	1,333
1	1115,1	1151	0,999	1,05	1	−1399,2	−1328	1,984	1,907

[1] Arch Néerland (IIIA) 13, S. 121 (1931).
[2] Z f Phys 86, S. 729 (1933).
[3] Vgl. Anm. 2, S. 270.
[4] Ann d Phys 76, S. 317 (1925).

Koppelung unabhängig sein sollte, nicht den Wert $\frac{4}{3}$ hat. Die anderen g-Summen stimmen gut mit der Regel von Ziff. 22 überein: $\sum g(1) = 4{,}9925$ statt $5{,}000$ und $\sum g(2) = 3{,}667$.

d) Intensitäten und Auswahlregeln.

28. Intensitätsvergleich in verschiedenen Multipletts bei normaler Koppelung. Die SLATERschen Arbeiten haben auch weitere Berechnungen von Intensitäten möglich gemacht. UFFORD[1] sowie einfacher CONDON und UFFORD[2] berechnen die Intensitäten von Übergängen zwischen allen Termen zweier Konfigurationen. Dabei ist $\{LS\}$-Koppelung vorausgesetzt. Wir geben im folgenden einige ihrer Resultate:

Tabelle 11.

	$p^2 s$ oder $p^4 s$		
	^2S	^2P	^2D
$p s^2$, p^5 } ^2P	1	9	5

Tabelle 12.

	$p^4 s^2$		
	^3P	^1D	^1S
$p^5 s$ ^3P	9		
$p^5 s$ ^1P		5	1

Tabelle 13.

	$p^2 s$ oder $p^4 s$			
	^4P	^2D	^2P	^2S
p^3 oder $p^3 s^2$ ^4S	12			
^2D		15	15	
^2P		5	9	4

Tabelle 14.

	$p^3 s$				
	^3S	^3P	^3D	^1P	^1D
$p^2 s^2$ oder p^4 ^3P	12	9	15		
^1S				4	
^1D				5	15

Tabelle 15.

	d^3						
	^4F	^4P	^2H	^2G	^2F	$2\,^2D$	^2P
d^2p ^4G	180						
^4F	1260						
$2\,^4D$	1080	570					
^4P		240					
^4S		370					
^2H			396	44			
$2\,^2G$			1584	576	180		
$3\,^2F$				1000	420	470	
$3\,^2D$					660	625	215
$3\,^2P$						705	255
^2S							70

Am Rande der Tabellen sind die einzelnen Terme der betreffenden Konfiguration angegeben. Eine Ziffer vor einem Termsymbol zeigt die Häufigkeit des Auftretens eines Terms dieser Art in der Konfiguration an. Die im Innern der Tabellen befindlichen Zahlenwerte geben die Gesamtintensität eines jeglichen Multipletts an. Um die Intensität einer Linie zu erhalten, muß man jenen Zahlenwert dann noch nach (87a, b) zerspalten. Die Lücken entsprechen den zahlreichen Kombinationen, denen (bei Dipolstrahlung) nach den Auswahlregeln (88) S. 677 Übergangswahrscheinlichkeit Null zukommt. Man beachte in Tab. 11 und 14 die Abweichung von der qualitativen Intensitätsregel (von S. 678). Daß das Intensitätsmaximum bzw. -minimum in der Mitte der drei Dublett- bzw.

[1] Phys Rev 40, S. 974 (1932). [2] Phys Rev 44, S. 740 (1933).

Triplettmultipletts liegt, ist danach ganz unerwartet. Auch ist die einfache Summenregel nicht mehr gültig. Diese Abweichungen sind wohl durch die beteiligten äquivalenten Elektronen verursacht[1].

29. Einfluß der Koppelung auf die Intensitäten. Interkombinationen. Von G. R. HARRISON und H. M. JOHNSON[2] wurden Supermultipletts, d. h. Kombinationen zweier vollständiger Konfigurationen, bei beliebiger Koppelung betrachtet. Die Verfasser leiten die folgende allgemeine Summenregel ab: Die Totalintensität aller Linien, die Kombinationen zwischen allen Niveaus mit $J = J_1$ der einen Konfiguration und allen Niveaus mit $J = J_2$ der anderen sind, ist unabhängig von der Koppelung. (Vorausgesetzt ist hier, daß keine Konfigurationswechselwirkung vorliegt.) Diese Summenregel ist viel weitergehend als die in Ziff. 29, S. 680 behandelte. Die invarianten Intensitätssummen kann man aus den Werten bei $\{LS\}$-Koppelung (s. vorhergehende Ziffer) berechnen.

34. „Verbotene" Linien in den Spektren von Himmelskörpern. Die Literatur über verbotene Linien ist beträchtlich gewachsen. Wir erwähnen hier kurz eine Arbeit von D. B. MCLAUGHLIN[3], der die Quadrupollinien des Fe^+ im Spektrum von VV Cephei fand. Die Spektren der Novae zeigen diese Linien ebenfalls, so z. B. Nova Pictoris und, nach freundlicher Mitteilung von Herrn MCLAUGHLIN, auch die Nova Herculis 1934[4].

Im Spektrum dieser letzteren Nova sind aber auch von A. BEER und F. J. M. STRATTON[5], von W. GROTRIAN und W. RAMBAUSKE[6] und von R. H. STOY und A. B. WYSE[7] die drei schon in Tabelle 62 angeführten O^{++}-Linien 4363, 4958, 5006 sowie die Linien des neutralen Sauerstoffs

$$2p^4\,(^1D_2 - {}^1S_0)\ \lambda\,5577,$$
$$2p^4\,(^3P_2 - {}^1D_2)\ \lambda\,6300,$$
$$2p^4\,(^3P_1 - {}^1D_2)\ \lambda\,6363$$

beobachtet worden. Die erste ist natürlich die grüne Nordlichtlinie; die beiden anderen sind auch schon im Spektrum des Nachthimmels bekannt[8].

Die Erklärung des Auftretens dieser „verbotenen" Linien als Quadrupollinien ist inzwischen noch ganz sichergestellt worden durch Beobachtungen des ZEEMAN-Effekts von $^2S - {}^2D$ durch E. SEGRÈ und C. J. BAKKER[9]. Sie fanden volle Übereinstimmung mit den Aufspaltungsformeln von RUBINOWICZ[10] und BRINKMANN[11].

e) Serien in Komplexspektren.

36a. Anomale Serien. Schon seit langem ist bekannt, daß in manchen Termserien beträchtliche Abweichungen von der RYDBERG-RITZschen Termformel (S. 688) vorkommen. Von SCHRÖDINGER[12] wurde zuerst Resonanz mit einem Übergang des vorhergehenden Funkenspektrums zur Erklärung herbeigezogen. Auf Grund der Quantenmechanik hat LANGER[13] eine Formel abgeleitet, die, wie RUSSELL und SHENSTONE[14] zeigten, alle anomalen Serien aufs befriedigendste darstellt. Diese Formel ist:

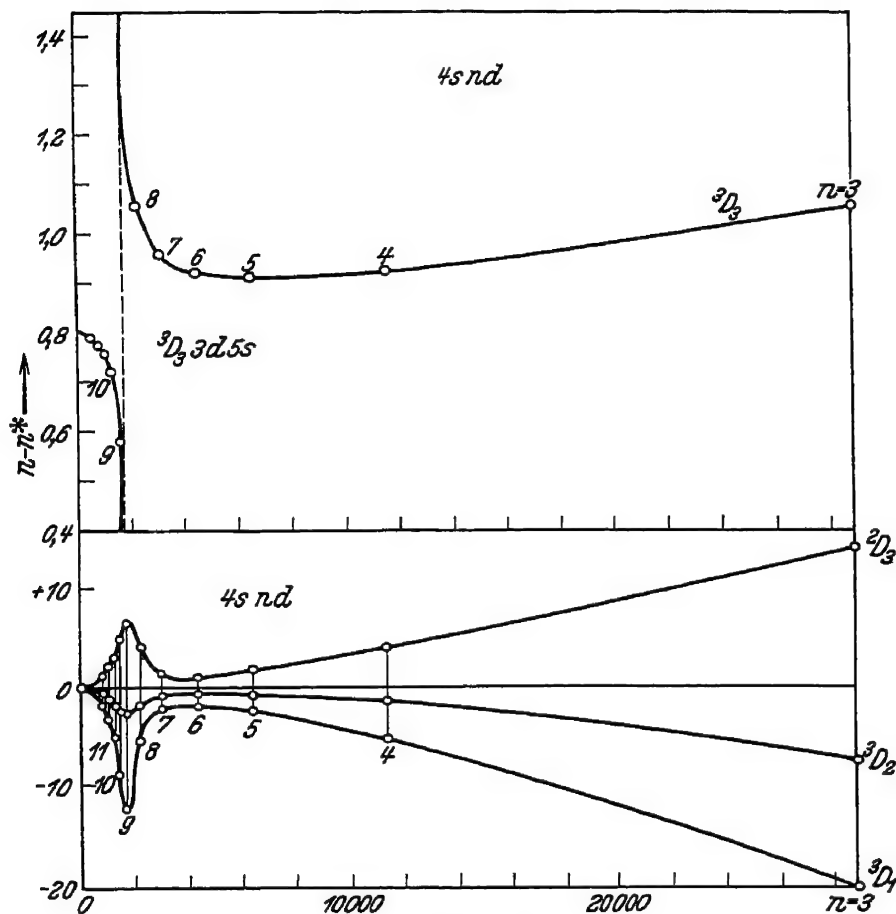
$$T_n = \frac{RZ^2}{\left(n + \sum\limits_i \frac{p_{in}}{T_n - T_i}\right)^2}.$$

[1] J. H. BARTLETT, Phys Rev 35, S. 229 (1930).
[2] Phys Rev 38, S. 757 (1931).
[3] Ap J 79, S. 380 (1934).
[4] Pop Astr, im Druck.
[5] Nature 135, S. 346 (1935).
[6] Naturwiss 23, S. 248 (1935).
[7] Publ A S P 47, S. 61 (1935).
[8] J. A. BOWEN, Ap J 81, S. 12 (1935).
[9] Z f Phys 72, S. 724 (1931).
[10] Z f Phys 61, S. 338 (1930).
[11] Zur Quantenmechanik der Multipolstrahlung. Diss. Utrecht 1932.
[12] Ann d Phys 77, S. 43 (1925).
[13] Phys Rev 35, S. 649 (1930).
[14] Phys Rev 39, S. 415 (1932).

Aus der an eine Dispersionsformel erinnernden Form ersieht man, daß die Abweichungen von der RITZ-Formel durch Resonanz mit einem anderen Term desselben Spektrums, hier T_i, zustande kommen. Die Größe der Störung hängt von einem Matrixelement p_{in} ab, das praktisch gewöhnlich als numerischer Parameter behandelt wird, und vom Termabstand $T_n - T_i$. Die Summe über i deutet an, daß theoretisch alle Terme einen bestimmten T_n stören können; aber praktisch kommen wegen des Resonanznenners nur die in der Nähe liegenden in Betracht. Schließlich muß das Matrixelement einen von Null verschiedenen Wert haben, was nur für zwei T_i und T_n, die gleiches J und gleiche $\sum_k l_k$ haben, der Fall ist.

Abb. 6.

Es ist klar, daß es sich hier um eine Phase der Konfigurationswechselwirkung (s. Ziff. 20a, S. 273) handelt. Hand in Hand mit der Verschiebung des Schwerpunkts geht nämlich auch eine anomale Vergrößerung der J-Aufspaltung.

Betrachten wir genauer die Serie $4snd\,^3D, {}^1D$ des Ca-Bogenspektrums, die schematisch in Abb. 13, S. 689 reproduziert ist. Betrachtet man die Quantendefekte $n^* - n$ (s. Ziff. 25 des Kap. 5, S. 519), so findet man statt konstanten oder doch wenigstens von n nur schwach abhängenden Werten die in Abb. 6 (obere Hälfte) für $^3D_1$ dargestellte Kurve. An der Resonanzstelle, etwa bei 2000 cm^{-1}, liegt der störende Term $3d5s\,^3D_1$. Ein ganz entsprechendes Verhalten zeigen die Aufspaltungen der $4snd\,^3D$-Terme (s. Abb. 6, untere Hälfte). Statt monoton nach Null abzunehmen (da ja die Serie nach dem einfachen Term $4s\,^2S$ konvergiert), zeigen sie ein plötzliches Maximum an der Resonanzstelle, um dann später rasch zu verschwinden. Die Formel, der diese Serie genügt, ist:

$$T_n = \frac{R}{\left(n - 0{,}8705 - 3{,}39 \cdot 10^{-6} \cdot T_n - \dfrac{85}{T_n - 1849}\right)^2},$$

wo $n \geqq 3$. Für das erste Glied ist die Abweichung 2504 cm^{-1} (für ein erstes Glied nicht erheblich), von da an liegt die Abweichung zwischen $+3$ und -3 cm^{-1}, selbst an der Resonanzstelle. Die Anzahl der Serienkonstanten ist nur drei, denn 1849 ist ja die nicht willkürliche Termgröße des störenden Terms (vgl. jedoch BEUTLERS[1] Auffassung).

[1] Z f Phys 84, S. 289 (1933); 91, S. 143 (1934).

Andere Serien, die von RUSSELL und SHENSTONE sowie von H. BEUTLER[1] mit Erfolg behandelt wurden, sind

Cu I,	$3d^{10}np\,^2P$	gestört durch	$3d^9 4s\,4p\,^2P$,
Hg I,	$5d^{10}6snp\,^{3,1}P$	„ „	$5d^9 6s^2 6p\,^1P$,
Al II,	$3snf\,^3F$	„ „	$3d\,3p\,^3F$,
Tl I,	$6s^2ns\,^2S$	„ „	$6s\,6p^2\,^4P$.

39. Die RÖNTGEN-Spektren und ihr Zusammenhang mit optischen Spektren. Hier sei auf die schönen Untersuchungen von H. BEUTLER und Mitarbeitern[2] hingewiesen, in welchen zum erstenmal die in Abb. 17 (S. 696) eingezeichneten höheren Serien gefunden wurden. Diese Verfasser untersuchen Metalldämpfe (Zn, Cd, Hg; K, Rb, Cs; Th) in Absorption im äußersten Ultraviolett und finden zahlreiche Serien, die den unwahrscheinlicheren, d. h. zu höheren Zuständen des Ions führenden Ionisationsprozessen entsprechen. Dabei erweisen sich die ersten negativen Serienglieder[3] als ungewöhnlich unscharf, da die Lebensdauer dieser Zustände viel geringer ist, weil das Atom in einen Zustand des Kontinuums jenseits der Grenze einer gewöhnlichen Serie übergeht (Autoionisation oder AUGER-Effekt[4]).

Im Quecksilber, dessen Absorptionsserien bekanntlich

$$5d^{10}6s^2\,^1S_0 - 5d^{10}6snp\,^{3,1}P_1$$

sind — also Serien von echtem Erdalkalitypus —, findet BEUTLER etwa 35000 cm^{-1} weiter im Ultravioletten die Serien

$$5d^{10}6s^2\,^1S_0 - 5d^9\,6s^2(np \text{ oder } nd)\,^{3,1}P_1\,.$$

Während die ersteren nach dem Grundterm von Hg II $5d^{10}6s\,^2S_{\frac{1}{2}}$ konvergieren, haben die letzteren den Term $5d^9\,6s^2\,^2D_{\frac{5}{2},\frac{3}{2}}$, der kürzlich von F. PASCHEN[5] entdeckt wurde, zur Grenze.

Als anderes Beispiel sei die Absorption des Rb I erwähnt. Die gewöhnliche Absorptionsserie ist:

$$4p^6\,5s - 4p^6np, \quad \text{konvergierend nach } 4p^6\,^1S_0\,.$$

BEUTLER findet außerdem:

$$4p^6\,5s - 4p^5\,5snp, \quad \text{konvergierend nach } 4p^5\,5s\,^{3\&1}P\,.$$

Bemerkenswerterweise liegt diese neue Seriengruppe rund 170000 cm^{-1} weiter im kurzwelligen Gebiet.

In beiden Fällen wird also die vorhergehende normalerweise schon abgeschlossene Schale angeregt und schließlich wird das Atom in ihr ionisiert. In Tl regen BEUTLER und DEMETER (außer dem letzten Elektron $6p$) auch Elektronen der zwei vorhergehenden geschlossenen Schalen $6s^2$ und $5d^{10}$ an.

f) Betrachtung der einzelnen Perioden und ihrer Spektra.

41. Die d-Schalen [zu α) Ende, S. 714]. Inzwischen ist die dort gestellte Frage des Verfassers nach solchen Konfigurationen in Elementen der d-Schalen, die auch die vorhergehende p^6-Schale in Mitleidenschaft ziehen, durch die Resul-

[1] Vgl. Anm. 1 auf vorhergehender Seite.

[2] Z f Phys 86, S. 495, 710 (1933) und folgende Bände.

[3] Vgl. hier das in Bd. III, S. 689 über negative Terme Gesagte.

[4] Zuerst von P. AUGER im Röntgengebiet entdeckt [siehe Journ d Phys 6. S. 205 (1925); Ann de Phys 6, S. 183 (1925)]. Theorie von G. WENTZEL, Z f Phys 53, S. 524 (1927), der auf den analogen optischen Effekt aufmerksam machte. Dieser wurde von A. G. SHENSTONE, Phys Rev 38, S. 873 (1931), gefunden und Autoionisierung genannt.

[5] Sitzber d Preuß Akad d Wiss 1928, S. 536.

tate BEUTLERS zum Teil beantwortet worden[1]. Die stärkste Absorptionsliniengruppe, die BEUTLER beobachtet, ist bei K: $3p^6 4s\,{}^2S - 3p^5 4s^2\,{}^2P$ (bei Rb und Cs mit entsprechenden n-Werten). Dies entspricht einfach einem Übergang eines $3p$- in ein $4s$-Elektron. Für höhere K-ähnliche Funkenspektren muß indessen die Gruppe $3p^6 3d - 3p^5 3d^2$ prominenter sein, die aber noch nicht beobachtet worden ist.

Zu Ziff. 41 γ) Die Theorie des Paramagnetismus der Eisengruppe ist inzwischen durch Arbeiten von VAN VLECK, PENNEY und SCHAPP[2] auf Grund der BETHESchen[3] Theorie der Energieniveaus in Kristallen aufgeklärt worden. Wir müssen hier auf die Originalarbeiten verweisen.

42. Die seltenen Erden. Als Beispiel für einfache Spektren in den seltenen Erden, die aber auch die $4f$-Elektronen unangetastet lassen, seien die Spektren von Europium I und II erwähnt, die neuerdings von RUSSELL und KING[4] bzw. von ALBERTSON[5] analysiert wurden. Die Terme des Eu I sind alle vom Typus $4f^7 6s(6s, 6p, (5d,) 6d \ldots)$, die des Eu II vom Typus $4f^7(6s, 6p, 5d \ldots)$. Beide Spektren sind auf $4f^7\,{}^8S$ aufgebaut und zeigen darum fast reine $\{LS\}$-Koppelung.

---

[1] Siehe besonders Z f Phys 87, S. 188; 88, S. 25; 91, S. 131 (1934).

[2] Phys Rev 41, S. 194 und S. 208 sowie 42, S. 666 (1932).

[3] Ann d Phys 3, S. 133 (1929).

[4] Phys Rev 46, S. 1023 (1934).

[5] Phys Rev 45, S. 500 (1934).

Band III.

Kapitel 7.

Bandenspektra.

Von

K. Wurm-Potsdam.

Mit 10 Abbildungen.

Einleitung. In dem folgenden Nachtrag zu dem Artikel Bandenspektra im Band III/2 des Handbuches der Astrophysik hat zunächst der Inhalt zweier Ziffern (19. Potential der Bindungskräfte, Dissoziation und 25. Prädissoziation) eine ausführlichere Darstellung erfahren, weiterhin ist dann ein neues Kapitel f „Astrophysikalische Anwendungen" hinzugefügt worden. Wegen des nur in beschränktem Maße zur Verfügung stehenden Raumes war es von vornherein notwendig, eine bestimmte Auswahl in dem darzustellenden Stoff zu treffen. Die Zahl der astrophysikalischen Arbeiten, in denen bandenspektroskopische Ergebnisse herangezogen werden, hat in den letzten Jahren merklich zugenommen. Durch die spektroskopische Erforschung der Planetenatmosphären sind über die zweiatomigen Moleküle hinaus, auf die früher allein bezug genommen wurde, auch die Spektren der mehratomigen Moleküle astrophysikalisch von Interesse geworden. Auf eine Wiedergabe der allgemeinen Grundlagen dieser Moleküle mußte jedoch verzichtet werden, da damit der zur Verfügung stehende Raum bereits aufgebraucht worden wäre. Es sei deshalb auf die anderseits vorliegenden Bearbeitungen zur Orientierung verwiesen[1]. Die Spektra der Planeten sind hier nur so weit berührt worden, als in einer Tabelle die bisherigen Resultate der Identifizierung zusammengestellt sind. Der größere Teil der andern Arbeiten beschäftigt sich mit dem spektroskopischen Nachweis von Molekülen in den verschiedenen Spektralklassen. Die diesbezüglichen Ergebnisse sind tabellarisch zusammengefaßt worden. Darüber hinaus liegt jedoch eine Reihe von Arbeiten vor, die in stärkerem Maße bandenspektroskopische Ergebnisse bzw. Vorstellungen heranziehen. Es sind dies zunächst die Versuche der Temperaturbestimmung aus den Bandenintensitäten, dann weiter die Deutung der Leuchterscheinungen der Kometen. Der Inhalt dieser Arbeiten ist in den Ziff. 25 und 26 näher ausgeführt worden. Da das Verständnis derselben bereits ein tieferes Eindringen in bandenspektroskopische Vorstellungen erfordert, so sind die notwendigen Grundlagen ausführlicher in Ziff. 19 und 25 zur Darstellung gekommen. Zum Teil geht das dort Ausgeführte schon über den eigentlichen Rahmen der Bandenspektroskopie hinaus und greift in Gebiete der physikalischen Chemie über. Die gegebene Darstellung schien jedoch deshalb noch besonders gerechtfertigt, da die darin berührten Fragen sich zweifellos ganz allgemein für das Problem der Moleküle in Sternatmosphären als von besonderer Bedeutung erweisen werden. Solche Arbeiten,

[1] Vgl. Literaturverzeichnis, Abschnitt „Zusammenfassende Darstellungen".

deren Zusammenhang mit der eigentlichen Bandenspektroskopie sehr locker ist und die stärker rein chemische Fragen berühren, wie das Problem der Dissoziationsgleichgewichte und weiter die vom Verfasser gegebene Deutung des Zustandekommens der Linienemission in den langperiodischen Veränderlichen, sind wegen Raummangel in der Behandlung ganz zurückgestellt worden.

An den eigentlichen, allgemeinen Grundlagen der Bandenspektroskopie, die in Band III/2 dargestellt sind, hat sich seit dem Erscheinen desselben nichts Wesentliches geändert, abgesehen davon, daß die einzelnen Probleme in stärkerem Maße eine quantenmechanische Umarbeitung erfahren haben.

Das Literaturverzeichnis am Schluß ist eine Fortsetzung des entsprechenden Verzeichnisses von Band III/2. Jedoch mußte wegen der ungeheuer großen Zahl der seit 1930 erschienenen Arbeiten eine starke Kürzung erfolgen. Diese ist so vorgenommen, daß in allen den Fällen, wo über ein Molekül mehrere Arbeiten vorliegen, immer nur die letzte Arbeit angeführt ist, wenn dort die früheren im Zitat entnommen werden können. Außerdem sind in vielen Fällen die Titel der Arbeiten gekürzt aufgeführt oder auch, wo das angängig erschien, nur die behandelten Moleküle angegeben.

e) Spektroskopische Bestimmung der Dissoziationsarbeit von Molekülen.

19. Verlauf des Potentials der Bindungskräfte, Dissoziation durch Strahlungsabsorption, Beispiele. In Ziff. 19, Bd. III/2 war näher ausgeführt worden, wie beim Übergang von einem Elektronenzustand eines Moleküls in einen anderen die Bindungsfestigkeit desselben sich ändern kann. Es besteht nun in vielen Fällen die Möglichkeit, daß ein Molekül im Anschluß an den Übergang aus dem Grundzustand in einen höheren Elektronenzustand dissoziiert; ebenso gibt es genügend Beispiele für die Dissoziation eines Moleküls beim Übergang von einem höheren in einen tieferen Zustand. Da diese Prozesse astrophysikalisch von besonderem Interesse sind, so soll hier näher darauf eingegangen werden.

In spektraler Hinsicht hebt sich die mit den genannten Prozessen verbundene Absorption oder Emission dadurch hervor, daß sich ein kontinuierliches oder zumindest ein unscharfes (diffuses) Spektrum ergibt; die Energieniveaus sind nicht mehr scharf, sondern haben eine gewisse Breite. Das letztere gilt wenigstens von einem der beteiligten Elektronenzustände. Die diffusen Spektren nehmen eine gewisse Mittelstellung ein zwischen den streng diskreten und den rein kontinuierlichen und bestehen aus mehr oder weniger stark verbreiterten Linien, die unter Umständen zu einem Kontinuum zusammenfließen können. Diese Zwischenstellung besteht auch in bezug auf die Stabilität des Moleküls. Während jedem Übergang in das Gebiet eines kontinuierlichen Termbereiches ein Dissoziationsvorgang folgt, trifft dieses bei einem diffusen Term nur für einen gewissen Bruchteil der übergehenden Moleküle zu. Innerhalb dieser Ziffer seien zunächst nur die Spektren der ersten Art und die damit zusammenhängenden verschiedenen Formen der Potentialkurven näher behandelt. Über die diffusen Spektren (sog. Prädissoziationsspektren) wird in Ziff. 25 noch weiteres ausgeführt.

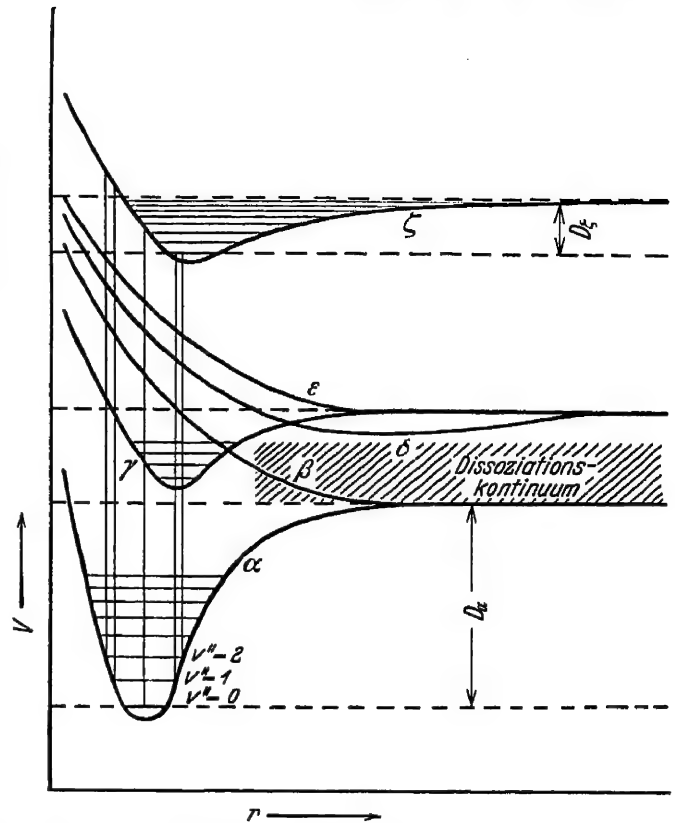
In Abb. 1 sind eine Reihe von Potentialkurventypen wiedergegeben. Es lassen sich zunächst zwei Arten unterscheiden, solche mit einem ausgeprägten Minimum und andere, die kein Minimum aufweisen. Im letzteren Falle stoßen sich die Atome in jedem Abstande r voneinander ab, das Molekül ist für solche Konfigurationen instabil. Ein Übergang von einem stabilen Niveau auf eine Abstoßungskurve muß also stets zu einem Zerfall des Moleküls führen, wie beispielsweise (s. Abb. 1) ein Quantensprung aus den Schwingungsniveaus des

Zustandes α in den Zustand ε, oder auch von ζ nach ε. Eine Übergangsstufe zwischen den stabilen und den reinen Abstoßungskurven bilden die Zustände mit ganz schwach ausgeprägtem, flachem Minimum. Die Bindung der Atome aneinander ist bei diesen sehr locker, die Dissoziationsarbeit entsprechend sehr klein.

In Ziff. 12 war näher auseinandergesetzt worden, wie man bei Kenntnis des Verlaufes der Potentialkurven zweier kombinierender Elektronenzustände auf Grund des FRANCK-CONDON-Prinzips die **häufigsten** Übergänge (v'', v') ermitteln kann. Will man die stärksten Übergänge von einem bestimmten Niveau v'' aus bestimmen, so errichtet man in den beiden Schnittpunkten dieses Niveaus v'' mit der Potentialkurve Senkrechte und stellt fest, wo diese Senkrechten die andere Potentialkurve treffen. Dann sind solche Niveaus v' des Endzustandes besonders stark bevorzugt, deren Schnittpunkte mit der zugehörigen Potentialkurve den Schnittpunkten zwischen den Senkrechten und der Potentialkurve am nächsten liegen. So kommt man beispielsweise (s. Abb. 1) vom Niveau $v'' = 1$ des Zustandes α rechts auf das Niveau $v' = 0$ des Zustandes γ und links auf Niveaus, die ganz dicht an der Dissoziationsgrenze liegen.

Abb. 1. Verschiedene Formen von Potentialkurven der Elektronenzustände von Molekülen.

Für den Übergang $\alpha \rightarrow \zeta$ gelangt man ausgehend von demselben Niveau $v'' = 1$ rechts wieder auf $v' = 0$, links aber bereits über die Dissoziationsgrenze. Die auf diese Weise ermittelten Übergänge sind natürlich nicht die einzigen. Zu den Niveaus, deren Schnittpunkte weiter abliegen, finden ebenfalls Quantensprünge statt, jedoch sind diese wesentlich seltener. Das ganze Verfahren muß noch auf Grund der neuen Quantenmechanik etwas modifiziert werden. Für das tiefste Niveau $v = 0$ hat man ausnahmsweise nicht von den Umkehrpunkten, sondern von der Mitte aufwärts zu loten. Dann sind weiterhin für die nächsten Niveaus $v = 1, 2, 3 \ldots$ nicht exakt die Schnittpunkte allein, sondern die nächsten Umgebungen derselben in Betracht zu ziehen. Mit wachsendem v ziehen sich die Bereiche aber mehr und mehr auf den eigentlichen Schnittpunkt zusammen.

Bei einem Übergang zwischen einem stabilen Niveau und einer reinen Abstoßungskurve (Beispiele: $\alpha \rightarrow \varepsilon$ und $\zeta \rightarrow \varepsilon$) hat man ein reines Kontinuum zu erwarten, dessen Maximum nach dem gerade ausgeführten Verfahren leicht zu ermitteln ist; diskrete Banden können nicht entstehen. Ein Beispiel dafür liefert das bekannte kontinuierliche Emissionsspektrum des H_2-Moleküls, das durch einen Übergang der Art $\zeta \rightarrow \varepsilon$ in Abb. 1 zustande kommt. Dagegen wird man für Übergänge, bei denen die Form und relative Lage der Potentialkurven durch α und γ charakterisiert sind, vorzüglich mit diskreten Banden zu rechnen haben. In Emission sind nur diskrete Banden zu erwarten, da aus den Schwingungszuständen von γ bis zu den höchsten v-Werten hin alle Übergänge nach unten wieder zu diskreten Termen führen. Im Fall der Absorption $\alpha \rightarrow \gamma$ liegen die Verhältnisse dagegen etwas anders. Bei erhöhter Temperatur, wenn die

Niveaus $v'' = 2, 3$ merklich besetzt sind, ergeben die auf der linken Seite vor sich gehenden Quantensprünge von $v'' = 2$ ab bereits eine kontinuierliche Absorption, die sich an die diskrete nach längeren Wellen hin anschließt. Aus dem Niveau $v'' = 0$ heraus führte die Absorption nach dem FRANCK-CONDON-Prinzip vorzüglich auf die Niveaus $v' = 2, 3, 4$ des höheren Terms γ. In kaltem Gase werden allein diese Banden $v'' = 0 \rightarrow v' = 2, 3, 4$ mit merklicher Intensität auftreten.

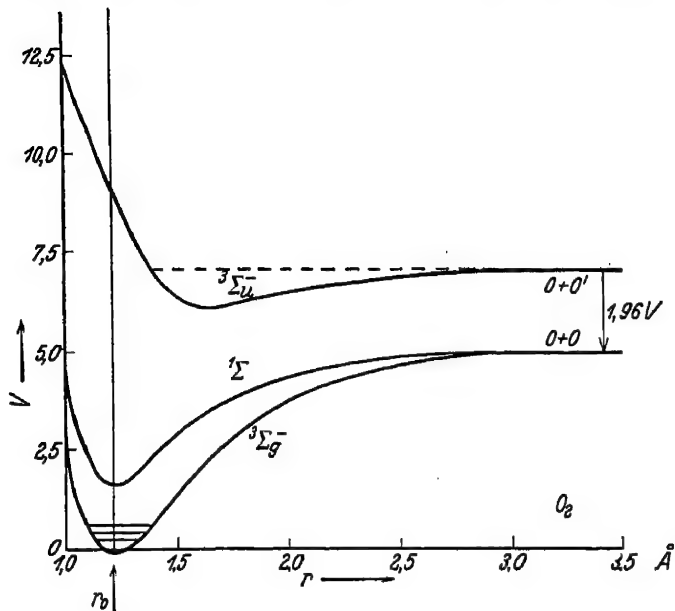



Abb. 2. Potentialkurven der bekannten Elektronenzustände des O_2.

Für die Dissoziation infolge Lichtabsorption sind besonders Quantenübergänge zwischen Potentialkurven $\alpha \rightarrow \delta$ günstig. Die Moleküle Cl_2, Br_2, J_2 sowie O_2 liefern dafür gut bekannte und vielfach untersuchte Beispiele. Die Absorption des O_2 möge hier als Beispiel etwas näher besprochen werden. In Abb. 2 sind drei der bekannten Elektronenzustände des O_2 bzw. deren Potentialkurven wiedergegeben. Der Grundzustand ist ein ${}^3\Sigma_g^-$-Term, dieser kombiniert nur sehr schwach mit dem Term ${}^1\Sigma$ und ergibt für diesen Übergang die bekannten atmosphärischen Sauerstoffbanden im roten Spektralgebiet. Über dem ${}^1\Sigma$-Term liegt wiederum ein Triplett-Term ${}^3\Sigma_\mu^-$. Der Übergang, der sowohl in Absorption wie in Emission untersucht ist, zeigt ein teilweise kontinuierliches und teilweise diskretes Spektrum im Ultraviolett. Abb. 3 zeigt die Reproduktion einiger Absorptionsaufnahmen von LEIFSON[1] bei verschiedenen Drucken. Man sieht (A), daß zunächst bei geringem Druck die Absorption sich vornehmlich im Gebiet λ 1400 bis λ 1500 ($\sim$ 9 bis 10 Volt) bemerkbar macht. Bei höheren

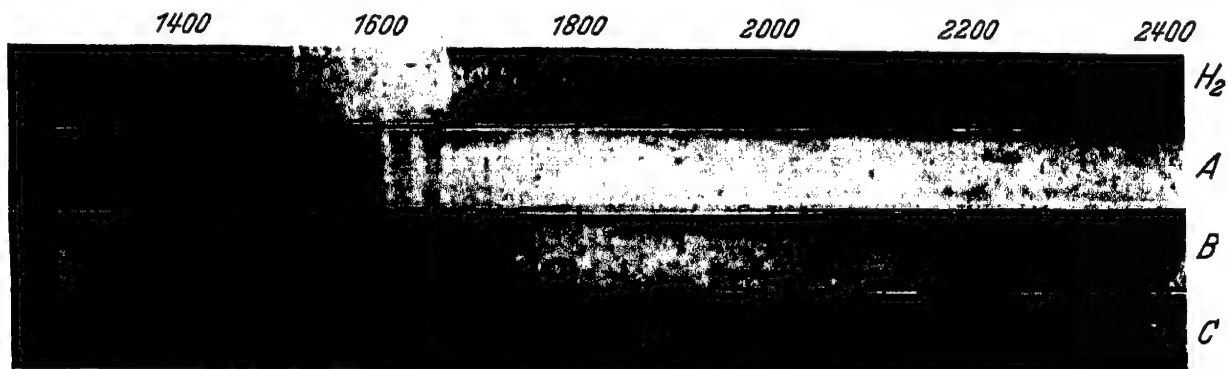



Abb. 3. Absorption des Sauerstoffs O_2 (nach LEIFSON). Schichtdicke 25 mm. H_2 Lichtquelle allein, A 18 mm Druck, B 240 mm Druck, C 740 mm Druck.

Drucken dehnt sich das Kontinuum beiderseitig aus, und zwar nach langen Wellen bis λ 1751, an diese Stellen fügen sich weiter (s. Abb. 3) diskrete Banden an. Da bei der vorliegenden Temperatur des O_2-Gases die Moleküle sich bis auf einen verschwindenden Bruchteil alle im tiefsten Schwingungszustand $v'' = 0$ des Grundzustandes befinden, so gibt die Stelle λ 1751 (7,05 Volt) die Höhe an, wo die Dissoziationsgrenze des ${}^3\Sigma_\mu^-$-Zustandes, gerechnet vom tiefsten Schwingungs-

[1] Ap J 63, S. 573 (1926). Diese Absorption erleidet das Sonnenkontinuum beim Durchgang durch die Erdatmosphäre; nach längeren Wellen schließt sich daran die starke Ozonabsorption mit dem Maximum bei λ 2500.

zustand des tiefsten $^3\Sigma_g^-$-Termes, liegt. Daß die Dissoziationsgrenze und weiter die diskreten Banden erst bei höherem Druck auftreten, ist nach dem FRANCK-CONDON-Prinzip zu verstehen. Übergänge auf Teile der oberen Potentialkurve, die bei größeren (oder kleineren) Werten r liegen, als es dem Werte r_0 der Ruhelage im Grundzustand entspricht, sind wesentlich seltener als auf Punkte der Potentialkurve des $^3\Sigma_u$-Zustandes, für die r gleich oder ungefähr gleich r_0 ist. Die Dissoziationsenergie des O_2-Moleküls im Grundzustand beträgt 5,09 Volt. Bei einem Übergang in den $^3\Sigma_u$-Zustand und anschließendem Zerfall hat das O_2-Molekül einen größeren Energiebetrag aufgenommen, als zur Dissoziation eigentlich notwendig ist. Diese überschüssige Energie V — 5,09 Volt muß sich in den Zerfallsprodukten wiederfinden. Der Zustand $^3\Sigma_u^-$ zerfällt nicht in zwei normale O-Atome, sondern in ein ^3P-Atom (normales Atom) und ein angeregtes im ^1D-Zustand mit 1,96 Volt[1]. Anschließend an jeden Dissoziationsakt über den $^3\Sigma_u^-$-Zustand wird also von einer Atomkomponente die „verbotene" Sauerstofflinie λ 6300,23 (oder λ 6363,88) ausgestrahlt. Wie oben bereits erwähnt, liegt die Konvergenzgrenze des $^3\Sigma_u$-Zustandes bei 7,05 Volt (Einsatz des Kontinuums bei λ 1751), es ist also die Dissoziationsenergie (Grundzustand + Anregungsenergie der Zerfallsprodukte) = 5,09 + 1,96 = 7,05. Für die Absorptionsgebiete jenseits λ 1751 nach kurzen Wellen erhalten die Zerfallsprodukte auch noch kinetische Relativenergie übertragen, da die gesamte aufgenommene Energie den Betrag 7,05 Volt übersteigt. Die Absorption ist im Gebiet λ 1400 bis λ 1500 am stärksten. Es entstehen also vorwiegend solche O-Atome, die mit großer Geschwindigkeit auseinanderfliegen.

Im Gebiet λ 1365 (9,05 Volt) werden auf die beiden Atome $E_{\text{rel}} = 9{,}05 - 7{,}05 = 2$ Volt übertragen. Nach der elementaren Formel

$$V = \sqrt{\frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{2 E_{\text{rel}}}{m_1 + m_2}} \tag{1}$$

[m = Masse der Atome, $m_H = 1{,}663 \cdot 10^{-24}$ Gramm, 1 Volt (= $1{,}591 \cdot 10^{-12}$ Erg)] ergibt sich eine Relativgeschwindigkeit der Atomkomponente von $7 \cdot 10^5$ cm/sec. Nach den Angaben von LEIFSON erstreckt sich die Absorption bis mindestens λ 1300.

Aus den vorstehenden Ausführungen folgt, daß O_2-Moleküle in Sternatmosphären trotz der relativ großen Dissoziationsenergie von 5,09 Volt nicht sehr beständig sein werden, da sie durch Lichtabsorption im Ultraviolett leicht dissoziiert werden können. Jedes unterhalb λ 1751 absorbierte Lichtquant führt zum Zerfall. Bei höherer Temperatur kann der Prozeß schon bei längeren Wellen einsetzen, da dann bereits ein gewisser Bruchteil der Moleküle von höheren Schwingungsniveaus v'' aus zu absorbieren vermag. In den höheren Schichten der Erdatmosphäre werden durch die Einstrahlung der Sonne ständig freie Sauerstoffatome geschaffen. Ist der Druck in den absorbierenden Schichten relativ hoch, so bilden die Atome sich schnell zurück, neben der Rückbildung zu O_2 tritt auch eine Anlagerung von O-Atomen an O_2, also Ozonbildung ein. Ozon (O_3) kann wiederum durch Ultraviolettabsorption, wahrscheinlich bereits von λ 2700 an, in O_2 und O gespalten werden[2]. Da in den äußeren Sternatmosphären die Drucke relativ niedrig sind, so kann man hier mit einer schnellen Rückbildung nicht rechnen. Das gilt insbesondere für Riesensterne.

Über das photochemische Verhalten der häufigsten Moleküle in den Sternspektren läßt sich vorläufig noch wenig Sicheres sagen, da die Elektronenniveaus im allgemeinen noch recht mangelhaft bekannt sind. Ganz klar liegt aber der

[1] Vgl. G. HERZBERG, Z f phys Chem (B) 4, S. 223 (1929).
[2] O. R. WULF u. E. H. MELVIN, Phys Rev 38, S. 333 (1931).

Fall beim Wasserstoff. Wasserstoffmoleküle sind durch Strahlungsabsorption schwer zur Dissoziation zu bringen. Die Möglichkeit einer Dissoziation durch Lichtabsorption besteht erst in der Gegend von λ 850 (14,5 Volt). Im kalten H_2-Gas beobachtet man das Einsetzen einer kontinuierlichen Absorption bei λ 849 nach kurzen Wellen hin. Die Dissoziationsprodukte sind ein normales H-Atom plus ein angeregtes im zweiquantigen Zustand. In den Sternspektren wird diese Absorption wegen ihrer Lage im fernen Ultraviolett kaum eine Rolle spielen, da die Photosphärenstrahlung in dieser Gegend bei solchen Sternen, wo man mit starker Molekülkonzentration in den umkehrenden Schichten zu rechnen hat, äußerst schwach sein wird.

Auf die unterschiedliche Lebensdauer (Stabilität) von Molekülen in einem Strahlungsfeld ist vom Verfasser[1] die Verschiedenheit der Kopf- und Schweifemission in Kometen zurückgeführt worden. Das Problem der Bandenemission in Kometen wird weiter unten in einer besonderen Ziffer behandelt. An dieser Stelle soll nur kurz auf die in den Kometen vor sich gehenden Prozesse der Dissoziation durch Lichtabsorption hingewiesen werden. Wegen der extrem hohen Verdünnungen kann eine Vernichtung der aus dem Kometenzentrum nach außen strömenden Moleküle nur durch Lichtabsorption bewerkstelligt werden. Da der Lichtdruck die fluoreszierenden Moleküle gleichzeitig in Richtung zum Schweif beschleunigt, so wird die Reichweite der einzelnen Moleküle in den Schweif hinein von deren Lebensdauer abhängen, da die Beschleunigung durch den Lichtdruck in erster Näherung für alle im Sichtbaren absorbierenden Moleküle wie CN, C_2 und CO^+, um die es sich im wesentlichen handelt, gleich ist. Denken wir uns die Resonanzsysteme der drei genannten Moleküle CN, C_2, CO^+ durch die beiden Potentialkurven α und γ in Abb. 1 dargestellt[2], so werden die Moleküle im Strahlungsfeld der Sonne vornehmlich in diesen Systemen absorbieren und ausstrahlen. Übergänge nach höheren Zuständen sind wegen des starken Abfalls des Sonnenkontinuums nach kurzen Wellen hin wesentlich seltener. Besitzen die genannten Moleküle höhergelegene instabile Terme[3], so wird ein Übergang zu diesen das Verschwinden der Moleküle, also auch deren Fluoreszenz zur Folge haben. Da die Zeit τ bis zum Einsetzen dieser Prozesse im Mittel umgekehrt proportional $B_{\alpha\chi} \cdot \varrho_{\nu_{\alpha\chi}}$

$$\frac{1}{\tau} \sim B_{\alpha\chi} \cdot \varrho_{\nu_{\alpha\chi}} \tag{2}$$

ist, wo $B_{\alpha\chi}$ die Absorptionswahrscheinlichkeit des betreffenden Überganges und $\varrho_{\nu_{\alpha\chi}}$ die Strahlungsdichte für diese Frequenz im Sonnenspektrum bedeutet, so ist die Lebensdauer für eine Molekülart um so kleiner, je größer $B_{\alpha\chi} \cdot \varrho_{\nu_{\alpha\chi}}$ ist.

Aus den Beobachtungen an Kometen muß man schließen, daß für CO^+ der Ausdruck wesentlich kleiner ist als für C_2 und CN. Für mittlere Sonnendistanzen ($r = 0{,}5$ bis 1 Astron. Einh.) entfernen sich die C_2- und CN-Moleküle etwa 10^4 bis 10^5 km vom Kometenzentrum, die CO^+ Moleküle dagegen mindestens 10^7 bis 10^8 km.

Da die höheren instabilen Terme bei den genannten Molekülen jedoch noch unbekannt sind, so bleibt es offen, welcher Art die Instabilität der Terme ist, ob also die Dissoziation über eine reine Abstoßungskurve ($\alpha \rightarrow \varepsilon$ in Abb. 1) erfolgt oder über einen an und für sich stabilen Term (Übergang $\alpha \rightarrow \zeta$ für

[1] Z f Ap 8, S. 281 (1934).

[2] Die Differenzen der Kernabstände $r_0'' - r_0'$ sind für die einzelnen Moleküle etwas verschieden.

[3] Es möge der Einfachheit halber bei jedem Molekül ein instabiler Term χ angenommen werden, der also mit δ oder ε in Abb. 1 identifiziert werden kann, wenn α und γ das Resonanzsystem darstellen. Vgl. jedoch weiter unten.

$v'' = 1$ auf der linken Seite der Potentialkurve). Weiter kann mit der Möglichkeit einer Instabilität infolge Termüberlagerung (Prädissoziation) gerechnet werden (vgl. Ziff. 25).

Weiter sei in dieser Ziffer noch auf einen Punkt eingegangen, welcher bei der Intensitätsverteilung der Banden in kosmischen Lichtquellen zu beachten bleibt und eng mit dem Verlauf der Potentialkurven zusammenhängt. Jeder bestimmten Temperatur entspricht bekanntlich im thermodynamischen Gleichgewicht eine genau definierte Besetzung der unteren Schwingungsniveaus $v'' = 0, 1, 2 \ldots$ Es ist die Zahl $N_{v''}$ der Moleküle im Zustand v'' gleich

$$N_{v''} = N \cdot e^{-\frac{h \cdot c\,\omega'' v''}{k T}}. \tag{3}$$

Für $v'' = 0$ ist also $N_{v''} = N$. Bei kosmischen Lichtquellen befindet man sich sehr häufig an den Grenzen, wo die Bedingungen eines thermodynamischen Gleichgewichtes wegen starker Verdünnung der Gase garnicht mehr oder nur noch angenähert erfüllt sind. Die Stoßzahlen können evtl. nicht mehr ausreichend sein, um die Verteilung auf die einzelnen Schwingungsniveaus mit der „Translationstemperatur" der Atmosphäre in Übereinstimmung zu bringen. Dann ist für die Besetzung der Schwingungsniveaus die relative Lage der Potentialkurven, zwischen denen durch Strahlungsabsorption Übergänge stattfinden, von besonderer Bedeutung. Es läßt sich dies ohne weiteres auf Grund des Franck-Condon-Prinzips an Hand der Potentialkurven einsehen. Liegen die Potentialkurven stark unsymmetrisch und finden Absorptionsprozesse statt, so fällt bei der anschließenden Reemission ein großer Teil der Moleküle auf höhere Niveaus v'' zurück. Unter Umständen kann so eine starke Besetzung der höheren Niveaus v'' resultieren. Dann bleibt aber weiter noch festzustellen, ob die Moleküle zwischen zwei Absorptionsprozessen Gelegenheit finden, Schwingungsenergie auszustrahlen. Ist dies der Fall, so werden die Moleküle aus den höheren v''-Niveaus, in welche dieselben im Anschluß an einen Elektronenübergang nach oben und nachfolgender Ausstrahlung gelangt sind, alle auf die tiefsten v''-Niveaus zurückfallen. Im Extremfalle erhält man so dauernd eine Ansammlung im Niveau $v'' = 0$. Dafür liefern die CN-Banden in den Kometen ein Beispiel[1]. Man beobachtet im Kometenspektrum beim violetten System stark, und zwar ganz extrem stark nur Übergänge von solchen Niveaus v' des oberen Zustandes, die nach dem Franck-Condon-Prinzip mit größerer Wahrscheinlichkeit von $v'' = 0$ erreicht werden können. Aus der Intensitätsverteilung im CO^+-Spektrum des Schweifes läßt sich Ähnliches schließen. Bei symmetrischen Molekülen wie C_2 ist nun eine Ausstrahlung von Schwingungsenergie bekanntlich nicht möglich, weshalb sich der für CN angeführte Effekt im Spektrum auch nicht bemerkbar macht.

Man wird also bei kosmischen Lichtquellen in jedem Falle untersuchen müssen, welche Prozesse vorwiegend für die auftretende Verteilung verantwortlich zu machen sind. Solange die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen klein ist gegenüber der Lebensdauer der Schwingungsniveaus, was bei etwa $P > 10^{-5}$ bis 10^{-6} Atmosphären der Fall ist ($\tau_s = 10^{-2}$ bis 10^{-3} Sekunden), wird man mit einer wirklichen Temperaturverteilung rechnen können, vorausgesetzt, daß keine anderen äußeren Störungen vorliegen. Bei symmetrischen Molekülen wie C_2, N_2 usw. wird die Grenze noch merklich tiefer liegen können. In diesen Fällen handelt es sich wesentlich darum, wie häufig pro Sekunde Übergänge zu höheren Elektronenniveaus vorkommen, die eine Änderung der Verteilung bewerkstelligen. Bei der Rotation liegt die Druckgrenze wesentlich tiefer als für

[1] Vgl. K. Wurm, Z f Ap 5, S. 10 (1932) u. 10, S. 285 (1935).

die Schwingung, da die Rotationszustände wiederum größenordnungsmäßig langlebiger sind und ein Ausgleich zwischen Translationsbewegung und Rotation relativ schnell vor sich geht.

25. Prädissoziation. Die diffusen Spektren sind nicht mit den Linienverbreiterungen zu verwechseln, die durch äußere Störungen des Molekülsystems, wie etwa Stöße, verursacht werden. Die Diffusität hängt hier, wie in Ziff. 25 Band III/2 betont wurde, mit einer auch ohne jede äußere Störung bestehenden Unschärfe der Quantenniveaus zusammen. Im allgemeinen ist für diese Linienverbreiterung nur einer der beiden beteiligten Terme (oberer oder unterer) verantwortlich, während der andere die normale Schärfe besitzt. Unter gewissen Anregungsbedingungen können die diffusen Linien, wie weiter unten noch auseinander gesetzt werden wird, praktisch ganz zum Verschwinden gebracht werden. Man erhält dann ein Abbrechen der Linienserien in den Banden (s. Abb. 4b).

Ein diffuser (prädissoziierender) Term liegt dann vor, wenn eine an und für sich diskrete Termfolge energetisch auf gleicher Höhe liegt wie ein kontinuierliches Termspektrum und gleichzeitig eine endliche Wahrscheinlichkeit besteht, daß die Moleküle aus den diskreten Niveaus in das benachbarte Kontinuum übergehen. Die Überlagerung von gequantelten Niveaus mit einem kontinuierlichen Energiebereich allein genügt also noch nicht, damit der genannte Effekt eintritt. In Abb. 1 überlagern sich beispielsweise die diskreten Niveaus des Elektronenzustandes γ mit dem Dissoziationskontinuum des Grundzustandes α. Energetisch besteht also die Möglichkeit[1], daß aus dem Zustand γ heraus ein Übergang in das Kontinuum von α, d. h. also strahlungsloser Zerfall, eintritt. Eine endliche Wahrscheinlichkeit dafür besteht aber nur dann, wenn einer Reihe einschränkender Bedingungen genügt wird. Wie bei den normalen Übergängen mit Strahlung gelten hier bestimmte Auswahlregeln, und zwar für alle drei Termarten, Elektronen-, Schwingungs- und Rotationsterme. Für Elektronen- und Rotationsbewegung hat KRONIG[2] folgende Auswahlregeln auf quantenmechanischem Wege abgeleitet[3].

1. Der Gesamtdrehimpuls J muß beim strahlungslosen Übergang unverändert bleiben ($\Delta J = 0$ gilt streng).

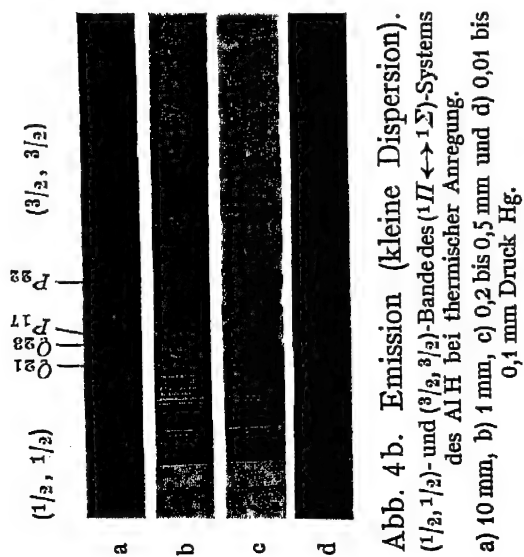
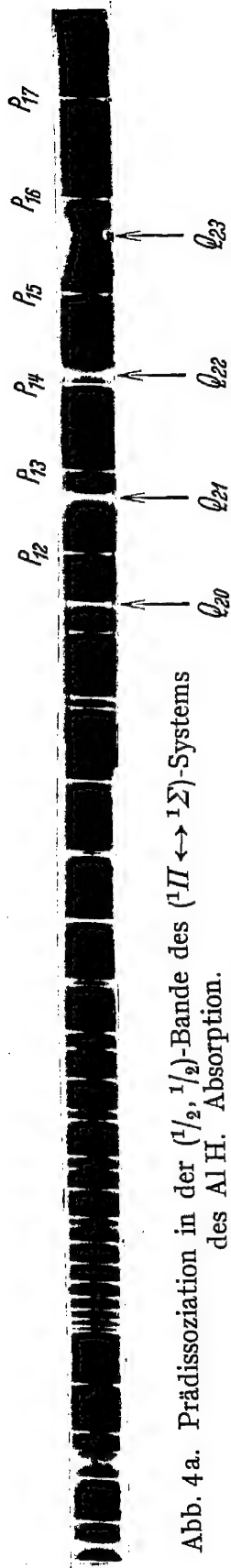
2. Beide Zustände müssen gleiche Multiplizität haben. (Gilt

Abb. 4a. Prädissoziation in der $(^1/_2, {}^1/_2)$-Bande des $(^1\Pi \leftrightarrow {}^1\Sigma)$-Systems des AlH. Absorption.

Abb. 4b. Emission (kleine Dispersion). $(^1/_2, {}^1/_2)$- und $(^3/_2, {}^3/_2)$-Bande des $(^1\Pi \leftrightarrow {}^1\Sigma)$-Systems des AlH bei thermischer Anregung. a) 10 mm, b) 1 mm, c) 0,2 bis 0,5 mm und d) 0,01 bis 0,1 mm Druck Hg.

[1] Diese Möglichkeit besteht natürlich an und für sich für alle Zustände eines Moleküls, deren Anregungsenergie größer als die Dissoziationsenergie im Grundzustand ist.

[2] Z f Phys 62, S. 300 (1930).

[3] Auf eine nähere Diskussion dieser Auswahlregeln muß wegen Raummangel hier verzichtet werden. Es sei deshalb diesbezüglich auf die ausführlichere Darstellung bei G. HERZBERG (Ergebn d exakt Naturwiss 10, S. 232 ff.) verwiesen.

mit derselben Schärfe wie bei Übergängen mit Strahlung, also nicht mehr bei großer Aufspaltung.)

3. $\Delta \Lambda = 0$ oder ± 1 (wie bei Strahlungsprozessen).

4. Ein positiver Term kombiniert nur mit einem positiven, ein negativer nur mit einem negativen. (Umgekehrt wie bei Strahlungsprozessen.)

5. Bei gleichen Kernen müssen beide Terme entweder symmetrisch oder beide antisymmetrisch in den Kernen sein. (Wie bei Strahlungsprozessen.)

Bei der Ableitung dieser Auswahlgesetze ist die Schwingungsbewegung der Atome noch unberücksichtigt geblieben. Zu den weiteren Einschränkungen, die sich ergeben, wenn man diese mit in Betracht zieht, gelangt man auf eine anschauliche Weise durch Heranziehung des schon mehrfach erwähnten FRANCK-CONDON-Prinzips, das auch bei strahlungslosen Übergängen seine Gültigkeit behält[1]. Nach dem genannten Prinzip sollen Übergänge mit größerer Wahrscheinlichkeit nur dann stattfinden, wenn sich Kernabstand und kinetische Energie der schwingenden Atome beim Quantensprung nur wenig zu ändern brauchen. Daraus folgt aber, daß ein Übergang von einer Potentialkurve auf eine andere nur an einer solchen Stelle vor sich gehen kann, wo sich zwei Potentialkurven schneiden. So kann in Abb. 1 das Molekül aus dem Zustand γ im Schnittpunkt mit β in diesen letzteren übergehen und gelangt so in ein Dissoziationskontinuum, ohne daß sich beim Sprung Kernabstand und kinetische Relativenergie sprunghaft zu ändern brauchen[2]. Es ist aus der Abb. 1 leicht ersichtlich, daß ein Übergang von γ auf α ohne Abgabe von Strahlung nur mit einer größeren sprunghaften Änderung von r sowie auch von E_{kin} des Moleküls möglich wäre, was einen Verstoß gegen das FRANCKsche Prinzip darstellen würde. Der Übergang von γ ist nun nicht genau auf den Schnittpunkt der beiden Kurven beschränkt, sondern kann innerhalb einer gewissen Umgebung desselben stattfinden, ist jedoch von den Schwingungsniveaus aus, die in nächster Umgebung liegen, besonders wahrscheinlich. Diesem Umstand entsprechend werden im Absorptionsspektrum $\alpha \rightarrow \gamma$ solche Banden diffus erscheinen, deren obere Schwingungsniveaus in der Umgebung des Schnittpunktes liegen, also besonders die, welche auf den oberen Schwingungsniveaus $v' = 2$ und 3 endigen. Für weiter nach unten liegende Terme wie $v' = 1$ sind normale scharfe Linien zu erwarten. Liegen die Verhältnisse so, wie in dem betrachteten Falle, dann wird die Unschärfe der Bandenlinien allmählich bei der Annäherung an den Schnittpunkt einsetzen und bei weiterer Entfernung wieder langsam abnehmen[3]. Um den wirklich vorliegenden Verhältnissen beim Molekül ganz gerecht zu werden, sind die Überlegungen aber noch weiter dadurch zu vervollständigen, daß auch die Rotation des Moleküls mit in Betracht gezogen wird. Die Potentialkurven in Abb. 1 entsprechen dem rotationslosen Molekül. In Wirklichkeit entspricht jedem Rotationszustand eine besondere Potentialkurve. Man erhält somit entsprechend den Quantenzahlen $J = 1, 2, 3 \ldots$ eine Schar von Potentialkurven, die mit wachsendem J immer weiter nach oben rücken (vgl. Abb. 7).

---

[1] Betreffs der wellenmechanischen Deutung vgl. den Artikel von G. HERZBERG, l. c. bzw. dort zitierte Originalarbeiten.

[2] Das Molekül geht also nicht in das Dissoziationskontinuum von α, sondern in den kontinuierlichen Term β über, die sich beide energetisch überlagern.

[3] Daß die Prädissoziation schon vor Erreichung des Schnittpunktes einsetzt, erklärt sich dadurch, daß das FRANCK-CONDON-Prinzip nicht mit aller Schärfe gilt (quantenmechanische Ungenauigkeit). Die Abnahme der Unschärfe der Linien oberhalb des Schnittpunktes läßt sich auf Grund des FRANCK-CONDON-Prinzips verstehen. Der Schnittpunkt bzw. dessen nähere Umgebung wird von den Molekülen um so schneller durchlaufen, je höher das Schwingungsniveau liegt, wodurch sich entsprechend die Wahrscheinlichkeit des Übergangs herabsetzt.

Es wird so verständlich, daß in den einzelnen Banden (v', v'') die Diffusität der Linien bzw. das Abbrechen der Linien bei verschiedenen Rotationsquantenzahlen J einsetzt.

Aus der Breite der diffusen Linien läßt sich der Bruchteil der Moleküle bestimmen, welcher aus den prädissoziierenden Niveaus heraus zerfällt. Wenn von den in einem Niveau γ (v', J') des Zustandes γ (s. Abb. 1) vorhandenen Molekülen N der Bruchteil aN strahlungslos pro Sekunde zerfällt, der Teil bN unter Strahlung in den tieferen Zustand zurückgeht, so ist die mittlere Lebensdauer im Zustand (v'', J') gleich

$$\tau = \frac{1}{a+b}. \tag{4}$$

a ist gleich der spontanen Übergangswahrscheinlichkeit $A_{\gamma\beta}$ und b gleich $A_{\gamma\alpha}$. Unter Benutzung der HEISENBERGschen Ungenauigkeitsrelation

$$\tau \cdot \Delta\nu \sim 1$$

läßt sich aus der Unschärfe $\Delta\nu$ bzw. $\Delta\lambda$ die mittlere Lebensdauer τ bestimmen. Der Wert von $A_{\gamma\alpha}$, die Übergangswahrscheinlichkeit für normale Dipolstrahlung, ist nach der Quantenmechanik gleich[1]

$$A_{\gamma\alpha} = \frac{16\cdot\pi^4}{3\,h\,c^3}\,\nu^3_{\gamma\alpha}\{Q_x^2 + Q_y^2 + Q_z^2\}_{\alpha\gamma}, \tag{5}$$

und ergibt für das optische Gebiet[2] einen Wert von 10^8 bis $10^9\,\text{sec}^{-1}$ bzw. $\tau_0 = \frac{1}{A_{\gamma\alpha}} = 10^{-8}$ sec. Daraus findet man nach der HEISENBERGschen Relation eine natürliche Linienbreite von einigen Zehntausendstel Ångströmeinheiten[3].

Wenn man mit $\Delta\lambda_0$ und $\Delta\lambda$ respektive die Breite einer normalen und einer diffusen Linie bezeichnet, so ist

$$\tau_0 \cdot \Delta\lambda_0 = \tau \cdot \Delta\lambda. \tag{6}$$

Da $\tau_0 = 10^{-8}$ sec und $\Delta\lambda_0$ im optischen Gebiet rund $5\cdot 10^{-4}$ A, so ist

$$\left.\begin{aligned}\tau &= \frac{5\cdot 10^{-4}\cdot 10^{-8}}{\Delta\lambda}\ \text{sec}\\ &= \frac{5\cdot 10^{-12}}{\Delta\lambda}\ \text{sec}.\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Einer Breite von 0,01 A entspricht demnach eine mittlere Lebensdauer von rund $\tau = 5\cdot 10^{-10}$ sec. Dann ist das Verhältnis der zerfallenden Moleküle zu den ausstrahlenden

$$\frac{a}{b} = 0{,}5\cdot 10^2;$$

für $\Delta\lambda = 1$ A ist bereits $a/b = 0{,}5\cdot 10^4$. Da die Breite einer Spektrallinie normalerweise durch die Dopplerbreite bestimmt ist, diese aber meist bis in die Hundertstel Ångström geht, so folgt, daß die Linienverbreiterung infolge strahlungslosen Zerfalls erst merklich wird, wenn die mittlere Lebensdauer des betreffenden Zustandes bereits nur noch 10^{-10} bis 10^{-11} Sekunden beträgt. Dann ist aber bereits die Zahl der von dem betreffenden Niveau ausgehenden Übergänge mit Strahlung ein verschwindender Bruchteil ($\sim 10^{-2}$ bis 10^{-3}) der zerfallenden Moleküle[4]. Es ist so ohne weiteres verständlich, daß die in Absorption

---

[1] Wegen der Bedeutung der Q_x, Q_y, Q_z sei auf die diesbezüglichen theoretischen Darstellungen verwiesen; vgl. beispielsweise S. ROSSELAND, ds. Handb. 3/1, S. 389.

[2] Es ist $\nu_{\gamma\alpha}$ für dieses Gebiet von der Größenordnung $10^{15}\,\text{sec}^{-1}$ (10^4 bis $10^5\,\text{cm}^{-1}$).

[3] Es ist $\Delta\nu = 10^8\,\text{sec}^{-1}$, dem entsprechen rund $5\cdot 10^{-4}$ A.

[4] Ist die Übergangswahrscheinlichkeit mit Strahlung wesentlich kleiner als 10^8 ($\tau_0 \ll 10^{-8}$), so ist b/a natürlich entsprechend kleiner.

auftretenden diffusen Linien[1] in Emission fehlen oder sehr stark geschwächt sind (vgl. Abb. 4b); denn die in das prädissoziierende Niveau eintretenden Moleküle sind stets nach einer Zeit, wenn ein Übergang mit Strahlung wahrscheinlich wird (10^{-8} sec), bereits praktisch alle strahlungslos dissoziiert. Nur für solche Niveaus, für die a von gleicher Größe ist wie b oder nur wenig größer, wird man in allen Fällen auch eine Fluoreszenz der prädissoziierenden Niveaus beobachten.

Das Abbrechen der Linienserien wird bei elektrischer Anregung durchweg bei niedrigem Drucke beobachtet, während bei höheren Drucken die diffusen Linien wieder auftauchen. Auf diesen Druckeffekt, über den mancherlei Untersuchungen erschienen sind, kann hier nicht ausführlich eingegangen werden[2]. Offenbar hängt das Auftreten und Verschwinden bzw. Schwächerwerden der Linien damit zusammen, in welchem Grade die durch Zufall entleerten Niveaus wieder aufgefüllt werden. Dies kann verständlicherweise um so eher bewerkstelligt werden, je höher der Druck ist. Bei wirklichem Temperaturgleichgewicht (reiner Temperaturanregung) ist natürlich nach dem KIRCHHOFFschen Gesetz keine Intensitätsschwächung der diffusen Linien zu erwarten. Es ist hier jedoch darauf zu achten, daß für prädissoziierende Zustände die Bedingungen eines Temperaturgleichgewichtes in Druckgebieten nicht mehr erfüllt sind, bei denen man sonst normalerweise noch mit einem solchen rechnen kann. Eine von dem Verfasser ausgeführte Untersuchung der rein thermischen Anregung des Prädissoziationsspektrums von AlH zeigt, daß in diesem Fall bereits bei 10 mm Gesamtdruck eine Schwächung der diffusen Linien einsetzt und bei einem Druck von 0,1 mm die Linien gänzlich fehlen[3] (vgl. Abb. 4b).

Ist der prädissoziierende Zustand der untere (Beispiel $\zeta \rightarrow \gamma$ in Abb. 1), so ist in Emission keine Schwächung der diffusen Übergänge zu erwarten, da hier ja der Zerfall erst nach der Ausstrahlung erfolgt. Die Linienverbreiterung tritt deshalb doch auf, da für die Linienbreite die Verweilzeiten in beiden Niveaus (Anfang- und Endniveau) mitbestimmend sind[4].

Die Potentialkurven der störenden Terme, die eine Prädissoziation ermöglichen, sind natürlich nicht auf reine Abstoßungskurven beschränkt, Kurven mit mehr oder weniger stark ausgesprochenen Maxima können ebenfalls Prädissoziation hervorrufen (vgl. Abb. 5, Kurven b' und d'). Es ist selbstverständlich, daß die Dissoziationsgrenzen der letzteren dann tiefer liegen müssen als die Dissoziationsgrenze des Termes, aus dem heraus der strahlungslose Übergang stattfindet. Eine Betrachtung der Potentialkurven läßt leicht einsehen, daß in diesen Fällen der Zerfall erst für solche Schwingungsterme eintreten kann[5], die höher liegen als die Dissoziationsgrenze des störenden, stabilen Termes.

Weiter besteht noch die Möglichkeit, daß eine Potentialkurve von der störenden zweifach geschnitten wird, wodurch sich dann zwei prädissoziierende Gebiete ergeben (a' in Abb. 5).

---

[1] Es ist hier nach wie vor vorausgesetzt, daß der obere Zustand der prädissoziierende ist (Beispiel $\gamma \rightarrow \beta$ in Abb. 1).

[2] Vgl. Literaturangaben im Anhang.

[3] Der dort gegebene Schluß, daß nach dem KIRCHHOFFschen Gesetz die entsprechenden Linien in Absorption bei so niedrigen Drucken auch fehlen müssen, ist nicht berechtigt. Für das Prädissoziationsspektrum ist also bereits bei 10 mm Druck die Bedingung eines Temperaturgleichgewichtes nicht mehr erfüllt. Bei Anregung im Bogen brechen die Linienserien bereits bei 380 mm Hg ab.

[4] Oben war die Lebensdauer des unteren Zustandes außer acht gelassen, da das untere Niveau α als normal angesehen wurde, $\tau \geqq 10^{-8}$ sec; die dadurch bedingte Verbreiterung macht sich darum nicht bemerkbar. Im letztbetrachteten Falle gilt dies für den oberen Zustand ζ.

[5] Weiter bleibt wiederum die durch die Rotation bedingte Änderung der Potentialkurven zu berücksichtigen.

Liegt der prädissoziierende Zustand höher als die Dissoziationsgrenze des die Prädissoziation bedingenden Termes, so erhalten die Zerfallsprodukte diese Energiedifferenz als kinetische Relativenergie. Diese kann unter Umständen recht beträchtlich sein. Bei der Bestimmung der Dissoziationsenergien aus den diffusen Spektren ist diesem Punkte besondere Aufmerksamkeit zu schenken. Für solche Verhältnisse, wie sie durch die Kurven b' und d' Abb. 5 charakterisiert sind, ist für die langwellige Grenze der Prädissoziation die Relativenergie gleich Null. Falls sich entscheiden läßt, welche Zerfallsprodukte vorliegen müssen, läßt sich dann aus der Grenze der diffusen Banden die Dissoziationsenergie bestimmen. Dagegen ergibt sich in anderen Fällen wie a' in Abb. 5 nur eine obere Grenze, da hier bereits für die langwellige Grenze ein merklicher Betrag der Anregungsenergie in kinetische Energie umgewandelt wird.

Abb. 5. Prädissoziierende Terme.

Zu den Prädissoziationserscheinungen wird weiterhin noch der Zerfall eines Moleküls infolge hoher Rotation gerechnet. Da in den meisten Fällen die Rotationsenergie eines Moleküls klein ist gegenüber der Schwingungsenergie, so wird bei normal erreichbaren Temperaturen die Anzahl der Moleküle, für welche die gesamte Energie (Rotation plus Schwingung) über die Dissoziationsgrenze hinausreicht, sehr gering sein, so daß deren Emission oder Absorption im Spektrum nicht bemerkbar wird. Ist jedoch die Dissoziationsarbeit eines Elektronenzustandes sehr klein, so kann der genannte Effekt leicht eintreten. Bei dem in Abb. 4 teilweise wiedergegebenen Spektrum des AlH scheint ein solcher Fall der Prädissoziation vorzuliegen. Es ist hier nicht der Grundzustand, sondern der angeregte Term $^1\Pi$, welcher die kleine Dissoziationsarbeit hat, und infolgedessen werden die Rotationslinien von bestimmten Laufzahlen ab diffus bzw. verschwinden sie bei niedrigen Drucken in Emission. In Abb. 6 sind die Rotationsniveaus dieses $^1\Pi$-Zustandes nach einem Diagramm von RYDBERG dargestellt[1]. Es existieren für den Zustand $^1\Pi$ zwei Schwingungsniveaus $v' = 0$ und $v' = 1$. Die Dissoziationsenergie des $^1\Pi$-Zustandes beträgt etwa 1200 cm^{-1}. Es liegen dann für $v' = 0$ die Rotationsniveaus $J = 0$ bis 14 unterhalb der Dissoziationsgrenze, für das Schwingungsniveau $v' = 1$ die Rotationsquanten[2] $J = 0$ bis 7. Für die höheren Rotationsquanten sind also energetisch die Bedingungen für einen spontanen Zerfall gegeben. Die KRONIGschen Auswahlregeln sind insgesamt erfüllt. Diffusität bzw. Abbruch von Linien zeigt sich für die Linien, die in Abb. 6 gestrichelt gezeichnet sind, also für $v = 0$ von $J = 18$ ab und für $v = 1$ für $J = 8$. Um die Verhältnisse richtig verstehen zu können, ist es notwendig, auf eine auf OLDENBERG zurückgehende Konstruktion der Potentialkurven mit Berücksichtigung der Koppelung von Schwingung und Rotation zurückzugreifen[3]. Danach sind die direkt über der Dissoziationsgrenze liegenden Niveaus durch einen mehr oder weniger hohen Potentialhügel von dem Dissoziationskontinuum getrennt. In Abb. 7 ist der Verlauf einiger Potentialkurven

[1] Z f Phys 89, S. 693 (1934). [2] Vgl. R. RYDBERG, l. c.
[3] Z f Phys 56, S. 563 (1929). Quantenmechanisch behandelt von R. DE KRONIG, Z f Phys 62, S. 300 (1930).

beim AlH nach RYDBERG wiedergegeben. Die stark ausgezogene tiefste Kurve bezieht sich auf das rotationslose Molekül[1]. Die nächste entspricht der Oszillation $v = 1$ und der Rotation $J = 7$, die folgende $v = 0$ und $J = 15$ usw. Energetisch liegen $v = 1$, $J = 7$ und $v = 0$, $J = 15$ auf gleicher Höhe und fallen in die direkte Nähe der Dissoziationsgrenze. Wie aus der Abbildung zu ersehen, ist für das letzte Niveau $v = 0$, $J = 15$ der Potentialhügel aber wesentlich höher als für das $v = 1$, $J = 7$, weshalb den direkt über der Dissoziationsgrenze gelegenen Rotationsniveaus für $v = 0$ eine höhere Stabilität zukommt als den Niveaus für $v = 1$. Die Lebensdauer des Zustandes ist nämlich um so größer, je höher die Potentialschwelle ist. Für die Rotationsniveaus $J = 16$ und 17 ist die Lebensdauer noch von der normalen Größe, wahrscheinlich $= 10^{-8}$ sec, weshalb diese Linien weder verbreitert sind, noch bei niedrigen Drucken abbrechen.

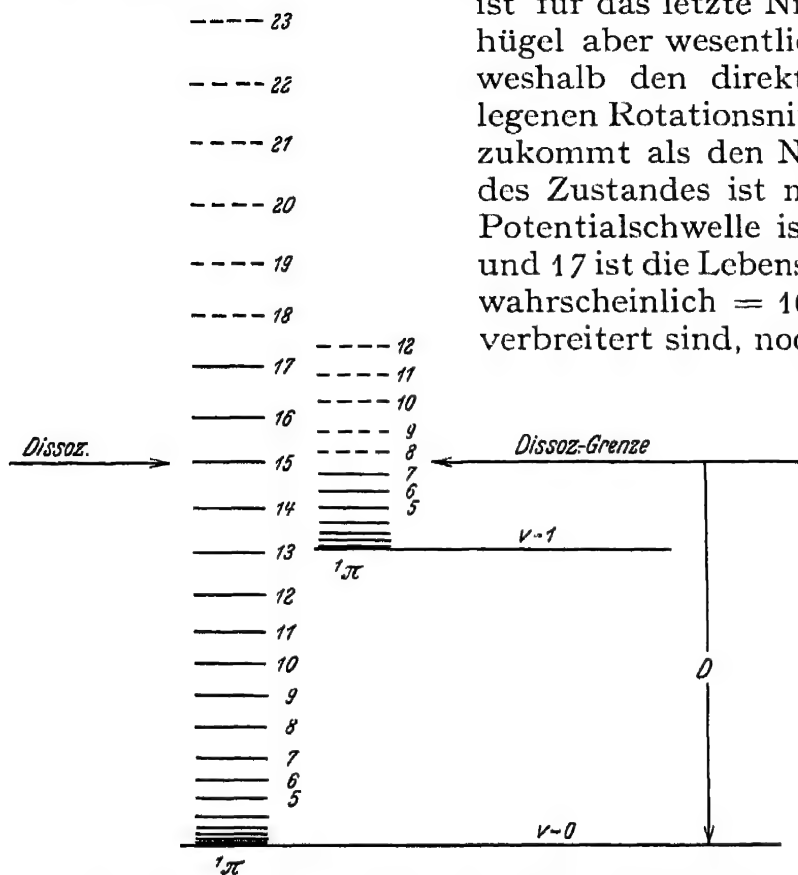



Abb. 6. Rotationsterme des AlH ($^1\Pi$-Zustand).

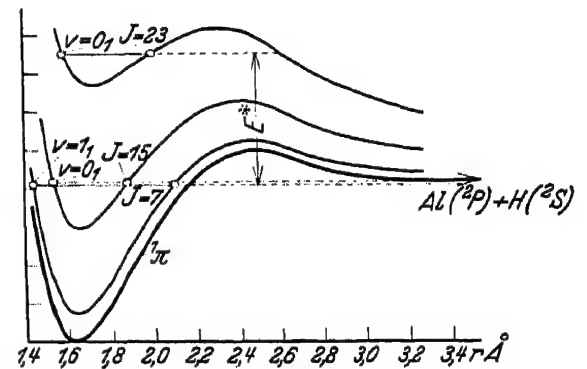



Abb. 7. Potentialkurven bei Mitberücksichtigung der Rotation.

f) Astrophysikalische Anwendungen.

26. Bestimmung von Temperaturen kosmischer Lichtquellen aus Bandenintensitäten. Es ist schon früh darauf hingewiesen worden, daß die Untersuchung der Intensitäten in Bandenspektra ein vorzügliches Mittel zur Bestimmung von Sterntemperaturen liefern sollte[2]. Die in dieser Richtung bisher vorliegenden Arbeiten sind jedoch noch sehr vereinzelt und eines weiteren Ausbaues bedürftig. Prinzipiell gibt es zwei verschiedene Wege, um aus der Struktur eines Bandensystems einen Rückschluß auf die Temperatur einer absorbierenden oder emittierenden Atmosphäre zu ziehen, da sowohl die mittlere Rotationsenergie wie auch die mittlere Schwingungsenergie mit der Temperatur sich ändern und diese Änderungen sich getrennt voneinander im Bandenspektrum bemerkbar machen. Einmal äußert sich ein Temperaturanstieg im Intensitätsverlauf innerhalb der einzelnen Linienserien der Banden, dann weiter in der Änderung der relativen Gesamtintensitäten der verschiedenen Banden.

Es sei zunächst der erste Weg näher betrachtet. Nach der Quantentheorie ist bekanntlich die gesamte pro Sekunde pro Volumelement für eine Bandenfrequenz ausgestrahlte E n e r g i e gleich

$$Z_{J',J''} = N_{J'} \cdot A_{J',J''} \cdot h\nu\,, \tag{8 a}$$

[1] Nach HULTHÉN und RYDBERG [Nature 121, S. 470 (1933)] soll auch diese bereits eine Potentialwelle aufweisen.

[2] Vgl. R. T. BIRGE, Ap J 55, S. 273 (1922); A. EDDINGTON, Internal Constitution of the Stars, S. 351. 1926.

wobei $N_{J'}$ gleich ist der in dem Volumelement stationär vorhandenen Molekülzahl im Zustand J' und $A_{J',J''}$ die Wahrscheinlichkeit der spontanen Emission angibt. Für den Fall der Absorption ergibt sich entsprechend der Ausdruck[1]

$$Z_{J'',J'} = N_{J''} \cdot B_{J'',J'} \cdot h\nu \cdot \varrho(\nu) \tag{8b}$$

für die pro Sekunde aus dem Strahlungsfeld der Energiedichte $\varrho(\nu)$ herausabsorbierte Energie der Frequenz ν. Da nun hier nur die Intensitäten innerhalb einer Linienserie (Zweig $P(J)$ oder $Q(J)$ oder $R(J)$, $J = 0, 1, 2 \ldots$) interessieren, so kann von der Angabe der Schwingungsquantenzahlen abgesehen werden und der Zustand $J = 0$ als der energetisch tiefste Term gelten. Da somit $N_J = N g_J \cdot e^{-E_{\mathrm{rot}}/kT} = N(2J+1)\, e^{-\frac{hcB}{kT}J(J+1)}$, so ergibt sich für den Intensitätsverlauf innerhalb eines Zweiges einer Bande

$$I_{J',J''} = \mathrm{Const} \cdot h \cdot \nu \cdot A_{J',J''} \cdot g_{J'} \cdot e^{-\frac{hc\cdot B'}{kT}\cdot J'(J'+1)} \quad \text{(Emission)}, \tag{9a}$$

$$(I_{J'',J'}) = \mathrm{Const} \cdot h \cdot \nu \cdot B_{J'',J'} \cdot g_{J''} \cdot e^{-\frac{hc\cdot B''}{kT}\cdot J''(J''+1)} \quad \text{(Absorption)}. \tag{9b}$$

$I_{J',J''}$ gibt also die Gesamtemission innerhalb einer Linie an, $(I_{J',J''})$ ist aber dem Absorptionskoeffizienten $\alpha(\nu)$ gleich zu setzen[2]. Das Produkt $A_{J',J''} \cdot g_{J'} = A_{J',J''}(2J+1)$ wird allgemein als Intensitätsfaktor, konst. $\cdot\, i$, bezeichnet[3], dessen Werte in Ziff. 10 (Band III) aufgeführt sind. Man erhält also dann (vgl. Anmerkung 2 diese Seite) für I und α

$$I_{J',J''} = C' \cdot \nu^4 \cdot i \cdot e^{-\frac{hc\cdot B'}{kT}J'(J'+1)} \quad \text{(Emission)}, \tag{10a}$$

$$\alpha^{(\nu)}_{J'',J'} = C'' \cdot \nu \cdot i \cdot e^{-\frac{h\cdot cB''}{kT}J''(J''+1)} \quad \text{(Absorption)}. \tag{10b}$$

Die Gleichungen (10) können nun in der Weise benutzt werden, daß man die theoretischen Intensitäten bzw. die theoretischen $\alpha^{(\nu)}_{J'',J'}$ für verschiedene Werte von T errechnet bzw. auch graphisch aufzeichnet und dann mit dem experimentellen Intensitätsverlauf vergleicht. Man kann auch so vorgehen, daß man im Serienverlauf eines Zweiges den Wert $J_{\max}$ feststellt, für den die Intensität im Zweig ihr Maximum erreicht und dann nach den Gleichungen (10) den zugehörigen Wert von T ermittelt. Dazu ist in den Gleichungen der Wert i einzusetzen, und dieselben sind dann in bekannter Weise nach J zu differenzieren und aufzulösen. Diese letzte Methode kann jedoch nur rohe Werte liefern, da $J_{\max}$ im Serienverlauf kaum scharf hervortritt und deshalb auch nur angenähert bestimmt werden kann[4]. Größere Temperaturdifferenzen von etwa 500 bis

---

[1] $B_{J',J''} = A_{J',J''} \dfrac{g_{J'} \cdot c^3}{g_{J''} \cdot 8 u h \nu^3}$, $g_{J''}$ und $g_{J'}$ sind gleich den statistischen Gewichten der entsprechenden Zustände.

[2] Es ist leicht einzusehen, daß im Falle der Absorption $I_{J'',J'}$ identisch ist mit dem Absorptionskoeffizienten $\alpha(\nu)$, wenn dieser entsprechend der Gleichung $J = J_0 \cdot e^{-\alpha \cdot d}$ (LAMBERTsches Gesetz) definiert ist; d = Schichtdicke. Der Zusammenhang ist dargelegt beispielsweise bei C. FÜCHTBAUER, Phys Z 21, S. 322 (1920) und R. LADENBURG, Z f Phys 4, S. 451 (1921).

[3] Die i-Faktoren sind zuerst von HÖNL und LONDON korrespondenzmäßig abgeleitet worden [Z f Phys 33, S. 803 (1925)]. Die Quantenmechanik führt zu denselben Resultaten. Nach derselben ist bekanntlich $A_{J',J''} = \dfrac{64 \cdot \pi^4 \cdot \nu^3}{3c^3 h} \mathfrak{P}(J', J'') \cdot \mathfrak{P}(J'', J')$, worin $\mathfrak{P}(J', J'')$ das Matrixelement (J', J'') des elektrischen Momentes bedeutet. Der Intensitätsfaktor const $\cdot\, i = A_{J'J''} \cdot g_{J'}$ ist proportional $|\mathfrak{P}(J', J'')|^2 \cdot g_{J'}$, dem Produkt aus dem Quadrat des Matrixelementes und dem statistischen Gewicht. Erstrecken sich die Zweige über einen großen Frequenzbereich, so muß noch der Faktor ν^3 in $A_{J',J''}$ berücksichtigt werden.

[4] Vgl. die theoretischen und experimentellen Kurven in Abb. 12, Bd. III, S. 767.

1000 Grad und mehr lassen sich jedoch auch so sicher erkennen. Die Gleichungen (10) werden bei experimentellen Untersuchungen auch häufig in der Form

$$\log\left(\frac{I_{J',J''}}{C'\cdot\nu^4\cdot i}\right) = -J'(J'+1)\,\frac{h\cdot c\cdot B'\cdot \mathrm{Mod.}}{k}\cdot\frac{1}{T}, \tag{11a}$$

$$\log\left(\frac{\alpha(\nu)}{C''\cdot\nu\cdot i}\right) = -J''(J''+1)\,\frac{h\cdot c\cdot B''\,\mathrm{Mod.}}{k}\cdot\frac{1}{T} \tag{11b}$$

benutzt. Trägt man $\log(I/C'\cdot\nu^4\cdot i)$ bzw. $\log(\alpha/C''\,\nu\cdot i)$ gegen die Rotationsenergie $J(J+1)\;h\cdot c\cdot B$ auf, so erhält man eine Gerade, deren Neigung durch T bestimmt ist. Wenn also die relativen Werte von I bzw. α für einen Bandenzweig aus den Plattenschwärzungen bestimmt werden können, so bietet die Bestimmung von T keine weiteren Schwierigkeiten.

Die richtige Anwendung vorstehender Methoden verlangt natürlich, daß die Bandenzweige wenigstens zu einem Teil spektroskopisch aufgelöst sind. Außerdem muß die Analyse der Banden bereits durchgeführt sein, da sowohl die richtigen Quantenzahlen J wie auch die genauen Werte der Rotationskonstanten B benötigt werden. Bei den astrophysikalischen Lichtquellen ist aus diesem Grunde eine Temperaturbestimmung vorläufig nur für die Sonne durchführbar. Wie die bisher vorliegenden Untersuchungen in dieser Richtung zeigen, bilden jedoch die Störungen durch „Blends" ein beträchtliches Hindernis für eine exakte Durchführung. Dies gilt besonders für die stärkeren Zyanbanden, die eigentlich das beste Material liefern sollten. In den Flecken sind die Überlagerungen natürlich noch viel stärker als im eigentlichen Sonnenspektrum.

Als erster hat Birge[1] in einer Arbeit aus dem Jahre 1922 den Versuch unternommen, die Temperatur der umkehrenden Schicht der Sonne aus dem Zyanspektrum zu bestimmen, und zwar indirekt durch einen Vergleich des Intensitätsverlaufs innerhalb bestimmter Liniengruppen der (0,0)-Bande λ 3883 im Spektrum des Kohlebogens mit dem im Absorptionsspektrum der Sonne. Aus der Lage des Maximums der Intensität (J_{max}) wird von Birge für einen 4 Ampère-Bogen $T = 3900°$ C $\pm$ 300° und für einen 13 Ampèrebogen 4500° C $\pm$ 300° abgeleitet und die Sonnentemperatur dann zwischen diesen Grenzen liegend gefunden, so daß sich rund $T_{Sonne} = 4300° \pm 500°$ abs. ergibt. Verglichen mit dem nach der Ionisationstheorie ermittelten Werte von $T = 5600°$ abs. ist derselbe offensichtlich viel zu klein. Die Resultate von Birge über die Rotationstemperaturen der Zyanbanden im Bogen stehen aber nun im Widerspruch mit neueren Untersuchungen von Ornstein[2] und Mitarbeitern. Die Rotationslinien in den Zyanbanden im Kohlebogen bei normalem Druck zeigen nach Ornstein unabhängig von der Stromstärke eine Temperaturverteilung, die rund 6000° abs. entspricht. Die Birgesche Untersuchung bedarf also jedenfalls einer Nachprüfung um so mehr noch, als auch das benutzte Sonnenmaterial ziemlich kärglich ist[3]. Eine zweite vorliegende Arbeit von R. S. Richardson[4] aus dem Jahre 1931, deren Resultat schon sicher eine größere Genauigkeit zugesprochen werden kann, ergibt denn auch Werte, die mit den Temperaturbestimmungen nach anderen Methoden gut im Einklang stehen, wenn auch der offengelassene Bereich für T noch recht groß ist. Benutzt wird von Richardson der R-Zweig der Bande (0,0) λ 5165 des Swanspektrums (C_2), das sowohl in den Flecken wie im

[1] Ap J 55, S. 216 (1922).

[2] Phys Z 32, S. 517 (1931); dort finden sich weitere Literaturangaben.

[3] In der Birgeschen Arbeit wird das verwendete Material nicht näher aufgeführt, so daß eine genauere Überprüfung sich nicht durchführen läßt. Man kann jedoch soviel schließen, daß bei Annahme einer Temperatur von 6000° abs. für den 13 Ampère-Bogen T_{Sonne} sich zu 5500° bis 6000° abs. ergeben kann.

[4] Ap J 73, 216 (1931).

normalen Sonnenspektrum erscheint. Das Material ist auch in diesem Falle nicht als besonders gut zu bezeichnen, weniger infolge der geringen Anzahl der Linien als wegen deren Schwäche, was besonders für das Sonnenspektrum gilt. Die Intensitäten im Sonnenspektrum bewegen sich zwischen —3 bis —2,3 (nach ROWLAND), im Fleckenspektrum zwischen —2,3 bis —1,4. Die von RICHARDSON im Vergleich mit anderen Bestimmungen zusammengestellten Ergebnisse seien nachfolgend wiedergegeben:

Temperatur der Sonnenflecke		Temperatur der normalen umkehrenden Schicht	
Nach der spektralen Energieverteilung (RICHARDSON und PETTIT)	4860° abs.	Nach der Ionisationstheorie (RUSSELL)	5600° abs.
Wasserzellenabsorption (RICHARDSON u. PETTIT) .	4700°		
Intensitäten in der SWAN-Bande 5165 (RICHARDSON):		Intensitäten in der SWAN-Bande 5165 (RICHARDSON):	
Methode I . . . . Vergleich der beobachteten und theoretischen Intensitäten:	4900 ± 600	Methode I . . . . Vergleich der beobachteten und theoretischen Intensitäten:	6000 ± 700
Methode II . . . . Lage von J_{max}.	4900 ± 750	Methode II . . . . Lage von J_{max}.	5700 ± 1600
Methode III . . . . Verlauf von $\log\left[\frac{\alpha(\nu)}{C''\cdot\nu\cdot i}\right]$.	4500 ± 400	Methode III . . . . Verlauf von $\log\left[\frac{\alpha(\nu)}{C''\cdot\nu\cdot i}\right]$.	5300 ± 400

Die drei angegebenen Methoden sind prinzipiell nicht voneinander verschieden; sie unterscheiden sich nur darin, auf welche Weise die angegebenen Intensitätsgleichungen in Verbindung mit dem Beobachtungsmaterial benutzt werden. Alle drei Arten der Behandlung sind in den einleitenden Ausführungen oben bereits klar gelegt worden. Wegen weiterer Einzelheiten muß auf die Originalarbeit verwiesen werden. Die Bestimmungsgenauigkeit ist, wie man erwarten kann, bei der dritten Methode am größten, läßt aber auch hier noch immerhin ein Intervall von 800° offen.

Die Erhöhung der Bestimmungsgenauigkeit wird wohl im wesentlichen von der Benutzung bzw. Schaffung besseren Linienmaterials abhängen, was wahrscheinlich durch Herstellung von Aufnahmen noch größerer Auflösung und Dispersion, als bisher benutzt wurden, möglich ist. Neben den CN-Banden kommen besonders im reinen Sonnenspektrum noch die CH-Banden in Frage, da die Linien dieser Moleküle genügend intensiv absorbiert werden.

Für den zweiten Weg der Bestimmung von Sterntemperaturen (aus den relativen Gesamtintensitäten der verschiedenen Banden eines Systems) liegt bisher nur eine Untersuchung von K. WURM[1] vor, und zwar ist dieselbe für das Spektrum der Sternklasse N an Hand der C_2-Banden durchgeführt worden.

Da die Gesamtintensitäten der einzelnen Banden in Vergleich zu ziehen sind, so ist natürlich die Frage, wie weit sich diese bei der häufig vorliegenden Ausdehnung von Banden über einen größeren Wellenlängenbezirk messen lassen, von Wichtigkeit. Überlagern sich die einzelnen Banden, so ist eine solche Messung kaum möglich. Günstiger liegen die Verhältnisse, wenn starke Kantengruppen ausgeprägt sind und innerhalb derselben die Trennung der Kanten gut in Erscheinung tritt. Man kann dann häufig, ohne einen gröberen Fehler zu begehen, einfach die Kantenintensitäten in Vergleich setzen; wenigstens gilt dies für die ersten zwei oder drei Banden jeder Gruppe. Hat man ein ziemlich kanten-

[1] Z f Ap 5, S. 260 (1932).

bzw. bandenreiches System vor sich, wie dies beim C_2-SWANsystem der Fall ist, so wird die Temperaturbestimmung sehr einfach, da es dann nur darauf ankommt, für einige Banden festzustellen, ob diese stärker oder schwächer sind als eine bestimmte Bande. Man hat nur die Reihenfolge der Intensitäten $I_{v',v''}$ für eine Anzahl Banden (v', v'') festzulegen, so daß genauere Intensitätsmessungen überhaupt überflüssig sind, falls nicht eine besondere Genauigkeit verlangt wird.

Da die Verteilung der Moleküle auf die einzelnen Schwingungszustände v durch $N_v = N \cdot e^{-E_v/kT} = N \cdot e^{-\frac{h c \omega_e (v+\frac{1}{2})}{kT}}$ gegeben ist und wiederum nur die relativen Werte von N_v interessieren, so erhalten wir für die Intensitäten der Banden (v', v'') bzw. (v'', v')

$$I_{v',v''} = c' \cdot \nu^4 \,|\mathfrak{P}(v', v'')|^2 \cdot e^{-\frac{h \cdot c \cdot \omega_e' \cdot (v'+\frac{1}{2})}{kT}} \quad \text{(Emission)}, \tag{12a}$$

$$\alpha_{v'',v'} = c'' \cdot \nu \,|\mathfrak{P}(v'', v')|^2 \cdot e^{-\frac{h \cdot c \cdot \omega_e'' (v''+\frac{1}{2})}{kT}} \quad \text{(Absorption)}. \tag{12b}$$

$\mathfrak{P}$ bedeutet hier das Matrixelement für den entsprechenden Schwingungsübergang $(v', v''$ bzw. $v'', v')$, das durch die Beziehung $A_{v',v''} \cdot h\nu = \text{const} \cdot \nu^4 \,|\mathfrak{P}(v', v'')|^2$ mit der Übergangswahrscheinlichkeit $A_{v',v''}$ verbunden ist. Die einzelnen relativen Werte von $\mathfrak{P}$ lassen sich durch Einsetzen der entsprechenden Molekülkonstanten in (etwas komplizierte) Formeln, die von HUTCHISSON wellenmechanisch abgeleitet sind, errechnen[1]. Auch in diesem Fall ist es notwendig, daß die Analyse des Bandensystems durchgeführt ist, da man für die Intensitätsformeln sowohl die Werte der Schwingungsfrequenzen wie auch die Kernabstände r in den beteiligten Elektronenzuständen benötigt. Die Werte von r müssen sogar mit großer Genauigkeit bekannt sein. Für die Durchführung der Temperaturbestimmung errechnet man zweckmäßigerweise für verschiedene T innerhalb eines größeren Temperaturintervalls die Werte von I bzw. α, ordnet diese insgesamt für alle Banden oder innerhalb der Gruppen der Größe nach und stellt fest, welche Reihenfolge mit der beobachteten Intensitätsanordnung übereinstimmt.

Die Bestimmung der Temperatur ist von WURM nicht an Originalaufnahmen, sondern an Reproduktionen solcher Aufnahmen von HALE, ELLERMANN und PARKHURST[2] durchgeführt worden. Es kann aber leicht gezeigt werden, daß die Methode trotzdem ein engeres Temperaturintervall abzuschätzen gestattet, was speziell an einer besonders geeigneten Bandengruppe des C_2 (λ 5635, Gruppe $\Delta v = v' - v'' = -1$) noch kurz gezeigt werden soll[3].

In der Abb. 8 sind direkt maßstäblich durch senkrechte Striche die relativen Intensitäten der vier ersten Banden dieser Gruppe dargestellt, wie dieselben sich für die verschiedenen Temperaturen nach den theoretischen Berechnungen, welche experimentell nachgeprüft wurden, ergeben. Die Intensitätsverhältnisse sind am Fuße der Geraden zahlenmäßig angefügt, die Intensität der ersten Bande (0,1) ist stets gleich 8 gesetzt. Man sieht, daß das Intensitätsverhältnis der aufeinanderfolgenden Banden sich innerhalb des angegebenen Intervalls 2500° bis 1000° abs. stark ändert. So hat man für die beiden ersten Banden 8 : 1,4 für $T = 1000°$ und 8 : 5 für $T = 2500°$. Bei $T = 3500°$ werden die

---

[1] Phys Rev 36, S. 410, Teil 1 (1930); 37, S. 45, Teil 2 (1930); vgl. auch J. L. DUNHAM, Phys Rev 36, S. 1553 (1930). Die Werte von $\mathfrak{P}(v', v'')$ sind bei HUTCHISSON mit J bezeichnet.

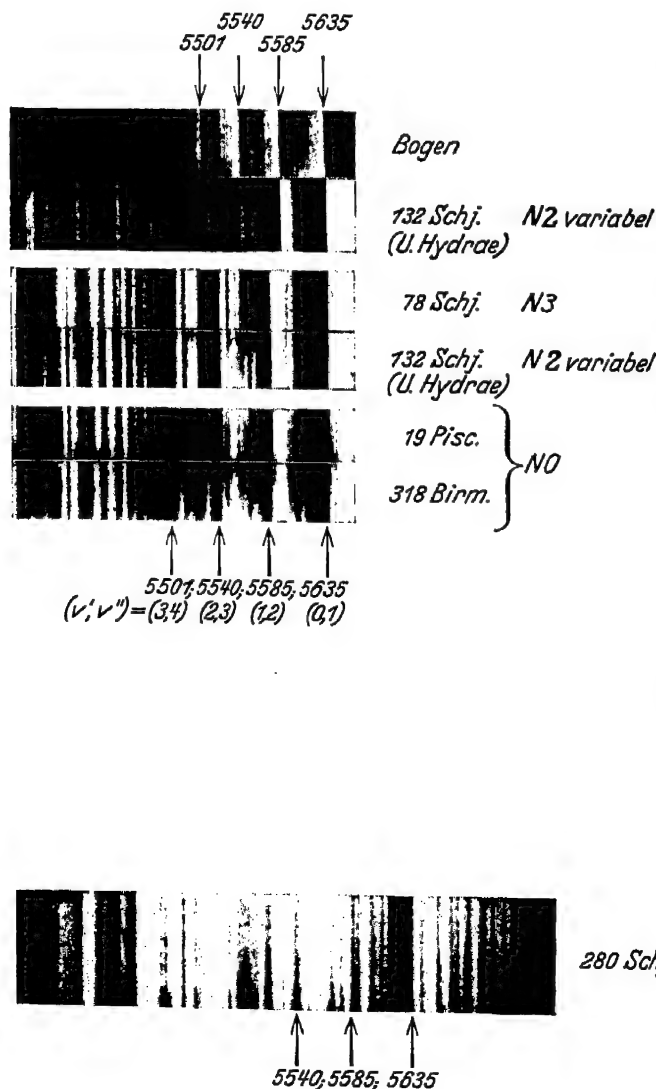
[2] Publ Yerkes Obs 2 (1903).

[3] In der Originalarbeit ist außer dieser Gruppe weiter noch die rote Gruppe λ 6191 herangezogen worden.

Intensitäten beider gleich, und bei noch höherer Temperatur wird die zweite stärker als die erste[1].

In Abb. 8 sind nun zum Vergleich eine Reihe Reproduktionen der Sternaufnahmen der Klasse N wiedergegeben. Am schwächsten erscheint die C_2-Absorption in dem Stern 280 Schjellerup, der als N1-Stern klassifiziert worden ist, am intensivsten in 132 Schjellerup N3. Es ist natürlich nicht möglich, aus den Reproduktionen bestimmte relative Werte der Intensitäten abzuleiten. Man erkennt aber jedenfalls an den Aufnahmen, auf denen die C_2-Absorption noch relativ schwach ist, daß die Bande (0,2) sehr viel stärker sein muß als die folgende (1,2), was eindeutig auf Temperaturen in der Höhe von 1500° abs. und kleiner hinweist[2].

Besonders auffällig zeigt sich der starke Intensitätsabfall von der Bande (0,1) zu (1,2) usw. in dem Spektrum von 280 Schjellerup (N1), die höheren Glieder der Gruppe treten überhaupt kaum in Erscheinung. Diese Intensitätsverteilung ist kaum mit einer Temperatur merklich über 1000° abs. verträglich, man könnte eher an $T < 1000°$ abs. denken. Für die andern wiedergegebenen Spektren ist das Verhältnis der Intensität der ersten zur zweiten Bande kleiner. Es ist jedoch nicht ganz ausgeschlossen, daß der Unterschied im wesentlichen nur durch die größere Gesamtabsorption bedingt ist und nicht durch

Abb. 8. Intensitäten in der Bandengruppe λ 5635.

[1] In Abb. 8 sind die Werte für $T > 2500°$ nicht mehr aufgeführt. — Bei einer exakteren Durchführung der Temperaturbestimmung wäre natürlich zu berücksichtigen, daß die angegebenen theoretischen Intensitäten in Wirklichkeit $\alpha_{v'',v'}$-Werte sind.

[2] Um ein richtiges Bild der wirklich vorliegenden Stärke der einzelnen Banden zu erhalten, ist es schon notwendig, daß man die verschiedenen Spektra betrachtet und miteinander vergleicht. So scheint beispielsweise in den beiden NO-Spektren die Bande λ 5540 (2,3) aus dem theoretischen Verlauf der Intensitäten herauszufallen, was jedoch, wie die anderen Spektren zeigen, nicht der Fall ist.

einen größeren Temperaturunterschied. Darum kann man wahrscheinlich damit rechnen, daß in den Spektren mit stärkerer Absorption die Intensität der höheren Glieder im Vergleich zum ersten Glied zu stark herauskommt und dementsprechend die daraus abgeschätzten Temperaturen noch etwas zu hoch sind. Diese Frage muß offen gelassen werden. Um dieselbe zu klären, wird es notwendig sein, die Gesamtabsorption in den einzelnen Banden durch photometrische Messungen an Originalaufnahmen zu bestimmen.

Abb. 9. Intensitätsverlauf innerhalb der Zweige des C_2-Spektrum (Bande λ 5635) bei verschiedenen Temperaturen.

Einige Bemerkungen verdient noch die eigentümliche Struktur der Banden, die sich besonders deutlich bei der (0,1)-Bande λ 5635 zeigt. Dieselbe hängt direkt mit der Temperatur des absorbierenden C_2-Gases zusammen. Das Zustandekommen läßt sich am einfachsten an einer schematischen Darstellung des Intensitätsverlaufes der Linien innerhalb der einzelnen Bande verstehen. In Abb. 9 ist für verschiedene Temperaturen $T = 500°$, $1000°$, $1500°$ abs. der Intensitätsverlauf für je einen R- und einen P-Zweig der Bande (0,1) λ 5635 schematisch dargestellt. Wegen der dichten Linienhäufung besonders in der Kantengegend ist nur jede dritte Linie eingezeichnet. In Wirklichkeit existieren außerdem drei R- und zwei

P-Zweige[1]. Bei fallender Temperatur rückt das Intensitätsmaximum immer weiter nach niedrigen Rotationsquantenzahlen J, für die *R*-Zweige immer näher an die Nullinie, für die *P*-Zweige dagegen bis zu 500° abwärts näher in die Kantengegend. Es läßt sich leicht übersehen, daß dadurch in der Umgebung der Nullinie ein relatives Intensitätsminimum entsteht, welches bei nicht zu großer Gesamtabsorption, also für N0-, N1- und evtl. N2-Sterne, sich durch eine Aufhellung bemerkbar macht. Diese Struktur weist ebenfalls auf eine niedrige Temperatur hin, eine Temperaturbestimmung läßt sich daraus jedoch kaum ableiten.

Zusammenfassend ergibt die Untersuchung also bei der Sternklasse N für die Schichten, in denen die C_2-Moleküle vorliegen, eine Temperatur gleich oder kleiner als 1500° abs., wobei mit der Möglichkeit gerechnet werden muß, daß die Temperatur bis auf 1000° abs. oder noch tiefer heruntergeht, wie dies in einem Falle (280 Schjellerup N1) sicher zutrifft. Eine größere Temperaturänderung von mehr als einigen oder mehreren hundert Grad innerhalb der Unterklassen von N ist nicht angedeutet.

Diese Resultate lassen sich vergleichen mit den Bestimmungen der Temperatur aus der Gesamtstrahlung der Sterne der Klasse N. Es bleibt aber zu beachten, daß in beiden Fällen nicht die Temperatur derselben Gebiete (Schichten) bestimmt wird. Man wird von vornherein erwarten können, daß die radiometrisch bestimmten Temperaturen etwas höher liegen als die aus den Bandenintensitäten, da man es im ersten Falle mit der Photosphärentemperatur zu tun hat, bei den Molekülen dagegen mit den äußeren Schichten des Sternes. Die neueren Messungen an fünf N-Sternen[2] liefern (s. Tab. 1) bei vier Objekten Temperaturen zwischen 1800° bis 3000° abs., in einem Falle (V Cygni) jedoch eine Temperatur etwas unter 1500° abs.

Tabelle 1. Temperaturen der N-Sterne.

	Aus bolometrischen Messungen der Gesamtstrahlung (Wasserzellenabsorption)	Aus Bandenintensitäten C_2
	T abs.	T abs.
19 Piscium N0	2000° bis 2500°	1500°
U Hydrae N2	2000 „ 3000	1500
X Cancri N3	2000 „ 2500	—
VX Andromedae N7	1800 „ 2500	—
V Cygni N	1400°	—
280 Schjellerup N1	....	1000

Die vorstehend beschriebenen Methoden der Temperaturbestimmung setzen bekanntlich voraus, daß innerhalb der absorbierenden Schichten Temperaturgleichgewicht besteht, weil eben nur dann das BOLTZMANNsche Verteilungsgesetz gilt. In kosmischen Lichtquellen sind nun bekanntlich die Fälle nicht selten, wo von einem eigentlichen Temperaturgleichgewicht nicht mehr die Rede sein kann, was in den meisten Fällen entweder durch die Existenz besonders niedriger Gasdrucke oder anomaler Anregungsverhältnisse bedingt ist. Es bleibt darum in jedem Falle zu untersuchen, ob sich in der Intensitätsverteilung in den Banden wirklich die Temperatur des Gasraumes wiederspiegelt bzw. überhaupt noch von einer eigentlichen Temperatur gesprochen werden kann. Über diesen Punkt ist bereits oben in Ziff. 19 im Zusammenhang mit den Prozessen bei der Strahlungsabsorption von Molekülen einiges ausgeführt worden, worauf hier verwiesen sei. In den vorhergehend behandelten Fällen, sowohl bei der Sonne wie auch bei den N-Sternen, kann man durchaus damit rechnen, daß die Temperaturbestimmung aus den Bandenintensitäten noch sinnvoll ist. Allerdings hat man vielleicht bei den N-Veränderlichen — bzw. bei allen Veränderlichen — in

[1] Auf die richtige Deutung dieser als sechs *R*-Zweige und vier *P*-Zweige mit abwechselnd ausfallenden Linien braucht hier nicht näher Rücksicht genommen zu werden.

[2] E. PETTIT u. S. B. NICHOLSON, Ap J 78, S. 320 (1933).

den Zeiten stärkeren Helligkeitswechsels mit einer Störung des Temperaturgleichgewichts zu rechnen, so daß eine Temperaturbestimmung aus den Bandenintensitäten illusorisch werden kann. Es wird dies dann der Fall sein, wenn in den Schichten der absorbierenden Moleküle in stärkerem Maße eine Rekombination von Atomen zu Molekülen vor sich geht und dabei die Anregung einer Bandenemission stattfindet, die sich der Absorption überlagert.

27. Die Bandenemission in den Kometen. Bekanntlich besteht das diskrete Emissionsspektrum der Kometen zur Hauptsache aus Banden, wovon am stärksten die von CN, C_2 und CO^+ auftreten. Es sind dies, eingeschlossen noch N_2^+, auch die einzigen Moleküle, die mit Sicherheit identifiziert werden konnten. Das Vorhandensein von CH bleibt noch ungewiß. Nach den Angaben von BALDET[1] zeigt das Kometenspektrum im Kern noch eine sehr große Anzahl von (etwa 50 und mehr) Emissionsmaxima, deren Träger noch vollständig unbekannt sind, und die sich besonders in der Gegend von λ 4000 häufen. Es ist gelegentlich versucht worden, diese letzteren mit Banden des CH- oder C_2-Moleküls[2] zu identifizieren. Nach BALDET läßt sich eine solche Zuordnung nicht aufrechterhalten. Es möge hier jedoch darauf hingewiesen werden, daß man allgemein nicht damit rechnen kann, daß ein Bandensystem in der Anordnung und Struktur der Banden im Kometenspektrum genau so auftritt wie in den normalen Laboratoriumslichtquellen und deshalb die Identifizierung mit besonderer Aufmerksamkeit durchgeführt werden muß. Das Beispiel der Zyanbanden zeigt dies deutlich genug. Die Struktur derselben im Kometenspektrum weicht ganz wesentlich von dem gewohnten Bild, wie man es sonst vom Bogen oder vom Sonnenspektrum her kennt, ab. Beim C_2-(SWAN-)Spektrum ist dies dagegen nicht der Fall.

Die Intensitätsverteilung innerhalb dieser Bandensysteme (CN, C_2) und die Verschiedenheit derselben für die beiden genannten Moleküle ist deshalb von besonderer Bedeutung, weil sie den eigentlichen Schlüssel für das Verständnis der Vorgänge in den Kometen liefern, wie dies vom Verfasser dieses Artikels[3] gezeigt worden ist. Versucht man nämlich auf die Weise, wie das in voriger Ziffer für das C_2-Spektrum der N-Sterne auseinandergesetzt wurde, festzustellen, auf welche Temperatur die C_2-Banden in den Kometen hinweisen, so kommt man unabhängig von der Sonnendistanz der Kometen auf Temperaturen über 3000° abs. Im Gegensatz dazu deuten die Zyanbanden höchstens auf Zimmertemperatur. Da die beiden Gase in demselben Gasraum existieren, ist es klar, daß diese Intensitätsverteilung nichts mit der Raumtemperatur zu tun hat bzw. von einer Temperatur nicht mehr gesprochen werden kann; es sind hier ganz andere Vorgänge als die Molekülzusammenstöße, welche die Verteilung der leuchtenden Moleküle auf die einzelnen Quantenstufen bestimmen. Man hat ein typisches Beispiel für den Fall, wo eine Temperaturbestimmung aus den Bandenintensitäten keinen Sinn mehr hat, da die Zusammenstöße zwischen den Molekülen wegen ihrer Seltenheit nicht mehr wirksam sind. Dies macht zunächst deutlich, daß die Gasdichten in den Kometenatmosphären sehr gering sein müssen. Dies war zwar bereits früher sicher angenommen, da man beobachtete, daß bedeckte Sterne ohne merkliche Schwächung durch den Kometennebel hindurchscheinen, jedoch hatte man kein sicheres Maß der Verdünnung, so daß man immerhin nicht ausschließen konnte, daß innerhalb der Kometenatmosphären noch chemische Reaktionen (Stoßreaktionen) vor

[1] Annales de l'Observatoire d'astronomie physique de Paris, Tome VII, 1926.

[2] Es handelt sich um die sog. RAFFETTY-Banden (CH?) bzw. um die DESLANDRES-D'AZAMBUJA-Banden (C_2).

[3] Z f Ap 8, S. 281 (1934); 9, S. 62 (1934); 10, S. 285 (1935).

sich gehen, wie sie beispielsweise BOBROVNIKOFF[1] für die Entstehung und Vernichtung bzw. Umwandlung der durch ihre Emission nachgewiesenen C_2-, CN- und CO^+-Moleküle heranzuziehen versucht. Diese müssen jedoch nicht nur in der Koma, sondern auch im Kerngebiet der Kometen ausgeschlossen werden[2]. Das Auftreten und Verschwinden der Moleküle kann deshalb auch nur durch eine den Kometen durchsetzende Strahlung bewirkt werden, d. h. durch photochemische Prozesse (Lichtabsorption)[3]. Diese Prozesse sind oben in Ziff. 19 ausführlicher behandelt worden, wobei speziell auf das Kometenproblem Bezug genommen wurde. Unter diesem Gesichtspunkt läßt sich dann eine ganze Reihe bisher noch ungeklärter Beobachtungen an den Kometen, wie die Verschiedenheit von Kopf- und Schweifbanden, die Kontraktion der Kometenköpfe mit der Perihelannäherung und die Strukturen der Banden erklären. Weiter kann die bisher hypothetische Repulsivkraft des Kometenkerns auf die Wirkung überschüssig absorbierter Lichtenergie zurückgeführt werden.

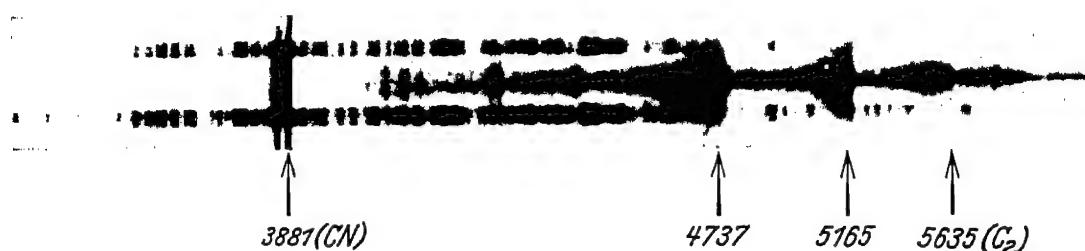



Abb. 10. Spektrum des Kometen Brooks.

Die Beobachtung, daß man die Moleküle C_2 und CN im Gegensatz zu CO^+ und N_2^+ nur im Kopf des Kometen beobachtet, läßt sich allein durch die verschiedene Lebensdauer der Moleküle im Strahlungsfeld der Sonne deuten, die Kontraktion der Kometenköpfe durch die Abkürzung der Lebensdauer bei Zunahme der Intensität der Strahlung mit der Sonnenannäherung. In Ziff. 19 (über die Dissoziation von Molekülen durch Strahlungsabsorption) ist das vorgenannte Problem als Beispiel etwas näher erläutert worden, worauf deshalb zur weiteren Orientierung verwiesen werden kann. Über das Zustandekommen der verschiedenen Temperaturen der CN- und C_2-Moleküle war dort bereits ebenfalls einiges ausgeführt worden. Die Beobachtung, daß die Zyanbanden eine niedrige Schwingungstemperatur zeigen, beruht darauf, daß das Zyanmolekül wegen des Vorhandenseins eines elektrischen Momentes Schwingungsenergie auszustrahlen vermag, infolgedessen die Moleküle sich immer wieder im tiefsten Schwingungszustand $v'' = 0$ ansammeln und von diesem Niveau aus durch das Sonnenkontinuum angeregt werden. An Hand der Potentialkurven läßt sich dann auf Grund des FRANCK-CONDON-Prinzips ohne weiteres einsehen, wie die außergewöhnliche Stärke der Banden ($v' = 0$, $v'' = 0$) und ($v' = 1$, $v'' = 1$) zustande kommt[4]. Desgleichen ist die niedrige „Rotationstemperatur" der CN-Moleküle durch die Möglichkeit der Ausstrahlung von Rotationsquanten bedingt, infolgedessen sich die Moleküle auch in den niedrigen Rotationszuständen

[1] Publ Lick Obs 17, S. 478 usw. (1931).

[2] Man könnte höchstens daran denken, daß direkt auf oder über der Oberfläche der festen Materie, aus der die Gase ausströmen, die Gasdichten noch so hoch liegen, daß Zusammenstöße häufiger sind. Das bleibt jedoch noch sehr fraglich.

[3] Es kommen natürlich nur photochemische Primärprozesse in Frage.

[4] Vgl. diesbezüglich K. WURM, Z f Ap 5, S. 10 (1932), wo auch die Potentialkurven wiedergegeben sind.

ansammeln[1] und von diesen aus angeregt werden und emittieren. Die Banden schrumpfen deswegen auf einige wenige Linien in der Umgebung des Bandenursprungs zusammen und geben den Eindruck von etwas verbreiterten Linien. Ganz anders liegen die Verhältnisse beim C_2-Spektrum. Es ist schon oben gesagt worden, daß die C_2-Moleküle relativ hohe Temperaturen von 3000° bis 4000° abs. zeigen, wie man ohne weiteres aus der Betrachtung der Gruppe λ 5635 schließen kann[2]. Ebenfalls sind die Rotationsquanten bis zu hohen Laufzahlen ausgebildet, was sich aus dem Intensitätsabfall nach kurzen Wellen hin ersehen läßt. Da das C_2-Molekül kein elektrisches Moment besitzt, so kann dasselbe keine Schwingungs- und Rotationsenergie ohne gleichzeitigen Elektronensprung ausstrahlen. Weil die C_2-Moleküle, wie aus den spektroskopischen Aufnahmen folgt, bereits im Kern mit dieser Intensitätsverteilung auftreten, so muß also beim Entstehungsprozeß der C_2-Moleküle diesen die Schwingungsenergie schon mitgeteilt werden. Dies deutet darauf hin, daß das C_2 im Gasraum durch photochemischen Zerfall einer komplizierteren Kohlenstoffverbindung gebildet wird. Es ist bekannt und theoretisch verständlich[3], daß bei einem solchen Prozeß Moleküle mit höheren Beträgen an Schwingungs- und Rotationsenergie entstehen. Die Ausgangsprodukte, welche also die eigentlichen Ausströmungsprodukte sind, bleiben vorläufig noch unbekannt[4].

Neben Schwingungs- und Rotationsenergie wird in vielen Fällen den Zerfallsprodukten noch kinetische Relativenergie mitgeteilt, so daß dieselben mit hoher Geschwindigkeit auseinanderfliegen[5]. Es ist sehr wahrscheinlich, daß hierin die bisher ihrer Natur nach unbekannte „Repulsivkraft" des Kometenkerns ihre Erklärung findet. Zur weiteren Orientierung der vorstehend berührten Fragen muß auf die zitierten Originalarbeiten verwiesen werden.

28. Vorkommen und Nachweis zwei- und mehratomiger Moleküle in kosmischen Lichtquellen. Bandenabsorptionen werden in Sternen allgemein erst in den späteren Spektralklassen in auffälligem Maße beobachtet, da erst bei tieferen Temperaturen die Möglichkeit zu stärkerer Molekülbildung gegeben ist. Die Bestimmung des Vorkommens von Verbindungen (Dissoziationsgleichgewichte) in den verschiedenen Sternatmosphären stellt ein ganz ähnliches Problem dar, wie die Berechnungen der Ionisationsgleichgewichte der Atome, und das Dissoziationsgleichgewicht hängt ebenso neben der Temperatur weiter noch von den Partialdrucken der reagierenden Partikel ab. Dem Prozeß der Ionisation bei den Atomen entspricht beim Molekül die Dissoziation in seine Komponenten. Als erster hat ATKINSON[6] eine Anwendung der Dissoziationstheorie auf Moleküle (TiO) in Sternatmosphären versucht. Seine Resultate sind jedoch aus verschiedenen Gründen als gänzlich überholt anzusehen. Eine umfassendere und die Grundlagen im wesentlichen klärende Arbeit aus dem Jahre 1929 rührt von WILDT her[7]. Nach WILDT hat das Problem weitere Darstellung

---

[1] Auf die Tatsache, daß die Rotationsstruktur der Zyanbanden auf niedrige Temperatur hindeutet, ist zuerst von BOBROVNIKOFF (l. c. S. 479) hingewiesen worden; eine Erklärung für das Zustandekommen der Rotationsstruktur ist dort jedoch nicht gegeben worden.

[2] Vgl. diesbezüglich die Ausführungen in Ziff. 26.

[3] Vgl. Ziff. 19.

[4] Für die verschiedentlich vorgebrachte Ansicht, daß die leuchtende Materie in den Kometen durch Bombardement der festen Materie durch Korpuskularstrahlung hoher oder mittlerer Energie befreit wird, läßt sich kaum eine Stütze vorbringen. Es ist z. B. auch nicht einzusehen, weshalb dann nicht stets neben den Kohleverbindungen auch Metalldämpfe wie Eisen usw. auftreten. Gerade die Tatsache, daß das leichtflüchtige Natrium stets erst bei mittlerer bis kleinerer Sonnendistanz erscheint, bei großer Distanz aber fehlt, beweist, daß die Befreiung der Gase und Dämpfe in Kometen einfach durch Erwärmung der festen Materie geschieht.

[5] Vgl. oben Ziff. 19, S. 289. [6] M N 82, S. 396 (1922). [7] Z f Phys 54, S. 856 (1929).

Tabelle 2.

Molekül	Elektronenterm	Termhöhe in cm⁻¹	Übergang	Ursprung cm⁻¹	D in Volt	Spektralgegend in A	Abschattierung	Vorkommen
	$B\,^3\Sigma_u$	49 357,6	$B\,^3\Sigma \rightleftharpoons X\,^3\Sigma$ SCHUMANN-RUNGE-Banden	49 844,8	0,95	1760—4500	*R*	Erdatmosphäre
	$C\,^3\Sigma_u^+$?	∼ 38 000?	$C \leftarrow X\,^3\Sigma$ HERZBERG-Banden	3 800	(0,4)	2400—2600	*R*	
	$A\,^1\Sigma_g^+$	13 121	$A\,^1\Sigma \leftarrow X\,^3\Sigma$ atmosphärische Banden	13 197,69	3,5	5380—7710	*R*	Erdatmosphäre
O_2	$a\,^1\Delta_g$	7881,6	$a\,^1\Delta \leftarrow X\,^3\Sigma$ RAMAN-Effekt-Banden	7 881	5,09	12 500—12 750	*R*	
	$X\,^3\Sigma_g^-$	0						
	$d\,^1\Pi_g$	?	$d\,^1\Pi \rightarrow b\,^1\Pi$	25 862,6		3400—4100	*V*	
	$C\,^3\Pi$	(29 212)	$(C\,^3\Pi \rightarrow A\,^3\Pi)$			3420—7850	*V*	
	$c\,^1\Sigma$	?	$c\,^1\Sigma \rightarrow a\,^1\Sigma$			bei 2300		
	$B\,^3\Pi_g$	19 379,2	$B\,^3\Pi \rightarrow A\,^3\Pi$ SWAN-Banden	19 305,6		4370—6700	*V*	Sonne (sehr schwach); Sonnenflecke; Kometen (Emission); Klassen N, R. Wahrscheinlich in allen späteren Klassen als G0
C_2	$b\,^1\Pi_u$	?						
	$a\,^1\Sigma$	?						
	$A\,^3\Pi_u$	0			(5,5			
	$B\,^2\Sigma_u^+$	25 565,9	$B\,^2\Sigma \rightarrow X\,^2\Sigma$ Negative Stickstoffbanden	25 461,9	(3,2)	3000—5860	*VR*	Kometen, aber wesentlich schwächer als die CO^+ Kometenschweifbanden; Nordlicht und ebenfalls Nachthimmellicht, die weiterhin noch Banden des neutralen N_2 aufweisen
N_2^+	$X\,^2\Sigma_g^+$	0			6,3			
	$B\,^2\Sigma^+$	25 797,8	$B\,^2\Sigma \rightarrow X\,^2\Sigma$	25 752,0		3320—4600	*V*	Sonne; Sonnenflecke; Klassen N, R, M, S, K, G, F8 bis F0. Kometenkopf (Emission). Die Absorption des roten Systems ist etwas schwächer als die des violetten
	$A\,^2\Pi$ verk	10 929,3	$A\,^2\Pi \rightarrow X\,^2\Sigma$	11 043,2		6200—9400	*R*	
		10 877,1						
CN	$X\,^2\Sigma^+$	0			6,7			
	Weitere unvollständig analysierte Banden bei 2525—2655 A. Ferner nichtanalysierte Banden im Sichtbaren und Violett							
	B	34 561,4	$B \rightarrow X$	34 483,7		2685—3200	*V*	
	A	22 880,5	$A \rightarrow X$	22 955,4		4230—5015	*R*	Sonne; Sonnenflecke; Klassen G, K, M, die Intensität wächst mit fallender Spektralklasse
		22 724,5		22 799,4				
SiF	*X*	0			(∼5)			

MgH	$B\,^2\Pi$ $A\,^2\Pi$ $X\,^2\Sigma^+$	41 237 19 271 0	$B\,^2\Pi \to X\,^2\Sigma$ $B\,^2\Pi \to A\,^2\Pi$ $A\,^2\Pi \to X\,^2\Sigma$	41 131 21 966 19 217	$<1{,}7$ $<2{,}8$ $<2{,}5$	2300—2500 bei 4550 4800—6070	V V	Sonnenflecke; Klasse M, in M-Zwergen relativ stark, in M-Riesen sehr schwach. Dieser Unterschied läßt sich dadurch erklären, daß die dauernd vor sich gehende Dissoziation (oder Prädissoziation) durch Strahlungsabsorption bei höherem Druck (Zwergen) schneller rückgängig gemacht werden kann
CaH	$C\,^2\Sigma^+$ $D\,^2\Sigma^+$ $E\,^2\Pi$? $B\,^2\Sigma^+$ $A\,^2\Pi$ $X\,^2\Sigma^+$	28 353,0 22 525 20 400? 15 753,8 14 472,2 14 392,3 0	$C\,^2\Sigma \to X\,^2\Sigma$ $D\,^2\Sigma \to X\,^2\Sigma$ $E \to X\,^2\Sigma$? $B\,^2\Sigma \to X\,^2\Sigma$ $A\,^2\Pi \to X\,^2\Sigma$	28 275,3 22 603 $\sim$20 400 15 756,1 14 450,4 14 370,5	(2,2) ($\sim$1,9) (1,8) (1,9) $<1{,}7$	bei 3530 4000—5800 bei 4900 bei 6400 bei 6900	V R V V	Sonnenflecke; Klasse M, in M-Riesen schwach, in M-Zwergen stark. Vgl. Anm. bei MgH
AlH	$B\,^1\Pi$ $a\,^3\Pi$ verk $A\,^1\Sigma^+$	23 470,9 ? 0	$B\,^1\Pi \rightleftharpoons A\,^1\Sigma$	23 470	0,26 3,1	4070—4600	R	Sonnenflecke
CH	Banden zwischen 4025 und 4120 (RAFFETY-Banden) und bei 3630 A gehören vielleicht zum gleichen System wie die Bande bei 3900 A							
	$C\,^2\Sigma^+$	31 810	$C\,^2\Sigma \to X\,^2\Pi$	31 794		3143 u. 3157	R	Sonne; Sonnenflecke; in den Klassen N, R usw. bis F sicher zu erwarten, aber noch nicht nachgewiesen
	$B\,^2\Sigma^-$ $A\,^2\Delta$ $X\,^2\Pi$	25 715 23 163 28,5 0	$B\,^2\Sigma \to X\,^2\Pi$ $A\,^2\Delta \to X\,^2\Pi$	25 715 $\sim$23 163	 (3,5)	bei 3900 bei 4300	R V	Sonne; Sonnenflecke; Klassen N, R, M, S, K, G, F8 bis F0; Maximum von G7 bis K0
SiH	$A\,^2\Delta$ $X\,^2\Pi$	(24 226) 124 0	$A\,^2\Delta \to X\,^2\Pi$	$\sim$24 220		bei 4140	R	Sonne; Sonnenflecke
NH	$b\,^1\Pi$ $B\,^3\Pi$ $a\,^1\Delta$ $A\,^3\Sigma^-$	39 528 29 750 8773 0	$b\,^1\Pi \to A\,^3\Sigma$ $B\,^3\Pi \to A\,^3\Sigma$ $b\,^1\Pi \to a\,^1\Delta$	39 528 29 750 30 755	 (4,2)	bei 2530 3360 u. 3370 bei 3240	R R R	Sonne; Sonnenflecke; wahrscheinlich in allen späteren Unterklassen
OH	$B\,^2\Sigma$ $A\,^2\Pi$ verk	32 464,96 139,12 0	$B\,^2\Sigma \rightleftharpoons A\,^2\Pi$	32 744,2 32 605,0	2,4 4,4	2400—3500	R	Sonne; Sonnenflecke

Tabelle 2 (Fortsetzung).

Molekül	Elektronenterm	Termhöhe in cm⁻¹	Übergang	Ursprung cm⁻¹	D in Volt	Spektralgegend in A	Abschattierung	Vorkommen
	$C\,^3\Pi$	19479,9	$C\,^3\Pi \rightarrow X\,^3\Pi$	19423,75		4085—6160	R	Klassen M und S, besonders stark in den späten Unterklassen von M;
		19416,3		19434,48				
		19347,4		19432,58				Sonnenflecke
	B	17840?	$B \rightarrow X?$			5604 (0,0)	R	
						5635 (1,1) usw.		
	$A\,^3\Sigma$	14171,4	$A\,^3\Sigma \rightarrow X\,^3\Pi$	14103,3		5720—8000	R	Klassen M und S, besonders stark in den späten Unterklassen von M.
				14175,9				
				14242,6				Sonnenflecke
TiO	$X\,^3\Pi$	141,3			(∾6,5)			
		66,7						
		0						
	$C\,^3\Pi$	22148,6	$C\,^3\Pi \rightarrow X\,^3\Pi$	21601,4		4315—5600	R	
		21848,1		21614,3				
		21659,8		21698,1				Klasse S (stark)
	B	18089,0	$B \rightarrow X\,^3\Pi$	17529,2		5300—6400	R	Klasse M (schwach)
		18052,3		17806,0				
		18007,4		18053,1				
	$A\,^3\Sigma$	16048,4	$A\,^3\Sigma \rightarrow X\,^3\Pi$	15483,8		5440—7600	R	
				15791,7				
				16088,9				
ZrO	$X\,^3\Pi$	605,5			(∾7,0)			
		292,1						
		0						
	$B\,^2\Sigma+$	42865,2	$B\,^2\Sigma \rightarrow X\,^2\Sigma$	43167,4	(3,3)	2120—3650	R	
	$A\,^2\Pi$ verk	23646,53	$A\,^2\Pi \rightarrow X\,^2\Sigma$	23958,85	(3,7)	3140—8520	R	Sonnenflecke
		23524,17		23836,49				
BO	$X\,^2\Sigma+$	0						
	$B\,^2\Sigma+$	20635,3	$B\,^2\Sigma \rightarrow X\,^2\Sigma$	20686,9		4160—5690	R	Sonnenflecke; Mira Ceti, Me-Veränderlicher; bei dem Maximum von 1924 bei Mira Ceti auch in Emission beobachtet
AlO	$X\,^2\Sigma+$	0			(7?)			
	$B\,^2\Sigma$	20579	$B\,^2\Sigma \rightarrow X\,^2\Sigma$	20652,6		4500—5440	R	
	$A\,^2\Pi$	16562,2	$A\,^2\Pi \rightarrow X\,^2\Sigma$	16610,9		5740—7300	R	Klassen K und M (K5 bis M3)
		16444,7		16492,9				
ScO	$X\,^2\Sigma$	0			(7?)			

CO^+	$B\,^2\Sigma^+$	45 651,5	$B\,^2\Sigma \rightarrow X\,^2\Sigma$ 1. negative Banden	45 899,4	(3,7)	1975—3155	R	In Kometen sicher vorhanden, wegen der Lage im Ultraviolett nicht nachweisbar
	$A\,^2\Pi$ verk	20 471,6 20 346,1	$A\,^2\Pi \rightarrow X\,^2\Sigma$ Kometenschweifbanden	20 795,1 20 669,6	(4,8)	3080—6360	R	Kometen (Emission)
	$X\,^2\Sigma^+$	0	$B\,^2\Sigma \rightarrow A\,^2\Pi$ Kombinationsbanden	25 089,6 25 115,4		3320—4230	V	In Kometen noch nicht nachgewiesen, bei sehr langer Belichtung jedoch zu erwarten

und ergänzende Bearbeitung durch CAMBRESIER und ROSENFELD[1] und RUSSELL[2] erfahren. Eine Erklärung der Beobachtungen ist durch die genannten Arbeiten in großen Zügen erreicht, jedoch vorläufig nur in einer ersten, groben Annäherung. Die Darstellung des Problems, auf die wegen Raummangels auch verzichtet werden müßte, erübrigt sich hier, da die Originalarbeiten (insbesondere die letztgenannte) eine vollständige Übersicht des Gesamtproblems geben[3].

Die spektroskopische Nachweisbarkeit der in den Sternatmosphären vorliegenden Verbindungen ist wegen der Unzugänglichkeit der ultravioletten Spektralgegend $\lambda < 2900$ nicht für alle Moleküle möglich, da für eine ganze Reihe nur Absorptionsbanden unterhalb dieser Grenze erwartet werden können. Die Beschränkung der Nachweisbarkeit geht hier viel weiter als bei den Atomen, da vorwiegend nur Resonanzsysteme in Absorption auftreten können. Liegt ein höherer Elektronenzustand tiefer als die Dissoziationsgrenze des Grundzustandes, so kann ein von diesem Term ausgehendes Bandensystem natürlich in Absorption auftreten. Solche Banden werden jedoch aus energetischen Gründen meist sehr schwach sein. Auch für solche Fälle, bei denen der Ausgangszustand eines Systems (in Absorption) höher als die Dissoziationsgrenze des Grundzustandes liegt, kann man das Auftreten solcher Bandensysteme für Sternatmosphären nicht überhaupt ausschließen. Das Viellinienspektrum des H_2, das PICCARDI[4] in der Sonne nachgewiesen zu haben glaubt, würde dafür ein Beispiel liefern. Die Richtigkeit der Identifizierung muß jedoch noch nachgeprüft werden.

In den Tabellen 2 und 3 sind die bisher in kosmischen Lichtquellen nachgewiesenen Moleküle sowie die zugehörigen Bandensysteme zusammengestellt und mit den Anmerkungen versehen, für welche Objekte der spektroskopische Nachweis geführt ist. Die diesbezügliche Literatur ist im Literaturanhang unter der Abteilung „Astrophysikalische Anwendungen" aufgeführt. Tabelle 2 enthält die zweiatomigen, Tabelle 3 die mehratomigen Verbindungen. Für die letzteren handelt es sich bei den auftretenden Absorptionen vornehmlich um Rotationsschwingungsspektren. Die Moleküldaten in den Tabellen sind zum größten Teil dem neueren Tabellenwerk von H. SPONER[5] entnommen.

Für die Anfertigung der Zeichnungen und Reproduktionen in Ziff. 19 ist Verfasser Herrn E. STROHBUSCH, für die in Ziff. 26 sowie für Mitarbeit an den Tabellen und dem Literaturverzeichnis Fräulein G. SCHRÖDER zu Dank verpflichtet.

[1] M N 93, S. 710 u. 724 (1933).
[2] Ap J 79, S. 317 (1934).
[3] Bei RUSSELL (l. c.) sind die Resultate in einer Reihe von Diagrammen dargestellt.
[4] Mem S A It 4, S. 379 (1929).
[5] H. SPONER, Molekülspektren und ihre Anwendung auf chemische Probleme. I. Tabellen. (Sammlung: Struktur und Eigenschaften der Materie.) Berlin 1935.

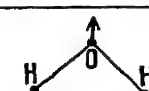
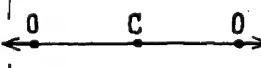
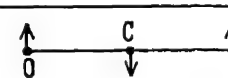
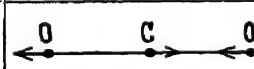
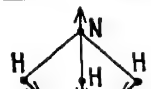
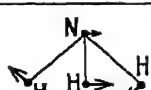
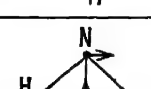
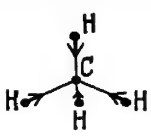
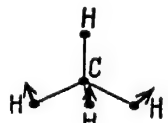
Tabelle 3.

Molekül	Grundfrequenzen in cm^{-1}	Modell	Aktivität	Vorkommen (Bemerkungen)
H_2O	$\nu_1 = (3600)$	O H H	(Ultrarotabs.) RAMAN-Effekt	Atmosphärische Absorption $2\nu_1 + \nu_3$ $(\lambda = 0{,}92\ \mu)$ $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3$ $(\lambda = 1{,}1\ \mu)$ $\nu_1 + \nu_3$ $(\lambda = 1{,}4\ \mu)$
	$\nu_2 = 1595{,}4$	O H H	Ultrarotabs. RAMAN-Effekt	
	$\nu_3 = 3756$	O H H	Ultrarotabs. (RAMAN-Effekt)	
	Mehrere kontinuierliche und diskrete Absorptionsgebiete (Elektronenübergänge) unterhalb λ 1800			
O_3	$\nu_1 = 1046$	wahrscheinlich wie H_2O	Ultrarotabs. (RAMAN-Effekt)	Erdatmosphäre
	$\nu_2 = 700$		Ultrarotabs. (RAMAN-Effekt)	
	$\nu_3 = 1357$		(Ultarotabs.) (RAMAN-Effekt)	
	An bekannten Elektronenspektren besitzt das Ozon folgende Absorptionsgebiete			
	6100 bis 4300 10000 bis 6900	schwache Absorption		
	3660 bis 2900 2900 bis 2300	starke Absorption		Atmosphärische Absorption im Sonnenspektrum unterhalb 2900
CO_2	$\nu_1 = 1285$	O C O	RAMAN-Effekt inaktiv in Ultrarotabs.	Im Venusspektrum sind die Banden $5\nu_3 = 11\,496{,}5\ cm^{-1}$ $5\nu_3 + \begin{Bmatrix}\nu_1\\2\nu_2\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}12\,672{,}5\ cm^{-1}\\12\,774{,}7\ cm^{-1}\end{Bmatrix}$ von ADAMS und DUNHAM identifiziert
	$\nu_2 = 667$	O C O	Ultrarotabs.	
	$\nu_3 = 2352$	O C O	Ultrarotabs.	
	Mehrere diskrete und kontinuierliche Absorptionsgebiete (Elektronensprünge) liegen unterhalb λ 1700			
NH_3	$\nu_1 = 950$	N H H H	Ultrarotabs. und RAMAN-Effekt	Im Jupiterspektrum von WILDT identifiziert: $4\nu_3 = 12\,622\ cm^{-1}$ $(\lambda\ 7920)$ $5\nu_3 = 15\,451\ cm^{-1}$ $(\lambda\ 6470)$
	$\nu_2 = 1630$	N H H H	Ultrarotabs. (und RAMAN-Effekt?)	
	$\nu_3 = 3334$	N H H H	Ultrarotabs. und RAMAN-Effekt	
	$\nu_4 = 3300?$	N H H H	(Ultrarotabs.) RAMAN-Effekt	
	Ein bekannter Elektronenübergang vom Grundzustand des Moleküls liegt bei λ 2260 nach kurzen Wellen hin. Die Banden sind diffus (Prädissoziation)			

Tabelle 3 (Fortsetzung).

Molekül	Grundfrequenzen in cm^{-1}	Modell	Aktivität	Identifikation nach ADEL u. SLIPHER: Wellenlänge in $\mu\mu$	Übergang	Planeten: J	S	U	N
CH_4	$\nu_1 = 2915$		RAMAN-Effekt inaktiv in Ultrarotabs.	886	$4\nu_3$	*			
				725	$5\nu_3$	*	*		
				619	$6\nu_3$	*	*	*	*
				543	$7\nu_3$	*	*	*	*
				486	$8\nu_3$			*	*
				441	$9\nu_3$				*
	$\nu_2 = 1520$		RAMAN-Effekt inaktiv in Ultrarotabs.	980	$8\nu_4$	*			
				874	$9\nu_4$	*			
				788	$10\nu_4$	*			
				720	$11\nu_4$	*	*		
				662	$12\nu_4$			*	*
				614	$13\nu_4$			*	*
				566	$14\nu_4$			*	*
				534	$15\nu_4$				*
				502	$16\nu_4$				*
	$\nu_3 = 3014$		Ultrarotabs.	861	$3\nu_3 + \nu_1$	*			
				702	$4\nu_3 + \nu_1$	*	*	*	*
				595	$5\nu_3 + \nu_1$		*	*	*
				521	$6\nu_3 + \nu_1$				*
				987	$3\nu_3 + \nu_2$	*			
				782	$4\nu_3 + \nu_2$	*	*		
				656	$5\nu_3 + \nu_2$			*	*
				568	$6\nu_3 + \nu_2$			*	*
				504	$7\nu_3 + \nu_2$				*
	$\nu_4 = 1304$		Ultrarotabs.	1009	$3\nu_3 + \nu_4$	*			
				798	$4\nu_3 + \nu_4$	*			
				668	$5\nu_3 + \nu_4$	*	*	*	*
				576	$6\nu_3 + \nu_4$	*	*	*	*
				509	$7\nu_3 + \nu_4$			*	*
				(459—560)	$8\nu_3 + \nu_4$				*
				643	$10\nu_4 + \nu_3$			*	*
				597	$11\nu_4 + \nu_3$			*	*
				557	$12\nu_4 + \nu_3$			*	*
				523	$13\nu_4 + \nu_3$				*

Die Banden λ 543, 619 und 720 sind vor ADEL u. SLIPHER bereits von WILDT identifiziert worden. CH_4 zeigt kontinuierliche Absorption (Elektronenübergänge) von λ 1800 abwärts.

Literaturverzeichnis.

I. Allgemeines, Theorie.

W. E. GARNER and J. E. LENNARD-JONES, Molecular spectra and molecular structure. Nature 124, S. 584—588 (1929), Nr. 3128.

W. W. WATSON, Rotational instability and uncoupling of the electronic orbital angular momentum from the axis in diatomic molecules. Phys Rev (2) 34, S. 1010—1014 (1929), Nr. 7.

E. HULTHÉN, A physical interpretation of perturbations in band spectra. Nature 126, S. 56—57 (1930), Nr. 3167.

F. HUND, Zur Deutung der Molekelspektren V. Die angeregten Elektronenterme von Molekeln mit zwei gleichen Kernen (H_2, He_2, Li_2, N_2^+, N_2 . . .). Z f Phys 63, S. 719 bis 751 (1930), Nr. 1/2.

C. F. KETTERING, L. W. SHUTTS and D. H. ANDREWS, A representation of the dynamic properties of molecules by mechanical models. Phys Rev (2) 35, S. 1422 (1930), Nr. 11.

R. S. MULLIKEN, Report on notation for spectra of diatomic molecules. Phys Rev (2) 36, S. 611—629 (1930), Nr. 4.

E. Teller, Über das Wasserstoffmolekülion. Z f Phys 61, S. 458—480 (1930), Nr. 7/8.
W. Weizel, Über doppelte Rotationstermfolgen von Singulett-Σ-Termen. Z f Phys 61, S. 602 bis 603 (1930), Nr. 9/10.
J. L. Dunham, The energy levels of a rotating vibrator. Phys Rev (2) 41, S. 721—731 (1932), Nr. 6.
H. Kuhn u. O. Oldenberg, Evidence of space quantization of atoms upon impact. Phys Rev (2) 41, S. 72—78 (1932), Nr. 1.
G. Briegleb, Über den polaren Aufbau der Moleküle und die Natur der Nebenvalenzkräfte. Z phys Chem (B) 23, S. 105—130 (1933), Nr. 1/2.
K. G. Emeleus and O. S. Duffendack, The inert gas molecules. Phys Rev (2) 44, S. 945 (1933), Nr. 11.
E. M. van Engers u. A. H. Kramers, Zur Anwendung der Phasenintegrale auf das Wasserstoffmolekülion. Z f Phys 82, S. 328—336 (1933), Nr. 5/6.
Sh. L. Gerhard and D. M. Dennison, The envelopes of infrared absorption bands. Phys Rev (2) 43, S. 197—204 (1933), Nr. 3.
A. Krebs, Gesetzmäßigkeiten bei den Hydriden. Z f Phys 81, S. 776—780 (1933), Nr. 11/12.
H. Lessheim and R. Samuel, On a connection between Di- and Triatomic molecules. S.-A. Current Science 1, S. 374—376 (1933), Nr. 12.
G. N. Lewis and M. F. Ashley, The spin of hydrogen isotope. Phys Rev (2) 43, S. 837 (1933), Nr. 10.
L. Pauling, The normal state of the helium molecule-ions H_2^+ and H_2^{++}. J Chem Phys 1, S. 56—59 (1933), Nr. 1.
C. L. Pekeris, Rotation-Vibration coupling in diatomic molecules. Phys Rev (2) 44, S. 953 (1933), Nr. 11.
L. S. Ornstein and G. O. Langstroth, The excitation of band systems. I. Proc Amsterdam 36, S. 384—390 (1933), Nr. 4.
N. Rosen, Potential energy of diatomic molecules. Phys Rev (2) 43, S. 671 (1933), Nr. 8.
E. C. G. Stueckelberg, Theory of continuous absorption of oxygen at 1450 Å. Phys Rev (2) 44, S. 234 (1933), Nr. 3.
W. Weizel, Bandenspektren und Molekülaufbau. I. Phys Z 34, S. 425—440 (1933), Nr. 11.
J. H. van Vleck, On the theory of the structure of CH_4 and related molecules. Part. I. J Chem Phys 1, S. 177—182 (1933), Nr. 3.
J. H. van Vleck, On the theory of the structure of CH_4 and related molecules. Part. II. J Chem Phys 1, S. 219—238 (1933), Nr. 4.
J. H. van Vleck and P. C. Cross, A calculation of the vibration frequencies and other constants of the H_2 molecule. J Chem Phys 1, S. 357—361 (1933), Nr. 6.
P. C. Cross and F. Daniels, The influence of foreign gases on the intensity of infrared absorption. J Chem Phys 2, S. 6—10 (1934), Nr. 1.
G. Jaffé, Zur Theorie des Wasserstoffmolekülions. Z f Phys 87, S. 535—544 (1934), Nr. 7/8.
H. M. James, Wave-mechanical treatment of Li_2. Phys Rev (2) 45, S. 737 (1934), Nr. 10.
C. L. Pekeris, The rotation-vibration coupling in diatomic molecules. Phys Rev (2) 45, S. 98—103 (1934), Nr. 2.
J. H. van Vleck, Magnetic dipole radiation and the atmospheric absorption bands of oxygen. Phys Rev (2) 46, S. 334 (1934), Nr. 4.

Bindung.

R. Samuel u. L. Lorenz, Über den Übergang von unpolarer zu polarer Bindung. Z f Phys 59, S. 53—82 (1929), Nr. 1/2.
M. Born, Zur Quantentheorie der chemischen Bindung. Verh d Dtsch Phys Ges (3) 1930, S. 11, 34, Nr. 2.
E. Hückel, Zur Quantentheorie der Doppelbindung. Z f Phys 60, S. 423—456 (1930), Nr. 7/8.
F. London, Zur Theorie und Systematik der Molekularkräfte. Z f Phys 63, S. 245—279 (1930), Nr. 3/4.
C. P. Snow u. E. K. Rideal, Infra-red investigations of molecular structure. Part. IV. The overtone of nitric-oxide. Proc Roy Soc London (A) 126, S. 355—359 (1930), Nr. 801.
J. H. Bartlett and W. H. Furry, Valence forces in lithium and beryllium. Phys Rev (2) 38, S. 1615—1622 (1931), Nr. 9.
K. Butkow, Über den Einfluß der Art der chemischen Bindung auf die Eigenschaften polarer Moleküle im Dampfzustande. Z f phys Chem (B) 12, S. 369—376 (1931), Nr. 5.
F. Hund, Zur Frage der chemischen Bindung. Z f Phys 73, S. 1—30 (1931), Nr. 1/2.
H. Weyl, Zur quantentheoretischen Berechnung molekularer Bindungsenergien. II. Gött Nachr 1931, S. 33—39, Nr. 1.
D. M. Dennison, The vibrational levels of linear symmetrical triatomic molecules. Phys Rev (2) 41, S. 304—312 (1932), Nr. 3.

J. Franck u. H. Kuhn, Schlüsse auf Bindungsfestigkeit und Bindungsart aus kontinuierlichen Absorptionsspektren. Naturwiss 20, S. 923—925 (1932), Nr. 51.
F. Hund, Bemerkung zu meiner Arbeit: Zur Frage der chemischen Bindung. Z f Phys 74, S. 429—430 (1932), Nr. 5/6.
F. Hund, Zur Frage der chemischen Bindung. II. Zum Verständnis der organischen Chemie. Z f Phys 73, S. 565—577 (1932), Nr. 9/10.
G. Jung u. H. Gude, Molekülspektren und ihre Änderung durch zwischenmolekulare Kräfte. I. Die Festigkeit der NH-Bindung im gasförmigen, flüssigen und gelösten Ammoniak. Z f phys Chem (B) 18, S. 380—400 (1932), Nr. 6.
O. Klein, Zur Berechnung von Potentialkurven für zweiatomige Moleküle mit Hilfe von Spektraltermen. Z f Phys 76, S. 226—235 (1932), Nr. 3/4.
V. Kondratjew, Über die Bildung von Molekülen aus Atomen unter Lichtausstrahlung. Phys Z Sowjetunion 1, S. 501—509 (1932), Nr. 4.
R. Mecke, Valenz- und Deformationsschwingungen mehratomiger Moleküle. III. Methan, Acetylen, Äthylen und Halogenderivate. Z f phys Chem (B) 17, S. 1—20 (1932), Nr. 1.
R. Mecke, Valenz- und Deformationsschwingungen einfacher Moleküle. I. Allgemeine Theorie. Z f phys Chem (B) 16, S. 409—420 (1932), Nr. 6.
R. Mecke, Valenz- und Deformationsschwingungen einfacher Moleküle. II. Dreiatomige Moleküle. Z f phys Chem (B) 16, S. 421—437 (1932), Nr. 6.
R. S. Mulliken, Quantum theory of the double bond. J Amer Chem Soc 54, S. 4111—4112 (1932), Nr. 10.
W. G. Penney, Law of force between two He atoms. Phys Rev (2) 42, S. 585 (1932), Nr. 4.
N. Rosen and Ph. M. Morse, On the vibrations of polyatomic molecules. Phys Rev (2) 42, S. 210—217 (1932), Nr. 2.
R. M. Badger, A relation between internuclear distances and bond force constants. Phys Rev (2) 45, S. 559 (1934), Nr. 8.
E. Bartholomé, Über den Bindungscharakter in den Halogenwasserstoffen auf Grund absoluter Intensitätsmessungen der ultraroten Grundschwingungsbanden. Z f phys Chem (B) 23, S. 131—151 (1933), Nr. 1/2.
B. N. Dickinson, The normal state of the hydrogen molecule-ion. J Chem Phys 1, S. 317 bis 318 (1933), Nr. 5.
P. C. Cross and J. H. van Vleck, Molecular vibrations of three particle systems with special applications to the ethyl halides and ethyl alcohol. J Chem Phys 1, S. 350—356 (1933), Nr. 6.
H. Hellmann, Zur Quantentheorie der Atombindung. Verh d Dtsch Phys Ges (3) 14, S. 13 bis 14 (1933), Nr. 1.
H. Hellmann, Zur Quantenmechanik der chemischen Valenz. Z f Phys 82, S. 192—223 (1933), Nr. 3/4.
H. M. James and A. S. Coolidge, Improved calculation of ground state of H_2. Phys Rev (2) 43, S. 588—589 (1933), Nr. 7.
H. Lessheim u. R. Samuel, Über die Dissoziation zweiatomiger Moleküle mit p-p-Bindung. Z f Phys 88, S. 276 (1934), Nr. 3/4.
H. Lessheim u. R. Samuel, Über die Dissoziation zweiatomiger Moleküle mit p-p-Bindung. Z f Phys 84, S. 637—656 (1933), Nr. 9/10.
M. F. Manning and N. Rosen, A potential function for the vibrations of diatomic molecules. Phys Rev (2) 44, S. 953 (1933), Nr. 11.
L. A. Matheson, The atomic polarization of CO. Phys Rev (2) 44, S. 604 (1933), Nr. 7.
R. Mecke, Free radicals and spectroscopy. Trans Faraday Soc 30, S. 200—212 (1934), Nr. 152.
F. D. Rossini, The energies of the atomic linkages in methane, ethane, methanol and ethanol. J Chem Phys 2, S. 145 (1934), Nr. 3.
R. Rydberg, Über einige Potentialkurven des Quecksilberhydrids. Z f Phys 80, S. 514 bis 524 (1933), Nr. 7/8.
J. Savard, Potentiels d'ionisation et énergies de formation des molécules non-polaires. J Phys et Rad (7) 4, S. 650—664 (1933), Nr. 11.
J. Savard, Potentiels d'ionisation et énergies de dissociation des molécules non-polaires. Physica 1, S. 321—323 (1934), Nr. 5.

Elektronenbewegung, Elektronenterme.

R. S. Mulliken, Electronic states and band spectrum structure in diatomic molecules. VIII. Some empirical relations in — σ type doubling. Phys Rev (2) 33, 1929, S. 507—511, Nr. 4.
E. Teller, Berechnung der angeregten Zustände des Wasserstoffmolekülions. Phys Z 31, S. 357 (1930), Nr. 8.
W. Weizel, Über doppelte Rotationstermfolgen von Singulett-Σ-Termen. Z f Phys 61, S. 602—603 (1930), Nr. 9/10.

E. A. HYLLERAAS, Über die Elektronenterme des Wasserstoffmoleküls. Z f Phys 71, S. 739 bis 763 (1931), Nr. 11/12.
J. KAPLAN, Repulsive energy levels in band spectra. Phys Rev (2) 37, S. 1406—1411 (1931), Nr. 11.
R. S. MULLIKEN u. A. CHRISTY, A-type doubling and electron configurations in diatomic molecules. Phys Rev (2) 38, S. 87—119 (1931), Nr. 1.
R. S. MULLIKEN, Electronic energy levels of neutral and ionized oxygen. Phys Rev (2) 37, S. 1711—1712 (1931), Nr. 12.
P. M. DAVIDSON, Eigenfunctions for calculating electronic vibrationalintensities. Proc Roy Soc London (A) 135, S. 459—472 (1932), Nr. 827.
R. S. MULLIKEN, Electronic structures of polyatomic molecules and valence. Phys Rev (2) 40, S. 55—62 (1932), Nr. 1.
R. S. MULLIKEN, Electronic structures of polyatomic molecules and valence. II. Quantum theory of the double bond. Phys Rev (2) 41, S. 751—758 (1932), Nr. 6.
G. HERZBERG u. E. TELLER, Schwingungsstruktur der Elektronenübergänge bei mehratomigen Molekülen. Z f phys Chem (B) 21, S. 410—446 (1933), Nr. 5/6.
R. S. MULLIKEN, Electronic structures of polyatomic molecules and valence. IV. Electronic states, quantum theory and the double bond. Phys Rev (2) 43, S. 279—302 (1933), Nr. 4.
A. V. BUSHKOVITCH, Term structure of the non-collinear triatomic molecule of type X_2Y. Phys Rev (2) 45, S. 545—549 (1934), Nr. 8.
W. HEITLER u. G. PÖSCHL, Ground state of C_2 and O_2 and the theory of valency. Nature 133, S. 833—834 (1934), Nr. 3370.
A. RECKNAGEL, Berechnung der Elektronenterme der Stickstoffmolekel. Z f Phys 87, S. 375 bis 398 (1934), Nr. 5/6.
C. P. SNOW and C. B. ALLSOPP, Electronic levels of polyatomic molecules. I. Some levels of the C = C-double bond. Trans Faraday Soc 30, S. 93—99 (1934), Nr. 152.

II. Dissoziation, Prädissoziation.

F. L. ARNOT, Molecular dissociation by electron impact. Nature 129, S. 617—618 (1932), Nr. 3260.
E. FRIEDLÄNDER, H. KALLMANN, W. LASAREFF u. B. ROSEN, Über die Dissoziationen von Molekülionen durch Stoß. Z f Phys 76, S. 60—69 (1932), Nr. 1/2.
A. SCHECHTER, Zur Frage nach der Dissoziation durch den Stoß positiver Ionen. Z f Phys 75, S. 671—675 (1932), Nr. 9/10.
A. TERENIN u. H. NEUJMIN, Photodissociation of molecules in the Schumann ultra-violet. Nature 134, S. 255 (1934), Nr. 3381.
CL. ZENER, Dissociation of excited diatomic molecules by external perturbations. Proc Roy Soc London (A) 140, S. 660—668 (1933), Nr. 842.
H. BEUTLER, Die Dissoziationswärme des Wasserstoffmoleküls H_2, aus einem neuen ultravioletten Resonanzbandenzug bestimmt. (Anhang: Die Dissoziationswärme von HD, D_2 und HCl.) Z f phys Chem (B) 27, S. 287—302 (1934), Nr. 3/4.
O. K. RICE, Perturbations in molecules and the theory of predissociation and diffuse spectra. Phys Rev (2) 33, S. 748—759 (1929), Nr. 5.
B. GRUNDSTRÖM u. E. HULTHÉN, Pressure effects in the band spectrum of calcium hydride. Nature 125, S. 634—645 (1930), Nr. 3156.
R. DE L. KRONIG, Über den spontanen Zerfall zweiatomiger Moleküle. Z f Phys. 62, S. 300 bis 310 (1930), Nr. 5/6.
O. K. RICE, Perturbations in molecules and the theory of predissociation and diffuse spectra II. Phys Rev (2) 35, S. 1551—1558 (1930), Nr. 12.
G. STENVINKEL, Zur Deutung einiger Prädissoziationserscheinungen in Bandenspektren. Z f Phys 62, S. 201—207 (1930), Nr. 3/4.
L. A. TURNER, Die magnetische Auslöschung der Jodfluoreszenz und ihr Zusammenhang mit Prädissoziationserscheinungen. Z f Phys 65, S. 464—479 (1930), Nr. 7/8.
D. S. VILLARS and E. U. CONDON, Predissociation of diatomic molecules from high rotational states. Phys Rev (2) 35, S. 1028—1032 (1930), Nr. 9.
L. A. TURNER, Beitrag zur Bestimmung von Dissoziationsarbeiten aus Prädissoziationsspektren. Z f Phys 68, S. 178—183 (1931), Nr. 3/4.
J. KAPLAN, A new criterion for predissociation. Phys Rev (2) 38, S. 1079 (1931), Nr. 5.
L. A. TURNER, The determination of heats of dissociation from predissociation spectra. Phys Rev (2) 37, S. 1014 (1931), Nr. 8.
J. KAPLAN, A new criterion for predissociation. Phys Rev (2) 39, S. 180 (1932), Nr. 1.
V. KONDRATIEW u. L. POLAK, Die Verstärkung der Prädissoziation durch Stöße und das Beersche Gesetz. Z f Phys 76, S. 386—389 (1932), Nr. 5/6.

G. Müller, Zur Quantentheorie des Rotationszerfalls zweiatomiger Moleküle. Z f Phys 79, S. 595—600 (1932), Nr. 9/10.
K. Wurm, Zum Druckeffekt beim strahlungslosen Zerfall. Z f Phys 76, S. 309—315 (1932), Nr. 5/6.
O. K. Rice, Predissociation and the crossing of molecular potential energy curves. Phys Rev (2) 43, S. 501 (1933), Nr. 6.
O. K. Rice, A remark on Rosen's paper: Lifetimes of unstable molecules. J Chem Phys 1, S. 625—626 (1933), Nr. 8.
G. P. Ittmann, Akzidentelle Prädissoziation in Bandenspektren. Naturwiss 22, S. 118—119 (1934), Nr. 8.
V. Kondratiew u. A. Lauris, Induzierte Prädissoziation der Te_2-Moleküle. Z f Phys 92, S. 741—746 (1934), Nr. 11/12.
O. R. Wulf, The pressure broadening in the gamma-bands of nitric oxide. Phys Rev (2) 46, S. 316 (1934), Nr. 4.

He

G. H. Dieke, Perturbations in the helium band spectrum. Phys Rev (2) 37, S. 1710—1711 (1931), Nr. 12.

Alkalien.

G. H. Visser, Notiz zur optischen Dissoziation des Cäsiumjodids. Z f Phys 63, S. 402—403 (1930), Nr. 5/6.
R. E. Nusbaum and F. W. Loomis, Heats of dissociation of Na_2 and K_2. Phys Rev (2) 39, S. 179 (1932), Nr. 1.
F. W. Loomis and R. E. Nusbaum, Magnetic rotation spectrum and heat of dissociation of Li_2. Phys Rev (2) 37, S. 1712 (1931), Nr. 12.

C

J. Kaplan, The heat of dissociation of carbon monoxide. Phys Rev (2) 35, S. 957—959 (1930), Nr. 8.
R. Mecke, The heat of dissociation of oxygen and of the C—H bond. Nature 125, S. 526 bis 527 (1930), Nr. 3153.
D. Coster and F. Brons, Predissociation in the upper level of the Ångström bands of carbon monoxide. Nature 133, S. 140 (1934), Nr. 3352.
D. Coster and F. Brons, Predissociation in the Ångström-bands of CO. Physica 1, S. 155 bis 160 (1934), Nr. 3.

N

T. C. Sutton, The heat of formation of nitrous oxide. Phil Mag (7) 14, S. 275—285 (1932), Nr. 90.
L. A. Turner, Optical dissociation of iodine and enhancement of predissociation by collisions. Phys Rev (2) 41, S. 627—634 (1932), Nr. 5.
W. W. Lozier, The heats of dissociation of hydrogen and nitrogen. Phys Rev (2) 44, S. 575 bis 581 (1933), Nr. 7.
G. Herzberg u. H. Sponer, Über die Dissoziationswärme des Stickstoffmoleküls. Z f phys Chem (B) 26, S. 1—7 (1934), Nr. 1/2.
A. van der Ziel, Predissociation in the first positive group of N_2 and its bearing on the electronic level diagram of the nitrogen molecule. Physica 1, S. 353—362 (1934), Nr. 5.
A. van der Ziel, Predissociation in the first positive group of nitrogen. Nature 133, S. 416 bis 417 (1934), Nr. 3359.
G. Büttenbender u. G. Herzberg, Über die Struktur der zweiten positiven Stickstoffgruppe und die Prädissoziation des N_2-Moleküls. Ann d Phys (5) 21, S. 577—610 (1934), Nr. 6.

S, P

A. Christy and S. M. Naudé, Perturbations and predissociation in the S_2 band spectrum. Phys Rev (2) 37, S. 903—919 (1931), Nr. 8.
G. Herzberg, Bandenspektrum, Prädissoziation und Struktur des P_2-Moleküls. Ann d Phys (5) 15, S. 677—706 (1932), Nr. 6.
A. Terenin and B. Popov, Photodissociation of sulphur dioxide. Phys Z d Sowjetunion 2, S. 299—318 (1932), Nr. 4/5.
K. Wieland, Optische Dissoziation von gasförmigem Schwefeldioxyd. Verh d Schweiz Naturf Ges 114; Jahresvers Altdorf 1933; (2) Sekt Phys 1933, S. 325.
K. Wieland, Thermo-optical dissociation of sulphur dioxide. Trans Faraday Soc 30, S. 260 bis 265 (1934), Nr. 2.

Halogene.

A. C. S. VAN HEEL und C. H. VISSER, Zur optischen Dissoziation des Rubidiumjodids. Z f Phys 70, S. 605 bis 613 (1931), Nr. 9/10.

W. G. BROWN and G. E. GIBSON, Predissociation in the spectrum of iodine chloride. Phys Rev (2) 40, S. 529—543 (1932), Nr. 4.

W. G. BROWN and G. E. GIBSON, Predissociation in the spectrum of iodine chloride. Phys Rev (2) 40, S. 1040 (1932), Nr. 6.

H. BEUTLER u. H. LEVI, Berechnung der Dissoziationswärmen von gasförmigem KCl, KBr, KJ, NaCl, NaBr, NaJ und LiJ in die Atome aus thermischen und optischen Daten (Anhang: Die Verdampfungswärme des Kaliums und Lithiums). Z f phys Chem (B) 24, S. 263—281 (1934), Nr. 4.

Cd, Zn

S. MROZOWSKI, Dissociation energy of Zn_2 molecules. Nature 125, S. 528—529 (1930), Nr. 3153.

J. G. WINANS and R. ROLLEFSON, The energy of dissociation of normal Cd_2. Phys Rev (2) 35, S. 1436 (1930), Nr. 11.

H. KUHN u. S. ARRHENIUS, Messung der Dissoziationswärme des Kadmiummoleküls (II). Sc Rep Tôhoku Univ (1) 22, S. 13—30 (1933), Nr. 1.

Al

L. FARKAS, Über das Absorptionsspektrum des Aluminiumhydrids. Z f Phys 70, S. 733 bis 749 (1931), Nr. 11/12.

L. FARKAS u. S. LEVY, Messung der Intensitätsverteilung und Breite von prädissoziierenden Linien des AlH-Moleküls. Z f Phys 84, S. 195—207 (1933), Nr. 3/4.

E. HULTHÉN and R. RYDBERG, Predissociation and pressure effects in the band spectrum of aluminium hydride. Nature 131, S. 470—471 (1933), Nr. 3309.

III. Intensitäten.

R. S. MULLIKEN, Electronic states and band spectrum structure in diatomic molecules. VI. Theory of intensity relations for case b doublet states. Interpretation of CH bands $\lambda\lambda$ 3900, 4300. Phys Rev (2) 30, S. 785—811 (1927), Nr. 6.

R. S. MULLIKEN, Electronic states and band spectrum structure in diatomic molecules (VII) $^2P \rightarrow {}^2S$ and $^2S \rightarrow {}^2P$ transitions. Phys Rev (2) 32, S. 388—416 (1928), Nr. 3, Berichtigung S. 997.

J. L. DUNHAM, Intensities of vibration-rotation bands with special reference to those of HCl. Phys Rev (2) 35, S. 1347—1354 (1930), Nr. 11.

J. G. EYMERS, Intensitätsmessungen im Bandenspektrum des Quecksilberhydrids. II. Z f Phys 63, S. 396—401 (1930), Nr. 5/6.

E. HUTCHISSON, Intensities in band spectra. Nature 125, S. 746 (1930), Nr. 3159.

E. HUTCHISSON, Band spectra intensities for symmetrical diatomic molecules. Phys Rev (2) 36, S. 410—420 (1930), Nr. 3.

L. S. ORNSTEIN u. W. R. VAN WIJK, Temperaturbestimmung im elektrischen Bogen aus dem Bandenspektrum. Proc Amsterdam 33, S. 44—46 (1930), Nr. 1.

E. HUTCHISSON, Band spectrum intensities for symmetrical diatomic molecules. II. Phys Rev (2) 37, S. 45—50 (1931), Nr. 1.

E. HUTCHISSON, Band spectrum intensities by graphical methods. Phys Rev (2) 38, S. 1921 bis 1922 (1931), Nr. 10.

L. A. MATHESON, Intensity of infrared absorption bands. Phys Rev (2) 37, S. 1708 (1931), Nr. 12.

L. S. ORNSTEIN u. H. BRINKMAN, Temperature determination from band spectra. I. Vibrational energy distribution and vibrational transition prohabilities in the cyanogen $^2\Sigma - {}^2\Sigma$ band system. Proc Amsterdam 34, S. 33—41 (1931), Nr. 1.

J. AARS, Über eine photometrische Untersuchung der stärksten Emissionsbanden von Fluor. Z f Phys 79, S. 122—138 (1932), Nr. 1/2.

F. CAVALLONI, Über die Verteilung der Intensitäten in den $N_2\alpha$- und NOβ-Banden. Z f Phys 76, S. 527—534 (1932), Nr. 7/8.

W. H. J. CHILDS, Absorption measurements and transition probabilities for the A (0,0) and B (0,1) bands of oxygen. Phil Mag (7) 14, S. 1049—1060 (1932), Nr. 95.

R. C. JOHNSON and N. R. TAWDE, Intensity distributions in molecular spectra: The Swan system (C_2). Proc Roy Soc London (A) 137, S. 575—591 (1932), Nr. 833.

R. LADENBURG, S. LEVY and G. WOLFSOHN, Absolute value of transition probabilities in band spectra. Phys Rev (2) 39, S. 180 (1932), Nr. 1.

O. HEIL, Messung der Lebensdauer von angeregtem NO_2. Z f Phys 77, S. 563—566 (1932), Nr. 9/10.

R. Schlapp, Intensities in singlet-triplet bands of diatomic molecules. Phys Rev (2) 39, S. 806—815 (1932), Nr. 5.
A. Elliot, The intensities of bands in the spectrum of boron monoxide. Proc Phys Soc 45, S. 627—634 (1933), Nr. 5.
G. E. Gibson, O. K. Rice and N. S. Bayliss, Variation with temperature of the continuous absorption spectrum of diatomic molecules. Part. II. Phys Rev (2) 44, S. 193—200 (1933), Nr. 3.
N. Rosen, Lifetimes of unstable molecules. J Chem Phys 1, S. 319—326 (1933), Nr. 5.
O. Oldenberg, On the determination of the temperatures of gases, from the intensities of band spectra. Phys Rev (2) 45, S. 738 (1934), Nr. 10.
O. S. Duffenack, R. W. Revans and A. S. Roy, Temperatures indicated by intensity distributions in band spectra. Phys Rev (2) 45, S. 807—814 (1934), Nr. 11.
N. R. Tawde, Intensity-distributions in molecular spectra: N_2 second positive system. Proc Phys Soc 46, S. 324—332 (1934), Nr. 3.
K. Scholz, Zur quantenmechanischen Berechnung von Intensitäten ultraroter Banden. Z f Phys 78, S. 751—770 (1932), Nr. 11/12.

IV. Isotopie.

A. Bramley, Band spectra measurement of mass. Phys Rev (2) 44, S. 309—310 (1933), Nr. 4.
E. O. Salant and J. E. Rosenthal, Vibrational isotope effects in polyatomic molecules. II. Phys Rev (2) 43, S. 581—582 (1933), Nr. 7.
A. Adel, Vibrational isotope effects in three particle systems. Part. II. Phys Rev (2) 46, S. 222—225 (1934), Nr. 3.
H. L. Johnston, Large electronic isotope effects in molecular spectra. Phys Rev (2) 45, S. 79—81 (1934), Nr. 2.
R. de L. Kronig, Note on the determination of isotopic masses from band spectra. Physica 1, S. 617—622 (1934), Nr. 7.
J. E. Rosenthal, Vibrational isotope effects in polyatomic molecules. III. Phys Rev (2) 45, S. 426 (1934), Nr. 6.
W. W. Watson, Mass ratios of isotopes from band spectra. Phys Rev (2) 46, S. 319 (1934), Nr. 4.

Li

A. McKellar, Mass ratio of the lithium isotopes from the spectrum of Li_2. Phys Rev (2) 44, S. 155—164 (1933), Nr. 3.
G. Nakamura and T. Shidei, The isotope effect in the band spectrum of LiH. Jap J Phys Trans 7, 33—46 (1931).
F. H. Crawford u. T. Jorgensen, Band spectrum of LiH and LiD. Phys Rev (2) 46, S. 746—747 (1934), Nr. 8

B

A. Elliott, Isotope effect in the spectrum of boron monoxide: Intensity measurements and structure of the β-bands. Nature 126, S. 203—204 (1930), Nr. 3171.

C

R. T. Birge, Mass defects of C^{13}, O^{18}, N^{15} from band spectra and the relativity relation of mass and energy. Phys Rev (2) 37, S. 841—842 (1931), Nr. 7.

Ti

H. P. Knauss, H. M. Strong and H. L. Johnston, Search for TiO isotope bands. Phys Rev (2) 45, S. 124 (1934), Nr. 2.

N

G. Herzberg, Das Stickstoffisotop der Masse 15. Z f phys Chem (B) 9, S. 43—48 (1930). Nr. 1.

O

R. Mecke u. K. Wurm, Das Atomgewicht des Sauerstoffisotops O^{18}. Z f Phys 61, S. 37—45 (1930), Nr. 1/2.
R. Mecke, Intensitätsmessungen in den sogenannten atmosphärischen Sauerstoffbanden und das Atomgewicht des Sauerstoffs. (Mischungsverhältnis der Isotopen.) Verh d Dtsch Phys Ges (3) 11, S. 44—46 (1930), Nr. 3.

OH

R. W. Shaw and R. C. Gibbs, Hydrogen-isotope effect in the OH bands, λ 3064 and λ 3131. Phys Rev (2) 45, S. 124 (1934), Nr. 2.

HCl

J. D. Hardy and G. B. B. M. Sutherland, isotope separations in the infrared absorption spectrum of HCL and the possible existence of a chlorine isotope of mass 39. Phys Rev (2) 41, S. 471—479 (1932), Nr. 4.

V. Experimentelles.

H_2

D. Chalonge, Sur le mécanisme de l'émission continue de la molécule d'hydrogène. C R 191, S. 128—130 (1930), Nr. 3.
D. Chalonge et Ny Tse Ze, H et H_2 Continuum. J Phys et Rad (7) 1, S. 95 (1930), Nr. 6.
Y. Hukumoto, H_2-Kontinuum. Sc Rep Tohoku Univ (1) 19, S. 301—305 (1930), Nr. 3.
O. W. Richardson and P. M. Davidson. Proc Roy Soc London (A) 142, S. 40—62 (1933), Nr. 846.
W. Finkelnburg u. W. Weizel, Anregungsspannungen. Z f Phys 58, S. 577—584 (1931), Nr. 9/10.
Y. Hukumoto, Some relationships between the continuous and the many-lined spectra of hydrogen. II. Sc Rep Tohoku Univ 20, S. 178—196 (1931), Nr. 1.
O. W. Richardson and P. M. Davidson, The bands ending on $^2p\,^3\Pi$ levels. Proc Roy Soc London (A) 131, S. 658—683 (1931), Nr. 818.
J. J. Agarbiceanu, Sur les intensités dans le spectre de flourescence de I_2. C R 195, S. 123 bis 125 (1932), Nr. 2.
I. Sandeman, Bands due to the hydrogen molecule: The $2p\,^3\Pi$ bands of hydrogen. Proc Roy Soc London (A) 138, S. 395—411 (1932), Nr. 835.
M. F. Ashley, Band spectrum of the H^1H^2 molecule. Phys Rev (2) 43, S. 770 (1933), Nr. 9.
C. R. Jeppesen, Ultraviolettemission. Phys Rev (2) 44, S. 165—184 (1933), Nr. 3.
H. M. James and A. S. Coolidge, The ground state of the hydrogen molecule. J Chem Phys 1, S. 825—835 (1933), Nr. 12.
O. W. Richardson and P. M. Davidson, The $3d^1\Delta$ and $4d^1$ levels. Proc Roy Soc London (A) 142, S. 63—76 (1933), Nr. 846.
A. S. Roy, The effect of the helium on the continuous and secondary spectra of hydrogen. Proc Nat Acad Amer 19, S. 441—444 (1933), Nr. 4.
D. Chalonge, Continuum. Ann de phys (11) 1, S. 123—214 (1934).
G. H. Dieke and R. W. Blue, Spectrum of HD- and D_2-molecules. Nature 133, S. 611 bis 612 (1934), Nr. 3364.
C. R. Jeppesen, Extrem ultraviolet emission spectrum of the H^1H^2 molecule. Phys Rev (2) 45, S. 480—484 (1934), Nr. 7.

H_2O

E. D. McAlister and H. J. Unger, Absorption spectrum in the near infrared. Phys Rev (2) 37, S. 1012 (1931), Nr. 8.
E. K. Plyler and W. W. Sleator, Absorption of infrared radiation. Phys Rev (2) 37, S. 1493—1507 (1931), Nr. 11.
W. Mischke, Ultrarote Spektren von H_2O, H_2S, H_2Se. Z f Phys 67, S. 106—126 (1931), Nr. 1/2.
P. Lueg u. K. Hedfeld, Rotationsschwingungsbanden des Wasserdampfes. Z f Phys 75, S. 512—520 (1932), Nr. 7/8.
R. Mecke, Intensitätswechsel im Rotationsschwingungsspektrum (Ortho- und Para-Wasser). Naturwiss 20, S. 657 (1932), Nr. 35.
E. K. Plyler, The infrared absorption bands of water vapor. Phys Rev (2) 39, S. 77—82 (1932), Nr. 1.
L. R. Weber and H. M. Randall, Absorption spectrum of water vapor beyond 10 μ. Phys Rev (2) 40, S. 835—847 (1932), Nr. 5.
K. Freudenberg u. R. Mecke, Das Rotationsschwingungsspektrum des Wasserdampfes. III. Z f Phys 81, S. 465—481 (1933), Nr. 7/8.
W. H. Rodebush and M. H. Wahl, A new band in the water vapor discharge. J Amer Chem Soc 55, S. 1742 (1933), Nr. 4.
J. H. van Vleck and P. C. Cross, Calculation of the vibration frequencies. J Chem Phys 1, S. 357—361 (1933), Nr. 6.
L. G. Bonner, Vibrational spectrum. Phys Rev (2) 45, S. 496 (1934), Nr. 7.
M. Eliasevic, The high rotational levels. C R Leningrad 2 (1934), Nr. 8; russisch S. 539 bis 540; englisch S. 540—541.
M. Eliasevic, An analysis of the pure rotation spectrum. C R Leningrad 3 (1934), Nr. 4; russisch S. 248—250; englisch S. 250—252.
J. W. Ellis and B. W. Sorge, Infra-red absorption of water freshly prepared from ice and from steam. Science (N.S.) 79, S. 370—371 (1934), Nr. 2051.

W. WEIZEL, Über das Rotationsschwingungsspektrum des Wasserdampfes. Z f Phys 88, S. 214—217 (1934), Nr. 3/4.

He

G. S. MONK and R. S. MULLIKEN, Fine structure in the helium band lines. Nature 124, S. 91 (1929), Nr. 3116.
J. S. MILLIS, The Zeeman effect and uncoupling phenomena in helium bands. Phys Rev (2) 37, S. 1005—1006 (1931), Nr. 8.

Alkalien.

W. WEIZEL u. M. KULP, Über die Bandensysteme der Alkalidämpfe. Ann d Phys (5) 4, S. 971—984 (1930), Nr. 7.
H. KUHN, Über Spektren von unecht gebundenen Molekülen (Polarisationsmolekülen) K_2, Na_2, Cs_2 und Verbreiterung von Absorptionslinien. Z f Phys 76, S. 782—792 (1932), Nr. 11/12.
A. KREBS, Zur Struktur der Alkalihydridmoleküle. Z f Phys 81, S. 1—2 (1933), Nr. 1/2.

Li

A. HARVEY and F. A. JENKINS, Alternating intensities and isotope effect. Phys Rev (2) 35, S. 789—801 (1930), Nr. 7.
W. H. FURRY, The C state of Li_2. Phys Rev (2) 43, S. 361—362 (1933), Nr. 5.
R. LADENBURG u. S. LEVY, Anomale Dispersion an den Bandenlinien. Z f Phys 88, S. 449 bis 460 (1934), Nr. 7/8.

Na

F. W. LOOMIS and R. W. WOOD, The rotational structure of the blue-green bands. Phys Rev (2) 32, S. 223—236 (1928), Nr. 2.
T. HORI, Natriumhydrid. Z f Phys 62, S. 352—367 (1930), Nr. 5/6.
J. G. WINANS, Auslöschung der Natriumfluoreszenz durch Fremdgas. Z f Phys 60, S. 631 bis 641 (1930), Nr. 9/10.
T. HORI, NaH. Z f Phys 71, S. 478—531 (1931), Nr. 7/8.
H. HAMADA, Continuous spectrum. Nature 130, S. 811—812 (1932), Nr. 3291.
K. WURM, Diffuse Bande. Z f Phys 79, S. 736—741 (1932), Nr. 11/12.
Y. USHIDA, Structure of yellow red emission band spectrum. Jap J Phys 8, S. 25—50 (1932), Nr. 1.
W. R. FREDRICKSON and C. R. STANNARD, Magnetic rotation. Phys Rev (2) 44, S. 632 bis 637 (1933), Nr. 8.
H. HAMADA, Continuous spectrum. Phil Mag (7) 15, S. 574—592 (1933), Nr. 99.
H. HAMADA, Continuous spectrum. Sc Rep Tohoku Univ (1) 22, S. 31—54 (1933), Nr. 1.
F. W. LOOMIS and M. J. ARVIN, NaK. Phys Rev (2) 46, S. 286—291 (1934), Nr. 4.
E. OLSSON, Isotope effect in the band spectrum of sodium hydride. Nature 134, S. 697—698 (1934), Nr. 3392.
E. OLSSON, Das Absorptionsspektrum des NaD. Z f Phys 93, S. 206—219 (1935), Nr. 3/4. Berichtigung ebenda S. 816, Nr. 11/12.

K

H. KUHN, Durch Polarisationskräfte gebundenes K_2-Molekül. Naturwiss 18, S. 332—333 (1930), Nr. 15.
F. W. LOOMIS, Structure of the red bands. Phys Rev (2) 38, S. 2153—2161 (1931), Nr. 12.
F. W. LOOMIS and R. E. NUSBAUM, Magnetic rotation spectrum and heat of dissociation. Phys Rev (2) 39, S. 89—98 (1932), Nr. 1.
G. M. ALMY and C. D. HAUSE, Potassium hydride. Phys Rev (2) 42, S. 242—266 (1932), Nr. 2.
F. W. LOOMIS, Rotational analysis. Phys Rev (2) 39, S. 189 (1932), Nr. 1.
T. HORI, Welliges Emissionskontinuum des Kaliumhydrids. Jap J Phys 8, S. 151—163 (1933), Nr. 3.
T. HORI, Welliges Emissionskontinuum des Kaliumhydrids. Mem Ryojun Coll Eng 6, S. 115 bis 127 (1933), Nr. 6.

Cu

P. C. MAHANTI, CuO. Nature 125, S. 819 (1930), Nr. 3161.
A. HEIMER u. T. HEIMER, CuH. Z f Phys 84, S. 222—235 (1933), Nr. 3/4.
A. HEIMER u. T. HEIMER, CuH. Nature 134, S. 462 (1934), Nr. 3386.
P. C. MAHANTI, CuH. Nature 127, S. 557 (1931), Nr. 3206.

Rb

E. MATUYAMA, Vibrational states of Rb_2 and Cs_2. Nature 133, S. 567—568 (1934), Nr. 3363.

Cs

F. W. LOOMIS and P. KUSCH, The band spectrum of caesium. Phys Rev (2) 46, S. 292—301 (1934), Nr. 4.

Be

W. H. FURRY and J. H. BARTLETT JR., The beryllium molecule. Phys Rev (2) 39, S. 210 bis 225 (1932), Nr. 2.
E. OLSSON, BeH. Z f Phys 73, S. 732—746 (1932), Nr. 11/12.
L. HERZBERG, BeO. Z f Phys 84, S. 571—592 (1933), Nr. 9/10.
R. C. JOHNSON and E. G. DUNSTAN, Intensity distribution BeO. Phil Mag (7) 16, S. 472 bis 478 (1933), Nr. 105.
W. R. FREDRICKSON and M. E. HOGAN JR., BeCl. Phys Rev (2) 46, S. 454—458 (1934), Nr. 6.
CL. E. IRELAND, BeH. Phys Rev (2) 43, S. 329—336 (1933), Nr. 5.
L. HERZBERG, BeO. Nature 129, S. 653—654 (1932), Nr. 3261.
R. S. MULLIKEN, BeF. Phys Rev (2) 38, S. 836—837 (1931), Nr. 4.

Mg

R. C. JOHNSON, The band spectra of the alkaline earth halides. II. BaF, MgF. Proc Roy Soc London (A) 122, S. 189—200 (1929), Nr. 789.
R. W. B. PEARSE, MgH. II. Proc Roy Soc London (A) 125, S. 157—179 (1929), Nr. 796.
P. N. GHOSH, P. C. MAHANTI and B. C. MUKHERJEE, MgO. Phys Rev (2) 35, S. 1491—1494 (1930), Nr. 12.
P. C. MAHANTI, Spectra of MgO, CaO and SrO. Phys Rev (2) 42, S. 609—621 (1932), Nr. 5.
F. A. JENKINS and R. GRINFELD, MgF. Phys Rev (2) 43, S. 943—944 (1933), Nr. 11.
J. FOCK, MgO. Z f Phys 90, S. 44—47 (1934), Nr. 1/2.
F. A. JENKINS and R. GRINFELD, Phys Rev (2) 45, S. 133 (1934), Nr. 2.
F. A. JENKINS and R. GRINFIELD, MgF. Phys Rev (2) 45, S. 229—233 (1934), Nr. 4.

Ca

R. C. JOHNSON, CaF, SrF. Proc Roy Soc London (A) 122, S. 161—200 (1929), Nr. 789.
B. GRUNDSTRÖM, CaH. Z f Phys 69, S. 235—248 (1931), Nr. 3/4.
S. C. DEB and B. MUKERJEE, CaH. Bull Acad Allahabad 1, S. 110—115 (1931/32).
P. H. BRODERSEN, CaO. Z f Phys 79, S. 613—625 (1932), Nr. 9/10.
B. GRUNDSTRÖM, CaH. Z f Phys 75, S. 302—312 (1932), Nr. 5/6.
W. P. CUNNINGHAM and W. E. WATSON, Zeeman effect and uncoupling phenomena in the CaH bands. Phys Rev (2) 44, S. 815—817 (1933), Nr. 10.
W. W. WATSON and W. BENDER, The Zeeman effect in the red CaH bands. Phys Rev (2) 35, S. 1513—1523 (1930), Nr. 12.
W. P. CUNNINGHAM, Zeeman effect in the $^2\Pi\,^2\Sigma$ CaH bands. Phys Rev (2) 41, S. 389 (1932), Nr. 3.
E. SVENSSON, Isotope effect in the spectrum of cadmium hydride. Nature 131, S. 28 (1933), Nr. 3297.
A. HARVEY, CaF and SrF. Proc Roy Soc London (A) 133, S. 336—350 (1931), Nr. 821.

Sr

W. W. WATSON and W. R. FREDRICKSON, SrH. Phys Rev (2) 39, S. 179 (1932), Nr. 1.
K. MAHLA, SrO. Z f Phys 81, S. 625—646 (1933), Nr. 9/10.

Ba

A. HARVEY and F. A. JENKINS, BaF. Phys Rev (2) 37, S. 1709—1710 (1931), Nr. 12.
F. A. JENKINS and A. HARVEY, BaF. Phys Rev (2) 39, S. 922—931 (1932), Nr. 6.
W. R. FREDRICKSON and W. W. WATSON, BaH. Phys Rev (2) 39, S. 179 (1932).
W. W. WATSON, BaH. Phys Rev (2) 41, S. 377 (1932), Nr. 3.
G. FUNKE, Über ein Bandenspektrum des Bariumhydrids. Z f Phys 84, S. 610—628 (1933), Nr. 9/10.
A. E. PARKER, BaCl. Phys Rev (2) 46, S. 301—307 (1934), Nr. 4.
A. E. PARKER, BaCl and BeCl. Phys Rev (2) 45, S. 752 (1934), Nr. 10.
P. C. MAHANTI, (BaO). Nature 131, S. 402 (1933), Nr. 3307.
A. SCHAAFSMA, BaH. Arch Néerland (3a) 14, S. 1—52 (1933), Nr. 1.
W. W. WATSON, BaH. Phys Rev (2) 43, S. 9—11 (1933), Nr. 1.
P. C. MAHANTI, BaO. Proc Phys Soc 46, S. 51—61 (1934), Nr. 1 (Nr. 252).

B

R. F. PATON and G. M. ALMY, BH. Phys Rev (2) 37, S. 1710 (1931), Nr. 12.
W. LOCHTE-HOLTGREVEN und E. S. VAN VLEUGEL, BH. Z f Phys 70, S. 188—203 (1931), Nr. 3/4.

N. R. TAWDE and R. C. JOHNSON, BaF. Phil Mag (7) 13, S. 501—504 (1932), Nr. 84.
E. MIESCHER, Bor- und Aluminiumhalogeniden. Helv Phys Acta 7, S. 462—464 (1934), Nr. 4.

Al

P. C. MAHANTI, AlCl. Z f Phys 88, S. 550—558 (1934), Nr. 7/8.
F. H. CRAWFORD and C. F. FFOLLIOTT, Halides of aluminium. Phys Rev (2) 44, S. 953 bis 954 (1933), Nr. 11.
W. HOLST, AlH. Z f Phys 86, S. 338—347 (1933), Nr. 5/6.
G. M. ALMY and M. C. WATSON, AlH^+. Phys Rev (2) 45, S. 871—876 (1934), Nr. 12.
W. HOLST, AlH^+. Z f Phys 89, S. 40—49 (1934), Nr. 1/2.
W. HOLST u. E. HULTHÉN, AlH und AlD. Z f Phys 90, S. 712—727 (1934), Nr. 11/12.
W. HOLST, AlCl. Z f Phys 95, S. 55—64 (1934), Nr. 1/2.
W. HOLST, AlH. Z f Phys 90, S. 735—741 (1934), Nr. 11/12.
B. N. BHADURI and A. FOWLER, (AlCl). Proc Roy Soc London (A) 145, S. 321—336 (1934), Nr. 854.

Sc, Y, La

W. F. MEGGERS and J. A. WHEELER, Scandium-, yttrium-, and lanthanum monoxides. Bur Stand J Res 6, S. 239—275 (1931), Nr. 2; Phys Rev (2) 37, S. 106 (1931), Nr. 1.
L. W. JOHNSON and R. C. JOHNSON, YO, LaO. Proc Roy Soc London (A) 133, S. 207—219 (1931), Nr. 821.
G. PICCARDI, ScO, YO und LaO. Gazz chim ital 63, S. 127—138 (1933).

C_2

R. C. JOHNSON and R. K. ASUNDI, Proc Roy Soc London (A) 124, S. 668—688 (1929), Nr. 795.
H. KOPFERMANN u. H. SCHWEITZER, Z f Phys 61, S. 87—94 (1930), Nr. 1/2.
G. H. DIEKE u. W. LOCHTE-HOLTGREVEN, Z f Phys 62, S. 767—794 (1930), Nr. 11/12.
H. GRENAT, (Raffety). C R 192, S. 1553—1555 (1931), Nr. 24.
T. HEIMER, Kohlenstoffbande λ 3143. Z f Phys 78, S. 771—780 (1932), Nr. 11/12.
T. HORI, Kohlenstoffbande bei λ 2313 A. Z f Phys 88, S. 495—510 (1934), Nr. 7/8.

CO, CO^+

R. K. ASUNDI, Third positive bands. Proc Roy Soc London (A) 124, S. 277—296 (1929), Nr. 794.
J. KAPLAN, CO. Phys Rev (2) 35, S. 1298 (1930), Nr. 10.
J. KAPLAN, The third positive bands. Phys Rev (2) 36, S. 784 (1930), Nr. 4.
R. L. MAXWELL, Comet tail bands. CO. Phys Rev (2) 35, S. 665 (1930), Nr. 6.
D. COSTER, H. H. BRONS and H. BULTHUIS, CO^+. Z f Phys 79, S. 787—822 (1932), Nr. 11/12.
G. H. DIEKE and J. W. MAUCHLY, Third positive group CO. Phys Rev (2) 40, S. 123 (1932), Nr. 1.
B. K. VAIDYA, New infra-red system. CO. Nature 130, S. 963 (1932), Nr. 3295.
W. W. WATSON, Zeeman-effect of perturbed terms (Ångström bands). CO. Phys Rev (2) 42, S. 509—517 (1932), Nr. 4.
H. BISKAMP, Erste negative Gruppe von CO^+. Z f Phys 86, S. 33—41 (1933), Nr. 1/2.
G. H. DIEKE and J. W. MAUCHLY, Third positive CO bands. Phys Rev (2) 43, S. 12—30 (1933), Nr. 1.
R. SCHMID u. L. GERÖ, Über den Zeemaneffekt der Kometenschweifbanden. Z f Phys 86, S. 314—320 (1933), Nr. 5/6.
R. SCHMID u. L. GERÖ, $^2\Sigma \rightarrow {}^2\Sigma$- und $^2\Pi \rightarrow {}^2\Sigma$-Banden des Co^+. Z f Phys 86, S. 297—313 (1933), Nr. 5/6.
H. BULTHUIS, CO^+. Physica 1, S. 873—880 (1934), Nr. 9.
D. COSTER and F. BRONS, Ångström bands of CO. Physica 1, S. 634—648 (1934), Nr. 7.
D. N. READ, Fourth positive bands of CO. Phys Rev (2) 45, S. 752 (1934), Nr. 10.

CH, C_nH_n

J. BARNES and W. H. FULWEILER, The near infra-red absorption bands of some hydrocarbons. J Amer Chem Soc 50, S. 1033—1035 (1928), Nr. 4.
T. HORI, The CH-band at λ 3143 and a new NH-band at λ 2530. Nature 124, S. 480 (1929), Nr. 3126.
R. MECKE, Azetylen. III. C_2H_2. Z f Phys 64, S. 173—185 (1930), Nr. 3/4.
K. HEDFELD u. P. LUEG, C_2H_2. Z f Phys 77, S. 446—458 (1932), Nr. 7/8.
W. LOCHTE-HOLTGREVEN u. E. EASTWOOD, Azetylen. Z f Phys 79, S. 450—454 (1932), Nr. 7/8.
A. R. OLSON and H. A. KRAMERS, C_2H_2. J Amer Chem Soc 54, S. 136—138 (1932), Nr. 1.
E. P. CARR u. H. STÜCKLEN, Die Absorptionsspektren einiger Kohlenwasserstoffverbindungen im Schumann-Gebiet. Helv Phys Acta 1933, S. 261—265, Nr. 4.
R. MECKE, CH_4. Z f Ap 6, S. 144—149 (1933), Nr. 1/2.

W. V. NORRIS and H. J. UNGER, CH_4. Phys Rev (2) 43, S. 467—472 (1933), Nr. 6.
G. B. B. M. SUTHERLAND, C_2H_2. Phys Rev (2) 43, S. 883—886 (1933), Nr. 11.
H. VEDDER u. R. MECKE, CH_4. Z f Phys 86, S. 137—156 (1933), Nr. 3/4.
E. P. CARR u. H. STÜCKLEN, Die Absorptionsspektren einiger Kohlenwasserstoffverbindungen im Schumann-Violett. Z f phys Chem (B) 25, S. 57—70 (1934), Nr. 1/2.
A. B. F. DUNCAN and J. P. HOWE, CH_4. J Chem Phys 2, S. 851—852 (1934), Nr. 12.
G. HERZBERG u. J. W. T. SPINKS, C_2H_2. Z f Phys 91, S. 386—399 (1934), Nr. 5/6.
W. C. PRICE, Acetylene and ethylene. Phys Rev (2) 45, S. 843—844 (1934), Nr. 11.
G. SCHEIBE u. H. GRIENEISEN, Über die Lichtabsorption einiger Kohlenstoffverbindungen im Schumann-Ultraviolett. Z f phys Chem (B) 25, S. 52—56 (1934), Nr. 1/2.
J. H. VAN VLECK, CH_4 and related molecules. Part. III. J Chem Phys 2, S. 20—30 (1934), Nr. 1.

CN

J. W. RYDE and R. K. ASUNDI, Nature 124, S. 57 (1929), Nr. 3115.
R. M. BADGER and J. L. BINDER, HCN. Phys Rev (2) 37, S. 800—807 (1931), Nr. 7.
E. L. HILL, Zeeman effect. CN. Phys Rev (2) 37, S. 1709 (1931), Nr. 12.
F. A. JENKINS, J. K. ROOTS and R. S. MULLIKEN, CN. Phys Rev (2) 39, S. 16—41 (1932), Nr. 1.
R. B. MOONEY and H. G. REID, Cyanogen and the cyanogen halides. Proc Edinburgh 52, S. 152—158 (1932), Nr. 2.
A. E. PARKER, CN band at 9168 A. Phys Rev (2) 41, S. 274—277 (1932), Nr. 3.
SHO-CHOW WOO and R. M. BADGER, Absorption spectrum of cyanogen gas in the ultraviolet. Phys Rev (2) 39, S. 932—937 (1932), Nr. 6.
A. ADEL and E. F. BARKER, HCN. Phys Rev (2) 45, S. 277—279 (1934), Nr. 4.
A. ADEL and E. F. BARKER, HCN. Nature 133, S. 29 (1934), Nr. 3349.

CO_2

P. E. MARTIN and E. F. BARKER, The fundamental vibration bands. Phys Rev (2) 37, S. 1708 bis 1709 (1931), Nr. 12.
H. D. SMYTH and T. C. CHOW, Emission spectrum of CO_2. Phys Rev (2) 37, S. 1710 (1931), Nr. 12.
H. J. HENNING, Berichtigung zu der Arbeit: Die Absorptionsspektren von Kohlendioxyd und Wasserdampf im Gebiet 600—900 Å.E. Ann d Phys (5) 14, S. 856 (1932), Nr. 7.
R. F. SCHMID, CO_2 emission-spectrum. Phys Rev (2) 39, S. 539 (1932), Nr. 3.
R. S. MULLIKEN, Rotational structure of the emission bands. Phys Rev (2) 42, S. 364—372 (1932), Nr. 3.
P. E. MARTIN and E. F. BARKER, The infrared absorption. Phys Rev (2) 41, S. 291—303 (1932), Nr. 3.
R. F. SCHMID, CO_2 emission bands. Part. I. Phys Rev (2) 41, S. 732—750 (1932), Nr. 6.
E. F. BARKER and A. ADEL, Bands of CO_2 near 10 μ. Phys Rev (2) 44, S. 185—187 (1933), Nr. 3.
A. ADEL and D. M. DENNISON, The infrared spectrum of carbon dioxide. Part. II. Phys Rev (2) 44, S. 99—104 (1933), Nr. 2.
A. FOWLER and A. G. GAYDON, Afterglow. Proc Roy Soc London (A) 142, S. 362—369 (1933), Nr. 847.
R. SCHMID, Struktur und Zeeman-Effekt des CO_2-Emission-Dublettbandes bei 2900 Å. Z f Phys 83, S. 711—738 (1933), Nr. 11/12.
R. SCHMID, Über die 3660 A-Doppelbande. Z f Phys 84, S. 732—739 (1933), Nr. 11/12.
E. F. BARKER and T. Y. WU, Harmonic and combination bands. Phys Rev (2) 45, S. 1—3 (1934), Nr. 1.
C. TINGWALDT, Die Absorption der Bande $\lambda = 2{,}7\ \mu$ zwischen 300 und 1100° abs. Phys Z 35, S. 715—720 (1934), Nr. 18.

CX

G. HERZBERG, A new band system probably due to a molecule CP. Nature 126, S. 131—132 (1930), Nr. 3169.
F. H. CRAWFORD and W. A. SHURCLIFF, CS. Phys Rev (2) 43, S. 766 (1933), Nr. 9.
F. H. CRAWFORD and W. A. SHURCLIFF, CS. Phys Rev (2) 45, S. 860—870 (1934), Nr. 12.
D. M. DENNISON and N. WRIGHT, CS_2. Phys Rev (2) 38, S. 2077—2078 (1931), Nr. 11.

Si

R. S. MULLIKEN, SiH. Phys Rev (2) 37, S. 733—735 (1931), Nr. 6.
A. C. DATTA, SiCl. Z f Phys 78, S. 486—491 (1932), Nr. 7/8.
P. G. SAPER, SiO. Phys Rev (2) 42, S. 498—508 (1932), Nr. 4.

Ti

A. Christy, Blue-green bands of TiO. Phys Rev (2) 33, S. 701—729 (1929), Nr. 5.
H. Neujmin, Diffuse Bandensysteme im Absorptionsspektrum des TiCl-Dampfes. Phys Z d Sowjetunion 5, S. 580—585 (1934), Nr. 4.

N_2, N_2^+

R. T. Birge and J. J. Hopfield, N_2. Ap J 68, S. 257—278 (1928), Nr. 4.
R. Schmid, Positive Stickstoffgruppe. Z f Phys 49, S. 428—462 (1928), Nr. 5/6.
S. M. Naudé, First positive (N_2) bands. Phys Rev (2) 38, S. 372—373 (1931), Nr. 2.
M. L. Pool, Life of metastable mercury and evidence for a long-lived metastable vibrating nitrogen molecule. Phys Rev (2) 38, S. 955—966 (1931), Nr. 5.
D. Coster u. H. Brons, Die negativen Stickstoffbanden. Z f Phys 73, S. 747—774 (1932), Nr. 11/12.
S. M. Naudé, First positive bands of nitrogen (N_2). Proc Roy Soc London (A) 136, S. 114 bis 144 (1932), Nr. 829.
L. Vegard, Ergebnisse fortgesetzter Untersuchungen über das Leuchten verfestigter Gase. Beziehungen zu den Elektronenzuständen und dem Nachleuchten des gasförmigen Stickstoffs. Z f Phys 75, S. 30—62 (1932), Nr. 1/2.
D. Coster, F. Brons und A. v. d. Ziel, Zweite positive Gruppe des N_2. Z f Phys 86, S. 411 bis 412 (1933), Nr. 5/6.
A. Guntsch, Zweite positive Stickstoffgruppe. Z f Phys 86, S. 262—273 (1933), Nr. 3/4.
H. S. Harned and E. R. Brownscombe, Effects of pressure on the visible band spectra of nitrogen. J Chem Phys 1, S. 183—185 (1933), Nr. 3.
J. Kaplan, A new band system. Phys Rev (2) 44, S. 947 (1933), Nr. 11.
A. E. Parker, Zeeman effect for perturbed N_2^+-terms. Phys Rev (2) 44, S. 84—89 (1933), Nr. 2.
A. E. Parker, Rotational analysis of the perturbed (13, 15) $^2\Sigma - {}^2\Sigma$ N_2^+ band. Phys Rev (2) 44, S. 90—91 (1933), Nr. 2.
A. E. Parker, N_2^+. Phys Rev (2) 44, S. 914—918 (1933), Nr. 11.
H. H. Brons, On the electronic states of the N_2^+-molecule and their energies of dissociation. Proc Amsterdam 37, S. 793—801 (1934), Nr. 10.
F. Cavalloni, Über die relativen Intensitäten der Banden des $N_2\alpha$-Systems, gemessen im Vakuumbogen und im Nachleuchten des aktiven Stickstoffs. Anregungsfunktion des Stickstoffnachleuchtens. Z f Phys 90, S. 342—347 (1934), Nr. 5/6.
V. Culanovskij, Die Rotationsstruktur der Banden des Stickstoffmoleküls im Schumann-Gebiet. C R Leningrad 1 (1934), Nr. 8; russisch S. 473—476; deutsch S. 476—478.
H. A. Jones and A. C. Grubb, Afterglow. Nature 134, S. 140 (1934), Nr. 3378.
J. Kaplan, N_2. Phys Rev (2) 45, S. 133 (1934), Nr. 2.
J. Kaplan, Active nitrogen and the auroral spectrum. Phys Rev (2) 45, S. 671—674 (1934), Nr. 10.
J. Kaplan, New band system in nitrogen; an addition and correction. Phys Rev (2) 45, S. 898—899 (1934), Nr. 12.
W. W. Watson and Ph. G. Koontz, Vacuum ultraviolet. N_2. Phys Rev (2) 46, S. 32—37 (1934), Nr. 1.
A. van der Ziel, A new band system. Physica 1, S. 513—517 (1934), Nr. 6.

NO, NO_2, NO_3, N_2O, NS

B. Pogány u. R. Schmid, Über die Intensität der NO-γ-Banden. Z f Phys 54, S. 779—787 (1929), Nr. 11/12.
R. Schmid, NO-β- und -γ-Banden. Z f Phys 64, S. 84—120 (1930), Nr. 1/2.
R. Schmid, NO-δ-Banden. Z f Phys 64, S. 279—285 (1930), Nr. 3/4.
E. K. Plyler and E. F. Barker, N_2O. Phys Rev (2) 37, S. 1709 (1931), Nr. 12.
O. R. Wulf and E. J. Jones, NO_2. Phys Rev (2) 37, S. 471 (1931), Nr. 4.
G. E. Ziegler, NO_2. Phys Rev (2) 37, S. 1693 (1931), Nr. 12.
E. F. Barker, Constants of the N_2O molecule. Phys Rev (2) 41, S. 369—370 (1932), Nr. 3.
A. Fowler and C. J. Bakker, NS. Proc Roy Soc London (A) 136, S. 28—36 (1932), Nr. 829.
O. R. Wulf and E. H. Melvin, O_3, N_2O and NO_2. Phys Rev (2) 39, S. 180 (1932), Nr. 1.
C. R. Bailey and A. B. D. Cassie, NO_2. Nature 131, S. 910—911 (1933), Nr. 3321.
J. Curry and G. Herzberg, NO_2. Nature 131, S. 842 (1933), Nr. 3319.
L. Harris, W. S. Benedict and G. W. King, NO_2. Nature 131, S. 621 (1933), Nr. 3313.
L. Harris, W. S. Benedict and G. W. King, NO_2. Nature 131, S. 239 (1933), Nr. 3313.
R. Schaffert, NO_2 and N_2O_4. J Chem Phys 1, S. 507—511 (1933), Nr. 7.
L. Harris and G. W. King, NO_2 and NO_3. J Chem Phys 2, S. 51—57 (1934), Nr. 2.

NH, NH_3

R. M. Badger, NH_3 abs. Phys Rev (2) 35, S. 1038—1046 (1930), Nr. 9.
H. Batsch, Rotationsstruktur und Zeeman-Effekt der NH-Banden. Ann d Phys (5) 18, S. 81—96 (1933), Nr. 1.
J. K. Dixon, Absorption bands of NH_3. Phys Rev (2) 43, S. 711—715 (1933), Nr. 9.
R. W. B. Pearse, λ 3240 band of NH. Proc Roy Soc London (A) 143, S. 112—123 (1933), Nr. 848.
H. J. Unger, Infrared absorption of NH_3. Phys Rev (2) 43, S. 123—128 (1933), Nr. 2.
R. B. Barnes, W. S. Benedict and C. M. Lewis, NH_3 and ND_3. Phys Rev (2) 45, S. 347 (1934), Nr. 5.
S. K. Chakravorti, NH_3-bands in the near infra-red. Indian Phys Math J 5, S. 25—33 (1934), Nr. 2.
G. H. Dieke and R. W. Blue, A $^1\Pi \rightarrow {}^1\Delta$ band of NH and the corresponding ND band. Phys Rev (2) 45, S. 395—400 (1934), Nr. 6.

P

P. N. Ghosh u. G. N. Ball, PO. Z f Phys 71, S. 362—370 (1931), Nr. 5/6.
G. Herzberg, Rotational structure and predissociation of P_2. Phys Rev 40, S. 313—314 (1932), Nr. 2.
J. Curry, L. Herzberg u. G. Herzberg, Spektroskopischer Nachweis und Struktur des PN-Moleküls. Z f Phys 86, S. 348—366 (1933), Nr. 5/6.
P. N. Ghosh and A. K. Sen Gupta, PO. Nature 131, S. 841 (1933), Nr. 3319.
P. N. Gosh u. A. C. Datta, Das Bandenspektrum des Phosphornitrids, PN. Z f Phys 87, S. 500—504 (1934), Nr. 7/8.
W. Jevons, PN. Nature 133, S. 619—620 (1934), Nr. 3364.

O_2, O_3

W. Ossenbrüggen, Termdarstellung des neutralen Sauerstoffmoleküls. Z f Phys 49, S. 167 bis 216 (1928), Nr. 3/4.
W. H. J. Childs and R. Mecke, Intensitäten O_2. Nature 125, S. 599—600 (1930), Nr. 3155.
O. R. Wulf, O_3, Infrared. Proc Nat Acad Amer 16, S. 507—511 (1930), Nr. 7.
D. S. Stevens, First negative group of O_2. Phys Rev (2) 37, S. 1711 (1931), Nr. 12.
L. Sh. Gerhard, O_3, Infrared. Phys Rev (2) 42, S. 622—631 (1932), Nr. 5.
G. Herzberg, Ein neuartiges „verbotenes" Absorptionsbandensystem des O_2. Naturwiss 20, S. 577 (1932), Nr. 31.
A. Jakowlewa u. V. Kondratjew, O_3. Phys Z d Sowjetunion 1, S. 471—484 (1932), Nr. 4.
W. H. J. Childs, O_2. Ap J 77, S. 212—220 (1933), Nr. 3.
A. K. Dutta and P. K. Gupta, On the absorption spectra of some higher oxides. Proc Roy Soc London (A) 139, S. 397—405 (1933), Nr. 838.
J. W. Ellis u. H. O. Kneser, Z f Phys 86, S. 583—591 (1933), Nr. 9/10.
L. Herman, C R 196, S. 1877—1880 (1933), Nr. 25.
L. Herman, O_2. J Phys et Rad (7) 4, S. 159—160 (1933), Nr. 12.
G. Hettner, R. Pohlman u. H. J. Schumacher, O_3, Infrared. Naturwiss 21, S. 884 (1933), Nr. 50.
R. Ladenburg and C. C. van Voorhis, The continuous absorption of oxygen between 1750 and 1300 Å and its bearing upon the dispersion. Phys Rev (2) 43, S. 315—321. (1933), Nr. 5.
R. S. Mulliken and D. S. Stevens, New O_2^+ bands. Ionisation potential, O_2. Phys Rev (2) 44, S. 720—723 (1933), Nr. 9.
Ny Tsi-Ze et Ch. Sin-Piaw, O_3. C R 196, S. 916—918 (1933), Nr. 13.
E. Walles, O_3 und Bo. Z f Phys 80, S. 267—272 (1933), Nr. 3/4.
D. Chalonge et E. Vassy, O_2. C R 198, S. 1318—1320 (1934), Nr. 14.
G. B. Collins and W. C. Price, O_2. Phys Rev (2) 45, S. 561 (1934), Nr. 8.
J. Curry and G. Herzberg, O_2. Ann d Phys (5) 19, S. 800—808 (1934), Nr. 7.
L. Herman, O_2. C R 198, S. 2154—2156 (1934), Nr. 25.
N. Tsi-Ze u. Ch. Shin-Piaw, O_2 und O_3. Naturwiss 22, S. 237 (1934), Nr. 15.
J. J. Hopfield, O_2. Phys Rev (2) 36, S. 789 (1930), Nr. 4.
D. Malan, Sur le spectre d'absorption de l'oxygène aux températures élevées. C R 192, S. 1720—1721 (1931), Nr. 26.
W. Finkelnburg u. W. Steiner, Über die Absorptionsspektren des hochkomprimierten Sauerstoffs und die Existenz von O_4-Molekülen. I. Die ultravioletten Banden zwischen 2900 und 2300 Å. Z f Phys 79, S. 69—88 (1932), Nr. 1/2.
R. Ladenburg, C. C. Voorhis and J. C. Boyce, O_2. Phys Rev (2) 40, S. 1018—1020 (1932), Nr. 6.

D. Chalonge et Mme L. Lefebvre, Prolongement du spectre d'absorption ultraviolet de l'ozone vers les grandes longueurs d'onde. C R 197, S. 444—447 (1933), Nr. 6.
R. M. Badger and L. G. Bonner, O_3. Phys Rev (2) 43, S. 305—306 (1933), Nr. 4.

OH

G. M. Almy, The Zeeman effect. Phys Rev (2) 35, S. 1495—1512 (1930), Nr. 12.
R. W. Shaw, OH bands and the ultraviolet line spectrum of the Wehnelt interrupter. Phys Rev (2) 37, S. 1548 (1931), Nr. 11.
K. Chamberlain and H. B. Cutter, Phys Rev (2) 43, S. 771—772 (1933), Nr. 9.
H. L. Johnston, D. H. Dawson and M. K. Walker, A new band. Phys Rev (2) 43, S. 473—480 (1933), Nr. 6.
D. H. Dawson and H. L. Johnston, A new (2,2) band; satelite series in λ 3122. Phys Rev (2) 43, S. 980—991 (1933), Nr. 12.
A. Naherniae, Etude d'une bande caractéristique de la fonction OH dans les très proche infrarouge (vers 0,96 μ). C R 198, S. 1685—1687 (1934), Nr. 19.
F. W. Loomis and W. H. Brandt, OH^+ bands. Phys Rev (2) 46, S. 79 (1934), Nr. 1.
T. Tanaka and Z. Koana, Unrecorded band-systems of neutral OH. Determination of the constants. Proc Phys Math Soc Jap (3) 15, S. 272—289 (1933), Nr. 7.

S

H. H. van Iddekinge, S_2. Nature 125, S. 858 (1930), Nr. 3162.
P. Swings, S_2. C R 190, S. 965—967 (1930), Nr. 16.
A. Christy and S. M. Naudé, S_2. Phys Rev (2) 37, S. 903—919 (1931), Nr. 8.
A. M. Dutta, SO_2. Bull Acad Allahabad 1, S. 88—91 (1931/32).
S. M. Naudé and A. Christy, S_2. Phys Rev (2) 37, S. 490—506 (1931), Nr. 5.
H. H. Nielsen and E. F. Barker, SH infrared. Phys Rev (2) 37, S. 727—732 (1931), Nr. 6.
H. H. Nielsen and A. D. Sprague, SH infrared. Phys Rev (2) 37, S. 1183—1184 (1931), Nr. 9.
W. W. Watson and A. E. Parker, SO_2. Phys Rev (2) 37, S. 1484—1492 (1931), Nr. 11.
T. Ch. Chow, SO_2. Phys Rev (2) 40, S. 1039 (1932), Nr. 6.
T. Ch. Chow, SO_2. Phys Rev (2) 44, S. 638—643 (1933), Nr. 8.
A. Jonescu, SO_2. C R 196, S. 1476—1478 (1933), Nr. 20.
H. D. Smyth, SO_2. Phys Rev (2) 44, S. 690 (1933), Nr. 8.
N. O. Stein, SH. Ap J 77, S. 270—273 (1933), Nr. 4.
N. O. Stein, SH. Ap J 78, S. 159—160 (1933), Nr. 2.
K. Wieland, M. Wehrli u. E. Miescher, S_2. Helv Phys Acta 6, S. 460 (1933), Nr. 7.
P. K. Sen-Gupta, On the absorption spectra of the sulphides of zinc, cadmium, and mercury from λ 7000—1900, and the heat of dissociation of sulphur. Proc Roy Soc London (A) 143, S. 438—454 (1934), Nr. 849.

Cr

W. F. C. Ferguson, CrO and VO. Bur Stand J of Res 8, S. 381—384 (1932), Nr. 3 (RP. 423).
Ch. Gosh, CrO. Z f Phys 78, S. 521—526 (1932), Nr. 7/8.

Halogene

H. Cordes u. H. Sponer, Die Molekülabsorption des Chlors, Broms, Jodchlorids und Jodbromids im äußersten Ultraviolett. Z f Phys 63, S. 334—344 (1930), Nr. 5/6.
R. S. Mulliken, Electronic states in the visible halogen bands. Phys Rev (2) 36, S. 699 bis 705 (1930), Nr. 4.
H. Cordes u. H. Sponer, Die Molekülabsorption der gemischten Halogenmoleküle im Vakuumultraviolett. II. Mitteilung. Z f Phys 79, S. 170—185 (1932), Nr. 3/4.
K. Wieland, Absorptions- und Fluoreszenzspektren dampfförmiger Quecksilberhalogenide. II. $HgBr_2$ und $HgCl_2$. Z f Phys 77, S. 157—165 (1932), Nr. 3/4.
W. Klemm, Zur Deutung der ultravioletten Absorptionsbanden der Alkalihalogenide. Z f Phys 82, S. 529—535 (1933), Nr. 7/8.
A. Petrikaln u. J. Hochberg, Die Molekularspektra einiger Indium- und Gallium-Halogenide. Z f Phys 86, S. 214—230 (1933), Nr. 3/4.
M. Wehrli u. M. Miescher, Die Spektren der Indiumhalogenide. Verh d Schweiz Naturf Ges 114. Jahresvers Altdorf 1933 (2) Sekt Phys 1933, S. 323—324.
E. Oeser, Absorptionsspektren dampfförmiger Kadmium- und Zinkhalogenide im Vakuumultraviolett. Phys Z 35, S. 215—216 (1934), Nr. 5.
H. Beutler u. H. Levi, Über die Spektren der Alkalihalogendämpfe. Z f Elektrochem 38, S. 589—591 (1932), Nr. 8a.
P. K. Sen-Gupta, On the absorption spectra of alkyl halides. Bull Acad Agra and Oudh Allahabad (India) 2, S. 115—118 (1933), Nr. 3.

Fluor

W. JEVONS, BeF and MgF. Proc Roy Soc London (A) 122, S. 211—227 (1929), Nr. 789.
A. GLISSMANN u. H.-J. SCHUMACHER, F_2O. Z f phys Chem (B) 24, S. 328—334 (1934), Nr. 4.
E. O. SALANT and D. E. KIRKPATRICK, HF. Phys Rev (2) 46, S. 318 (1934), Nr. 4.

Cl

E. B. LUDLAM, HCl. Nature 123, S. 86—87 (1929), Nr. 3090.
A. ELLIOTT, Cl_2. Proc Roy Soc London (A) 127, S. 638—657 (1930), Nr. 806.
H. C. UREY and H. JOHNSTON, ClO_2. Phys Rev (2) 38, S. 2131—2152 (1931), Nr. 12.
C. R. BAILEY and A. B. D. CASSIE, Infra-red absorption spectra of the oxides of chlorine. Nature 129, S. 652—653 (1932), Nr. 3261.
G. E. GIBSON and N. S. BAYLISS, Continuous absorption spectrum of chlorine. Phys Rev (2) 41, S. 388 (1932), Nr. 3.
C. R. BAYLEY and A. B. D. CASSIE, Cl_2O. Proc Roy Soc London (A) 142, S. 129—141 (1933), Nr. 846.
Z. W. KU, ClO_2. Phys Rev (2) 44, S. 376—382 (1933), Nr. 5.
J. STRONG, Pure rotation spectrum of the HCl Flame. Phys Rev (2) 45, S. 877—882 (1934), Nr. 12.

Br

W. G. BROWN, Br_2. Phys Rev (2) 37, S. 1007—1008 (1931), Nr. 8.
W. G. BROWN, Br_2. Phys Rev (2) 39, S. 777—787 (1932), Nr. 5.
A. K. DATTA, BrH und JH. Z f Phys 77, S. 404—411 (1932), Nr. 5/6.
E. K. PLYLER and E. F. BARKER, HBr. Phys Rev (2) 44, S. 984—985 (1933), Nr. 12.

J

R. M. BADGER and D. M. JOST, An infrared band system of iodine bromide. Phys Rev (2) 37, S. 1548—1549 (1931), Nr. 11.
R. S. MULLIKEN, Note on the visible halogen bands with special reference to ICl. Phys Rev (2) 37, S. 1412—1415 (1931), Nr. 11.
E. HIRSCHLAFF, J_2. Z f Phys 75, S. 325—337 (1932), Nr. 5/6.
V. KONDRATIEW u. L. POLAK, Das sichtbare Absorptionsspektrum von Jod und die induzierte Prädissoziation der J_2-Molekeln. Phys Z d Sowjetunion 4, S. 764—786 (1933), Nr. 5/6.
ST. MROZOWSKI, Über die Depolarisation der Fluoreszenz des Joddampfes durch Stöße von Heliumatomen. Bull int Acad Polon (A) 1933, S. 346—358, Nr. 9.
L. NATANSON, J_2. Acta Phys 2, S. 125—130 (1933), Nr. 1.
K. ASAGOE, J_2. Sci Rep Tokyo Bunrika Daigaku 2, S. 9—16 (1934).
P. DAURE et A. KASTLER, Fluorescence de la vapeur d'iode excitée par de la lumière polarisée circulairement et observée longitudinalement. C R 198, S. 557—559 (1934), Nr. 6.
D. T. WARREN, J_2. Phys Rev (2) 45, S. 561 (1934), Nr. 8.

Cd, Zn, Sn

E. BENGTSSON u. R. RYDBERG, CdH. Z f Phys 57, S. 648—657 (1929), Nr. 9/10.
KAPUŚCINSKI u. A. JABIONSKI, Über die Träger der im Kadmium-Dampf beobachteten Absorptions- und Fluoreszenzbanden. Z f Phys 57, S. 692—695 (1929), Nr. 9/10.
J. G. WINANS, The energies of dissociation of cadmium and zinc molecules. Phil Mag (7) 7, S. 555—565 (1929), Nr. 43.
S. MROZOWSKI, Zn- und Cd-Dämpfe. Z f Phys 62, S. 314—330 (1930), Nr. 5/6.
P. K. SEN GUPTA, Oxides of zinc and cadmium. Bull Acad Agra and Oudh Allahabad (India) 2, S. 245—252 (1933), Nr. 4.
M. FUKUDA, ZnH. Sc Pap Inst Phys Chem Res Tokyo 15, S. 227—245 (1931), Nr. 300.
F. C. CONNELLY, SnO. Proc Phys Soc 45, S. 780—791 (1933), Nr. 6 (Nr. 251).
K. BUTKOW u. W. TSCHASSOWENNY, SnS. Z f Phys 90, S. 815—816 (1934), Nr. 11/12.
F. W. LOOMIS and T. F. WATSON, SnO. Phys Rev (2) 45, S. 805—806 (1934), Nr. 11.
E. SVENSSON u. F. TYRÉN, CdH^+. Z f Phys 85, S. 257—263 (1933), Nr. 3/4.
R. K. ASUNDI, R. SAMUEL and M. Z. UDDIN, CdF. Current Science 2, S. 429—430 (1934), Nr. 11.
S. W. CRAM, Cadmium vapor. Phys Rev (2) 46, S. 205—209 (1934), Nr. 3.

Hg

J. M. WALTER and S. BARRATT, The band spectra associated with zinc, cadmium and mercury. Proc Roy Soc London (A) 122, S. 201—210 (1929), Nr. 789.
T. HORI, HgH^+. Z f Phys 61, S. 481—489 (1930), Nr. 7/8.
R. ROLLEFSON, A possible origin of the band at λ 2540 in the spectrum of mercury vapor. Phys Rev (2) 35, S. 1177—1179 (1930), Nr. 10.

R. W. Wood and H. W. Straub, Influence of nitrogen and carbon dioxide upon the absorption spectrum of mercury vapor. Phys Rev (2) 44, S. 1030, Nr. 12.
H. Hulubei, Sur un système de bandes de mercure au voisinage de sa raie de résonnance. C R 193, S. 154—156 (1931), Nr. 3.
Rayleigh, Emission bands in the mercury spectrum under low excitation. Nature 127, S. 854 (1931), Nr. 3214.
J. Okubo and E. Matuyama, Fluted band at λ 3900 Å in the spectrum of mercury. Nature 129, S. 653 (1932), Nr. 3261.
S. Mrozowsky, Sur la structure hyperfine des bandes d'hydrure de mercure. Acta Phys Polon. 1, S 123—134 (1932), Nr. 1/2.
W. Finkelnburg, Über die Deutung der HgAr-Banden bei 2365 und 2285 Å und des Hg-Bands bei 1690 Å. Z f Phys 81, S. 781—784 (1933), Nr. 11/12.
L. Job, Ein Beitrag zur Lösung der Frage nach dem Träger der im Quecksilberspektrum bei der Linie $\lambda = 2482{,}07$ Å auftretenden Banden. Acta Phys Polon 2, S. 31—37 (1933), Nr. 1.
J. Okubo and E. Matuyama, On the band spectra superimposed on the continuous spectra of mercury in the visible region. Sc Rep Tôhoku Univ (1) 22, S. 383—392 (1933), Nr. 2.
E. Matuyama, Band spectra which appear near visible triplet lines of mercury. Nature 131, S. 58 (1933), Nr. 3298.

In

E. Miescher u. M. Wehrli, Bandenspektrum des Indiumchlorids. Helv Phys Acta 6, S. 256—258 (1933), Nr. 4.

Ag

B. A. Brice, The band spectrum of silver chloride. Phys Rev (2) 35, S. 960—972 (1930), Nr. 8.

Ni

A. G. Gaydon and R. W. B. Pearse, Spectrum of nickel hydride. Nature 134, S. 287 (1934), Nr. 3382.

Mn

A. K. Sen Gupta, Das Bandenspektrum des Manganoxyds. Z f Phys 91, S. 471—474 (1934), Nr. 7/8.

Th

H. Krefft u. R. Rompe, Thallium-Edelgasbanden. Naturwiss 19, S. 269 (1931), Nr. 12.
N. Prilezajeva, The quenching of atomic thallium fluorescence by foreign gases. C R Leningrad (N.S.) 1933, S. 282—283, Nr. 6.
A. Filippov u. Petrowa, Über die Fluoreszenz der Dämpfe von Thallium und Thalliumchlorür. Phys Z d Sowjetunion 5, S. 169—170 (1934), Nr. 1.

Te

A. Przeborski, Über die Struktur der Absorptionsbanden des Tellurs. Z f Phys 63, S. 280 bis 286 (1930), Nr. 3/4.
E. Hirschlaff, J_2 und Te_2. Z f Phys 75, S. 315—324 (1932), Nr. 5/6.
R. Smoluchowski, Auslöschung der Fluoreszenz des Tellurdampfes durch magnetische Felder. Z f Phys 85, S. 191—200 (1933), Nr. 3/4.
R. Smoluchowski, Magnetic Quenching of Tellurium Fluorescence. Nature 131, S. 914 (1933), Nr. 3321.
J. Genard, Sur l'extinction magnétique de la fluorescence des molécules diatomiques de tellure. C R 198, S. 816—819 (1934), Nr. 9.

Se

S. F. Evans, SeO_2. Nature 125, S. 528 (1930), Nr. 3153.
M. M. Moraczewska, Über eine neue Bandengruppe im ultravioletten Absorptionsspektrum des Selendampfes. Bull int Acad Polon (A) 1930, S. 17—19, Nr. 1/2.
M. Moraczewska, Selendampfabsorption. Z f Phys 62, S. 270—278 (1930), Nr. 3/4.
Th. E. Nevin, Band systems associated with selenium. Nature 126, S. 13 (1930), Nr. 3166.

As

P. Swings and M. Migeotte, As_2. C R 197, S. 836—838 (1933), Nr. 16.
F. C. Connelly, AsO. Proc Phys Soc 46, S. 790—800 (1934), Nr. 6 (Nr. 257).
J. W. T. Spinks, AsN. Z f Phys 88, S. 511—514 (1934), Nr. 7/8.
G. E. Kimball and J. R. Bates, AsH. Nature 128, S. 969 (1931), Nr. 3240.
R. Rydberg, AsH. Nature 129, S. 167 (1932), Nr. 3248.

Sb

B. C. MUKHERJI, SbO. Z f Phys 70, S. 552—558 (1931), Nr. 7/8.
R. SIKSNA, Sur deux nouvelles séries de résonnance dans la vapeur d'antimoine. C R 196, S. 1986—1987 (1933), Nr. 26.
S. M. NAUDÉ, Absorption spectrum of Sb_2. Phys Rev (2) 45, S. 280 (1934), Nr. 4.

Bi

P. G. SAPER, BiCl. Phys Rev (2) 37, S. 1710 (1931), Nr. 12.
G. M. ALMY and F. M. SPARKS, Bi_2. Phys Rev (2) 44, S. 365—375 (1933), Nr. 5.
CH. GHOSH, BiO. Z f Phys 86, S. 241—248 (1933), Nr. 3/4.
A. TROJECKA, Sur l'absorption de la vapeur saturante des bismuth. Acta Phys Polon 2, S. 245—252 (1933), Nr. 2.
K. BUTKOW, Die Absorptionsspektren der Dämpfe der Halogenverbindungen von dreiwertigem Wismut und Antimon. Z f Phys 90, S. 810—814 (1934), Nr. 11/12.

VI. Zusammenfassende Darstellungen.

R. DE L. KRONIG, Band spectra and molecular structure. X u. 163 S. Cambridge Univ Press 1930.
M. BORN, Chemische Bindung und Quantenmechanik. Ergebn d exakt Naturwiss 10, S. 387 bis 444 (1931).
D. M. DENNISON, The infrared spectra of polyatomic molecules. Rev Modern Phys 3, S. 280 bis 345 (1931), Nr. 2.
G. HERZBERG, Die Prädissoziation und verwandte Erscheinungen. Ergebn d exakt Naturwiss 10, S. 207—284 (1931).
F. HUND, Bericht über die Beziehung von Linien und Termen in Atom- und Molekelspektren. Z f Ap 2, S. 217—242 (1931), Nr. 3.
R. S. MULLIKEN, The interpretation of band spectra. Part IIc. Empirical band types. Rev Modern Phys 3, S. 89—155 (1931), Nr. 1.
W. WEIZEL, Bandenspektren. Handb d Experimentalphys, Ergänzungswerk. Bd. 1, Leipzig 1931.
W. JEVONS, Report on band-spectra of diatomic molecules. (The Physical Society. Cambridge 1932.)
R. MECKE, Bandenspektroskopie und Photochemie. Phys Z 33, S. 1—14 (1932), Nr. 1.
W. FINKELNBURG, Kontinuierliche Gasspektren. II. Phys Z 34, S. 529—560 (1933), Nr. 14.
W. WEIZEL, Bandenspektra und Molekülbau. I. (Nachtragsbericht.) Phys Z 34, S. 425 bis 440 (1933), Nr. 11.
H. A. STUART, Molekülstruktur. Mit 116 Abb. X und 388 S. Berlin: Julius Springer 1934. (Nr. XIV der Sammlung: Struktur und Eigenschaften der Materie in Einzeldarstellungen.)
H. SPONER, Molekülspektren und ihre Anwendung auf chemische Probleme. I. Tabellen. (Sammlung: Struktur und Eigenschaften der Materie.) Berlin: Julius Springer 1935.

VII. Astrophysikalische Anwendungen.

C. D. SHANE, The spectrum of certain class N stars. (C_2 und CN Abs. in R. u. N.) Lick Bull 10, S. 79—92 (1920), Nr. 329.
B. LINDBLAD, Spectrophotometric methods for determining stellar luminosity (CN). (Abs. in CN.) Ap J 55, S. 85—118 (1922), Nr. 2.
W. C. RUFUS, Typical stellar spectra CH, C_2, CN. Publ Obs Univ Michigan 3, S. 257 (1923).
O. STRUVE and A. CHRISTY, A search for the band spectrum of He_2 in stellar spectra. Ap J 71, S. 150—152 (1930), Nr. 2.
O. STRUVE and A. CHRISTY, A search for the band spectrum of He_2 in stellar spectra. Ap J 71, S. 277—282 (1930), Nr. 4.
H. D. BABCOCK and W. P. HOGE, New data on the absorption bands of atmospheric oxygen. Phys Rev (2) 37, S. 227 (1931), Nr. 2.
F. BALDET, Les bandes de Raffety et le spectre des comètes. C R 192, S. 1531—1533 (1931), Nr. 24.
N. T. BOBROVNIKOFF, The Raffety bands in comets. Ap J 73, S. 61—76 (1931), Nr. 2.
W. H. J. CHILDS u. R. MECKE, Intensitätsmessungen in der atmosphärischen Sauerstoffbande λ 7600. Z f Phys 68, S. 344—361 (1931), Nr. 5/6.
W. M. COHN, Über das Auftreten kontinuierlicher Spektren bei Elektronenbombardement und einige Bemerkungen über die Entstehung des blauen Himmelslichtes. Meteorol Z 48, S. 106—108 (1931), Nr. 3.
R. MECKE u. W. BAUMANN, Über eine neue atmosphärische Sauerstoffbande bei λ 7710. Z f Phys 73, S. 139—146 (1931), Nr. 3/4.

R. S. RICHARDSON, An investigation of molecular spectra in sun-spots. Ap J 73, S. 216 bis 249 (1931), Nr. 4.
R. W. B. PEARSE, Publ Amer Astr Soc 7, S. 12 (1931).
R. WILDT, Zur Deutung der Spektren der großen Planeten. Z f Ap 2, S. 161—164 (1931), Nr. 4.
W. S. ADAMS and TH. DUNHAM JR., Publ A S P 44, S. 243—245 (1932), Nr. 260.
N. R. DHAR, Ultraviolette Banden von Formaldehyd und ihr Vorkommen im Sonnenspektrum. Z f anorg Chem 206, S. 270—272 (1932), Nr. 3.
N. R. DHAR, Das ultraviolette Spektrum von Schwefelkohlenstoff und dessen wahrscheinliches Vorkommen in der absorbierenden Atmosphäre der Sonne. Z f anorg Chem 207, S. 209—216 (1932), Nr. 2.
J. DUFAY, Bandes et rayes d'émission dans le spectre du ciel nocturne. C R 194, S. 1898 bis 1900 (1932), Nr. 22.
C. T. ELVEY and A. S. FAIRLEY, On the absorption band at λ 6191 in the spectrum of Jupiter. Ap J 75, S. 373—378 (1932), Nr. 5.
J. KAPLAN, The auroral spectrum. Phys Rev (2) 42, S. 807—811 (1932), Nr. 6.
L. A. SOMMER, Über den langwelligen Teil des sichtbaren Spektrums des Nachthimmellichtes. Z f Phys 77, S. 374—390 (1932), Nr. 5/6.
P. SWINGS and O. SRUVE, The bands of CH and CN in stellar spectra. Phys Rev (2) 39, S. 142—150 (1932), Nr. 1.
P. SWINGS, Les bandes moléculaires dans les spectres stellaires. 29 S. Paris: Hermann et Cie. 1932.
L. VEGARD, Spektralaufnahmen von ultraroten Linien im Nordlichtspektrum. Naturwiss 20, S. 268—269 (1932), Nr. 15.
R. WILDT, Über das ultrarote Spektrum des Planeten Saturn. Gött Nachr 1932, S. 356 bis 359, Nr. 4.
K. WURM, Zur Intensität der C_2- und CN-Banden in den Spektren der R- und N-Sterne. Z f Ap 5, S. 260—273 (1932), Nr. 3/4.
H. BOMKE, Kontinuierliche Gasspektren. Zur Deutung des kontinuierlichen Spektrums der Sterne. Weltall 32, S. 170—172 (1933), Nr. 12.
N. T. BOBROVNIKOFF, Scandium oxide bands in stellar spectra. Ap J 77, S. 345—348 (1933), Nr. 5.
Y. CAMBRESIER and L. ROSENFELD, On the dissociation of molecules in the atmospheres of the stars of the main sequence. M N 93, S. 710—723 (1933), Nr. 9.
D. EROPKIN, On the question of the existence of oxygen in the atmosphere of Mars. C R Leningrad (N.S.) 1933, S. 100—101, Nr. 3.
J. KAPLAN, Light of the night sky and active nitrogen. Nature 132, S. 1002—1003 (1933), Nr. 3348.
R. S. RICHARDSON, Hydrocarbon bands in the solar spectrum. Ap J 77, S. 195—211 (1933), Nr. 3.
R. S. RICHARDSON, The titanium and zirconium oxide bands stellar spectra. Ap J 78, S. 354 bis 358 (1933), Nr. 5.
S. ROSSELAND and G. STEENSHOLT, On the relative intensity of bands in a sequence and the temperature of the upper atmosphere. Publ Univ Obs Oslo 1933, Nr. 7.
L. ROSENFELD, The dissociation of molecules in the atmospheres of the carbon stars. M N 93, S. 724—729 (1933), Nr. 9.
V. M. SLIPHER, Spectrographic studies of the planets. (Spektra.) MN 93, S. 657—668 (1933), Nr. 9.
E. STENZ, Über Messungen der Wasserdampfabsorption im ultraroten Sonnenspektrum, ausgeführt an der Mittelmeerküste mit einem Gorczinskischen Spektrographen. Meteor Z 50, S. 219—223 (1933), Nr. 6.
P. SWINGS, Sur les bandes d'oxyde de scandium observées dans les spectres des étoiles froides. Bull l'Acad Roy de Belg (Classe des Sciences) 1933, S. 1078—1095.
W. S. ADAMS and TH. JR. DUNHAM, The B band of oxygen in the spectrum of Mars. Ap J 79, S. 308—316 (1934), Nr. 3.
A. ADEL and V. M. SLIPHER, On the identification of the methane bands in the solar spectra of the major planets. Phys Rev (2) 46, S. 240—241 (1934), Nr. 2.
A. ADEL and V. M. SLIPHER, Concerning the carbon dioxide content of the atmosphere of the planet Venus. Phys Rev (2) 46, S. 240 (1934), Nr. 3.
A. ADEL and V. M. SLIPHER, On the identification of the methane bands in the solar spectra of the major planets. Phys Rev (2) 46, S. 240—241 (1934), Nr. 3.
A. ADEL and V. M. SLIPHER, The constitution of the atmospheres of the giant planets. (Identifizierung.) Phys Rev 46, S. 902—906 (1934).
F. BALDET, Le spectre continu des comètes. J Phys et Rad (7) 5, S. 141 (1934), Nr. 7.
F. BALDET, Le spectre continu des comètes. C R 199, S. 31—33 (1934), Nr. 1.

D. BARBIER, D. CHALONGE et E. VASSY, Étude du rayonnement ultraviolet de quelques étoiles des types A et B. Dosages nocturnes d'ozone. J Phys et Rad (7) 5, S. 129—130 (1934), Nr. 6.

D. BARBIER, D. CHALONGE et E. VASSY, Comparaison des spectres continus de quelques étoiles des types A et B. Dosages nocturnes d'ozone. C R 198, S. 2139—2142 (1934), Nr. 25.

N. T. BOBROVNIKOFF, ZrO in class M stars. Ap J 79, S. 483—491 (1934), Nr. 5.

M. A. DAUVILLERS, Aurorae and cosmic rays. Observations of the French expedition at Scoresby sound. Electrician 112, S. 787—789 (1934), Nr. 2923.

J. DEVAUX, Étude du spectre infrarouge lointain du soleil. C R 198, S. 1595—1596 (1934), Nr. 18.

J. DUFAY, Spectre d'émission du ciel nocturne dans la région ultraviolette. C R 198, S. 107 bis 109 (1934), Nr. 1.

J. DUFAY, Observation du spectre d'émission du ciel nocturne dans l'ultraviolet. J Phys et Rad (7) 5, S. 523—526 (1934), Nr. 10.

D. EROPKIN u. V. KONDRATJEV, Die atmosphärischen Banden $O^{16}O^{18}$ im Sonnenspektrum. C R Leningrad 1 (1934), Nr. 8; russisch 445—446; deutsch 447—449.

D. EROPKIN, On the distribution of energy in the ultra-violet solar spectrum as inferred from the photochemical theory of the ozone equilibrium in the earth's atmosphere. Phil Mag (7) 18, S. 838—841 (1934), Nr. 121.

W. FINKELNBURG, Cosmic continuous spectra and electron, radiation. Ap J 80, S. 313—318 (1934), Nr. 5.

J. GAUZIT, L'extrémité ultraviolette du spectre du ciel nocturne. C R 199, S. 29—31 (1934), Nr. 1.

H. HAMADA, Bands at 4450 and 4180 Å in the spectra of the night sky and of the aurora. Nature 134, S. 851 (1934), Nr. 3396.

G. HERZBERG, Photography of the infrared solar spectrum to wave-length 12900 Å. Nature 133, S. 759 (1934), Nr. 3368.

L. HERMAN, R. LATARJET et G. LIANDRAT, Sur les bandes visibles de l'oxygène comprimé (O^4) et leur existence dans le spectre solaire. J Phys et Rad (7) 5, S. 185—186 (1934), Nr. 12.

J. KAPLAN, Active nitrogen and the auroral spectrum. Phys Rev (2) 45, S. 671—674 (1934), Nr. 10.

V. KONDRATIEV u. D. EROPKIN, Die atmosphärische Wasserdampfbande λ 6324 Å im Sonnenspektrum. C R Leningrad (N. S.) 1 (1934), Nr. 4 (russisch 170—172; deutsch 173—175).

YNGWE ÖHMAN, Spectrographic studies in the red. CaH, MgH. Ap J 80, S. 171—180 (1934).

E. REGENER u. V. H. REGENER, Aufnahmen des ultravioletten Sonnenspektrums in der Stratosphäre und vertikale Ozonverteilung. Phys Z 35, S. 788—793 (1934), Nr. 19.

E. REGENER and V. H. REGENER, Ultraviolet solar spectrum and ozone in the stratosphere. Nature 134, S. 380 (1934), Nr. 3384.

H. N. RUSSELL, Molecules in the sun and stars. Ap J 79, S. 317—342 (1934), Nr. 3.

H. N. RUSSELL, The atmospheres of the stars. J Franklin Inst 218, S. 127—142 (1934), Nr. 2.

P. SWINGS, The behaviour of the SiF bands in stellar spectra. Ark Mat Astr Fys 23B (1934), Nr. 2.

R. WILDT, Ozon und Sauerstoff in den Planetenatmosphären. Gött Nachr (N. F.) (2) 1, S. 1—9 (1934), Nr. 1.

R. WILDT, Über die stellare Dissoziation des Wasserstoffmoleküls. Z f Ap 9, S. 176—184 (1934), Nr. 3.

R. WILDT, The atmospheres of the giant planets. Nature 134, S. 418 (1934), Nr. 3385.

K. WURM u. R. MECKE, Zur Deutung des Anregungsmechanismus von Kometen-, Polar- und Nachthimmellicht. Z f Ap 8, S. 96 (1934).

K. WURM, Beitrag zur Deutung der Vorgänge in Kometen. I. Z f Ap 8, S. 281—291 (1934), Nr. 4.

K. WURM, Beitrag zur Deutung der Vorgänge in Kometen. II. Z f Ap 9, S. 62—78 (1934), Nr. 1.

K. WURM, Deutung der Linienemission in den langperiodischen Veränderlichen als Chemilumineszenz. Z f Ap 10, S. 133—153 (1935), Nr. 2.

Band IV.

Kapitel 1.

Strahlung und Temperatur der Sonne.

Von

W. E. Bernheimer-Wien.

Mit 4 Abbildungen.

a) Helligkeit der Sonne.

4. Die Helligkeit der Sonne im Verhältnis zu der des Vollmondes. In Bd. IV wurde für die visuelle Helligkeit des Vollmondes aus den Ergebnissen älterer Arbeiten der Wert H. N. Russells $-12^m{,}55 \pm 0^m{,}07$ angegeben. Die Zuverlässigkeit dieses Wertes wird nunmehr bestätigt durch neue thermoelektrische Untersuchungen, die E. Pettit[1] auf dem Mt. Wilson vorgenommen hat. Er findet als radiometrische Helligkeit des Mondlichtes bei Vollmond $M_r = -13^m{,}4$ und aus der Wasserzellenabsorption für den Wärmeindex $(W.\,I.)$ $+0^m{,}77$. Demnach ergibt sich für die visuelle Vollmondhelligkeit

$$M_v = W.I. + M_r = -12^m{,}63.$$

Der Wert für die Vollmondhelligkeit weicht demnach von der bisherigen Annahme nur um $0^m{,}08$ ab. Verbinden wir den neuen Wert mit dem in Bd. IV, Kap. 1, Ziff. 2 gegebenen, derzeit geltenden Wert der visuellen Sonnenhelligkeit von $-26^m{,}72$, so ergibt sich nunmehr eine Größenklassendifferenz zwischen Sonne und Vollmond im Betrage von $14^m{,}09$.

5. Absolute Größe und Farbenindex der Sonne. Die in Ziff. 2 und 3 angegebenen letzten Werte der visuellen und photographischen Helligkeit der Sonne in Größenklassen sind weiter in Geltung, da neuere Beobachtungen nicht vorliegen. Dasselbe gilt demgemäß für die absoluten Helligkeiten und den Farbenindex. Allgemein wird für die absolute bolometrische Helligkeit der Sonne $4^M{,}85$ angenommen. Dagegen rechnet A. S. Eddington[2] in seiner Arbeit über den Wasserstoffgehalt der Sterne mit einem neuen Wert $4^M{,}60$. Die Frage nach dem endgültigen Wert der absoluten Helligkeit bedarf zweifellos noch weiterer Klärung. Sie ist auch wichtig im Hinblick auf das Problem der Stellung der Sonne im Hertzsprung-Russell-Diagramm. Betrachtet man die Sonne als einen Stern dG0, so erkennt man jedenfalls, daß ein M_v von $+4^M{,}85$ mit dem Normalwert der Fixsterne dieser Klasse nicht übereinstimmt. Es ergibt sich nämlich aus den Daten von J. J. Nassau und S. W. McCuskey[3] in Übereinstimmung mit Trümpler und anderen Untersuchungen[4] für dG0 $+4^M{,}4$ und für dG5 $+5^M{,}2$. Demnach entspricht der bisher gebräuchliche Wert einem späteren Spektraltypus, der

---

[1] Mt Wilson Contr Nr. 504 (1934).
[2] M N 92, S. 471 (1932).
[3] M N 94, S. 564 (1934).
[4] Siehe W. E. Bernheimer, Z f Ap 9, S. 134, Tabelle 8 (1934).

EDDINGTONsche Wert dagegen würde die Diskrepanz verringern. Eine ähnliche Anomalie zeigt sich bezüglich des Farbenindex. Nach den bisher vorliegenden Daten ist der Farbenindex der Sonne $+0^m,79$, gegenüber einem normalen Farbenindex von $+0^m,6$ für dG0-Sterne. Zur Klärung dieser Frage wären auch Neubestimmungen des Farbenindex kleiner Planeten heranzuziehen. Bezüglich der Spektra von 12 Asteroiden liegt eine Untersuchung von N. T. BOBROVNIKOFF[1] vor. Es fanden sich keine Emissionslinien, die Spektra entsprachen dem Sonnentypus; demnach wäre die Strahlung als reflektierte Sonnenstrahlung anzusehen. Wichtig sind jedoch charakteristische Anomalien. Verglichen mit entsprechenden Teilen des kontinuierlichen Spektrums der G0-Sterne zeigte sich im kontinuierlichen Spektrum der untersuchten kleinen Planeten eine Schwächung im violetten und ultravioletten Gebiete. Dieses Ergebnis spricht demnach ebenfalls für einen röteren Charakter der Strahlung. Aus den Beobachtungsdaten von E. HERTZSPRUNG[2] findet man für Ceres, Pallas, Vesta und Flora im Mittel einen Farbenindex von $+0^m,80$, also auch einen Farbenexzeß. Direkte photographische Bestimmungen des Farbenindex der kleinen Planeten hat neuerdings A. W. RECHT[3] vorgenommen. Die Farbenindizes von 35 Objekten sind ziemlich gestreut, die maximale Häufigkeit entspricht jedoch dem Farbenindex der Sonne, wobei $0^m,79$ von RECHT als zutreffend angenommen wird. Dieses Material vermag wohl noch nicht ein eindeutiges Bild zu geben, wie aus der zweiten Reihe der folgenden Tabelle 1 entnommen werden kann. Hier sind die Frequenzen angegeben für Farbenindexgruppen einer Breite von $0^m,2$. Rechnet man jedoch die Frequenzen aufeinanderfolgender Dreiergruppen (letzte Reihe der Tabelle), so tritt die Bevorzugung sonnenähnlicher und demnach in Übereinstimmung mit dem Charakter des kontinuierlichen Spektrums anomaler Farbenindizes deutlicher hervor. Nach

Tabelle 1. Zur indirekten Ermittlung des Farbenindex der Sonne. Häufigkeit der Farbenindizes von 35 kleinen Planeten.

Farbenindexgruppe	−0,01 bis +0,10	+0,11 bis +0,30	+0,31 bis +0,50	+0,51 bis +0,70	+0,71 bis +0,90	+0,91 bis +1,10	+1,11 bis +1,30	+1,31 bis +1,50	+1,51 bis +1,70
Gruppenfrequenz.	1	0	7	8	8	4	6	1	0
Frequenz aufeinanderfolgender Dreiergruppen. .	1	8	15	23	20	18	11	7	1

dem derzeitigen Stand wäre also die Sonne unter den Zwergen sowohl absolut schwächer als auch röter als normal. Die wichtige Frage verdient weitere Prüfung, neue Bestimmungen der visuellen und photographischen Helligkeit der Sonne erscheinen dringend geboten.

6. Beobachtung der Sonnenhelligkeit an den Planeten. Diesbezüglich sind nach den bereits behandelten Messungen auf der Lick-Sternwarte aus dem Jahre 1927 keine neuen Untersuchungen mehr vorgenommen worden. Es wäre ungemein wichtig, wenn dieses Programm von Sternwarten mit lichtelektrischen Photometern wieder aufgenommen würde, da es sich zweifellos hier um die sicherste Methode handelt, durch differentielle Messungen eventuelle kurzperiodische Schwankungen der Sonnenstrahlung, vor allem im kurzwelligen Bereiche, festzustellen.

Die Auffindung von langperiodischen Helligkeitsschwankungen bei den Planeten durch W. BECKER[4] gewährt weitere Prüfungsmöglichkeiten evtl. gleich-

[1] Lick Bull 14, S. 18 (1929).
[2] Potsdam Publ Nr. 63, S. 39 (1911); Ap J 42, S. 114 (1913).
[3] A J 44, S. 25 (1934).
[4] Sitzber Preuß Akad d Wiss Math-phys Kl 1933, XXVIII.

zeitiger Vorgänge auf der Sonne. Bei Jupiter stimmen die Zeiten der Helligkeitsmaxima im allgemeinen mit jenen der Maxima der Fleckenhäufigkeit überein. Dagegen fehlt die Beziehung beim letzten beobachteten Maximum 1917. BECKER verweist im übrigen darauf, daß gleichartige Helligkeitsschwankungen bei den anderen Planeten diese Zusammenhänge nicht aufweisen. Dadurch ergibt sich, daß eine reale Beziehung nicht vorliegen kann. Im übrigen müßten solche Vergleiche, solange die Zusammenhänge zwischen Sonnenaktivität und Sonnenstrahlung nicht geklärt sind[1], zwischen Planetenhelligkeit und Solarkonstante vorgenommen werden. Verläßliches Material über die Solarkonstante liegt jedoch erst seit 1920 vor, so daß nur in beschränktem Maße verglichen werden kann. Führt man dies durch, so erkennt man, daß das Minimum der Saturnhelligkeit für 1922 auch in der Solarkonstante auftritt, dagegen fehlt jede Beziehung bei Jupiter und Mars. Da reelle Veränderungen der Sonnenhelligkeit in gleicher Weise bei allen Planeten widergespiegelt werden müssen, sind die Resultate der bisherigen Vergleichungen als negativ zu betrachten. In diesem Zusammenhang sei auch ein Versuch erwähnt, Veränderungen der Sonnenstrahlung auf dem Wege über Kometenhelligkeiten zu untersuchen. So hat B. W. KUKARKIN[2] die Differenzen zwischen reduzierter Totalhelligkeit und beobachteter Helligkeit des Kometen 1929d (WILK) mit simultanen Relativzahlen der Zentralzone verglichen. Es ergab sich ein Korrelationskoeffizient $r = +0{,}37 \pm 0{,}25$. Der hohe m. F. macht die Beziehung bedeutungslos. Im übrigen müßten derartige Untersuchungen auf solche Kometen beschränkt werden, für die wesentlich längere Beobachtungsreihen vorliegen, wobei noch zu bemerken ist, daß Kometen wohl überhaupt nur schwer zur Entscheidung über Helligkeitsschwankungen der Sonne herangezogen werden können, da sie ja selbst Helligkeitsschwankungen aus astrophysikalischen Prozessen unterworfen sind.

b) Intensitätsverteilung auf der Sonnenscheibe.

8. Über Randverdunklung der Gesamtstrahlung. Das in Bd. IV behandelte Verfahren von W. H. JULIUS zur Bestimmung der Randverdunklung bei Finsternissen gab Anlaß zu neueren Arbeiten. M. MINNAERT[3] untersucht die Frage über den Charakter der Helligkeitsabnahme in der äußersten Randzone und leitet einfache Formeln für die Intensitätskurve dieses Gebietes ab. Vergleiche mit den Ergebnissen einiger Finsternisexpeditionen werden vorgenommen. Der Autor findet, daß die Intensität nach dem Rande zu einen raschen Abfall aufweist. Eine Untersuchung der Finsternis von 1929 durch MINNAERT[4] behandelt das Spektrum der äußersten Randzone. Eigentümlicherweise zeigen die Linienintensitäten dieser Zone gegenüber den Intensitäten der zentralen Zone nur geringe Unterschiede. 1929 veröffentlicht P. HARZER[5] eine Methode zur Bestimmung der Randverdunklung bei Finsternissen in Anlehnung an seine frühere Arbeit über die Helligkeitsabnahme von Bedeckungsveränderlichen[6]. Das Verfahren gipfelt in einer Ausgleichsrechnung zur Bestimmung der drei Konstanten seiner Grundformel aus Vergleichungen mit den Beobachtungen. 1931 gibt P. HARZER in einer ausführlichen Abhandlung[7] eine zum Teil verbesserte Darstellung seiner Theorie und analysiert auf ihrer Grundlage die bereits von JULIUS verwendeten Daten der Finsternis von 1912. Die Ergebnisse, die ungeachtet des abweichenden Verfahrens mit den Ergebnissen von JULIUS befriedigend übereinstimmen, geben dem Autor Anlaß, sein Verfahren für künftige Untersuchungen

---

[1] Siehe Ziff. 21 u. 25.
[2] A N 243, S. 113 (1931).
[3] M N 89, S. 197 (1929).
[4] B A N 6, S. 151 (1931).
[5] A N 235, S. 307 (1929).
[6] Kiel Publ 16 (1927).
[7] München Akad d Wiss Abhandlungen N F 8 (1931).

zu empfehlen. Für Finsternisse, bei denen der Mondradius den Sonnenradius um mehrere Prozente unterschreitet, zeigen O. HECKMANN und H. SIEDENTOPF[1] ein praktisches Näherungsverfahren zur Bestimmung der Randverdunklung. Der Vorteil der Methode liegt darin, daß Voraussetzungen über einen bestimmten Verlauf des Helligkeitsabfalles hier nicht nötig sind. Mit der Methode von JULIUS beschäftigt sich 1932 N. LVOFF[2]. Er weist neuerlich darauf hin, daß die Ergebnisse, insofern nicht die Strahlung eines engen Wellenbereiches behandelt wird, durch die Wirkung der Erdatmosphäre verfälscht werden. Dies wirkt sich so aus, daß der Kontrast zwischen Zentrum und Sonnenrand eine künstliche Verringerung erfährt. Der Autor zeigt, daß die Verfälschung der Intensitätswerte in der Randzone auf etwa 12% ansteigt. LVOFF empfiehlt bei künftigen Anwendungen der Methode eine strenge Berücksichtigung des atmosphärischen Effektes und gibt eine Formel zur Bestimmung der nötigen Korrektionen.

Der sog. Halationseffekt, der sich z. B. auch in einer Intensitätszunahme des Himmelslichtes in unmittelbarer Sonnennähe äußert, wurde mehrfach untersucht. Die Beobachtungen von B. FESSENKOFF[3] am Monde und von E. PETTIT und S. B. NICHOLSON[4] an der Sonne führten zu einem empirischen Ausdruck für den genannten Effekt:

$$DH = \frac{K J \Delta A}{r^2 + z}.$$

Hier sind K und z empirische Konstanten, DH die Intensitätszunahme eines Flächenelementes, bewirkt von der Intensität J des Flächenelementes ΔA im Abstande r. P. PARCHOMENKO[5] entwickelte 1933 ein Verfahren, den Halationseffekt, integriert über die ganze Sonnenscheibe, abzuleiten. Es wird gezeigt, daß der Halationseffekt H von der Randverdunklung unabhängig ist, daß er aber seinerseits natürlich die Randverdunklung beeinflußt. Es ist möglich, diesen Einfluß abzuschätzen, wenn man den Halationseffekt für die Mitte H_1 und für den Sonnenrand H_0 berechnet. Die Differenz $H_0 - H_1$ kann dann als Maß für die Korrektion der Randverdunklung dienen. Es ist noch zu beachten, daß die Konstanten z und K obiger Formel nicht nur von λ und von den herrschenden atmosphärischen Bedingungen, sondern offenbar auch von der Zenitdistanz der Sonne abhängig sind.

Neuere Beobachtungen im Zusammenhang mit diesen theoretischen Untersuchungen, wie überhaupt zur Bestimmung der Helligkeitsverteilung auf der Sonnenscheibe außerhalb von Finsternissen sind seit der in Bd. IV behandelten Arbeit von H. KIENLE und A. JUŠKA nicht veröffentlicht worden. 1934 schlägt H. STREBEL[6] vor, die Helligkeitsverteilung auf der Sonnenscheibe durch lichtelektrische Intensitätsmessungen an einem großen Projektionsbild der Sonne vorzunehmen und verspricht sich von diesem Verfahren gewisse Fortschritte.

c) Die Energieverteilung im Sonnenspektrum.

13. Grenzen des gemessenen Sonnenspektrums. Bezüglich der Erstreckung des meßbaren Sonnenspektrums in das langwellige Gebiet mit Hilfe spektralbolometrischer Methoden sind keine neuen Fortschritte zu verzeichnen, dagegen gelang es, durch Entwicklung verschiedener Sensibilisatoren in der photographischen Untersuchung des infraroten Sonnenspektrums beträchtliche Fortschritte zu erzielen. Darüber, wie über einige wichtigere Ergebnisse wird im Nachtrag zu Bd. I,

[1] Veröff. Göttingen I, S. 225 (1929).
[2] R A J 10, S. 155 (1933).
[3] Charkow Publ Nr. 7 (1915).
[4] Ap J 62, S. 202 (1925).
[5] R A J 10, S. 394 (1933). — Frl. PARCHOMENKO sei auch an dieser Stelle für die freundlichst besorgte Übersetzung ihrer russischen Originalarbeit bestens gedankt.
[6] A N 254, S. 169 (1935).

Kap. 5, Ziff. 6 berichtet. Zur Frage nach dem Vorkommen von Strahlung aus dem elektromagnetischen Gebiete ist zu bemerken, daß die in Bd. IV, Kap. 1, diese Ziff. genannten Untersuchungen von M. BÄUMLER einer neuen Erklärung bedürfen. Es muß angenommen werden, daß die kurzperiodischen Radioemissionen (Störungen), die gleichzeitig an mehreren Orten beobachtet wurden, ihren Ursprung nicht in der Sonne haben, sondern durch elektrische Entladungen in der Erdatmosphäre entstehen. Bezüglich anders gearteter Zusammenhänge zwischen Sonnenstrahlung und Radiowellen s. folgende Ziff. 13a.

Hinsichtlich der Grenzen des ultravioletten Sonnenspektrums liegen neuere Untersuchungen vor. Die von WIGAND[1] beobachtete Grenzwellenlänge von λ 2896 wurde bereits 1920 durch FABRY und BUISSON auf λ 2885 verlegt[2], eine Wellenlänge, die 1929 auch von F. W. P. GÖTZ erfaßt werden konnte. Neue Versuche wurden ein Jahr später, ebenfalls von GÖTZ[3], in Arosa durchgeführt. Der Spektrograph gab mit dem ersten Kameraansatz ein normales ultraviolettes Spektrum. Mittels eines zweiten Kameraansatzes wurden die Grenzwellenlängen erfaßt, wobei das kurzwellige Ende des ersten Spektrums als Lichtquelle für einen zweiten gekreuzten Spektrographen diente. So gelang es, einen neuen Teil des UV-Spektrums zu erfassen, u. a. die intensive FRAUNHOFERsche Linie λ 2884 bis λ 2881, und als Grenzwellenlänge λ 2863, ein Wert, der bisher noch nicht unterschritten worden ist. Dieser Rekord gelang mit leistungsfähiger Apparatur bei dreistündiger Belichtung in etwa 1700 m Seehöhe. Von verschiedener Seite wurde auch vor kurzem die Frage behandelt, ob durch Spektralaufnahmen im hohen Norden die Grenzwellenlänge weiter erstreckt werden könnte. Es wäre der Fall, wenn das Ozonfilter in diesen Breiten tatsächlich geringere Intensität besäße. Diesbezüglich ist jedoch bisher noch keine endgültige Klärung erfolgt. Dagegen besteht nunmehr die Möglichkeit, das Sonnenspektrum kürzester Wellenlängen durch Stratosphärenaufstiege leichter zu erfassen. E. und V. H. REGENER[4] haben den geglückten Versuch gemacht, durch Registrierballons einen UV-Spektrographen bis auf 31 km Höhe zu bringen und mit dieser Apparatur photographische Dokumente des ultravioletten Spektrums aus verschiedenen Höhen zu liefern. In Abb. 1 sind die Ergebnisse des Aufstieges vom 31. Juli 1934 in vergrößerter Wiedergabe dargestellt. Aus den erreichten Grenzwellenlängen in den einzelnen Phasen des Auf- bzw. Abstieges ergab sich zum erstenmal die Möglichkeit, den Zusammenhang zwischen Schichtdicke und Höhe des Ozons über der Erdoberfläche zu bestimmen. Auf diese Weise konnten die 1931 von F. W. P. GÖTZ[5] für Spitzbergen und sodann die von F. W. P. GÖTZ, A. R. MEETHAN und G. M. B. DOBSON[6] für unsere Breiten angegebene neue Schwerpunktshöhe der Ozonschicht von etwa 22 km (gegenüber 40 bis 50 km gemäß der älteren Annahme) bekräftigt werden. Für die Möglichkeit zukünftiger Untersuchungen des Sonnenspektrums kürzester Wellenlängen ist es nun wesentlich, daß die Stratosphärenaufstiege REGENERS, bei denen nur ein lichtschwacher Spektrograph zur Verwendung kam, bereits bei einer Exposition von 10 Minuten in 29300 m Seehöhe ohne Schwierigkeit eine Grenzwellenlänge von λ 2875 erbracht haben. Mit dieser Methode, einem leistungsfähigeren Spektrographen und längeren Belichtungszeiten könnten zweifellos in Zukunft bedeutsame Fortschritte für die Astrophysik erzielt werden[7].

---

[1] Siehe Bd. IV, Kap. 1, S. 22, Fußnote 2.
[2] Gerlands Beitr 24, S. 1 (1929).
[3] Strahlentherapie 40, S. 690 (1931).
[4] Phys Z 35, S. 788 (1934).
[5] Gerlands Beitr 31, S. 119 (1931).
[6] Nature 132, S. 281 (1931) — Proc Roy Soc London A 145, S. 416 (1934).
[7] Nach freundlicher brieflicher Mitteilung von Herrn REGENER werden Untersuchungen in der angedeuteten Richtung demnächst in Angriff genommen.

In Bd. IV, Ziff. 13, S. 22 wurde bereits die Frage behandelt, inwieweit es aussichtsreich wäre, jenseits der Ozonabsorption im äußersten Ultraviolett weitere Bereiche des Sonnenspektrums zu erfassen. Insbesondere wurde auf E. MEYER verwiesen, der ebenso wie J. DUGLAUX und P. JEANTET auf eine Lücke zwischen den O_3- und O_2-Absorptionen bei λ 2100 aufmerksam machte. Inzwischen hat auch LÄUCHLI festgestellt, daß die Ozonbande bereits bei λ 2540 zu den kürzeren Wellen hin rasch abfällt. Die Strahlung in der Lücke kann wegen der einsetzenden O_2-Absorptionen nur schwach sein und ließe sich nur in großer Seehöhe mit empfindlicher Apparatur erfassen. Eine derartige Apparatur, die mit Zählrohr arbeitet (Zahl der Protonen ist der untersuchten kurzwelligen Strahlung proportional), wurde von M. SCHEIN und B. STOLL[1] entworfen. Messungen kamen bereits in Arosa und auf dem Jungfraujoch zur Ausführung. Nach der ersten Mitteilung von E. MEYER, SCHEIN und STOLL[2] wurde das Gebiet von λ 2000 bis λ 2850 untersucht und tatsächlich festgestellt, daß die O_3- und O_2-Absorptionen einen schmalen Streifen des Sonnenspektrums freilassen. Das Maximum größter Durchlässigkeit lag bei λ 2100. Bemerkenswerterweise ergaben die Messungen auf dem Jungfraujoch eine bereits um 3 Zehnerpotenzen größere Strahlungsintensität als in Arosa. Auf Grund der vorläufigen Ergebnisse ist zu erwarten, daß dieser äußerste Teil des Sonnenspektrums auch photographisch erfaßt werden könnte, wenn mit verfeinerter Apparatur nach der Methode REGENERS in der Stratosphäre gearbeitet würde.

Abb. 1. Spektralaufnahmen REGENERS im äußersten Ultraviolett gelegentlich eines Registrierballon-Aufstiegs in die Stratosphäre. In 29,3 km Höhe erstreckt sich die Aufnahme bis λ 2875.

13a. Zur Frage der Sonnenstrahlung kleinster Wellenlängen. Die in der vorhergehenden Ziffer behandelten Untersuchungen über die Ultraviolettstrahlung der Sonne um λ 2100 werden ergänzt durch Arbeiten auf dem Gebiete des Radiowesens, die für die Sonnenphysik von Bedeutung sind. Schon 1927 berechnete P. O. PEDERSEN[3], daß der Anteil der Sonnenstrahlung unter λ 2900 einen nennenswerten Betrag der Gesamtenergie ausmachen müsse. Auf der Grundlage der Entwicklungen von PEDERSEN brachten dann 1931 K. FÖRSTERLING und H. LASSEN[4] Kurven zur Veröffentlichung, aus denen die extraterrestrische Ultraviolettstrahlung der Sonne zwischen der Wellenlänge 0 und einer beliebigen Welle bis λ 1400 zu entnehmen ist. In diesem Bereiche sind die Energiequanten bereits groß genug, um die Gase der höchsten Atmosphärenschichte photoelektrisch zu dissoziieren und zu ionisieren. Es entstanden mehrere Theorien über die Ausbreitung der Radiowellen in jenen Schichten der Atmosphäre, die durch ultraviolette Sonnenstrahlung des genannten kurzwelligen Bereiches ionisiert werden[5]. Wie u. a. H. RUKOP[6] zeigt, lassen sich alle bisher gemachten Beobachtungen über die Ausbreitung der Radiowellen durch diese Theorie zwanglos erklären. Umgekehrt

[1] Helv Phys Acta 7, S. 485 (1934).
[2] Nature 134, S. 535 (1934).
[3] Propagation of Radio Waves, Kopenhagen, S. 71 (1927).
[4] Z f techn Phys 12, S. 459 (1931).
[5] Siehe z. B. J. BARTELS, Elektr. Nachrichten-Technik 10, Sonderheft (1933) und S. CHAPMAN, Quart J Roy Met Soc 60, S. 127 (1934).
[6] Elektr. Nachrichten-Technik 10, S. 41 (1933).

geben die Radiobeobachtungen Aufschluß über diesen kürzestwelligen Teil des Sonnenspektrums und seine eventuellen Veränderungen, eines Spektralgebietes, das der direkten Beobachtung von der Erde aus überhaupt nicht zugänglich ist. Um diesbezüglich einen ersten Anhaltspunkt zu gewinnen, studierte H. PLENDL[1] den Einfluß der Fleckenperiode auf die Radiowellenausbreitung. In Amerika beschäftigte sich H. T. STETSON[2] mit den Beziehungen zwischen Radioempfang und Sonnenaktivität. 1932 machte auch H. MÖGEL[3] darauf aufmerksam, daß der Radiokurzwellenempfang Veränderungen mit der Phase des Fleckenzyklus unterworfen ist. Einen noch klareren Überblick gewann man aus den Kurzwellenerfahrungen im drahtlosen Überseeverkehr, die aus der Zeit von 1926 bis 1934 vorliegen und über die MÖGEL[4] berichtet. Da die Elektronendichte der Ionosphäre im Fleckenminimum geringer ist als zur Zeit des Fleckenmaximums, müßte dasselbe auch nach der herrschenden Theorie für die extraterrestrische Ultraviolettstrahlung im Bereiche um λ 900 gelten. Die Beobachtungen, die zu dieser Erkenntnis führen, sind in Abb. 2 zusammengefaßt. Man sieht, daß also in den Jahren starker Sonnenaktivität größere Sendefrequenzen für eine bestimmte Entfernung nötig sind, da die Leitfähigkeit der höheren Atmosphäre zur Zeit des Maximums größer ist als im Minimum. Sind die Anschauungen richtig, so müßten in dem jetzt beginnenden neuen Sonnenfleckenzyklus die günstigsten Kurzwellen des Radioverkehrs wieder allmählich hinaufrücken, entsprechend einer allmählichen Zunahme der Elektronendichte der Atmosphäre. Die Fragen nach einer Korpuskularstrahlung der Sonne sind in diesem Zusammenhange nicht zu erörtern. Sie stehen in Verbindung mit den elektromagnetischen Vorgängen der aktiven Sonne, worüber G. ABETTI in Kap. 2 des Bd. IV berichtet.

Abb. 2. Die Beziehung zwischen günstigster Sendewelle und Distanz im transozeanischen Kurzwellenverkehr bei Tag und Nacht sowie zur Zeit maximaler bzw. minimaler Sonnenaktivität. (Nach H. MÖGEL.)

13b. Bemerkungen über die kosmische Ultrastrahlung. Bei der Behandlung der Reichweite des Sonnenspektrums gegen die kürzesten Wellenlängen bedarf es auch eines Hinweises auf die bisherigen Forschungen über eine solare Komponente der Ultrastrahlung. Schon 1912 behandelt V. F. HESS[5] diese Frage und stellt fest, daß während einer Sonnenfinsternis Intensitätsunterschiede in der Ultrastrahlung nicht auftraten. Ähnlich äußert sich später W. KOLHÖRSTER[6]. 1930 führt eine Analyse der LINDHOLMschen Messungen auf Muottas Muraigl HESS[7] zur Erkenntnis, daß in diesem Material eine sonnenzeitliche Komponente offenbar vorhanden ist. Ähnliche Ergebnisse lieferte auch eine Analyse der Beobachtungen in Halle durch HESS und W. S. PFORTE[8]. Weiter ergab sich aus

[1] Jahrb d drahtl Tel 38, Heft 3 (1932).
[2] Publ Am Astr Soc 6, S. 244 (1929); Monthly Weather Rev 61, S. 1 (1933).
[3] Telefunkenzeitung 1932, Nr. 60.
[4] Telefunkenzeitung 1934, Nr. 67.
[5] Phys Z 13, S. 1084 (1912).
[6] Z f Phys 48, S. 95 (1928).
[7] Naturwiss 18, S. 1094 (1933); Nature 127, S. 10 (1931). Siehe auch V. F. HESS u. A. CORLIN, Gerlands Beitr 31, S. 169 (1931).
[8] Z f Phys 71, S. 171 (1931).

den Beobachtungen von 15 Monaten auf dem Hafelekar (Tirol), daß ein sonnenzeitlicher Gang zweifellos gesichert sei[1]. In einer weiteren Mitteilung zu diesen Beobachtungen berichten V. F. HESS, H. TH. GRAZIADEI und R. STEINMAURER[2], daß wohl die Existenz eines solaren Effektes auf den Tagesgang der Ultrastrahlung nachgewiesen werden könne, daß aber die wichtige Frage nicht geklärt sei, ob es sich um primäre oder sekundäre Effekte handelt. Als primärer Effekt gedeutet, wäre für die solare Komponente eine Größenordnung von 0,3% anzusetzen. Die Autoren neigen jedoch eher der Ansicht zu, daß es sich um einen sekundären Effekt handelt. Die Strahlung müßte demnach als Korpuskularstrahlung gedeutet werden, die in den höheren Atmosphärenschichten der Erde infolge wechselnder Zustandsänderungen der Schichten eine nach Tageszeit verschiedene Absorption erfährt und so den Effekt einer sonnenzeitlichen Periode bewirkt. Auch A. WAGNER[3] glaubt einen primären Effekt ablehnen zu müssen und hält meteorologische Einflüsse für eine wahrscheinliche Ursache des sonnenzeitlichen Ganges. Die bereits genannten Messungen auf Muottas Muraigl sind auch in anderer Beziehung vom astronomischen Standpunkte aus von Interesse. Aus ihrer Analyse findet nämlich 1933 O. FREYTAG[4], daß der tägliche Gang jener Komponente der Ultrastrahlung, die eine stärkere Durchdringungsfähigkeit aufweist, dann besser ausgeprägt erscheint, wenn die Sonnentätigkeit zunimmt. Diese Frage wurde hinsichtlich des großen Materials vom Hafelekar durch HESS und STEINMAURER[5] näher untersucht. Es ist jedoch nicht gelungen, einen diesbezüglichen Zusammenhang aufzudecken. Noch einmal findet sich ein positives Anzeichen gelegentlich der Messungen der kosmischen Ultrastrahlung, die E. REGENER[6] mit unbemannten Registrierballons in der Stratosphäre vorgenommen hat. Der Aufstieg vom 29. März 1933, der in 15 km Höhe führte, brachte gegenüber anderen Aufstiegen eine gesteigerte Strahlungsintensität. REGENER hält es für möglich, daß diese zusätzliche weichere Strahlung mit der Sonnenaktivität im Zusammenhang steht, da die Durchgangszeit eines großen Fleckens durch den Zentralmeridian mit dem Zeitpunkt dieser Stratosphärenmessung der Ultrastrahlung nahezu koinzidierte. Wie A. CORLIN[7] feststellen konnte, ist eine gewisse Korrelation auch zwischen Ultrastrahlung und Sonnen-Flocculi angedeutet, insbesondere in den Daten von 1932/1933.

Im allgemeinen läßt sich zusammenfassend wohl sagen, daß das Vorhandensein einer solaren Komponente der Ultrastrahlung angenommen werden kann, daß aber eine endgültige Klärung bisher noch nicht gegeben ist, insbesondere darüber, inwieweit es sich bei den heute vorliegenden Beobachtungen um primäre oder sekundäre Effekte handelt. Eine enge Zusammenarbeit zwischen Ultrastrahlungsforschern und Astronomen wird in Zukunft sicherlich für beide Gruppen erfolgversprechend sein.

14. Vergleichung verschiedener Messungsergebnisse. Die derzeit wichtigste Aufgabe bei der Bestimmung der Energiekurve der Sonnenstrahlung liegt in der Klärung der Verhältnisse des kurzwelligen Gebietes, wo offenbar die Abweichungen vom theoretischen Verlauf weiterer Untersuchung bedürfen. Die Unterschiede zwischen den theoretischen Energiekurven nach LINDBLAD und den Beobachtungen von WILSING und ABBOT sind aus Abb. 8, S. 25 des Bd. IV zu erkennen, wie auch die gute Übereinstimmung der Beobachtungsreihen untereinander. Verwiesen sei auch auf Abb. 16, S. 538 des Bd. I, wo die Energiekurve des

---

[1] V. F. HESS u. R. STEINMAURER, Sitzber Preuß Akad d Wiss 1933, XV.
[2] Sitzber Akad d Wiss Wien 143, S. 313 (1934).
[3] Sitzber Akad d Wiss Wien 143, S. 533 (1934).
[4] Gerlands Beitr 39, S. 10 (1933).
[5] Nature 132, S. 601 (1933).
[6] Nature 132, S. 606 (1933).
[7] Lund Ann 4 (1934).

schwarzen Strahlers von 6000° mit den endgültigen Werten der Smithsonian-Beobachter verglichen ist. Die letzten sorgfältigen Untersuchungen mit dem UV-Kronglasprisma wurden von ABBOT und seinen Mitarbeitern[1] veröffentlicht. Sie reichen herab bis etwa λ 3500. Gleichzeitig erschienen zwei weitere wichtige Arbeiten, die bereits auch im Zusammenhang mit dem Problem der Sonnentemperatur (Bd. IV, Kap. 1, Ziff. 28) behandelt wurden. FABRY und BUISSON[2] untersuchen die Energieverteilung im Bereiche λ 3940 bis λ 2922 und H. H. PLASKETT[3] die relative Energieverteilung im Gebiete λ 6687 bis λ 4000. Gegenüber den ABBOTschen Resultaten ergeben sich aus beiden Arbeiten Abweichungen, für die mögliche Ursachen angegeben werden. Eigentümlicherweise kommt die französische Arbeit zum Ergebnis, daß die Energieverteilung zwischen λ 2922 und λ 3940, und die amerikanische, daß die Energieverteilung zwischen λ 4000 und λ 6700 dem theoretischen Verlauf eines schwarzen Strahlers entspricht. Nun wurden 1931 mit der in Bd. I, Kap. 5, Ziff. 26, S. 463 bereits beschriebenen Apparatur von E. PETTIT[4] neue sorgfältige Messungen der Energieverteilung im ultravioletten Gebiete vorgenommen, aus denen hervorgeht, daß die Energiekurve für die Wellenlängen <4000 A wesentlich unter der Kurve des schwarzen Körpers liegt, in ähnlicher Weise also, wie dies bereits aus den Smithsonian-Beobachtungen hervorgegangen war. 1934 wird die wichtige Frage durch Arbeiten von G. SHAJN[5] und G. F. W. MULDERS[6] eingehend behandelt. U. a. werden hier die obengenannten Unstimmigkeiten diskutiert und eine Klärung dadurch versucht, daß bei den Messungsreihen der Einfluß der Totalabsorption durch die FRAUNHOFERschen Linien berücksichtigt wird. Tatsächlich ergeben die Berechnungen von MULDERS, daß sowohl die französischen als auch die PLASKETTschen Werte nach Berücksichtigung des Einflusses der FRAUNHOFERschen Linien mit den ABBOTschen Daten der Energieverteilung im wesentlichen in Übereinstimmung zu bringen sind. Nennenswerte Abweichungen ergeben sich nur mehr im äußersten Ultraviolett, offenbar deshalb, weil hier auch die ABBOTschen Ergebnisse nicht mehr genügend genau sind. MULDERS gibt schließlich eine Kurve der Energieverteilung im kontinuierlichen Sonnenspektrum, gegründet auf die drei Messungsreihen von FABRY und BUISSON, ABBOT und PLASKETT. Diese Kurve, dargestellt in Fig. 2 der genannten Dissertation, kann als die derzeit beste Wiedergabe unserer Erkenntnisse angesehen werden. Es ergibt sich, daß die Abweichungen zwischen der theoretischen Kurve für schwarze Strahler von 6000° K und dieser Kurve der Energieverteilung im kontinuierlichen Spektrum der Sonnenmitte recht bedeutend sind. Dies gilt nicht nur für den allgemeinen Verlauf, sondern auch für die Lage des Maximums. Während theoretisch eine maximale absolute Energie (s. die in Ziff. 10 und 28 Bd. IV, Kap. 1 besprochene Arbeit von M. MINNAERT[7]) von $3{,}22 \cdot 10^{14}$ erg bei λ 4800 zu erwarten ist, zeigt die neue Kurve eine maximale Absolutenergie von $4{,}65 \cdot 10^{14}$ erg bei λ 4250, also eine ganz wesentliche Verschiebung gegen den kurzwelligen Teil des Spektrums. (Siehe auch unten Ziff. 28.)

d) Gesamtstrahlung, Solarkonstante.

18. Der absolute Wert der Solarkonstante. In dieser Ziffer, Bd. IV, Kap. 1, wurde u. a. dargelegt, daß die Beobachtungen der Smithsonian Institution, die einzige Quelle exakter Absolutwerte der Solarkonstante, seit 1920 in besonders

[1] Smithson Misc Coll 74, Nr. 7 (1923).
[2] C R 175, S. 156 (1922).
[3] Publ Astrophys Obs Victoria 2, S. 242 (1923).
[4] Ap J 75, S. 185 (1932).
[5] M N 94, S. 642 (1934).
[6] Aequivalente breedten van Fraunhoferlijnen in het zonnespectrum. Dissertation. Nymwegen (1934).
[7] B A N 2, S. 75 (1924).

ausgewählten klimatischen Lagen vorgenommen werden. Von den drei Stationen Montezuma, Table Mountain und Mt. Brukkaros, deren Ergebnisse 1932 von ABBOT[1] in zusammenhängender Form veröffentlicht wurden, erwies sich die älteste Station Montezuma als die geeignetste Beobachtungsstätte. Eine neue Station Mount St. Katherine (Ägypten) wurde Dezember 1933 aktiviert[2] in klimatischer Lage, deren Güte etwa zwischen Montezuma und Table Mountain liegt. Beobachtungsergebnisse sind bisher noch nicht mitgeteilt. Die veröffentlichten definitiven Monatsmittel von 1920 bis 1930 erschienen bereits in Bd. I, Kap. 5, Ziff. 20, Tabelle 4. Den Ergebnissen von Montezuma ist hierin von ABBOT das Gewicht 2, den beiden anderen Stationen je das Gewicht 1 gegeben worden. Will man den allgemeinen Verlauf der Solarkonstante von Jahr zu Jahr verfolgen, so empfiehlt es sich, zwecks Elimination sekundärer Schwankungen ausgeglichene Monatsmittel zu berechnen, in gleicher Weise, wie es in Ziff. 25 für die Monatsmittel der ultravioletten Sonnenstrahlung geschieht[3]. In der folgenden Tabelle 2 sind diese Werte angeführt unter Benutzung des Materials von Juli 1921 bis Juni 1934. Die letzten mit einem * versehenen Werte haben noch nicht definitiven Charakter, da für diese Zeit Beobachtungen der besten Station Montezuma fehlen. Aus den ausgeglichenen Monatsmitteln 1922 bis 1933 dieser Tabelle ergibt sich ein Durchschnittswert von 1,938, mit Ausschluß der beiden letzten Jahre mit geringerem Gewicht 1,939. In Bd. IV hatten wir aus dem gesamten

Tabelle 2. ABBOTsche Solarkonstante (Ausgeglichene Monatsmittel nach BERNHEIMER). Die vorliegenden Daten sind abgeleitet aus dem Material vom Juli 1921 bis Juni 1934. Die mit * bezeichneten Werte beruhen zum Teil auf Daten, die nach ABBOT noch vorläufigen Charakter besitzen.

1922	1923	1924	1925	1926	1927	1928	1929	1930	1931	1932	1933	
$1,941_0$	$1,924_6$	$1,939_9$	$1,945_2$	$1,942_5$	$1,941_1$	$1,943_4$	$1,933_8$	$1,938_2$	$1,941_6$	$1,949_3$	$1,941_2$*	Januar
38_2	26_5	40_3	45_6	42_0	41_2	43_2	33_1	39_0	42_1	49_0	40_5*	Februar
35_7	28_5	40_4	46_0	41_6	41_4	42_9	32_3	39_6	42_8	48_5	40_3*	März
32_7	30_4	40_9	46_0	40_7	41_9	42_1	31_9	40_0	43_8	47_8	40_9*	April
30_0	31_9	41_6	45_7	39_7	42_7	41_0	32_3	40_2	44_7	47_1*	41_5*	Mai
27_7	32_7	42_5	45_7	38_9	43_4	39_8	33_3	40_1	45_5	46_3*	42_2*	Juni
25_9	33_4	43_2	45_7	38_6	43_4	39_0	34_2	40_2	46_0	46_0*	42_6*	Juli
24_2	34_4	43_8	45_2	38_9	43_2	38_5	34_8	40_5	46_7	45_8*	42_7*	August
22_7	35_4	44_0	44_8	39_4	43_3	37_5	35_4	40_8	47_7	45_0*	42_7*	September
22_3	36_4	44_1	44_3	40_0	43_3	36_7	36_0	41_2	48_5	43_3*	43_1*	Oktober
22_6	37_5	44_5	43_4	40_5	43_3	35_9	36_6	41_3	49_3	41_7*	43_6*	November
23_2	38_8	44_9	42_9	40_8	43_5	34_9	37_3	41_3	49_5	41_4*	43_8*	Dezember
$1,928_8$	$1,932_5$	$1,942_5$	$1,945_0$	$1,940_3$	$1,942_6$	$1,939_6$	$1,934_3$	$1,940_2$	$1,945_7$	$1,945_9$	$1,942_1$*	Jahresmittel

Beobachtungsmaterial der Jahre 1902 bis 1924 den Wert 1,937 festgelegt. Das Ergebnis aus den neuesten Beobachtungen bestätigt demnach den früheren Wert. Verzichten wir auf die Elimination der sekundären Schwankungen und beschränken uns auf die Originalwerte, so erhält man für die gesamten 15 letzten Jahre 1920 bis 1934 den Wert 1,943. Schließt man die letzten 4 Jahre aus, so ergeben die endgültigen ABBOTschen Werte 1920 bis 1930 einen Mittelwert von 1,940. Zusammenfassend erscheint daher ein Absolutwert der Solarkonstante

$$S = 1{,}940 = 1{,}354 \cdot 10^6 \text{ erg cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$$

hinreichend gesichert zu sein, vorausgesetzt, daß die bei den bisherigen Reduktionsmethoden benutzten verschiedenartigen Korrektionswerte nicht eine nachträgliche Änderung erfahren müssen (s. folgende Ziffer).

[1] Smithson Ann 5 (1932). [2] C. G. ABBOT, Smithson Report 1934, S. 54.
[3] Siehe auch Tabelle 2 in Ziff. 23 des Nachtrages zu Bd. I, Kap. 5.

19. Die Zuverlässigkeit des Absolutwertes der Solarkonstante. In dieser Ziffer des Bd. IV wurden die Abänderungen in der Korrektion K_r für den nichtregistrierten ultravioletten und infraroten Teil eingehend behandelt, und zwar nach dem Stande der Veröffentlichungen ABBOTS aus dem Jahre 1927. Aus dem inzwischen erschienenen Bd. V der Smithson Ann geht hervor, daß darüber neuere Untersuchungen nicht erfolgt sind, aber auch, daß in den definitiven Werten eine Berücksichtigung dieser Korrektionsänderungen nicht stattgefunden hat, da nach Mitteilungen ABBOTS inzwischen aufgedeckte andere Fehler im entgegengesetzten Sinne den Effekt kompensiert hätten. Möglicherweise sind in Zukunft noch diesbezügliche Abänderungen zu erwarten. Inzwischen sind aber andersgeartete Umstände aufgetreten, die eine Abänderung des Absolutwertes der Solarkonstante allem Anschein nach erforderlich machen dadurch, daß die Grundlage, auf die alle Messungen bezogen sind, die Smithsonian Revised Scale 1913, offenbar einer Korrektion bedarf. Anlaß zur Behandlung dieser Frage ergab die Einführung verbesserter Absolutpyrheliometer, deren Konstruktion in Bd. I, Kap. 5, Ziff. 39 bereits auseinandergesetzt wurde. Das TINGWALDTsche Instrument deutete auf eine Korrektion der Smithsonian Skala von —1,8%, das verbesserte Water-Flow-Pyrheliometer von ABBOT auf eine Korrektion von —2,5%. 1934 konnte die vorläufige Feststellung ABBOTS aus 1932 sorgfältig nachgeprüft und bestätigt werden[1]. Die nötige Korrektion der Smithsonian Revised Scale wird nunmehr auf 2,3% festgelegt. Wenn man dies berücksichtigt, so müßte der oben in Ziff. 18 angegebene Mittelwert der Solarkonstante im Betrage von 1,940 abgeändert werden auf

$$1{,}895\ \text{gcal cm}^{-2}\,\text{min}^{-1} = 1{,}322 \cdot 10^6\ \text{erg cm}^{-2}\,\text{sec}^{-1}.$$

Eine endgültige Festlegung dieser für viele astrophysikalische Fragen bedeutungsvollen Konstante ist dringend geboten.

e) Schwankungen der Solarkonstante.

21. Langperiodische Schwankungen, Jahres- und Monatsmittel. Die ersten Untersuchungen der langperiodischen Schwankungen auf Grund des älteren Materials zeigten, wie in Bd. IV auseinandergesetzt, einen Zusammenhang mit der Sonnenaktivität in dem Sinne, daß die Solarkonstante bei größerer Fleckenzahl höhere Werte erreichte und umgekehrt. 1924 machte W. E. BERNHEIMER darauf aufmerksam (SEELIGER-Festschrift), daß eine Gesetzmäßigkeit hier nicht vorliege und daß positive und negative Korrelationen miteinander abwechseln. Dies wird 1928 von I. YAMAMOTO[2] bestätigt, der feststellt, daß, statistisch gesprochen, praktisch keine Beziehung bestehe. Weitere Beiträge in demselben Sinn geben 1930 F. BAUR[3] und BERNHEIMER[4]. 1932 untersucht BAUR das Material von 1919 bis 1931[5] und kommt zu dem Schlusse, daß der Zusammenhang weder parallelen noch entgegengesetzten Verlauf habe, daß aber die Maxima der Solarkonstante in den Jahren mittlerer Sonnentätigkeit, die unternormalen Werte der Solarkonstante sowohl zur Zeit des Fleckenminimums, als auch zur Zeit des Maximums eintreten. Die Annahme BAURS, für die auch eine theoretische Erklärung versucht wird, kann jedoch durch die neuesten Daten nicht bestätigt werden. Wie auch aus Abb. 4, Ziff. 25, S. 347, in der der Gang der ausgeglichenen Monatsmittel für Relativzahlen, Solarkonstante und Ultraviolettstrahlung zusammengestellt ist, hervorgeht, brachte die Zeit des jüngsten Sonnenfleckenminimums keineswegs die erwarteten Tiefstwerte wie in der Nähe des Fleckenmaximums. Die Solarkonstante hatte im Gegenteil in den Jahren 1932 bis 1934

[1] Smithson Misc Coll 92, Nr. 13 (1934).
[2] Kyoto Mem A 11, Nr. 4 (1928).
[3] Met Z 46, S. 42 (1930).
[4] Met Z 46, S. 190 (1930).
[5] Z f Ap 4, S. 180 (1932)

durchweg übernormale Werte, wie auch aus den unausgeglichenen Monatsmitteln der Abb. 3 entnommen werden kann. Die vermuteten Zusammenhänge mit der Sonnenaktivität sind demnach nicht zutreffend. Da dasselbe gilt für die Beziehung zur Ultraviolettstrahlung, sowie nach unveröffentlichten Untersuchungen von BERNHEIMER auch für den Zusammenhang mit Wasserstoff- und Kalziumflocculi und Protuberanzen, so bleibt die Quelle der beobachteten Schwankungen, falls es sich überhaupt um reelle Vorgänge in der Sonne handelt, weiterhin ungeklärt.

Bezüglich der eigentümlichen jährlichen Periode der Monatsmittel, auf die zuerst C. F. MARVIN[1] hingewiesen hat, ergab neueres Material, daß dieser jährliche Gang keine Gesetzmäßigkeit besitzt[2]. Im Zeitraum 1924 bis 1930 ist der Jahresgang gerade umgekehrt wie im Zeitraum 1919 bis 1923. F. BAUR[3] hält es für

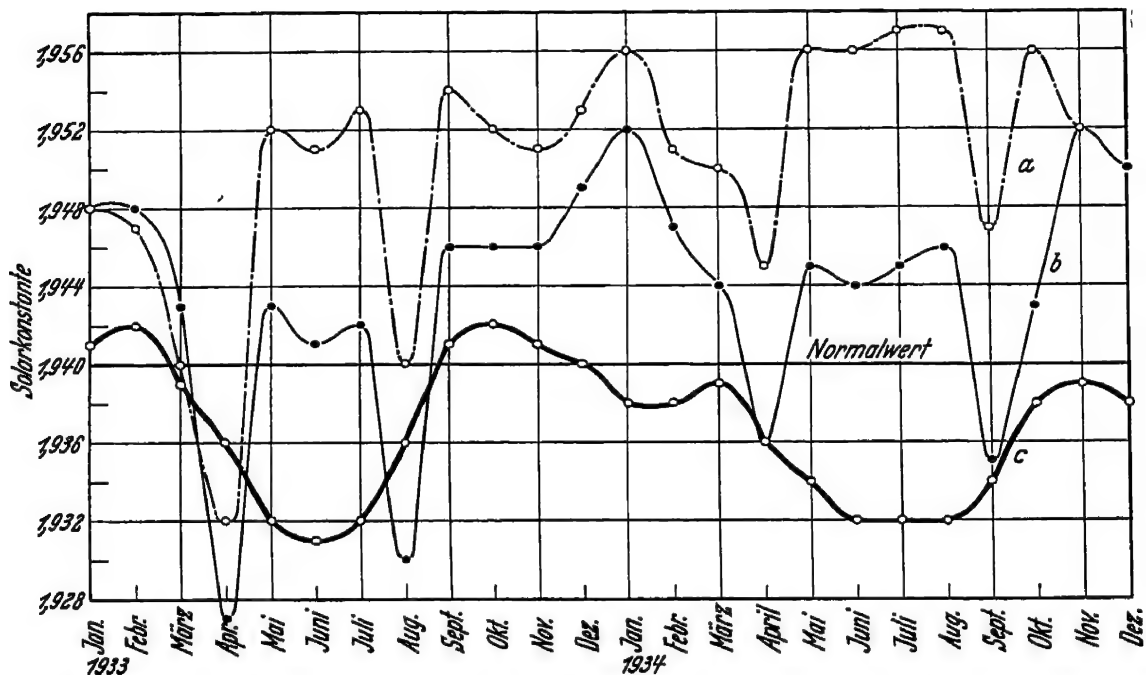



Abb. 3. Beobachtete Monatsmittel der Solarkonstante in den Jahren 1933 und 1934, verglichen mit einer Prognose ABBOTS, abgeleitet aus der Analyse der Daten früherer Jahre. (Im übrigen siehe Text.)

möglich, daß die Umkehr durch die 1925 eingeführte Verbesserung der Methode bedingt ist in dem Sinne, daß jetzt eine Überkompensation früherer Fehler erfolgte. Die wahre Ursache ist jedoch noch nicht zu erkennen. Bearbeitet man nämlich das letzte Material 1930 bis 1934, so zeigt sich wieder ein Gang im Sinne des ersten untersuchten Zeitraumes. Eigentümlicherweise besteht eine Periode von 11 Monaten, die in allen drei genannten Zeitabschnitten deutlicher zum Ausdruck kommt als die physikalisch leichter erklärliche 12monatliche Periode. Auf diesen Umstand hat 1931 zuerst C. G. ABBOT[4] hingewiesen. Er analysiert das Material von Juli 1918 bis September 1930 und findet außer der Periode von 11 noch weitere Perioden von 8, 25, 45 und 68 Monaten. Auf Grund dieser 5 Perioden wird im November 1930 eine Voraussage des Ganges der Solarkonstante bis 1932 gegeben. Wenn auch die inzwischen erfolgten Beobachtungen mit der Voraussage in den Einzelheiten nicht übereinstimmten, so erfüllte sich doch die

[1] Siehe Abb. 16 in Bd. IV, Kap. 1.

[2] W. E. BERNHEIMER, III Rep. Solar and Terr Relationships, S. 16 (1931); C. G. ABBOT, Smithson Ann 5, S. 252 (1932).

[3] Z f Ap 4, S. 180 (1932) = Monthly Weather Rev 60, S. 242 (1932).

[4] Smithson Misc Coll 85, Nr. 1 (1931).

Voraussage von übernormalen Werten für diese Epoche. Die definitiven Werte 1920 bis 1930 wurden 1932 von Frau A. M. BOND[1] neuerlich analysiert, wobei zwei weitere Perioden von 7 und 21 Monaten hinzukamen. Die letzte Analyse von C. G. ABBOT[2] arbeitet mit folgenden sieben, mit Hilfe eines neu konstruierten Periodometers[3] abgeleiteten Perioden: $6^2/_3$, 8, 11, 21, 25, 45, 68 Monate. Auf ihrer Grundlage gibt ABBOT Voraussagen der Monatsmittel der Solarkonstante für 1933 und 1934. Diese empirische Methode führt zu Voraussagen, die einer physikalischen Begründung entbehren müssen. Tatsächlich kann die Voraussage durch die neuen Beobachtungen nicht bestätigt werden. Vergleicht man in Abb. 3 die Voraussage *c* mit den Originalwerten von Table Mountain *a* bzw. mit den auf die Skala von Montezuma reduzierten Werten *b*, so erkennt man einen in allen Einzelheiten abweichenden Verlauf. Im allgemeinen sieht man, daß die Solarkonstante in den beiden letzten Jahren den Normalwert überschritt, während nach der Voraussage eine unternormale Gesamtstrahlung zu erwarten war. Zweifellos ist der Augenblick noch nicht gekommen, die Solarkonstante auch für kürzere Zeitabschnitte vorauszusagen.

23. Schwankungen auf Grund gleichzeitiger Messungen an verschiedenen Orten. Die Messungen der Solarkonstante werden nunmehr regelmäßig an zwei bis vier Beobachtungsstätten gleichzeitig vorgenommen, worüber C. G. ABBOT 1932[4] eingehend berichtet. Im allgemeinen ergibt sich ein gleichsinniger Gang der extrapolierten Strahlungswerte. Es muß jedoch hervorgehoben werden, daß die Endergebnisse für jede Station voneinander nicht völlig unabhängig sind, da die Skalen anderer Stationen auf Montezuma reduziert werden. Diese Reduktionswerte sind außerdem für die einzelnen Monate verschieden, wie aus Abb. 3, S. 344 Ziff. 21 ersichtlich ist. Hier entspricht Kurve *a* den Originalwerten der Station Table Mountain, Kurve *b* zeigt dieselben Ergebnisse nach durchgeführter Reduktion auf die Montezuma-Skala. Zur Beurteilung der Realität simultaner Schwankungen wäre es sicherlich von Bedeutung, wenn in Zukunft gleichzeitige Messungen an mehreren Orten der Erde erfolgen, jede Messungsreihe unabhängig von der andern auf extraterrestrische Strahlungswerte reduziert wird und dann erst Vergleichungen des Ganges der simultanen Endergebnisse erfolgen.

24. „Selected Pyrheliometry". Die in dieser Ziffer des Bd. IV angedeuteten Möglichkeiten wurden bisher nicht weiter entwickelt; zweifellos wäre aber eine Weiterverfolgung dieser Methoden sicherlich erfolgversprechend. Im übrigen wurde nunmehr auch ein anderes Verfahren zur verbesserten Bestimmung der Solarkonstante von B. FESSENKOFF[5] vorgeschlagen; es ist hauptsächlich dadurch bemerkenswert, daß der störende Einfluß der Erdatmosphäre stärkere Berücksichtigung erfährt. Über die Methode wird im Nachtrag zu Bd. I, Kap. 5, Ziff. 18 berichtet.

25. Spezielle Schwankungen der ultravioletten Sonnenstrahlung. Die Untersuchungen über die Schwankungen der Ultraviolettstrahlung wurden 1931 mit zwei weiteren Arbeiten durch W. E. BERNHEIMER fortgesetzt[6]. Der früher aufgedeckte jährliche Gang wurde aus einem Material von 1238 Tagen bestätigt und an weiteren Vergleichsdaten nachgewiesen, daß es sich hier tatsächlich um Trübungserscheinungen in der Erdatmosphäre handelt. Eliminiert man den jährlichen Gang, so verbleibt eine restliche Strahlungsänderung mit der Zeit, deren Gang jedoch für die Periode 1925 bis 1930 mit dem Gang der Sonnenaktivität[7]

---

[1] Smithson Misc Coll 87, Nr. 9 (1932).
[2] Smithson Misc Coll 89, Nr. 5 (1933).
[3] Smithson Misc Coll 87, Nr. 4 (1932).
[4] Smithson Ann 5 (1932).
[5] R A J 10, S. 249 (1933).
[6] Lund Obs Circ Nr. 2 (1931); Comm Solar and Terr Relationships III. Report, S. 16 (1931).
[7] Vgl. E. PETTIT, Pop Astr 37, S. 322 (1929).

nicht übereinstimmt. In der zweiten Arbeit wird gezeigt, daß auch zwischen Ultraviolettstrahlung und Solarkonstante die erwartete Beziehung nicht auftritt, im Gegenteil: der Korrelationskoeffizient erweist sich als negativ. Vergleicht man den jährlichen Gang der Ultraviolettstrahlung und den des Ozongehaltes in der Erdatmosphäre, so ergibt sich eine Phasenverschiebung von 4 Monaten, wodurch die Anschauung von G. M. B. DOBSON Bestätigung findet[1], daß der Ozongehalt nicht direkt von der ultravioletten Sonnenstrahlung dieses Spektralbereiches verursacht werden kann. 1932 gibt E. PETTIT[2] eine ausführliche Darstellung seiner Methode, verbunden mit einer Diskussion möglicher Fehlerquellen. Über diese Arbeit und das Meßverfahren wurde bereits in Bd. I, Kap. 5, Ziff. 24 berichtet. Wenn auch die Möglichkeit von restlichen atmosphärischen Einflüssen in den Ergebnissen nicht ausgeschlossen wird, so vertritt doch E. PETTIT weiterhin die Anschauung, daß die Extrapolation auf Luftmasse $m = 0$ geglückt sei, die veröffentlichten Intensitätsverhältnisse UV/Grün demnach extraterrestrische Strahlungswerte darstellen. Für 29 Monate (von Februar 1930 bis Juni 1932) verfügt man über Beobachtungsreihen, die mit gleicher Apparatur und zur selben Zeit wie auf dem Mt. Wilson in Tucson (Arizona) von G. E. DAVIS und J. L. MC CARTHY[3] vorgenommen wurden. Eine unmittelbare Vergleichung mit den Daten des Mt. Wilson ist nicht möglich, da die Tucsonwerte nicht auf $m = 0$ reduziert wurden. Immerhin zeigt sich, daß die Abweichungen von der theoretischen Durchlässigkeit der Atmosphäre im Laufe des Jahres sowohl im Ultravioletten, als auch im Grünen erfolgen, in letzterem Gebiete sogar in stärkerem Maße. Die Abweichungen werden von den Tucson-Beobachtern im allgemeinen auf atmosphärische Einflüsse zurückgeführt, dagegen halten sie vereinzelte charakteristische Abweichungen für kurzperiodische Intensitätsänderungen der extraterrestrischen Sonnenstrahlung und bringen als Beispiel die Beobachtungen von September 1930 und Mai 1931. Es läßt sich jedoch leicht zeigen, daß auch diese Schwankungen ihren Sitz nicht in der Sonne haben können, da sie, wie eine Zusammenstellung ergibt, in dem gleichzeitigen Beobachtungsmaterial des Mt. Wilson nicht auftreten. — Eine Neubearbeitung aller bis Juni 1933 vorliegenden Messungsergebnisse der ultravioletten Sonnenstrahlung hat schließlich BERNHEIMER gegeben[4]. Das um 50% gegen früher erweiterte Material zeigt die Realität des jährlichen Ganges für den ganzen achtjährigen Zeitraum in gleicher Weise wie für die beiden Vierjahrsperioden. Demnach kann von Daten extraterrestrischer Strahlung wohl nicht gesprochen werden. Eliminiert man den jährlichen Gang durch Berechnung ausgeglichener Monatsmittel, so verbleibt ein säkularer Gang der Ultraviolettstrahlung, charakterisiert durch eine 40prozentige Abnahme des Intensitätsverhältnisses UV/Grün in der Zeit von 1926 bis 1932. Es ist möglich, daß dieser Gang reelle Veränderungen in der Sonne anzeigt, wenn auch die Größe der Veränderung völlig unwahrscheinlich ist, verglichen mit der Tatsache, daß photoelektrische Untersuchungen an Planeten[5] niemals Schwankungen der ultravioletten Sonnenstrahlung über 1% ergaben haben. In Abb. 4 wurde auch das neueste Material herangezogen und der restliche Gang der ultravioletten Sonnenstrahlung mit den entsprechenden Kurven für Sonnenfleckenrelativzahlen und Solarkonstante, die auf Grund derselben Rechnungsmethode gewonnen sind, dargestellt, so daß die Verhältnisse unmittelbar verglichen werden können. Bemerkenswert ist, im Widerspruch zu den bisherigen theoretischen Annahmen, der meist entgegengesetzt verlaufende Gang von Ultraviolettstrahlung und Solarkonstante. Auffallend ist

---

[1] Nature, 1931, May 2. [2] Ap J 75, S. 185 (1932).
[3] Monthly Weather Rev 60, S. 237 (1933).
[4] Sitzber Akad d Wiss Wien 142, S. 449 (1933).
[5] Siehe Bd. IV, Kap. 1, Ziff. 6.

aber auch die Tatsache, daß zur Zeit des Sonnenfleckenmaximums im Jahre 1928 die Intensitätskurve der Ultraviolettstrahlung keine Veränderung im allgemein absteigenden Verlaufe erfährt. Neuerdings hat man auf dem Mt. Wilson auf die Übereinstimmung zwischen Sonnenfleckenminimum und dem Minimum der Ultraviolettstrahlung hingewiesen[1], wobei aber betont wird, daß die Realität dieses Zusammenhanges noch nicht feststehe. Tatsächlich erkennt man bereits aus den Daten der Abbildung, daß von einer Koinzidenz wohl nicht gesprochen werden kann, da ja das heute bereits eindeutig festzulegende letzte Sonnenfleckenminimum nicht weniger als 13 Monate später erfolgte als das Minimum der ultravioletten Sonnenstrahlung. Ein Zusammenhang zwischen Sonnentätigkeit und Ultraviolettstrahlung wäre noch eher verständlich im Sinne einer Nachwirkung, d. h., daß eine verminderte Fleckentätigkeit erst allmählich eine verminderte Ultraviolettstrahlung auslöst. Dagegen ist der tatsächlich beobachtete Vorgang im

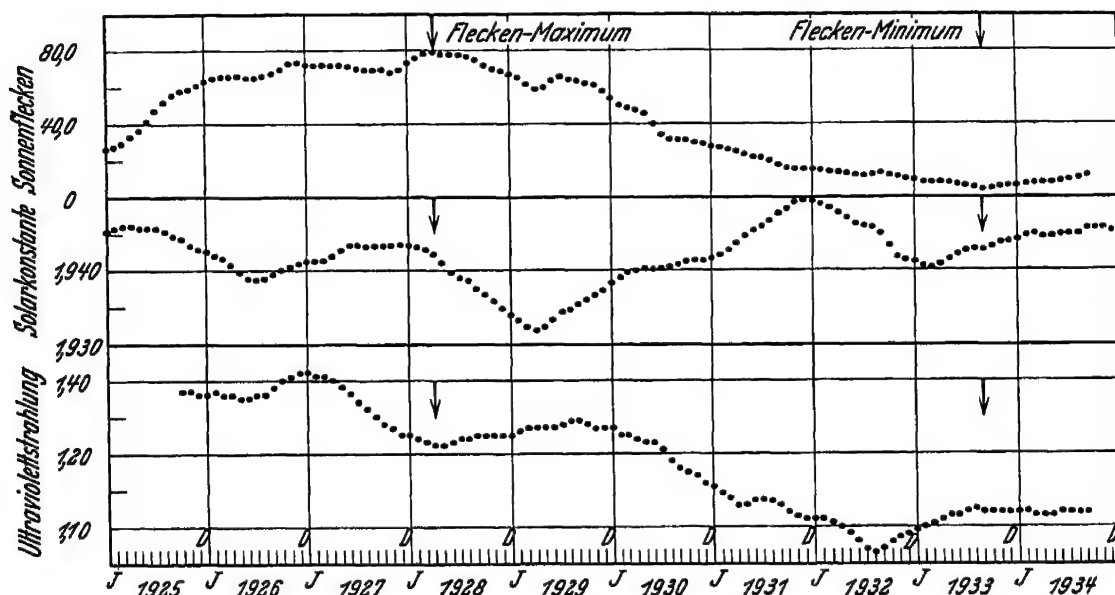



Abb. 4. Der Gang ausgeglichener Monatsmittel für Sonnenflecken-Relativzahlen, Solarkonstante und ultraviolette Sonnenstrahlung.

umgekehrten Sinne als kausaler Zusammenhang nicht zu erklären. Möglicherweise bestehen noch unbekannte Urvorgänge, deren Wirkungen verschiedenartig bei Ultraviolettstrahlung, Solarkonstante und Fleckenzahlen zum Ausdruck kommen. Hierher gehört wohl auch die eigentümliche, zuerst von S. A. MITCHELL hervorgehobene Tatsache, daß die größte Abplattung der Sonnenkorona dem Sonnenfleckenminimum nicht folgt, sondern etwa bereits 14 Monate vor dem Fleckenminimum in Erscheinung tritt. Bemerkt sei noch, daß die eigentümliche Phasenverschiebung zwischen Ultraviolettstrahlung und Fleckenhäufigkeit nicht nur beim Minimum festzustellen ist. Aus Abb. 4 ersieht man, daß dasselbe auch für das letzte Maximum gilt. Auch hier ist der Zeitunterschied von der Größenordnung eines Jahres, genauer von 15 Monaten. Bei künftigen Untersuchungen wäre es von Interesse, zu gleicher Zeit auch die Frage möglicher Veränderungen in der Intensität der FRAUNHOFERschen Linien zu verfolgen. Auf Grund von Messungen, die M. MINNAERT, W. PLEEKER und A. P. H. VAN DER MEER[2] veröffentlicht haben, besteht eine Andeutung dafür, daß derartige Schwankungen, insbesondere zur Zeit des Sonnenfleckenmaximums, eintreten. Veränderungen der Struktur der FRAUNHOFERschen Linien sind auch von H. BRÜCK[3] beobachtet

---

[1] Mt Wilson Ann Report 33/34, S. 125 (1934).
[2] Z f Ap 8, S. 59 (1934). [3] Z f Ap 1, S. 58 (1930).

worden. Als Ursache werden Veränderungen in der Absorption der Atmosphärenschichten der Sonne angegeben. Über weitere Erscheinungen, speziell im Zusammenhang mit der ultravioletten Sonnenstrahlung, siehe oben Ziff. 13a.

f) Temperatur der Sonne.

28. Die modernen Beobachtungsergebnisse. 30. Ergebnisse aus der Ionisationstheorie. In Band IV, Ziff. 28 wurde für die effektive Sonnentemperatur, berechnet aus dem WIENschen Gesetz, als Mittelwert von vier Bestimmungen $T = 6079°$ angegeben. Wollte man das neue $\lambda_{max} = 4250$ A aus der Arbeit von MULDERS (s. oben Ziff. 14) heranziehen, so ergäbe sich nunmehr aus dem genannten Gesetze eine effektive Temperatur von ca. 6770°. Wenn auch dieser Berechnungsmethode gegenüber den anderen nur geringere Bedeutung zukommt, so mag doch festgestellt sein, daß man damit ein T_e von der Größenordnung der Farbtemperatur T_c erhält. Aus PLASKETTS (Ziff. 28, Bd. IV, Kap. 1) Untersuchungen des kontinuierlichen Untergrundes zwischen den Absorptionslinien ergibt sich nämlich für das Zentrum der Sonnenscheibe eine Farbtemperatur von 6850°. Veranschlagt man weiter nach R. v. D. R. WOOLLEY[1] die Temperaturdifferenz: Zentrum — ganze Scheibe zu ca. 350°, so erhält man mit PLASKETTS Daten eine Farbtemperatur der ganzen Sonnenscheibe $T_c = 6500° \pm 200°$. Der Temperaturüberschuß $T_c - T_e$ wurde andererseits (Bd. IV, Kap. 1, Ziff. 28, S. 50) auf Grund der MILNEschen Untersuchungen zu 4,3% im Zentrum und zu 3,1% für die ganze Scheibe angegeben. Neuere Rechnungen von MILNE[2] brachten etwas größeren Überschuß, nämlich für die zentrale Zone 5,6%. Dementsprechend ergibt sich auch für die ganze Scheibe eine gegenüber der effektiven Temperatur um etwa 4% höhere Farbtemperatur, ein mit der theoretischen Erwartung übereinstimmender Wert.

Für das Temperaturproblem ist auch die Festlegung des sog. „Blanketing"-Effektes der umkehrenden Schicht von Bedeutung, die Bestimmung des Faktors η, der angibt, welcher Bruchteil der gesamten aus der Photosphäre austretenden Strahlung in der umkehrenden Schicht absorbiert und wieder in die Photosphäre zurückemittiert wird. Die ersten wichtigen theoretischen Untersuchungen von B. LINDBLAD ($\eta = 0{,}162$ für $T_e = 6000°$, bzw. $\eta = 0{,}134$ für $T_e = 5950°$) und von E. MILNE ($\eta = 0{,}097$ für $T_e = 5890°$, bzw. endgültiger Wert $\eta = 0{,}102$) wurden bereits gelegentlich der Behandlung der Randverdunklung im Beitrag MILNE Bd. III/1, Chap. 2, ciph. 17 and 18 und im Beitrag BERNHEIMER Bd. IV, Kap. 1, Ziff. 9 und 28 angeführt. Inzwischen liegen diesbezüglich neuere Beobachtungen und Rechnungen vor. 1927 gibt M. MINNAERT[3] eine vorläufige Abschätzung, und zwar $\eta = 0{,}15$. Nahezu denselben Wert erhält 1934 G. SHAJN[4] ($\eta = 0{,}14$). In seiner bereits in anderem Zusammenhange behandelten Dissertation (oben Ziff. 14) gelingt es MULDERS, die wahrscheinlichsten Werte von η_z für die aus dem Zentrum kommende Strahlung eng abzugrenzen. Er findet $0{,}08 < \eta_z < 0{,}09$, als endgültiger Wert wird

$$\eta = 0{,}083$$

festgelegt, wobei angenommen ist, daß η_z mit η praktisch übereinstimmt. Zweifellos verdient der neue Wert mit Rücksicht auf die verbesserten Grundlagen großes Vertrauen. Mit diesem η und dem aus der Solarkonstante errechneten Werte der effektiven Temperatur[5] $T_e = 5767°$ erhält MULDERS für die Temperatur an der Grenze der Photosphäre nunmehr $T_0 = 5050°$, gegenüber der früheren Annahme

[1] M N 94, S. 713 (1914). [2] Siehe Bd. III/1, Ziff. 18. [3] Z f Phys 45, S. 610 (1927).
[4] M N 94, S. 642 (1934); s. auch oben Ziff. 14. [5] Bd. IV, Kap. 1, Ziff. 28.

von 5850°. Weiterhin erfährt auch der oben angeführte Wert T_e eine Verbesserung, wenn auf Grund der Untersuchungen von MULDERS die Absorption in der umkehrenden Schicht berücksichtigt wird. Man erhält dann

$$T_e = 5900°.$$

R. v. d. R. WOLLEY[1] behandelt 1933 das Problem, eine unabhängige Bestimmung der Ionisationstemperatur der Sonne aus Beobachtungen von Äquivalentbreiten der Linien der neutralen und ionisierten Ca-Atome durchzuführen. Ist die Oberflächengravitation g bekannt, so kann man mit CHANDRASEKHARS Absorptionskoeffizient den Elektronendruck P in der optischen Tiefe τ, und mit der SAHAschen Formel die Temperatur in der betreffenden optischen Tiefe berechnen. WOOLLEY bestimmt das Verhältnis der Zahl der ionisierten zu der der neutralen Atome n_1/n_0 aus dem beobachteten Verhältnis der Äquivalentbreiten der Linien λ 3933 Ca II und λ 4226 Ca I, multipliziert mit einem Faktor Φ. Für die gewählte optische Tiefe $\tau = 0{,}3$ und einen plausiblen Wert des genannten Faktors $\Phi = 0{,}59$ ergibt sich $n_1/n_0 = 377$. Man erhält sodann $T_0 = 5300°$ und als Ionisationstemperatur $T_i = 6310° \pm 50°$ für die ganze Scheibe und $T_i = 6690°$ im Zentrum.

Im folgenden Jahre gibt WOOLLEY[2] gewisse Abänderungen dieser Zahlen, die dadurch bedingt sind, daß nunmehr der Absorptionskoeffizient $k =$ konst. gesetzt wird, eine für das betrachtete Gebiet wohl zulässige Annahme[3]. Das Verhältnis der ionisierten zu den neutralen Ca-Atomen wird nunmehr $n_1/n_0 = 218$ und weiterhin $T_0 = 5145°$, demnach nur wenig verschieden von dem Wert von MULDERS. Die Ionisationstemperatur der Sonne schließlich ergibt sich auf Grund der letzten Berechnungen WOOLLEYS zu

$$T_i = 6180°.$$

Wenn man auch diesen Wert gewiß noch nicht als endgültig ansehen kann, so läßt sich doch mit einiger Sicherheit festlegen, daß die Ionisationstemperatur der Sonne größer ist als ihre effektive Temperatur und kleiner als ihre Farbtemperatur.

In Ergänzung der in Bd. IV, Kap. 1, Ziff. 30 angeführten Untersuchungen über die Temperatur der Sonnenflecke finden sich entsprechende Angaben über die neuesten Ergebnisse im folgenden Beitrage von G. ABETTI, Kap. 2, Ziff. 19a.

---

[1] M N 93, S. 691 (1933). [2] M N 94, S. 713 (1934).
[3] Siehe z. B. A. PANNEKOEK, Publ Astr Inst Amsterdam 1935, Nr. 4.

Band IV.

Chapter 2.

Solar Physics.

By

G. ABETTI - Firenze.

With 6 illustrations.

b) Instruments for the Observation of the Sun.

5. Solar Spectroscopes, Spectrographs, Spectroheliographs, Spectrohelioscope. In 1928 while continuing his experiments with the spectrohelioscope, HALE devised one of modest dimensions which could be produced at a small cost. It is intended to be used at a large number of places in different latitudes to examine the development and progress of solar phenomena of brief duration as continuously as possible[1].

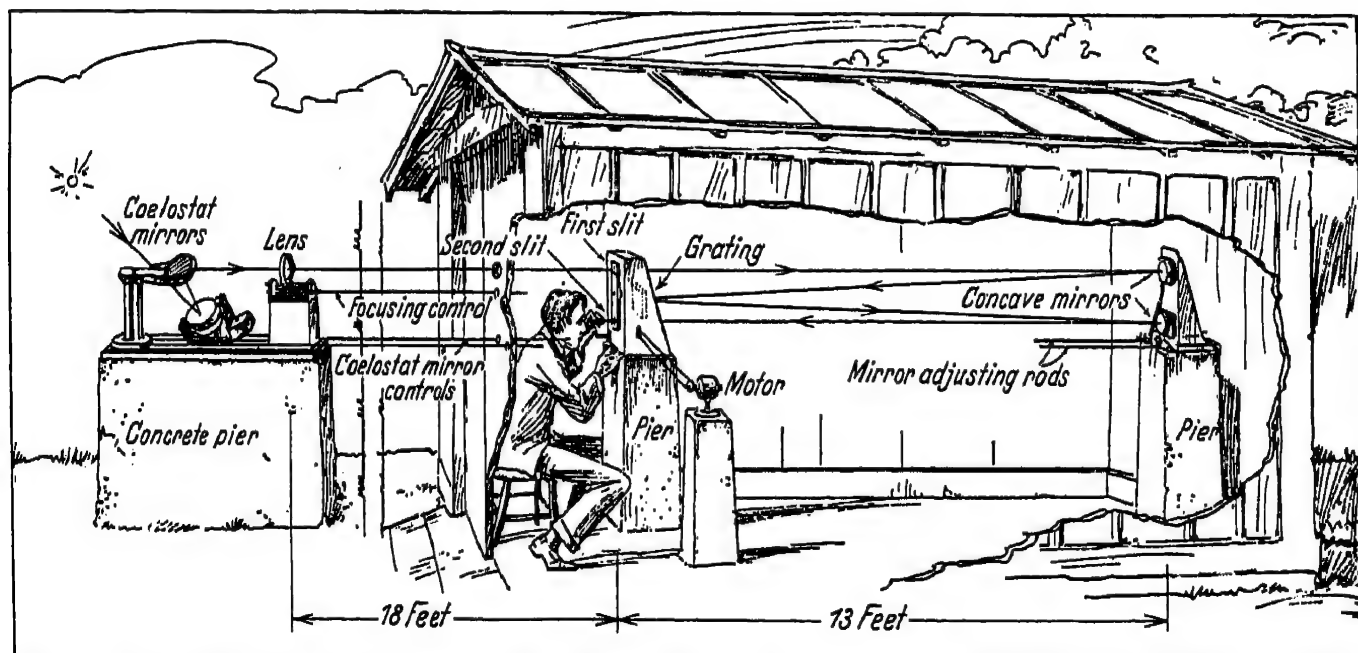



Fig. 1. General arrangement of coelostat telescope and spectrohelioscope [Mt Wilson Contr No. 388, p. 11 (1929)].

The general arrangement of the various parts of this spectrohelioscope is shown in fig. 1. A horizontal telescope throws an image of the sun of 5 cm. diameter on to the first slit, the ray is then reflected by a concave mirror on to a grating below the first slit. The diffracted ray is reflected by a second concave mirror, below but in the same plane as the first mirror, and produces an image of the spectrum in the plane of the second slit where it is viewed by

[1] G. E. HALE, The Spectrohelioscope and its Work, Part I, II, III. Mt Wilson Contr No. 388, 393, 425 (1929/31).

the observer. The two slits, mounted on the same bar, are made to oscillate rapidly in a horizontal plane by means of a small motor, that may be seen close to the observer. The oscillating slits may be replaced by an arrangement devised by ANDERSON in which the slits are fixed and the rapid succession of images is obtained by means of two rectangular prisms (fig. 2) vertically above the slits and mounted on a vertical axis that is rotated by an electric motor. The rotation of the first prism causes the various sections of the solar surface cast upon the first slit to fall in succession on the second slit so that, after dispersion by the second prism, the successive monochromatic sections can be examined.

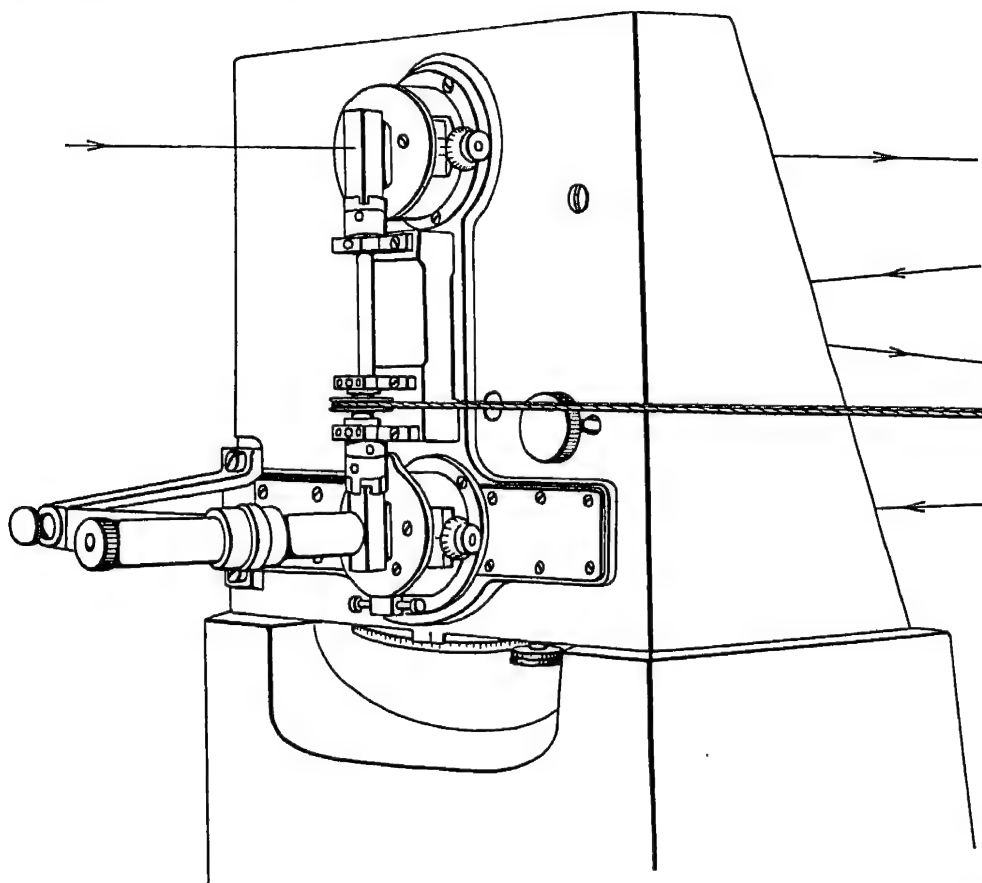



Fig. 2. ANDERSON's rotating prisms, for use with fixed slits [Mt Wilson Contr No. 388, plate XIX (1929)].

The instantaneous shape of the dark and bright hydrogen flocculi and their changes can therefore be studied, and by means of a line shifter, that is a plane glass with parallel surfaces mounted below the grating to intercept the rays before they reach the second slit and that can be rotated about a vertical axis, it is possible slightly to vary the wave length under examination. The various levels of line $H\alpha$ can be readily observed, the angle through which the line shifter is rotated gives the displacement of the wave length and hence the level under observation, as well as the velocity of the flocculi and of their various parts.

Notable observations on the distribution, rapid motion, and radial velocities of the hydrogen flocculi close to sunspots have been carried out by H. W. NEWTON at the Greenwich Observatory (p. 355). Recently (1935) a chain of observatories distributed round the world, provided with spectrohelioscopes similar to or of the type described, has been established by the International Astronomical Union, to examine the sun as continuously and as frequently as possible, especially for those violent and rapid eruptions which appear to have a direct influence on terrestrial phenomena.

c) Visual and Photographic Observation of the Sun's Surface and Inferences therefrom.

7a. Photometric Study of Sunspots and Faculae. The theory of the formation and presence of sunspots makes it necessary to determine their intensity relative to the surrounding photosphere at various distances from the centre of the solar disc. This investigation has been undertaken by RICHARDSON[1] on photoheliograms taken at Mount Wilson on two types of plates without a filter and with a yellow filter, for effective wave lengths λ 4330 and λ 5780; the solar image was 17 cm. in diameter. Assuming that the intensity on the disc is that given by ABBOT, microphotometric measurements indicate that the ratio between the intensity of any part of a sunspot and that of the surrounding photosphere is independent of the distance of the spot from the centre of the disc, and is about 0,7. This leads to the conclusion that the observations can be better represented if we accept the hypothesis that the spots are in radiative rather than adiabatic equilibrium. RICHARDSON has also investigated the relation between the intensity and the area of the spots by measuring the intensity of the penumbra in 15 groups of spots. Taking areas varying from 78 to 2860 millionths of the sun's visible hemisphere, corrected for foreshortening, the logarithms of the areas appear to be connected by an approximate linear relation with the ratio of the intensity of the penumbra to that of the photosphere.

The ratio of the intensity of the faculae to the photosphere measured on the same photoheliograms varies between 1,04 at a distance of 0,60 from the centre of the disc, to 1,17 at a distance of 0,95. Taking the ratio of specific heat as 1,14, RICHARDSON finds fair agreement between these measurements and the theory advanced by MINNAERT and WANDERS that the faculae are due to an ascending column of expanding adiabatic gas[2].

Photometric studies on the granulation of the photosphere and on the spots have been made recently by STREBEL[3] in München.

9. Distribution of Sunspots and Faculae, Periodicity, etc. A fresh investigation of the sunspot frequency curve has been undertaken by LUDENDORFF[4] based upon WOLF's relative numbers from 1750 to 1924. He confirms and firmly establishes that increased solar activity corresponds to shorter eleven year periods, already suspected by R. WOLF, and also to probable differences between alternate eleven year cycles, already indicated by TURNER[5]. Taking 11,3 years as average duration of the cycle, LUDENDORFF finds that during maximum activity the mean relative number is 100; if the relative numbers are greater in any given maximum, that maximum as well as the succeeding one is anticipated. Relative numbers less than the mean show that the maximum is retarded. The relative numbers of two consecutive cycles give, as a rule, values that are alternately larger or smaller than the mean value, so that, if the times of maxima and minima are reduced to the mean relative number 100, the individual cycles show a systematic variation with a difference of about a year between the odd and even cycles: this variation might be connected, as has already been suggested, with the sunspots' magnetic period which is equal to the sum of two eleven year cycles, that is about 23 years.

The last cycle (1923—1934) may be said to have begun about the middle of 1923 and to have ended towards the close of 1933. Compared with the previous maximum (1917,6) its period is 10,8 years, while the period between the two

---

[1] MtWilson Contr No. 480 (1933). [2] Z f Ap 5, p. 297 (1932); also Handb d Astrophys 1, p. 453.
[3] Z f Ap 3, p. 270 (1931); 5, p. 96 (1932); 5, p. 348 (1932); 6, p. 313 (1933); AN 246, p. 189 (1932).
[4] Z f Ap 2, p. 370 (1931). [5] Handb d Astrophys 4, p. 96.

maxima is 10,3 years. The previous maximum may be taken as having been of medium intensity as compared with the others; and as regards its general activity and intensity it was similar to that of 1829. BRUNNER[1] notes that there appears to be a characteristic feature in the maxima of low or mean intensity, that is that the curve of observed relative numbers shows a series of secondary periodic waves that follow regularly at equal intervals of time. During the last hundred years the maxima in 1829, 1894, 1906, and 1928, all of mean or low intensity, show a regular sequence of secondary maxima. The maximum of 1829 has four secondary waves with their maxima at equal intervals of 11 months; the maximum of 1894 has three, 12 and 11 months apart; that of 1906 has five from 7 to 11 months apart; and the last maximum has three at intervals of from 15 to 17 months.

The characteristics of groups of spots consisting of a couple of nuclei more or less separated were investigated by BRUNNER[2], who had more material to work upon than JOY. He concluded that in low latitudes the axis of a group of spots is almost parallel to the sun's equator, in higher heliographic latitudes the mean inclination increases to 19°, and its direction is such that the preceding spot is always nearest to the equator, the direction being taken in the sense of the sun's rotation.

BRUNNER has also proved that there is a connection between the mean inclination of the axis of a group and its subsequent development. Three types may therefore be distinguished: the first contains those with small spots beginning to develop; the second those in which preceding and following spots have already formed, often with small spots between them, and the third in which the latter have disappeared leaving only the principal spots, the preceding and following. After examining about one thousand spots of each of those groups observed in 1906—08, BRUNNER found that the inclination of the groups to the equator depends upon their state of development, that is that it decreases with the age of the groups; it is on the average:

1st group	7°,8
2nd ,,	6 ,5
3rd ,,	4 ,6

and is probably connected with the proper motion in longitude[3]. The progressive forward motion of the principal spot in the first stage of the group's development, and the decrease in the inclination of the axis as the spot develops are different aspects of the same phenomenon, both depending upon the same unknown productive causes.

11. The Figure of the Sun and its Probable Variations. Theoretical considerations relating to the determination of the sun's diameter have been put forward by HAMY[4]. After having shown that the diameter of a star like the sun varies with the instrument used, the intensity of the focal image, the illumination of the field in which the measurement is made, etc., he suggests an absolute method of measurement based on diffraction and explains the theory. The method has so far not been tried practically.

d) Spectroscopic Observations of the Sun's Surface and Results obtained.

12. Observations with the Spectroheliograph. Monochromatic Photographs of the Sun. Bright and Dark Flocculi. An interesting summary of the study of the solar atmosphere undertaken with the spectroheliograph has been published

[1] Astr Mitt Zürich No. 124, p. 74 (1930). [2] Astr Mitt Zürich No. 124, p. 67 (1930).
[3] Handb d Astrophys 4, p. 101.
[4] Determ. du diamètre solaire. Annuaire Bureau de Long, 1929. B. 1.

by D'AZAMBUJA[1]. In addition to the usual calcium and hydrogen lines he has made use of other lines, including those of iron, neutral calcium, magnesium, sodium, and ionized strontium. With these lines, as with ionized calcium, the faculae and flocculi zones are only visible with the centre and not the wings of the lines, and show no trace of vortices as is the case with line $H\alpha$. His investigation confirms the view that granulation constitutes the essential structure of all chromospheric vapours.

The appearance and duration of the flocculi zones may be said to last longer than the spots; the flocculi usually make their appearance as a small regular flocculus in some definite zone. The flocculus lengthens and tends to take up a particular position in a more or less extensive zone in which one or more spots have already appeared. The initial phases succeed each other rapidly in the course of a day or two, while the zone continues to extend and becomes more compact. After attaining its complete development it remains stationary for a while, then it begins to disintegrate, the spots disappear, the brighter portions fade away and the perturbed region regains its normal aspect as a granulated surface. The direction of the flocculi zones when they have attained their normal elongation is not fortuitous. In each hemisphere the zones are so inclined to the equator that the western portion dips towards the equator, the inclination varies from 0° to 40° and is independent of heliographic latitude. It has been shown above that groups of spots also have their axes inclined, but their inclination does not attain a maximum until the groups reach latitude 11° and then it increases with the latitude. The flocculi zones undergo the same changes in intensity and displacement in latitude.

The presence of flocculi is therefore an important index of solar activity; with spectroheliographs and spectrohelioscopes in all the principal observatories in the world their changes can be followed and their areas and intensity measured during their various phases. Inasmuch as the measurements involve a lengthy and complicated process, an international agreement has been arrived at to enable early information of solar activity in the calcium and hydrogen atmospheres to be obtained. An empirical scale of numbers from 0 to 5 has been laid down; 0 indicates a total absence of flocculi, and 5 the maximum area and intensity observed during maximum solar activity. These so called character figures are given separately for (a) the calcium flocculi observed with the central portion of line K (K_2 and K_3); (b) the bright hydrogen flocculi; and (c) the dark flocculi and filaments observed in line $H\alpha$ ($H\alpha_2$ and $H\alpha_3$).

The character figures, estimated day by day from spectroheliograms, are given separately not only for whole the disc but also for a zone limited by a circular area formed by the sun's semidiameter. The figures are collected at various observatories; at Zürich they are published by BRUNNER in a quarterly Bulletin[2]. The central zone has been adopted in order that the direction of the corpuscular currents, which might influence the terrestrial magnetic field may be better defined. In addition to the character figures the Bulletin publishes WOLF's numbers for sunspots, chromospheric eruptions observed with the spectrohelioscope, and the sun's ultraviolet radiation as determined daily at Mount Wilson.

Since 1919 the MEUDON section of the Paris Observatory[3] has compiled synoptic diagrams showing for each synodic rotation of the sun all the filaments

---

[1] Revue générale des Sciences pures et appliquées 43, p. 563 (1932).

[2] Int. Astr. Un. Bull for Character Figures of Solar Phenomena, publ. by the Eidgen Sternw Zürich.

[3] Annales de l'Observatoire de Paris. Cartes synoptiques de la chromosphère solaire etc. 6 (1928), et seq.

visible in the ionized calcium images together with the facular zones and sunspots.

From HALE's observations with the spectroheliosscope it appears that in the bright masses of hydrogen flocculi line $H\alpha$ is generally displaced towards the violet end of the spectrum, indicating an ascension of gas. The dark filaments, on the contrary, are displaced towards the red of $H\alpha$ and are produced by the absorption of the masses of hydrogen receding from the observer, that is descending towards the sun's centre. The small filaments found in the immediate vicinity of the spots may be looked upon as bridges above the chromosphere; one extremity is generally based upon a spot and ends in a small circular patch on the extreme edge of the penumbra. The motion of the gases along the filament is always towards the spot, and often with marked radial velocity, namely between 25 and 115 km/sec. The shape of the filaments and their rapid changes suggest that they are just eruptive prominences projected on the sun's disc.

H. W. NEWTON[1] at Greenwich finds that the dark flocculi can be grouped into two classes:

a) Markings that tend to avoid sunspots though not the sunspot zone. These flocculi are usually well-defined extensive filaments, though some are diffused patches, their duration is of the order of days. These flocculi generally have inappreciable or small radial motion, but larger velocities are not entirely absent.

b) Markings associated with sunspots and with the bright flocculi that accompany spots and outlive them. These markings are smaller than those of class (a), and include straight or curved filaments, as well as tiny patches. Their duration is usually of the order of hours or minutes. These flocculi have frequent large radial motions, although about 30 per cent of them have no appreciable velocity.

The two classes of flocculi described above have their counterpart at the sun's limb, where (a) is represented by the large massive prominences and allied types and (b) is represented by smaller type prominences of an eruptive nature.

13. Determination of the Sun's Rotation from the Motion of Calcium and Hydrogen Flocculi. Measurements of the mean rotation period of the dark $H\alpha$ flocculi have been carried out by ROYDS on spectroheliograms taken at Kodaikanal between 1926 and 1929[2]. The velocity of hydrogen absorption markings has been determined by measurements near the central meridian for successive rotations of the same marking. The results given in the table below do not vary greatly from marking to marking in the same latitude, nor from year to year. Comparing these values with similar values obtained with calcium flocculi[3] it is evident that both are sensibly the same, so that the two phenomena must occur at the same level.

Table 1. $H\alpha$ Dark Flocculi.

φ	ξ	φ	ξ
0°	14°,55	25°	14°,13
5	14 ,47	30	14 ,06
10	14 ,35	35	13 ,93
15	14 ,30	40	13 ,90
20	14 ,21		
		22	14 ,19 Mean

The height of the hydrogen and calcium flocculi has also been deduced by ROYDS from the time required for a marking to pass from the eastern limb of the sun to the central meridian, or from the central meridian to the western limb. He finds that the mean height is about 30″, while the mean height of the lower parts of the bright flocculi on the edge of the dark ones, is about 12″, that is very little higher than the mean height of the chromosphere.

[1] M N 94, p. 472 (1934).
[2] Kodaik Obs Bull No. 89, p. 227 (1930).
[3] Handb d Astrophys, Solar Physics p. 126.

14. The Spectra of the Centre and Limb, Spots, Reversing Layer, and Chromosphere. Absorption Lines due to the Earth's Atmosphere. In 1928 a Revision of ROWLAND's Preliminary Table with an extension to the infrared (to λ 10218 A) which contains all the lines in ROWLAND's table, but with wave lengths reduced to the primary standard in the International, or I.A., system of wave lengths, was published at Mount Wilson[1]. The Revision contains, in addition, the identification of numerous lines, a classification of lines according to temperature and pressure, the known excitation potential, and the intensity of the lines on the sun's disc and in the spots. Subsequently H. BABCOCK[2] extended the measurements still further in the infrared by measuring 5000 lines between λ 7100 and λ 12425, referred to suitable fundamental lines.

Fig. 3. An interesting part of the infrared solar spectrum where important lines of C, Si and Al have been identified. The strong absorption line at the end of the plate is λ 10810,86, not identified (BABCOCK).

Regarding the possibility of extending the region of the sun-spectrum an interesting observation is reported by MEYER, SCHEIN and STOLL[3], who, with a monochromator and a sensitive photon counter, have succeeded in recording the solar spectrum at λ 2100 A between the HARTLEY ozone band and the oxygen absorption bands. The intensity of this new radiation falls rapidly with increasing zenith distance of the sun and increases very much with the height above sea-level[4].

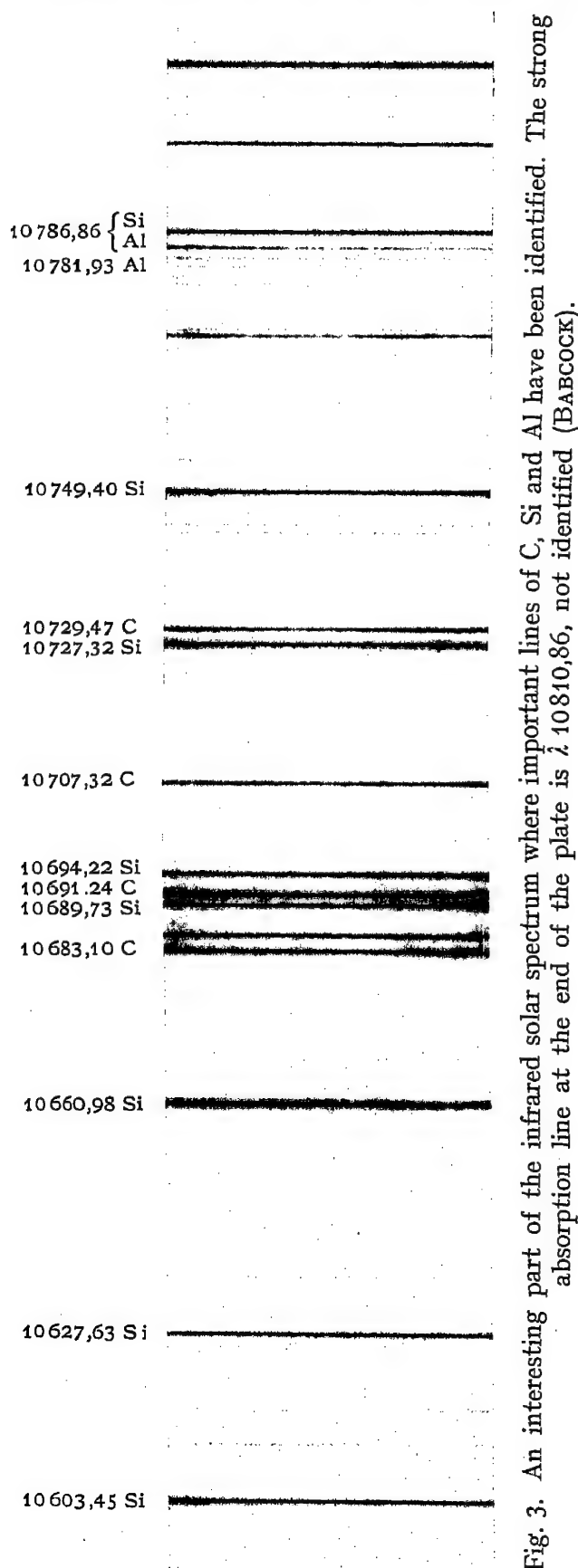
Various investigations have since been carried out for the purpose of identifying lines which are still unknown in the solar spectrum, and to establish the presence or absence of elements that have not as yet been found in the spectrum. C. E. MOORE and RUSSELL[5] have calculated the positions of lines which should occur in the multiplets of Fe but have not been observed in the laboratory. A search in the solar spectrum has revealed 289 of these lines among the previously unidentified solar lines and 41 others not completely accounted for by other elements; 57 of the predicted lines have been measured on plates of the Fe arc taken with a long exposure.

[1] ST. JOHN, C. E. MOORE, L. M. WARE, E. F. ADAMS and H. D. BABCOCK, Carnegie Institution of Washington. 1928.

[2] Obs 57, p. 261 (1934).

[3] Nature 134, p. 535 (1934).

[4] Cf. BERNHEIMER, Supplement to Chap. 1, ciph. 13 and 13a.

[5] The Presence of Predicted Iron Lines in the Solar Spectrum etc. Mt Wilson Contr No. 365 (1928).

The presence of rare earth elements has been investigated by ST. JOHN and C. E. MOORE[1]. It is known that those elements lie at comparatively low levels in the solar atmosphere. Ten elements in the ionized state: La, Ce, Pr, Nd, Sa, Eu, Gd, Dy, Er, and Yb, are present with varying degrees of probability. For the others the data are inadequate, either to indicate a fair probability of their presence in the sun, or to eliminate them from further consideration. Later measurements of emission lines by ABETTI[2] photographed at the sun's non eclipsed limb give clear evidence of ionized Praseodymium in the reversing layer. Neutral as well as ionized Ytterbium and ionized Lutecium have recently been identified by C. E. MOORE and MEGGERS[3] in the solar spectrum. The presence of Boron has been established by NICHOLSON and PERRAKIS[4] by identifying certain lines in the spectra of sunspots with lines in the band spectrum of boric acid. MEISSNER[5], BARTELT and ECKSTEIN[6] have identified a large number of multiplets of ionized Sulphur, and C. E. MOORE and H. BABCOCK[7] have confirmed the presence of Sulphur in the infrared. They and KIESS[8] have also identified numerous Phosphorus lines in the infrared.

With regard to the presence of molecular compounds in the solar spectrum. RICHARDSON[9] has identified numerous lines of the CH bands, λ 3143, λ 3900, λ 4300. The identification of these CH lines accounts for several of the strongest unidentified solar lines in ROWLAND's table. During his investigation RICHARDSON derived a formula, from the theory of the intensity of the lines in these bands and from the equation of dissociated equilibrium for molecules, that enables the relative pressure of the atoms and molecules in sunspots and in the reversing layer to be calculated. The Mount Wilson spectrograms show that the well isolated lines in the P branch of the CH band at λ 4300 have practically the same intensity on the disc as on the spots. This result combined with the adopted temperatures: spot $= 4750°$ K, disc $= 5080°$ K, leads to the ratio of pressures for $P_C + P_H + P_{CH}$, spot to disc $= 0{,}5$.

A detailed investigation of the physical conditions in sunspots has been carried out by C. E. MOORE who has compiled a table of the atomic lines present in the spots; it is the second of three tables[10] resulting from her investigation. The table gives the intensity on the disc and on the spots, the identification of the lines, the difference between the wave length in the sun and in the laboratory, and the high and low excitation potentials of each line.

As a consequence of this investigation and of the theory of ionization, C. E. MOORE[11] has determined the effective temperature, the pressure, and the amount of matter in the spots. Assuming the temperature of the photosphere to be $T = 5740°$ K, that of the spots is $4720° \pm 40°$ K while the pressure of the electrons on the spots is $0{,}60 \pm 0{,}10$ greater than on the disc. The amount of matter per unit area above the spots deduced from the percentage of ionization for disc and spots is about 1,7 times that on the disc.

An extensive investigation of the molecular lines in the spot spectrum has been undertaken by RICHARDSON on spectroheliograms taken at Mount Wilson[12].

---

[1] Mt Wilson Contr No. 364 (1928). [2] Pubbl R Osserv Arcetri Fasc. 49, p. 15 (1931).
[3] Publ A S P 42, p. 346; 44, p. 175 (1930/32). [4] Mt Wilson Contr No. 370 (1928).
[5] Z f Ap 6, p. 330 (1933). [6] Z f Ap 7, p. 272 (1933).
[7] Mt Wilson Contr No. 396 (1934). [8] Ap J 80, p. 59 (1934).
[9] Hydrocarbon Bands in the Solar Spectrum. Mt Wilson Contr No. 466 (1933).
[10] A Multiplet Table of Astrophysical Interest. Atomic Lines in the Sunspot Spectrum. Term Designation for Excitation Potentials. Princeton 1933—34.
[11] Some Results from a Study of the Atomic Lines in the Sunspot Spectrum. Mt Wilson Contr No. 446 (1932).
[12] Mt Wilson Contr No. 422 (1931).

About 55 per cent of the lines in the λ 5165 SWAN band (C_2), λ 5167, λ 4954 bands of TiO, λ 5211 MgH band, and the A band of CaH were identified with lines in the solar spectrum with an average difference of 0,014 A. The identity of 82 per cent of the stronger unobscured lines in the λ 4368,22 band of SiF with the previously unidentified solar lines made the presence of fluorine in the sun probable. Thus the presence of AlO in the spots, and AlH in the spots and reversing layer, has been established. The ZrO band at λ 6474, the most intense of the S class bands, is also present in the sunspot spectrum.

The presence of molecular hydrogen (H_2) in sunspots which might be expected from chemico-physical considerations of the state of equilibrium $H_2 \rightleftarrows 2\,H$ has been established by PICCARDI[1] who has identified numerous lines in the laboratory spectrum. RICHARDSON has also calculated the temperature of sunspots and of the reversing layer taking the distribution of the intensity of the various lines in the SWAN band λ 5165, and obtained a mean value of 4800° K for the spots and 5700° K for the reversing layer.

The presence in the reversing layer of the neutral molecule OH already demonstrated by A. FOWLER, has been confirmed in bands λ 3064 and λ 3122 by W. SHAW[2].

A spectroscopic study of the reactions Mg—H_2O, Al—H_2O at very high temperatures and in a homogeneous gaseous system by PICCARDI shows[3] how in such condition the above reactions lead to the contemporaneous formation of oxides and hydrides as the result of a complex system of equilibrium. PICCARDI has compared the laboratory and astrophysical results, that is with the presence in the sunspot spectrum, and also partly in the photosphere, of the various molecular biatomic bands referred to above. Since 90 per cent of the solar atmosphere consists of hydrogen, as will be mentioned later (p. 376ff.), if the mass-law is applicable to conditions in the sun, the dissociation of all the hydrides is checked and delayed by the vast excess of hydrogen present in the solar atmosphere. This also explains why a large number of the molecules already identified are compounds of hydrogen. The presence of the CaH is highly significant and is a striking confirmation of the application of the mass-law in those conditions, because the formation energy of the molecule CaH is very inconsiderable compared with that of other molecules in the spots (23 000 calories). With regard to oxides the reduction due to the excess of hydrogen is much greater in the case of elements that combine to form oxides or hydrides owing to some peculiar state of equilibrium affecting oxides, hydrides and OH; it is very much less for those elements that cannot combine to form hydrides. This explains the presence of titanium oxide and the absence of magnesium oxide in sunspots, although the formation energy of the former is somewhat less than that of the latter.

14a. Intensity and Profile of FRAUNHOFER's Lines. The precision which has now been attained in the photometric measurements of absorption lines enables the quantity of energy absorbed in any line of the spectrum to be determined. The quantity is termed "equivalent breadth", and represents the width in angstroms of the line were the absorption total.

The first steps in this direction were taken by VON KLÜBER[4], MINNAERT[5], and UNSÖLD[6] who, by their determinations of the more intense lines in the solar

---

[1] Pubbl R Osserv Arcetri Fasc. 46, p. 7 (1929); and H. N. RUSSELL, Mem S A It 5, p. 5 (1929).
[2] Ap J 76, p. 202 (1932).
[3] Mem R Accad d'Italia Classe Sc Fis Mat 2, Chimica No. 7 (1931).
[4] A N 231, p. 417 (1927). [5] Z f Phys 45, p. 610 (1927).
[6] Z f Phys 46, p. 765 (1928).

spectrum, have laid the foundations of the theoretical study of the formation of FRAUNHOFER lines, and have linked up with the works of SCHUSTER and of SCHWARZSCHILD[1].

RUSSELL, ADAMS, and MOORE[2] have devised another method for determining the intensity of the lines, using those given by ROWLAND. They have calculated the number of atoms in the solar atmosphere which are effective in producing lines of various intensities. The relative intensities in multiplets are expressed by approximate formulae based on the correspondence principle, involving only the quantum number of the lines, and which can give correct average results. Since these theoretical intensities may be assumed to be proportional to the numbers of active atoms producing the lines, the above authors compute a calibration of ROWLAND's scale in terms of N, number of active atoms. An examination of 228 multiplets gives a relation between $\log N$ and the ROWLAND intensity which was found to depend on wave length. By successive approximations they obtain the formula: $\log N = B \log A$, where A is a function of the ROWLAND intensity, and B a function of λ.

As the result of these investigations an increasing number of measurements of the intensity of FRAUNHOFER lines with spectrophotometric methods have been made, especially at Utrecht. Two papers by MINNAERT[3] in collaboration with VAN ASSENBERGH and MULDERS give the equivalent breadth of the lines between λ 4400 and λ 4550, and between λ 5150 and λ 5270. Comparing these results with those obtained by RUSSELL, ADAMS, and MOORE it is shown that a linear relation exists only in the case of the less intense lines. Further the lines in the same class of ROWLAND's scale show that their measured intensities are 1,3 times greater in the green region of the spectrum than in the blue. The profiles of two lines in the green magnesium triplet have been determined and it is found that the ratio of the width, in angstroms, between the two lines is about 1,3, as required by the theory, and that it is systematically less only at the centre.

Theoretical and experimental research on the intensity and the profile of the lines has since increased in a remarkable degree. V. D. R. WOOLLEY[4] has dealt with the problem of the central intensity of some absorption lines in the solar spectrum and has found that existing theories and observations on the K calcium lines do not agree. He has also measured[5] the width of solar lines, including a titanium multiplet, in the region between λ 4500 and λ 4600, with the 75-foot spectrograph at Mount Wilson. Comparing the intensities obtained from RUSSELL and ADAMS' calibration of ROWLAND's scale with the corresponding lines in emission spectra obtained in the laboratory, a notable discrepancy is apparent: the weaker lines are relatively much stronger in the solar spectrum than in emission spectra.

The results obtained at Utrecht for the total intensity of the lines as a function of the resonator number are better explained by MINNAERT and MULDERS[6] working on W. SCHÜTZ's theory that the width of FRAUNHOFER's lines of low intensity is due to the DOPPLER effect, while in the case of high intensity lines it is due to damping. Thus, for example, the actual damping of the radiation of the green and violet magnesium lines has been calculated and the result shows

[1] Cf. Handb d Astrophys. 3, Chap. 2. [2] Ap J 68, p. 1 (1928).

[3] Z f Phys 53, p. 248 (1928); Z f Ap 1, p. 192 (1930).

[4] M N 90, p. 170 (1929); cf. also W. CLARKSON, On the Intensities of some Fe II Multiplets in the Arc and Chromosphere Spectra. Phil Mag 7, p. 98 (1929).

[5] Mt Wilson Contr No. 413 (1930).

[6] Z f Ap 2, p. 165 (1931); cf. PANNEKOEK, M N 91, p. 139 (1930); Proc Amsterdam 34, p. 755 (1931).

that it may attain a value which may be much greater than the classic value. On the basis of PANNEKOEK's theory MINNAERT and SLOB[1] have computed the relation existing between the equivalent breadth and number of oscillators adopting various values of the damping constant. They establish in this way that, for a small number of atoms, the total intensity is still proportional to N, then the intensity changes only slow, and at last increases again with $\sqrt{N}$. Successively MINNAERT[2] summarises this important problem in a note on the measurement of equivalent breadths as it provides a method for the investigation of line profiles.

Pursuing theoretical considerations WOOLLEY[3] concludes that the equivalent breadth should be independent of resolving power. The best check of the effect of finite resolving power on measurements of breadth seems to be the observational method of determining the width of a line in different orders of a grating. He has applied this to the measurement of lines of intensities 3 and 4 on ROWLAND's scale and has found no disagreement between the measures of various wave lengths up to a minimum of 60 milliangstroms in the second and third order of the grating.

The profile of the green triplet of magnesium ($1^3P - 1^3S$) in the spectrum of the photosphere has been determined by RIGHINI[4] and PLASKETT[5]. As regards the profile of the lines at the centre of the disc, the measurements agree satisfactorily with those by MINNAERT and MULDERS already mentioned, but those by the former were taken, not only at the centre, but also at various distances between the centre and the limb. From these results RIGHINI finds that the optical depth at the limb is very much less than at the centre, and that the nearer any given line approaches the limb the higher its level. PLASKETT compares the observed variations of the profiles of these lines across the disc with the predictions given by models of pure absorption, pure scattering, and combined absorption and scattering. The comparison has led to the rejection of the two models. The third model, due to EDDINGTON, satisfactorily represents the observations, and the still outstanding anomalies may be accounted for by simplifications introduced for mathematical convenience.

PANNEKOEK[6], whose theoretical investigations on the central intensities of FRAUNHOFER's lines still continue, discusses the discrepancies noted between theory and observation, and shows that they may be partly attributed to instrumental errors. Accurate observations by SHANE[7], with an interferometer placed in front of the spectrograph, show that the amount of scattered light, ghosts, etc. is 0,09. It follows therefore that one cannot be certain of measured central intensities of less than 0,1, and it is quite possible that in the case of intense lines the actual central intensity may only be of the order of 0,01. On the other hand one cannot doubt that for a number of rather strong lines the central intensity is far above this value, and may reach 0,2 and more. In the strongest line measured by SHANE (8 on the scale of ROWLAND) with well marked wings, the corrected central intensity was 0,17, while after the theoretical results of PANNEKOEK the central intensity could not be more that 0,01.

Further spectroscopic research on the solar spectrum has been carried out by WOOLLEY[8] at the Solar Observatory at Cambridge (England), on spectrograms

[1] Proc Amsterdam 34, p. 542 (1931). [2] Obs 57, p. 328 (1934).
[3] Mt Wilson Contr No. 421 (1931).
[4] Pubbl R Osserv Arcetri Fasc. 48, p. 31 (1931); Rend Acc Lincei 14, p. 285 (1931).
[5] M N 91, pp. 870 and 1007 (1931); cf. KORFF, On the Measurement and Interpretation of Fraunhofer Lines. Mt Wilson Contr No. 459 (1932); Z f Ap 4, p. 319 (1932).
[6] B A N 7, p. 151 (1933). [7] Lick Bull 16, p. 76 (1932).
[8] M N 92, p. 806 (1932). Annals Solar Physics Obs Cambridge 3, Pt. 2 (1933); cf. THACKERAY, Anomalous Multiplet Intensities in Stellar Spectra and Sunspots. M N 94, p. 99 (1933).

taken by EVERSHED at Ewhurst. After restating EDDINGTON's theory of absorption line formation, a simple "raster" method of calibrating plates photometrically is described and central intensities and equivalent breadths for nearly 500 lines in the region $\lambda\lambda$ 4040—4390 are given. After examining the error due to finite resolving power, WOOLLEY corrects his equivalent breadths for DOPPLER effect, and from his data tests the validity of the relation: $2 \log W'$ (DOPPLER corrected equivalent breadth) $= r \log I$ (theoretical intensity). Of the eight multiplets examined, only one gives the theoretical relation ($r = 1$), six give the MINNAERT-WOOLLEY effect ($r < 1$, theoretically weak lines appear too strong) and two show the reverse effect. By classifying the multiplet lines as diagonal and satellite members, WOOLLEY shows that the satellite lines appear too strong relative to the diagonal lines, and that among the diagonal lines the faint lines appear too faint.

WOOLLEY further observes that the mathematical theory of the formation of FRAUNHOFER lines leads us to expect that lines formed at different levels in the solar atmosphere will have different types of profile: for example a line formed deep in the photosphere is expected to show a shallow profile, with a higher true central intensity than a line with the same equivalent breadth, formed higher up in the solar atmosphere. We have hardly, as yet, reached a point where this prediction can be tested in detail on the profiles of solar lines of ROWLAND intensity less than 10, but an effect of this kind is seen when the apparent central intensities of the lines are plotted against their equivalent breadths. Molecular lines, due to CH and CN, stand out as having higher central intensities, for a given equivalent breadth than metallic lines. The figures given by WOOLLEY are enough to show that the theoretical prediction is fulfilled, since the molecular lines are formed lower down in the solar atmosphere than the metallic lines. Methods of assigning depths in the solar atmosphere to individual lines from observations of their profiles will certainly develop with further improvements in photometric technique.

Fresh measurements of the equivalent breadth of the K line of Ca II have been made by WOOLLEY[1] with the McCLEAN spectrograph for comparison with those of line λ 4227 of Ca I measured by EVERSHED. Adopting CHANDRASEKHAR's formula for the continuous absorption coefficient, WOOLLEY obtains the electronic pressure at a given optical depth and the corresponding ionization temperature; this is found[2] to be 6310° for the integrated solar disc.

RIGHINI[3], at the Arcetri solar tower, has determined the intensity of 100 lines in the region $\lambda\lambda$ 5288—5472 of the solar spectrum both at the centre of the disc and at the limb. He confirms the characteristics of the spectrum at the limb which had already been pointed out by HALE and ADAMS[4], and shows how in the limb spectrum the excitation of the atomic levels is checked, but increases at levels of greater energy. In a later investigation ABETTI and CASTELLI[5] determined the central intensity of about 100 FRAUNHOFER lines of neutral and ionized atoms and cyanogen bands in the region $\lambda\lambda$ 3750—3940, both at the centre and at the equatorial and polar limbs. From a discussion of the results it is found that the level where the ionized atoms are formed is deeper than that of other lines. The central intensities increase with the excitation potential and are a maximum for lines of ionized elements and for the CN bands, and moreover the differences between the centre and the limb increase in the same way. In

[1] M N 93, p. 691 (1933).
[2] Cf. BERNHEIMER, Supplement to Chap. 1, ciph. 28, 30.
[3] Pubbl R Osserv Arcetri 51, p. 57 (1933).
[4] Cf. Handb d Astrophys 4, p. 132.
[5] Pubbl R Osserv Arcetri 53, p. 25 (1935).

addition a systematic difference is apparent between the observed intensities at the equatorial and polar limbs which is probably in relation to the greater height of the chromosphere at the poles and to the difference of temperature between the equator and the poles[1], in accordance with the latest solar theories.

The most extensive measurements of the equivalent breadths of FRAUNHOFER lines carried out so far are those by MULDERS[2] at Utrecht. He examined 462 lines at the centre of the disc distributed in eight different parts of the spectrum between λ 3900 and λ 8600 and found that the equivalent breadth corresponding to a certain ROWLAND intensity, does not remain constant for different wave lengths. There are two maxima at λ 5200 and λ 5500, and two minima at λ 5350 and λ 5900; in the second minimum the equivalent breadths are reduced to about a third of their values at λ 5500, while at λ 8600 the equivalent breadth for a given ROWLAND intensity is about five times as much as in the minimum at λ 5900. With the calibration curves obtained MULDERS determines also the total energy, as a function of wave length, which has disappeared from the continuous spectrum in the formation of the FRAUNHOFER lines.

The differences between ABBOT's curve of the mean energy distribution in the solar spectrum and the measurements of PLASKETT and FABRY in the continuous spectrum are shown to be wholly due to the absorption of the FRAUNHOFER lines. In accounting for this absorption the energy distribution in the continuous spectrum of the centre of the sun's disc is obtained from these measures and is found to differ notably from the black body curve.

Later observations have been made by KEENAN and H. W. BABCOCK on the spectrum of the chromosphere outside of eclipses. The former[3] has carried out photometric observations with the RUMFORD spectroheliograph of lines $H\beta$ and $H\alpha$ at the limb and at various heights of the chromosphere. The width of $H\beta$ is found to be strikingly constant throughout the lower 2000 km. of the chromosphere. In the same region the total intensity also varies but little. The width of $H\alpha$ decreases more rapidly than that of $H\beta$.

High dispersion observations of the chromosphere by H. W. BABCOCK[4] with the 150-foot tower telescope show the presence of various lines having considerable astrophysical interest. Most prominent are the great lines of Ca II near λ 8600, the important groups of oxygen lines near λ 7775 and λ 8446, and nine wide diffused members of the PASCHEN series of hydrogen. The green auroral line λ 5577, and the coronal line λ 5303 have been noted as very weak emission lines in the spectrum of the lower chromosphere. In the infra-red some interesting cases of obliteration of normal solar absorption lines are found, analogous to those noted by previous observers in the visible.

15. Form and Height of the Chromosphere and Prominences. Spectrum of the Prominences, their Motion, Changes, and Distribution. An increasing number of measurements of the height of the chromosphere have been carried out in recent years, especially with visual methods on line $H\alpha$. They confirm the increased height of the chromosphere at the poles[5], at any rate during the period of minimum activity. PETRIE[6], who measured the height of the chromosphere in lines $H\alpha$, $H\beta$, and D_3 with the spectroheliokinematograph, found that the average height is in fair agreement with the results obtained by other methods.

[1] Cf. Handb d Astrophys 4, pp. 139 and 226.
[2] Aequivalente Breedten etc. Diss. Utrecht 1934.
[3] Ap J 75, p. 277 (1932); 76, p. 134 (1932).
[4] Publ A S P 44, p. 323 (1932).
[5] Cf. Mt Wilson Contr No. 451, p. 12 (1932); Tokio Astr Bull No. 90 (1933); ENGELHARDT Obs Bull No. 3, Kasan (1934); Bull Tashkent Obs No. 3 (1934); Bull Czech Astr Soc July (1934).
[6] Ap J 79, p. 365 (1934).

The problem of the formation, development, and distribution of the prominences continues to be actively investigated, both theoretically and practically. As the result of theoretical research by PIKE[1] and MILNE the former concludes that if the velocity and acceleration of the atoms are entirely controlled by gravity and radiation pressure their motion in the neighbourhood of the spots and eruptive prominences must have different limiting values for different elements. The main controlling factor is the width of the absorption lines, not the atomic weight. The limiting velocities for Ca II and Sr II have been calculated and are found to be so different as to cause the separation of the two gases. Determinations by PEREPELKIN[2] at Poulkovo of the velocity of the atoms of Ca II and of hydrogen in the prominences seem to prove that the velocity of the former is greater than that of the latter, in agreement with PIKE's theory. Subsequent determinations of radial velocities and of the relative intensities in the spectral lines of various elements lead PEREPELKIN[3] to the conclusion that, while radiation pressure plays an important part in the production of the prominences, yet it does not explain satisfactorily the various observed phenomena, especially in the case of quiescent prominences. ROYDS[4] on the other hand finds, from spectroheliograms of the prominences taken at Kodaikanal with the K line and $H\alpha$, that in both cases quiescent prominences are essentially of the same shape and height. But since only the Ca II atoms are subject to considerable radiation pressure, his observed results are directly opposed to the theory that it is radiation pressure only that supplies the force required to maintain and project the prominences into the solar atmosphere. ROYDS also finds a difference in the relative intensities of the K and $H\alpha$ lines in different prominences, and often in various parts of the same prominence. He observes that on account of the DOPPLER effect it is not possible for spectroheliograms to give conclusive evidence as to whether these variations in brightness are really due to varying proportions of Ca II and H atoms. PEREPELKIN[5] finds, from observations made between 1928 and 1933 on the relative intensities of the $H\varepsilon$ and H lines in the prominences, that there is a progressive decrease of intensity during the above period, probably in relation to solar activity. He considers that since the ionized calcium line H is a resonance line it might be influenced by the conditions in the spectral region near λ 3950, while $H\varepsilon$ which is not a resonance line, possesses a higher excitation potential. The variations of the ratio of intensity should therefore represent the variations of the intensity of the ultraviolet solar radiation since other methods appear to indicate that those variations are related to solar activity[6].

The question of the forces acting on the prominences has been dealt with by BOBROVNIKOFF[7] using the same methods he employed for calculating the repulsive force acting on comets. In thirteen cases of calcium prominences, and in eight hydrogen prominences, he finds that the repulsive force is always greater in the case of hydrogen, and that it increases with the mean distance of the prominence from the solar surface. This may be interpreted as due to increased velocity and the resulting DOPPLER effect, in accordance with MILNE's theory. The investigation reveals a remarkable analogy between prominences and comets. The motion of CO^+ in a comet's tail is also influenced by the sun's repulsive force, and the sudden changes of velocity and of the repulsive force, frequently observed in comets, have all the characteristic of real explosions. The problem of the nature and extent of the forces which give rise to the prominences has also

[1] MN 88, pp. 3 and 365 (1928). [2] Z f Ap 1, p. 326 (1930). [3] Z f Ap 3, p. 338 (1931).
[4] Kodaikanal Bull 95 (1932). [5] Poulkovo Obs Circ No. 9 Nov (1933).
[6] Handb d Astrophys 4, p. 219; also BERNHEIMER, Supplement to Chap. 1, ciph. 25.
[7] Ap J 74, p. 157 (1931).

been studied by CHIDAMBARA IYER[1] who has investigated the variations of the height and the extension of the base of the prominences, in relation to the variation of their areas.

An exhaustive study of the characteristic features of the prominences has been undertaken by PETTIT[2] in continuation of his previous investigation[3], and based in part on data obtained at Mount Wilson and in part at the Yerkes Observatory. In the spectrum of the prominences he has found all the more intense lines of the flash spectrum, and that except in brilliancy there is probably no real difference between the spectra of common and metallic prominences.

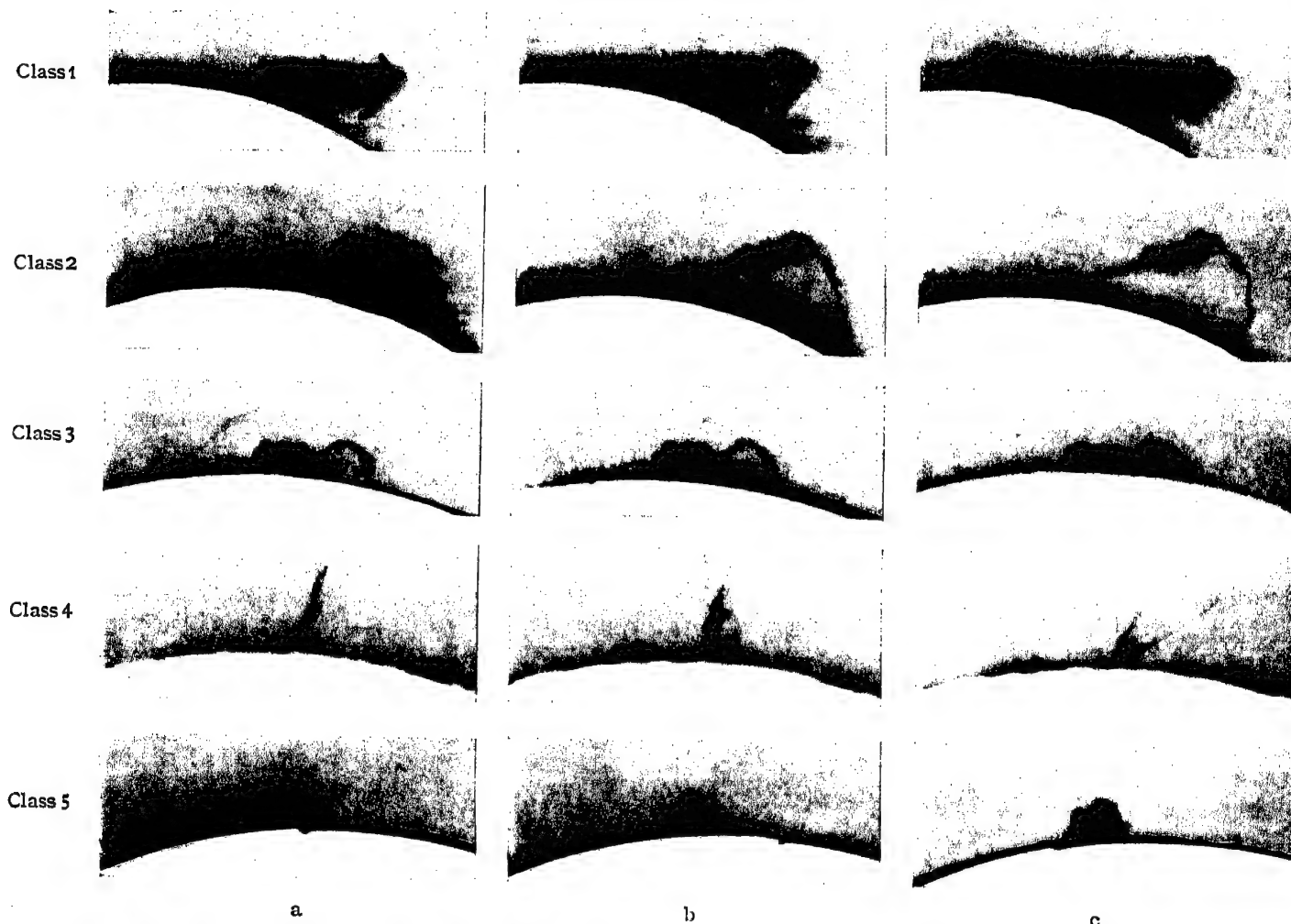



Fig. 4. Types of prominences, showing structural changes at intervals of a few minutes (G. C. T.) (Mt Wilson).

Class 1. Active type. February 28. 1929: a) $19^h 15^m$; b) $19^h 34^m$; c) $19^h 45^m$.
Class 2. Eruptive type. April 5. 1930: a) $17^h 08^m$; b) $17^h 13^m$; c) $17^h 19^m$.
Class 3. Spot type. August 19. 1927: a) $17^h 43^m$; b) $17^h 47^m$; c) $17^h 51^m$.
Class 4. Tornado type. July 5. 1928: a) $17^h 11^m$; b) $17^h 17^m$; c) $17^h 24^m$.
Class 5. Quiescent type. August 21. 1930: a) $16^h 45^m$; b) $17^h 00^m$; c) $17^h 06^m$.

He proposes a more extended classification than that of SECCHI as follows; 1. active, which appear to be torn apart by an area of attraction or by a neighbouring spot, 2. eruptive, which ascend in a more or less vertical direction, 3. spot, which often have the appearance of closed loops or a fountain of spikes with external wings; generally their appearance is best described by the word "splash"; 4. tornado, which appear like vertical spirals or tightly twisted ropes; 5. quiescent, which show only minor changes from minute to minute.

[1] M N 90, p. 496 (1930).
[2] Mt Wilson Contr No. 451 (1932).
[3] Handb d Astrophys 4, p. 151.

All prominences are active, only their activity differs in intensity. Classes 1. and 2. are closely connected, the same prominences may exhibit both phases at the same time, or may change over from one to the other. A spot may or may not be associated with prominences of either class, yet both classes may be coupled with class 3.

The prominences, seen on the sun's limb, obviously do not extend in only two dimensions. The third dimension can be determined by comparing the shape of the prominence, as projected on the solar disc, with its shape as seen at the limb. Prominences projected on the disc appear as bright or dark flocculi, also known as filaments (p. 354). They are often curved, and when they are radial, or near the centre of the disc, their actual breadth can be measured. Measurements by PETTIT[1] show that they are extremely narrow, their breadth from a large number of measurements is found to vary between 6000 and 12000 km. Their length is also very variable, few are shorter than 60000 km. and a length of 600000 km. is exceptional, although cases are known of a row of prominences, not however continuous, which extended over a distance greater than one quarter of the solar circumference; the "synoptic charts" published at Meudon show several of this type. The height of the prominences, especially those of the first four classes, is also very variable; an eruptive prominence photographed by ROYDS on 19th November 1928 reached out to 929000 km., the greatest height recorded so far.

The three-dimensional form of a prominence may therefore be likened to a thin tongue of incandescent gas rising above the chromosphere for some thousands of kilometres and connected to it by columns of gas, much in the same way as a tree is rooted in the earth. The dimensions of a typical prominence may be taken as: length 200000 km., breadth 10000 km., height 50000 km., its volume is therefore about 90 times that of the earth.

Regarding the mass of the prominences, PANNEKOEK and DOORN have found that the hydrogen in an ordinary prominence contains $2 \cdot 10^{13}$ atoms per cubic centimetre, the calcium content is negligible. The mass of a typical prominence of the dimensions given above would therefore be that of a cube of water with 15 km. sides. The mass of the prominence of the 29th May 1919, which is one of the largest observed hitherto, is estimated to be about four times that of a typical prominence.

MENZEL[2] has also studied the physical theory of solar prominences by investigating the behaviour of ionized gases under specific conditions of temperature, pressure, and excitation. Various possibilities for the support of prominences were considered, and all rejected in favour of radiation pressure from a very small but intensely hot spot at the root of the prominence.

Recent observations, between 1927 and 1934 of remarkable prominences, are described by ELLERMAN[3], ROUMENS and D'AZAMBUJA[4], KEENAN and RUDNICK[5], PETTIT and HICKOX[6], etc.

Two investigations with fresh material by W. J. S. LOCKYER[7] and G. BOCCHINO[8] on the distribution and frequency of prominences in various latitudes, during the eleven year cycle have been undertaken for the purpose of defining their characteristics more precisely. RESPIGHI[9] was the first to discover the existence of two frequency zones, one in high and the other in low latitudes[10].

[1] Loc. cit. p. 51.
[2] Publ Amer Astr Soc 7, p. 179 (1933).
[3] Publ A S P 40, p. 261 (1928).
[4] Bull Soc Astr France 44, pp. 21 and 27 (1930).
[5] Ap J 80, pp. 157 and 377 (1934).
[6] Publ A S P 46, pp. 353 and 355 (1934).
[7] M N 91, p. 797 (1931).
[8] Pubbl R Osserv Arcetri Fasc. 51, p. 5 (1933).
[9] Osserv. Spettr. del Bordo etc. Nota V. Atti R Accad Lincei, 5 Maggio 1872, Roma.
[10] Handb d Astrophys 4, p. 156.

BOCCHINO in her recent work has calculated the mean daily areas of the prominences instead of their number from that part of the series "Immagini spettroscopiche del bordo solare", which refers to the period between 1880 and 1932. The material is homogeneous and therefore it is possible to follow the zones year by year in their migrations with respect to the poles and the equator. The results confirm the previous ones, but fresh characteristics have been brought to light which may be summarized as follows.

The laws which govern the two prominence zones are different and well defined. The high latitude prominences in both hemispheres appear one or two years after sunspot maximum in latitude 45° about, there they remain stationary, or nearly so, until sunspot minimum, then they move rapidy towards the poles which they reach at sunspot maximum when they disappear almost immediately. The low latitude prominences make their appearance at about latitude 30°, about a year after minimum and then move slowly towards the equator, so that at maximum they are in latitude 25°, and at minimum at about 17°. It is evident that the high latitude zones are in no way connected with the sunspot zones, but it is interesting to compare the motion of the low latitude prominence zones with that of the sunspot zones. It is found that the prominences are not in phase with the sunspot by about a year; in other words prominences in high latitudes appear about a year later than high latitude spots, and throughout the eleven year cycle continue to maintain a constant distance from them of about 10°, the latitude of the prominences being always greater than that of the spots.

LOCKYER[1], who examined a series of similar observations between 1870 and 1930, confirms that the forms of the corona are dependent on the latitude of the prominence zones and gives forecasts of the coronas up to the eclipse of 1940.

Investigations[2] on a possible relation between the form of the corona and the frequency and distribution of the spots have been dealt with in detail by MITCHELL in the chapter on eclipses. It is sufficient to mention here that in his second work, LUDENDORFF takes the areas of the prominences into consideration to obtain more accurate results than LOCKYER's, and arrives at the conclusion that there is a closer connection between the form of the corona and the area of the prominences than between the form of the corona and sunspot relative numbers; but from the material at present available it is not possible to say whether the form of the corona changes as rapidly as the conditions on the sun, or whether it changes slowly.

15a. Structure and Constitution of the Chromosphere. The structure of the chromosphere, the distribution of its elements, and its equilibrium under the forces acting upon it, are questions that continue to be the subject of theoretical discussion[3] with the material which recent observations have provided. One would expect the elements above the reversing layer, where the turbulent region ends and where the ascending and descending vertical currents meet, to be stratified according to their atomic weights, much in the same way as in the terrestrial atmosphere. But the presence of calcium, whose atomic weight is greater than that of hydrogen at a much greater height than hydrogen leads

[1] M N 91, p. 797 (1931).

[2] Sitzber Preuss Akad Wiss Phys-math Kl 1928, 16; 1934, 16; also BERGSTRAND, Medd Upsala 46 (1930); 60 (1934); 62 (1935) and BERNHEIMER, Lund Medd (I) 126 (1931).

[3] MILNE, Pressure in the Calcium Chromosphere and Reversing Layer. M N 88, p. 188 (1928); The Sun's Outer Atmosphere. Nature, June (1928); WOLTJER, B A N 5, p. 43 (1929); MCCREA, M N 89, p. 483 (1929); UNSÖLD, Ap J 69, p. 209 (1929); PEREPELKIN, Z f Ap 6, p. 245 (1933); CHANDRASEKHAR, M N 94, pp. 14 and 726 (1933—34).

one to suppose that there must be other forces in the chromosphere different from gravity, forces which act differently on the various elements.

MILNE's theory[1] that has given rise to much theoretical and experimental work, explains that those forces, excluding gravity, are probably due to the pressure of light; that is to say all the atoms in the chromosphere which absorb the greatest quantity of light in relation to their weight are probably those that are more likely to float in the chromosphere.

Taking any particular atom in the solar atmosphere and any frequency it can absorb or emit, the spectrum will show an absorption line of that frequency and a certain residual intensity. The atom will be subjected to the force of gravity tending to make it fall and to radiation pressure to make it ascend, the resulting force being proportional to the residual intensity of the line. If the radiation pressure is less than the force of gravity, equilibrium will be maintained by the pressure gradient of the gas as it increases towards the interior. In consequence, if the radiation pressure is greater than the force of gravity, the atom will be expelled. The expulsion process will continue until a state of stability is reached where the atoms at a great height are supported by radiation pressure, or in other words are exactly balanced by the force of gravity; the density will then be so low that collisions, and also the pressure gradient, may be neglected.

There is reason to suppose that the higher gases, observed in the flash spectrum during eclipses, are maintained in equilibrium in this way, and that what is known as the chromosphere is an atmosphere of atoms entirely, or almost entirely, supported by radiation pressure. In this condition the chromosphere will be in a state of radiative equilibrium, but whereas the radiation is limited to the spectral lines of the gases composing it, MILNE has investigated the ideal case of a gas which radiates and absorbs only one frequency. The radiative equilibrium is therefore monochromatic, and the theory holds good as far as the intensity and frequency of that radiation is concerned.

The case of lines H and K of Ca II is particularly interesting. Ionized calcium possesses an excitation orbit slightly greater than its normal orbit, so that the electron may revolve between the two orbits without much danger of falling spontaneously. In the case of other elements the first orbit is relatively much greater, the energy required to reach that orbit is not very much less than that necessary entirely to detach the electron, and it is not easy to obtain a continuous source of light capable of producing orbital jumps without losing an electron. The great difference between the excitation and ionization energy of calcium is what enables it to live at a high level in the solar atmosphere. The mean time taken by an electron to pass from one orbit to another is one twentythousandth part of a second and it remains in that orbit for about one hundredthousandth of a second before falling back into the nucleus. During this time the number of revolutions made by the electron in the larger orbit is of the order of one million.

Lines H and K are not quite dark but have a certain residual intensity sufficient to maintain the calcium atoms in suspension notwithstanding solar gravity; as soon as the light emitted becomes so feeble as to be unable to sustain more atoms it emerges into space with this limit intensity. The measure of the residual intensity has enabled the constants of calcium atoms, and the life of the atom in its state of excitation, to be calculated.

There is no doubt that chromospheric equilibrium is very unstable, as shown by MILNE and other investigators, so that the least deviation from exact equilib-

[1] Cf. Handb d Astrophys 3, p. 173.

rium may lead to catastrophic results. The unstable conditions may, on the one hand, cause the solar atmosphere to fall slowly into the sun, as proved by the descending currents observed by ST. JOHN in all lines of the high atmosphere[1] or the descending currents may be counterbalanced by the gases expelled with high velocity by local perturbations. This is evident in the flocculi and prominences.

CAMPBELL's photographs of the flash spectrum during the eclipses of 1898, 1900, 1905, and 1908, taken with the moving plate method, have been used by MENZEL for an extensive work on the chromosphere[2]. He gives the positions and intensities of the chromospheric lines and their relative heights on the plates, together with the identification and the designation of the multiplets. The intensities of a large number of lines at six different levels determined with MOLL's microphotometer show that at any given level all the lines appear to have the same shape, those at high level are however found to be somewhat broader than those at lower levels; this can be explained as due to turbulence.

After an exhaustive theoretical discussion for the interpretation of the results, the main conclusions are that the density gradient in the chromosphere was determined by MENZEL from the relation of the intensities to the heights of the flash spectrum lines and from the measured intensities at different levels. Both methods agree in giving a gradient corresponding to that of an atmosphere of hydrogen in gravitational equilibrium at low levels, while at high levels the chromosphere is even more distended. MILNE's theory of a chromosphere fully supported by radiation pressure is found to be untenable, while his theory of a partially supported chromosphere is satisfactory only in the presence of a great excess of hydrogen. Turbulence is shown to be an important factor in supporting the chromosphere and increased turbulence at great heights leads to a smaller density gradient, such as is observed. The gases rise over faculae, and the horizontal components of velocity resulting from lessened radiation pressure from neighbouring cooler places increase with height, in accordance with PIKE's theory of atmospheric circulation. The chromosphere seems to be, a "hot spot" phenomenon, the spikes that form it being rooted in superheated areas of the sun's surface.

All the material collected by MITCHELL in various eclipses (which includes a wider field of wave lengths than that available to MENZEL) has been discussed by him and E. WILLIAMS[3] for the purpose of arriving at an independent determination of the density distribution in the lower chromosphere. The two most striking results of this work are that, with the exception of helium, all elements show very closely the same density gradient, and secondly, that the density decreases exponentially with the height rather more slowly than it would in an isothermal atmosphere of hydrogen at a temperature of 5000°. Other results of this investigation are to be found in the chapter on "Solar Eclipses".

D'AZAMBUJA[4] has investigated the structure of the chromosphere in great detail both in the hydrogen and calcium lines and also by the radiation of elements characteristic of the lower chromosphere. This has already been referred to above (p. 353). Spectroheliograms taken at Meudon with the infrared ionized calcium lines λ 8948 and λ 8542 reproduce the faculae more closely. The lines are weak also in the prominences, yet with the selecting slit set centrally on

[1] Handb d Astrophys 4, p. 183.
[2] Publ Lick Obs 17 (1931); cf. also this volume Chap. 3: MITCHELL, Eclipses of the Sun.
[3] Relative Distribution and Abundance of Elements in the Lower Chromosphere. Ap J 77, p. 1 (1933).
[4] Ann Obs Paris Section Meudon 8, II (1930).

line λ 8542, the absorption markings due to the prominences seen in projection are distinctly shown. It is concluded from the various features shown in these images that the higher layers of Ca II are more transparent to the radiation from below in the infrared lines than in H and K.

16. Observations of the Doppler Effect. Spectroscopic Observations of the Rotation Period and its Supposed Variability. Comparison with Direct Observations. To facilitate the determination of the sun's rotation period by the spectroscopic method, Zagar[1] has computed new tables to replace those by Dunér[2]. Used in conjunction with the ephemerides for the physical observation of the sun given in the Nautical Almanac and the American Ephemeris, the first table enables the polar distance of any point to be calculated; the second gives the correction for the component of the earth's orbital motion; and the third the correction depending upon the position of the poles with respect to the limb. The required corrections are obtained from these tables with ease and rapidity, and the results are more accurate than those given by the tables hitherto adopted.

De Lury[3] has also constructed tables and mechanical devices for determining the heliographic positions and the components of the velocities involved in solar spectroscopy.

Spectroscopic determinations of the sun's period of rotation continue to be carried out in various spectral regions at various observatories, but as the resulting material is not very homogeneous and comparative data are lacking, little progress has been made to ensure uniformity in the results. The problem of the supposed variation of the period therefore still awaits solution.

Evershed[4], Hase and Perepelkin[5] have determined the sun's period of rotation from lines H and K in the prominences. The former obtains:

$$v + v_1 = 2{,}30 \text{ km./sec.}; \qquad \xi = 16°{,}9$$

from a large number of prominences at a mean height of 34″ and at mean latitude 25°. In the measures there is no evidence of a polar retardation of angular motion. The two latter, using the same method but with fewer data, arrive at a somewhat smaller value. In any case the conclusion is that the mean value of the rotation period given by the prominences is greater than that given by line K_3.

Since 1928 systematic research on the sun's rotation period has been undertaken by Abetti and Nováková[6] at the Arcetri solar tower. They have determined the rotation velocity of the hydrogen layers which produce the components $H\alpha_2$ and $H\alpha_3$ with the following results:

Table 2. Arcetri (1928,8).

φ	Reversing Layer		$H\alpha_2$		$H\alpha_3$	
	$v+v_1$ km./sec.	ξ	$v+v_1$ km./sec.	ξ	$v+v_1$ km./sec.	ξ
0°	1,99	14°,1	1,95	13°,9	2,07	14°,7
30	1,60	13 ,1	1,46	11 ,9	1,66	13 ,6
60	0,78	11 ,0	0,65	9 ,1	0,78	10 ,9

The above results, compared with those for the reversing layer, are on the whole less for the components of $H\alpha_2$, and the equatorial acceleration is more pronounced; they are greater for the dark central line $H\alpha_3$, but the equatorial

[1] Pubbl R Osserv Arcetri Fasc. 52, p. 1 (1934). [2] Handb d Astrophys 4, p. 161.
[3] J Can R A S 28, p. 385 (1934); and also Publ Dom Obs Ottawa 6 (1922—31).
[4] M N 88, p. 126 (1927); 89, p. 250 (1929). [5] A N 236, p. 117 (1929).
[6] Pubbl R Osserv Arcetri Fasc. 46, p. 27 (1929).

acceleration is the same as that of $H\alpha_2$. These results are confirmed by measurements at Poulkovo by PEREPELKIN[1].

RIGHINI[2] in 1930 determined the rotation period from 14 lines in the green portion of the spectrum in the neighbourhood of λ 5100 which included the magnesium triplet, his results are:

Table 3. Arcetri (1930,4).

φ	Reversing Layer		Triplet Mg	
	$v+v_1$ km./sec.	ξ	$v+v_1$ km./sec.	ξ
0°	1,85	13°,2	1,90	13°,5
30	1,53	12 ,5	1,55	12 ,7
60	0,63	8 ,9	0,65	9 ,1

ABETTI and RIGHINI[3] obtained the following results for emission lines at the equator from spectrograms taken at Mount Wilson with the 150-foot solar tower:

$$\left.\begin{array}{rl} H\beta_3 & v + v_1 = 1{,}91 \pm 0{,}31 \text{ km./sec.} \\ \text{Metallic emission lines} & v + v_1 = 2{,}06 \pm 0{,}03 \text{ km./sec.} \end{array}\right\} 1930{,}7\,.$$

Since the level of the observed lines may be taken as lying between 2000 and 5000 km. the value for the metallic lines agrees with that previously obtained for high chromospheric levels[4].

From measurements of 108 lines between λ 3750 and λ 6065, ABETTI, CASTELLI, and NOVÁKOVÁ[5] obtained the following mean value:

$$v + v_1 = 1{,}97 \pm 0{,}01 \text{ km./sec.} \quad 1933{,}6\,.$$

Grouping the lines due to neutral and ionized atoms and to the CN bands separately, they find that the respective velocities, within the limits of observation errors, are approximately the same, but perhaps the velocity is slightly less in the case of ionized atoms. It would also appear that the velocity increases slightly with the intensity of the lines measured, that is from 1,95 km./sec. for intensities 1 to 3 to 1,97 km./sec. for greater intensities.

As a consequence of measurements of wave lengths from the centre to the limb in and at about λ 4500, FREUNDLICH, v. BRUNN, and BRÜCK[6] obtain:

$$v + v_1 = 1{,}89 \text{ km./sec. at the equator} \quad 1929{,}6\,.$$

EVERSHED[7] at Ewhurst gets:

$$v + v_1 = 2{,}01 \pm 0{,}03 \text{ km./sec.} \quad 1931{,}8$$

from six lines in the region of lines H and K, and seven between λ 4000 and λ 4100.

Systematic measurements of the rotation period have also been made by BELOPOLSKY[8] at Poulkovo in the years 1931—32—33, by STOREY at Edinburgh since 1914[9], and at Mount Wilson[10].

[1] Über die Rotationsgeschwindigkeit der verschiedenen Schichten der Sonne. Z f Ap 6, p. 121 (1932).
[2] Pubbl R Osserv Arcetri Fasc. 48, p. 7 (1931).
[3] Pubbl R Osserv Arcetri Fasc. 49, p. 25 (1931).
[4] Cf. Solar and Terrestrial Relationships. Third Report, Table 1B, p. 121 (1931).
[5] Pubbl R Osserv Arcetri Fasc. 52, p. 85 (1934).
[6] Z f Ap 1, p. 43 (1930). [7] M N 92, p. 105 (1931).
[8] Z f Ap 7, p. 357 (1933). [9] M N 92, p. 737 (1932).
[10] ST. JOHN, Variability of Solar Rotation. Third Report Comm. Solar Terrestr., Relationships, p. 116 (1931); and also Ann Rep Mt Wilson Obs.

With regard to the problem of the variability of solar rotation it may be bserved that the determinations, based upon the motions of the sunspots, ive a mean value for the sun's rotation corresponding to a linear velocity of ,02 km./sec., and as far as one can judge from results obtained by a method of omewhat doubtful accuracy, it appears that that value has kept constant uring the last eighty years[1].

If the results obtained with spectroscopic methods at Mount Wilson and dinburgh[2], where the longest series of observations since 1915 have been made, re compared, it will be seen that in one or the other results, or in both, systematic rrors must exist. One cannot therefore obtain from them any correlation between he velocity of rotation and the maxima and minima of solar activity[3]. On the ther hand taking the observations at Mount Wilson made with the powerful 50-foot solar tower and with the 75-foot spectrograph, with every precaution o ensure homogeneous results, one must admit that it is difficult to assert that he difference amounting to about 0,10 km./sec., between 1923 and 1933, is due o errors of observations when the mean error of each yearly mean must be of he order of ±0,01 km./sec.

If all the data obtained at different observatories[4] with different instruments re collected, it does not appear possible to deduce any periodicity from the values f the velocities obtained so far, especially as less powerful instruments were in se previous to 1911 and because the earlier values are the result of visual ob-ervations. Taking the mean values obtained by the various observatories since 912 without distinction of wave lengths, or selection of lines, a mean value is pproached that appears to have remained constant from 1912 to the present poch (1934).

At the moment it does not appear possible to make any positive statement egarding the variation of the sun's rotation period. Subsequent determinations vill doubtless lead to more accurate and concordant results, but it should be oted:

a) that because of their diverse intensities, their various energy levels, nd the different spectral regions in which they appear, or for other reasons ue to the superposition of other lines, the various FRAUNHOFER lines may give videly differing results;

b) instrumental conditions and different methods may give discordant esults due to systematic errors, especially on account of the size of the image nd the point in the limb observed;

c) with the same instrument differing results may be obtained from day o day, probably due to atmospheric conditions (clearness of sky, diffused light, teadiness at the limb, etc.), and also because of possible perturbations and ariations of velocity at the region observed.

17. Radial Motion in Sunspots. Distribution of the Elements and their irculation in the Solar Atmosphere. During the last sunspot maximum, between 926 and 1930, ABETTI[5] carried out a fresh series of observations at Arcetri on he motion of the metallic vapours in sunspots. The displacements of the lines, lue to the EVERSHED effect, were referred to the positions of the lines at the entre of the disc. Thirty spots were observed with a radial and tangential slit,

---

[1] H. W. NEWTON, The Sun's Rotation derived from Recurrent Sunspots, 1924—1933. M N 95, p. 60 (1934).
[2] Cf. Rend R Accad Lincei 19, p. 836, June (1934).
[3] Third Report Comm. Solar and Terrestr. etc., loc. cit. p. 117.
[4] Cf. MITCHELL, Eclipses of the Sun, 4th Ed., p. 321 (1935); Rend R Acc Lincei, l. c. p. 838.
[5] Pubbl R Osserv Arcetri Fasc. 50, p. 47 (1932).

and the spots were followed in their rotation with the sun. The results obtained lead to somewhat different conclusions from those obtained by previous observations, mainly because it cannot be said that the EVERSHED effect is constant and regular for all spots. In fact the outward velocities of the metallic vapours are very variable and run from very small velocities approaching zero to as much as 6 km./sec. for the radial components. Although tangential components show considerably smaller velocities up to 3 km./sec. yet they can often be measured.

Taking all the spots and lines observed, the components of radial motion give a mean velocity of 1,5 km./sec., while that of the tangential components may be taken as about 1 km./sec. It is not strictly correct to speak of mean velocities because, as has been already said, the motion of the vapours is very irregular and varies from spot to spot. This appears to agree with the explanation of the generation of spots. Moreover the velocities are not a maximum at the outer edge of the penumbra, for the maximum displacement of the line from its normal position occurs just between the umbra and penumbra.

18. Pressure in the Solar Atmosphere. Limb Effect. EINSTEIN Effect. ST. JOHN[1] has been seeking a correlation between the excitation potential, the red shift, and outflow from spots in Fe multiplets.

The effect at the limb of an iron multiplet has been measured by FREUNDLICH, v. BRUNN, and BRÜCK[2] at 72 places on the solar surface referred to the centre of the disc. They have traced the behaviour of the limb effect at different latitudes from the centre to the limb, but it cannot be explained either by convection currents put forward by ST. JOHN[3] or by the COMPTON effect. HUNTER[4] has also compared the measures of ten metallic lines in the red portion of the spectrum with 24 telluric lines and found a limb effect very close to that determined by ST. JOHN[5]. Taking ST. JOHN's hypothesis that the limb effect is due to an outward radial motion of the gases in the sun's atmosphere, HUNTER concludes that the variations observed, first by EVERSHED and ROYDS[6], then by FREUNDLICH, v. BRUNN, and BRÜCK, cannot possibly be reconciled with those predicted by ST. JOHN. MCCREA and MITRA[7] also discuss the observations and comparing them with a model atmosphere of the sun, show that after allowing for variations of velocity in relation to the density at different levels, more precise calculations lead to an explanation of the "limb shift" across the disc consistent with ST. JOHN's hypothesis.

19. Solar Vortices. Magnetic Fields in Sunspots. Magnetic Classification of Sunspots. The Law of Sunspot Polarity. A determination of the radial and tangential components of the motion of the metallic vapours in sunspots enables their actual outward motion from the centre of the spots to be calculated. CALAMAI[8] has evolved a general method for that calculation and has applied it to five spots observed at the Arcetri solar tower. The projection of the motion on the plane of the spots is found to be a logarithmic spiral, which gives the direction of rotation of the vortices at the spectroscopic level under observation. The absolute value of the tangential components is always less than that of the radial, as stated above (p. 371), and from the series of observations at Arcetri the evidence of a definite rotary motion is established, as well as the direction of the vortex.

Comparing the direction of the vortices as given by measurements at Arcetri[9] with that deducible from contemporaneous observations with the spectrohelio-

---

[1] Mt Wilson Contr No. 389 and 390 (1929). [2] Z f Ap 1, p. 43 (1930).
[3] Mt Wilson Contr No. 348 (1928). [4] M N 94, p. 594 (1934).
[5] Loc. cit. p. 31. [6] Kodaikanal Obs Bull 49 (1916).
[7] Obs 57, p. 379 (1934). [8] Pubbl R Observ Arcetri Fasc. 52, p. 39 (1934).
[9] Pubbl R Osserv Arcetri Fasc. 50, p. 47 (1932).

graph and from the polarity of the nuclei of spots observed at Mount Wilson, it is evident that the great majority of vortices at the level of the metallic vapours in the reversing layer are of opposite sign to those at the higher hydrogen level. In other words, the direction of the hydrogen vortices in the northern hemisphere is counter-clockwise, that of the metallic vapours is clockwise; the directions are reversed in the southern hemisphere.

Almost all the spots examined are the preceding ones in bipolar groups (β_p), therefore it must be concluded that during the cycle 1932—33 the direction of the vortices in those with south-seeking or negative polarity in the northern hemisphere, was clockwise and opposite to the direction of the hydrogen vortex at the level of the $H\alpha$ flocculi. The rotary or vortical motion of the metallic vapours is therefore closely associated with the overlying hydrogen vortices, at any rate in the case of spots preceding bipolar groups, and since the motion is probably of a hydrodynamic nature it will have all the characteristics of terrestrial anticyclones, which are also caused by two systems of vortices in opposite directions, one above the other. The fact that the rotational motion of the metallic vapours is rather small and uncertain, because there is often an outflow of the gases in one direction only, might tend to confirm the hydrodynamical hypothesis. Further theoretical and observational research is necessary to explain how the hydrodynamic phenomena are connected with electromagnetic effects in the spots possessing the sign of the dominating charge, and with the reversal of polarity.

The relation between the area of a sunspot and the intensity of the magnetic field has been investigated by NICHOLSON[1]. The magnetic field is most intense at the centre of the spot's umbra and decreases continuously to zero near the outer edge of the penumbra. The curves of fig. 5 were determined by NICHOLSON from approximately one thousand observations made in the years 1917, 1918, 1919, and 1920 on unipolar spots or the preceding members of bipolar groups. The central line shows the mean field strengths at the centre of spots of various areas. The outer lines indicate the mean deviation of the individual spots from their mean values. For the spots studied, the ratio of the area of the umbra to that of the penumbra was 0,175 and showed no appreciable variation with the size of the spots. The same curve represents the relation between the central field strengths and the areas of the umbrae if the scale of areas is changed by the factor 0,175. The large deviations of the individual spots from mean are due partly to errors of measurement, but other factors, such as the different ages or temperatures of the spots, also contribute to the divergence. A spot darker (cooler) than normal, usually has a field strength above the average for its area.

A preliminary study of the ZEEMAN effect in the sunspot spectrum based upon Mount Wilson plates, has been made by R. B. KING[2]. The apparent correlation between spot intensity of lines and field strength is confirmed for the average of all lines, the field strength decreasing with increasing line intensity.

COWLING[3], discussing the magnetic field of sunspots, suggests that the currents induced by the motion of the gas in the vicinity of the spot will produce a large disturbance in any external field, and assuming a rapid increase of the general magnetic field of the sun with depth, he is able quantitatively to account for some of the observed features of spots. In this connection it should be emphasized, as EVERSHED has pointed out[4], that the general magnetic field of the sun is just within the limits of detectability with our present resources and there is no certainty as yet how the field varies with optical depth. LARMOR[5]

[1] Publ A S P 45, p. 51 (1933). [2] Ap J 80, p. 136 (1934). [3] M N 94, p. 39 (1933).
[4] M N 94, p. 96 (1933). [5] M N 94, p. 469 (1933).

briefly discusses COWLING's hypothesis and supports his suggestion that the magnetic field of a sunspot is maintained by the currents it induces in moving matter.

In conclusion it may be noted that the first group of the current solar cycle (1933—44) appeared on 10th October 1933 at latitude $+26°$[1]. The new cycle began by developing rapidly, and since the large majority of the new groups of this cycle show magnetic polarity opposite to that of the preceding one, it may be concluded that the reversal of polarity during minimum activity is now definitely confirmed.

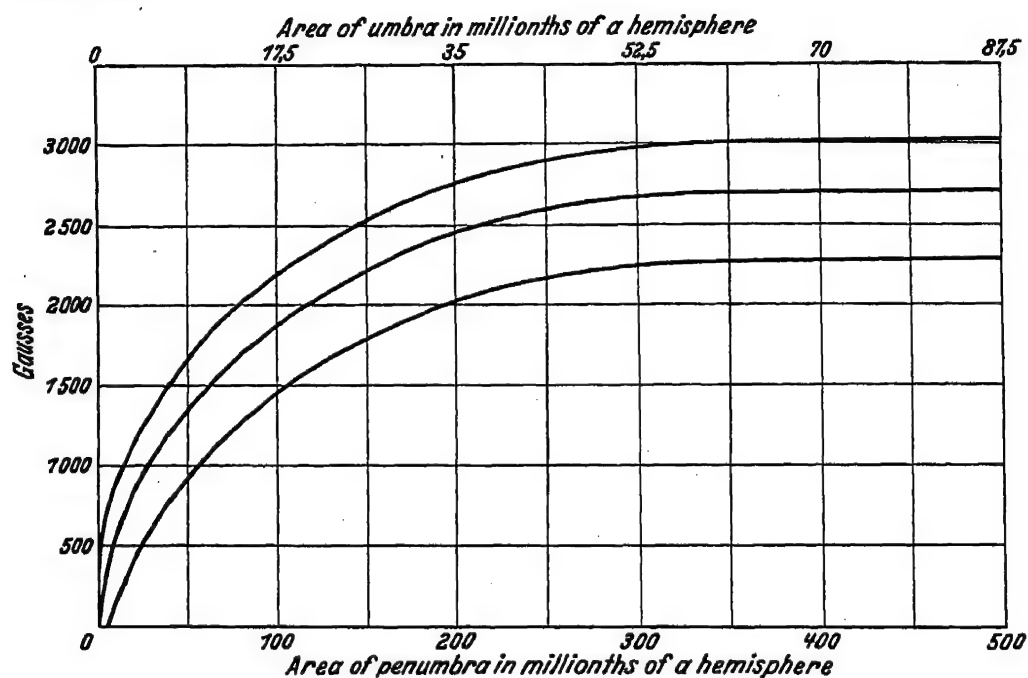



Fig. 5. Area of a sunspot and intensity of its magnetic field (NICHOLSON).

During the ensuing cycle the polarity of unipolar groups and of the preceding members of bipolar groups in the northern hemisphere will be like that of a north seeking pole, while in the southern hemisphere similar spots will be of opposite polarity.

19a. Energy Distribution and Structure of Sunspots. The ratio of the energy in the umbra of the spot to that in the photosphere between $\lambda\, 0{,}4\, \mu$ and $\lambda\, 2{,}2\, \mu$ has been measured by PETTIT and NICHOLSON[2] with a thermopile attached to a monochromator mounted in the focal plane of the 150-foot tower telescope. That portion to the violet of $\lambda\, 0{,}4\, \mu$ was determined by photographic photometry with an all-speculum optical system, the image-forming mirror being of 60-feet focal length. The mean curve shows that the spot photosphere ratio varies almost linearly from 0,21 at $\lambda\, 0{,}3\, \mu$ to 0,80 at $\lambda\, 1{,}7\, \mu$, after which it is nearly constant. Curve *A* in fig. 6 is ABBOT's solar energy curve for the centre of the disc to which the spot measurements refer. Curve *C* is obtained by multiplying the ordinates of curve *A* by the ratio of the energy in the umbra of the spot to that in the photosphere for the corresponding wave lengths. Curve *D* is a black body energy curve for this temperature having the same area as the sunspot energy curve *C*. It appears from curves *D* and *C* that, generally speaking, the sunspot has more energy than the black body curve for wave lengths to the violet of $\lambda\, 0{,}7\, \mu$, and correspondingly less for wave lengths to the red. In conclusion the resulting spectral energy curve is much like that for the

[1] Publ A S P 46, p. 225 (1934).

[2] Mt Wilson Contr. No. 397 (1930).

photosphere and corresponds in total energy to a black body at 4860° K. The total energy in the umbra has been measured directly with the thermocouple and found to be 0,471 that of the photosphere. The value computed from the curve of the ratio of spot to photosphere is 0,477.

PETRIE[1] has calculated the temperature and pressure at the base of the spots on the theory that the cooling is caused by adiabatic expansion, finding depths for the spots of about 100 km. MILNE[2] takes account also of radiation pressure showing that the outflow effect is dominant over the rotation, while the cyclonic motion set up by the solar rotation is negligible compared with the velocity of outflow. This is in agreement with the bulk of the observational

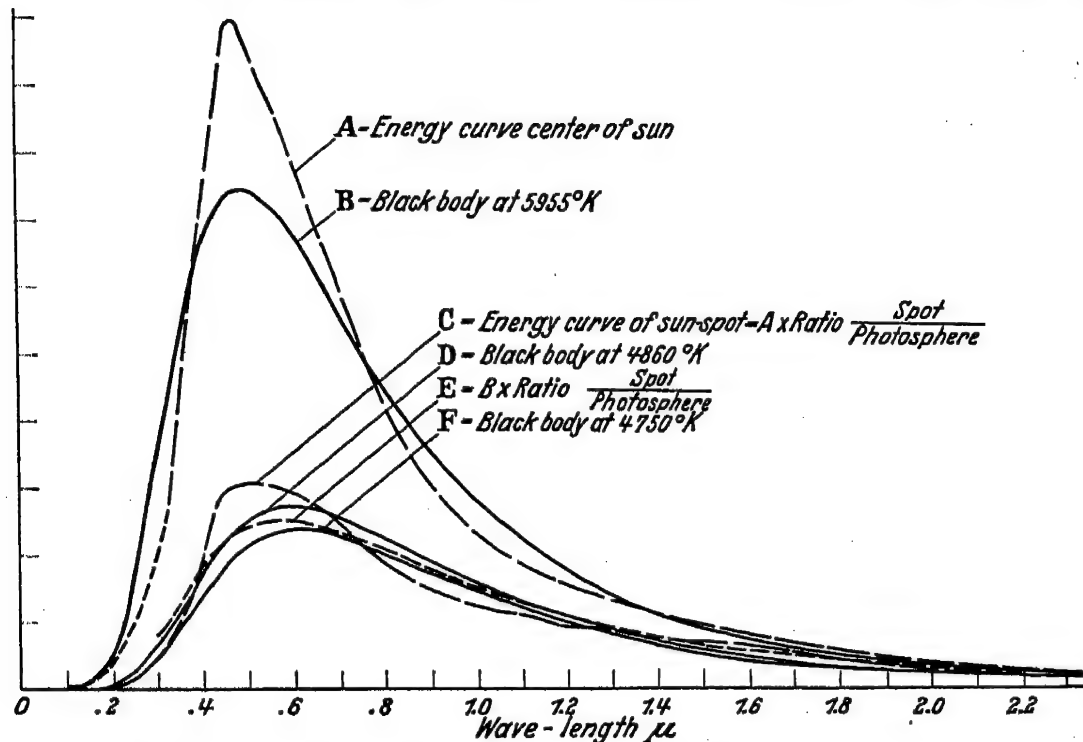



Fig. 6. Energy curve of sun-spots (PETTIT and NICHOLSON).

material, though it does not exclude the possibility of spots possessing occasionally a cyclonic structure. Outflow is a necessary part of spot-structure, cyclonic rotation an accidental one.

UNSÖLD[3], investigating convection currents in the solar atmosphere, obtained an upper limiting value for the decrease of temperature in spots. The difference of temperature between the spots and the neighbouring regions is in agreement with theory.

A further contribution to the sunspot theory has been made by MINNAERT and WANDERS[4] on the hypothesis that they are masses of ascending gas which is expanding and cooling, and taking the transparency of the gas into account they have calculated the radiation emitted by the spot. The calculation, compared with experimental results by PETTIT and NICHOLSON, referred to above, shows that the ratio of intensity spot to photosphere increases more slowly with wave length than that given by observation, and also that the ratio should decrease as the spot approaches the limb. These deductions are not confirmed by observation[5]. The authors are seeking to improve the adiabatic theory by

[1] M N 90, p. 480 (1930). [2] M N 90, p. 487 (1930).
[3] Z f Ap 2, p. 209 (1931). [4] Z f Ap 5, p. 297 (1932).
[5] Cf. also WANDERS, Die Änderung der Sonnenfleckintensität über der Scheibe. Z f Ap 10, p. 15 (1935).

exploring other possibilities, but so far have not been able to reconcile theory and observation. If simple radiative instead of convective equilibrium is assumed, so that the convective processes take place well below the level to which we can see, they find that there is good agreement between the observation and the computations. On this hypothesis the fact that ascending currents from the central portion of the umbra cannot be observed, is fully explained. The effective temperature of the spots is found to be about 4300°.

The approximate shape of the spots has been investigated by PARCHOMENKO[1] on the theory of radiative equilibrium. The results are in agreement with the measurements of the intensity curve in the spots determined by BARABASCHEFF and SEMEJKIN[2] from photographs taken at the Charkow Observatory.

20. The Sun's General Magnetic Field. CHAPMAN has summarised the existing theories on the origin of terrestrial and solar magnetism, including LARMOR's semi-hydrodynamical, which still appears to hold the field[3]. He has also investigated the radial limitation of the sun's magnetic field[4], a subject that has also been discussed and dealt with by COWLING[5], GUNN[6], and FERRARO[7].

CHAPMAN shows that the combined effect of the gravitational, electrostatic, and magnetic fields in the reversing layer produces an eastward drift current of electrons, and that this current is of the right order of magnitude to explain the radial limitation of the sun's magnetic field. The reduction of the magnetic intensity from 50 to 10 gauss probably occurs in a layer only about 25 km. thick.

He further shows that the observed downward increase of intensity of the sun's magnetic field probably continues to a depth of about 100 km. below the photosphere, where the intensity rises to about 10000 gauss. The drift currents in the sun's upper layer merely confine within the atmosphere tubes of magnetic force of internal origin, which would otherwise spread out into space. The internal field, the intensity of which, just below the drift current layer, is between 3000 and 4000 gauss must be produced by a system of westward electric currents in a deeper layer. The westward current system is attributed to electromagnetic induction by internal circulation of solar matter in meridian planes. The orders of magnitude involved in CHAPMAN's theory are not unreasonable if the circulation is similar to that postulated by BJERKNES in his theory of the sunspot cycle[8]. As in the upper reversing layer and chromosphere radiation pressure becomes important, CHAPMAN shows how this affects his theory, based on uniform temperature and ordinary gas pressure of the solar atmosphere and, further, that the strong eastward motion in the chromosphere affords evidence that the general magnetic field of the sun cannot extend appreciably into the chromosphere.

21a. Composition of the Sun's Atmosphere. The quantitative analysis of the sun's atmosphere has been initiated by RUSSELL[9] based upon our present knowledge of the energy binding of an electron in different quantum states by neutral and singly ionized atoms and of the structure of the spectra.

The sun's surface is not well defined, the highest parts of its atmosphere gradually fade away into space, as in the case of the terrestrial atmosphere, but the gases in the inner layers gradually become more dense and opaque, so that

---

[1] Z f Ap 7, p. 22 (1933). [2] Z f Ap 5, p. 54 (1932).
[3] Nature 124, Supplt. July 6, p. 19 (1929).
[4] M N 89, pp. 57 and 80 (1928). [5] M N 90, p. 140 (1929).
[6] Phys Rev 32, p. 133 (1928); 33, pp. 614 and 832 (1929); 34, p. 335 (1929); Ap J 69, p. 287 (1929).
[7] M N 95, p. 280 (1935). [8] Handb d Astrophys 4, p. 223.
[9] Mt Wilson Contr No. 383 (1929); RUSSELL, The Composition of the Sun. Smithsonian Rep p. 199 (1931).

only relatively thin layers can be observed. The increasing opacity is due to electrons and ions in the gas, as demonstrated by STEWART and MILNE. The latter's calculations indicate that the change from a very low density to opacity takes place in a layer barely 30 km. in depth, and this explains the clear definition of the sun's limb in the largest telescopes. The greater part of the absorption that produces FRAUNHOFER lines occurs in this thin reversing layer; the quantity of matter it contains is incredibly small as shown by LOCKYER, 40 years ago, in the case of sodium. Modern physics confirms this, and also enables the width of the absorption lines produced in a rarefied gas, and the number of atoms producing those lines in a given area in the reversing layer, to be measured irrespective of depth.

The more intense solar lines are sufficiently wide for their profiles to be measured, and it is found, for example, that the lines H and K of Ca II taken together must contain $2 \cdot 10^{19}$ atoms per sq.cm. equivalent to the number of molecules in a layer of air about 8 mm. thick. The number of atoms in sodium lines is about nine hundred times less, confirming LOCKYER's experimental conclusion.

The measurements of the thousands of weaker lines are too uncertain to be of any significance, because their width depends upon a number of factors, solar, atmospheric, instrumental, etc.; but the abundance of the various elements in the solar atmosphere can be calculated by making use of ROWLAND's calibration already referred to (p. 359). RUSSELL shows that the excitation potential E, for the more intense FRAUNHOFER lines in the visible part of the spectrum, is the principal factor to account for the presence or absence of the lines of various elements. Nearly all the elements possessing a low excitation potential are present in the sun, and there are few solar lines where E exceeds 5 volts; the only intense lines are those of hydrogen.

The absolute calibration of ROWLAND's scale of intensity by RUSSELL, ADAMS, and MOORE enables the number of effective atoms in the various energy levels to be calculated, and hence the abundance of the various elements.

A line of zero intensity in ROWLAND's scale is calculated to contain 10^{13} atoms active per sq.cm. equivalent to a layer of gas about $2{,}5 \cdot 10^{-6}$ mm. thick; the layer is naturally very much thinner in the case of weaker lines.

To determine the total number of atoms producing the observable lines, the existence of the atoms producing lines in the invisible spectrum, ultraviolet and infrared, must be considered. The determination can be made if we can observe the important lines which are absorbed by the atom in, at least, one of its energy states because knowing the sun's temperature the thermodynamic theory enables the number of atoms in the other layers to be calculated. RUSSELL has thus determined the number of atoms for many elements.

The majority of ionized atoms have their more important lines in the far ultraviolet, nevertheless it is possible to calculate the number of atoms for some of these lines. It has been stated above that SAHA's formula enables the percentage of ionized atoms to be calculated if we can find suitable hypotheses regarding temperature and pressure distribution in the solar atmosphere. A calculation based on a probable level of the photosphere shows that an element with an ionization potential of 8,5 volts must be both ionized and neutral in equal proportions. The majority of the elements have a lower ionization potential, for example only one atom of sodium in a thousand is neutral, and one in one hundred in the case of calcium. One fifth of iron atoms and one third of those of silicon are neutral, but in the case of zinc, whose ionization potential is higher, it is found that 85 per cent of its atoms are neutral and 99,6 per cent in the case

of carbon; finally out of 30000 hydrogen neutral atoms only one is ionized. On the above data RUSSELL has succeeded in calculating the total quantity of metals in the solar atmosphere. Six elements, namely sodium, magnesium, silicon, calcium, and iron, constitute 95 per cent (by weight) of the metallic vapours, and nine others go to make up almost the whole of the remaining 5 per cent, as shown in the table below.

Table 4. Amounts of the Metals in the Solar Atmosphere, by Weight.
(Unit 100 mg. per square metre.)

Li	0,0006	Zn	5	Sb	0,001
Be	0,0006	Ga	0,006	Ba	,25
Na	400	Ge	,08	La	,008
Mg	1500	As	,0003?	Ce	,04
Al	60	Rb	,004	Pr	,001
Si	600	Sr	,15	Nd	,015
K	250	Yt	,03	Sa	,005
Ca	200	Zr	,03	Eu	,004
Sc	0,2	Cb	,001	Gd	,002
Ti	8	Mo	,003	Dy	,006
V	5	Ru	,005	Er	,0002
Cr	25	Rh	,0003	Hf	,0004
Mn	40	Pd	,0012	W	,0003
Fe	1000	Ag	,001	Ir	,0001
Co	25	Cd	,015	Pt	,008
Ni	60	In	,0001	Tl	,005?
Cu	6	Sn	0,002?	Pb	0,003
CN	0,04	CH	0,012	OH	0,015
C_2	0,0005	NH	0,002	BO	0,0006

The abundance of any element is probably a function of the structure of the atomic nucleus; this may be definitely ascertained in the near future.

The quantity of compounds in the solar atmosphere is very small, but it must be realized that molecules are more easily detected because of their band spectra. The displacement of an electron that at its maximum excitation produces a few multiplets, produces in the molecule a series of bands containing thousands of lines.

The relative abundance of elements in the sun, as shown in the table above, is about the same as on the earth. CLARKE and WASHINGTON's results, from a careful analysis of hundreds of typical rocks, show they contain large quantities of silicon, aluminium, and titanium, which represent the constituents of the earth's crust up to a depth of about 15 km. which is richer in those three elements than are the far thicker layers of dense rocks deeper down. Nickel and cobalt are much more scarce in terrestrial rocks than in the sun, but in meteorites, which perhaps more closely resemble the general composition of the solar system those metals are found in the same proportions as in the sun.

The quantity of rare elements in the sun is practically the same as in the earth, with the exception of scandium which appears to be more abundant; it is possible that much of the small amount of the rare elements present in the rocks has escaped chemical analysis.

The quantity of non-metallic elements in the solar atmosphere is difficult to determine because the observable lines due to atoms are in a high state of excitation. For every atom in that state there are numbers in a normal state, at times millions, an accurate determination is therefore extremely difficult. Nevertheless RUSSELL has calculated that carbon, sulphur, and nitrogen must be just as abundant in the sun as the more abundant metals which exist in large

quantities. Oxygen, and even to a greater degree, hydrogen, are far and away more abundant than all the other elements. At least 90 per cent of all the atoms in the solar atmosphere, perhaps as much as 95 per cent or even more, are hydrogen atoms; two thirds of what remains consists of helium and oxygen; the metals, including carbon and sulphur, make up the rest. These are the approximate proportions by volume of the various constituents of the solar atmosphere; the metals, whose atoms are heavier, account for about one quarter of the total weight, perhaps a little less.

The table below gives the probable composition of the solar atmosphere. Log T represents the logarithm of the total number of neutral and ionized atoms of the element, and log Q the logarithm of the total mass of the atoms or molecules of the element per unit area of the solar surface.

The remarkable differences in the abundance of the elements are as yet not wholly explained. One general relation is conspicuous. Elements of odd atomic number are much less abundant than those of the adjacent even numbers, with hardly an exception among the 56 elements included in the study of the sun's atmosphere, and on the average the even elements are eight times as abundant as the odd ones.

Table 5.

Probable composition of the sun's atmosphere

Element	By Volume	By Weight	log T	log Q
Hydrogen . .	60 parts	60	9,9	9,9
Helium . . .	2?	8?	8,4?	9,0?
Oxygen . . .	2	32	8,4	9,6
Metals	1	32	8,1	9,6
Free electrons	0,8	0	8,0	—
Total	65,8	132	—	—

RUSSELL[1] has also dealt with the problem of the molecules in the solar atmosphere, making use of the most reliable data, to calculate the abundance of various compounds, especially those which show conspicuous band spectra in the accessible region. The results are in close agreement with observation, and show that the problem of band intensities in stellar spectra, like that of line intensities, is solved to the first approximation. He has deduced the molecular constants of the band spectra for about thirty diatomic molecules and their dissociation constants. From these and his determinations of the abundance of elements in the sun and the pressure prevailing above the disc and the spots, the amounts of various compounds have been calculated.

The logarithms of the number S of the molecules per unit area as computed by the theory are given in the following table together with the number which

Table 6. Molecules in the Sun.
(Logarithms of the number of molecules per unit area.)

	Disc		Spot			Disc		Spot	
	Comp	Obs	Comp	Obs		Comp	Obs	Comp	Obs
H_2	6,0	*a*	7,4	?	O_2	2,9	—	4,4	—
BH	−0,3	......	2,1	......	BO	0,2	*a*	2,3	1,4
CH	3,1	3,0	4,1	3	CO	5,1	—	7,3	—
NH	4,0	2,1	5,3	—	NO	3,4	—	5,0	—
OH	5,3	3,0	6,7	—	AlO	−1,9	*a*	0,4	1
MgH	1,4	1	2,9	3	SiO	3,1	—	5,3	—
AlH	−0,7	*a*	1,4	1	TiO	−0,6	*a*	2,2	3
SiH	2,2	1	3,5	2	ZrO	−2,4	*a*	0,3	0
CaH	−0,4	*a*	1,5	3	C_2	0,9	1,3	2,4	2
CuH	−0,7	......	0,7	......	CN	2,3	3,2	3,9	3
ZnH	−1,3	......	−0,5	......	N_2	3,4	—	5,4	—
SiF	0,9	1,5	2,6	2	SiN	1,3	*a*	3,2	......

[1] Mt Wilson Contr No. 490 (1934).

has been identified in the disc or in spots from the molecular spectra. Since the faint band lines are often blended in the spot spectrum and only rough estimates are possible, $\log S$ has been taken as 3, 2, 1, or 0 according as the lines are conspicuous, medium, weak, or barely visible. The letter *a* denotes that the bands are definitely absent; a dash that they are out of reach in the ultraviolet; and a blank the absence of data.

The prominence of hydrides results from the great abundance of hydrogen and affords an independent proof of its abundance. The moderate weakening of the bands of non-metallic compounds in passing from the spot to the disc arises from dissociation, the great weakening for metallic compounds from the combined effect of dissociation of compounds and ionization of metallic atoms. Some of the most abundant molecules (H_2, N_2, CO) have strong bands only beyond λ 3000.

22. The Sun's Electromagnetic Influence. Relation between Solar and Terrestrial Phenomena. Since the publication of the first Report[1] of the International Commission appointed to further the study of solar and terrestrial relationships, CHAPMAN has issued two others, for 1929 and 1931[2].

From them it is concluded that the principal terrestrial phenomena which undoubtedly depend upon the sun's inherent variations or upon the sun's position with respect to the earth are:

a) the earth's magnetic conditions and terrestrial currents,
b) polar aurorae,
c) climatic and meteorological variations.

Other phenomena very probably depending upon solar variations are:

d) atmospheric electricity (potential gradient and general ionization of the atmosphere),
e) quantity of ozone in the atmosphere,
f) radiotelegraphic transmission,
g) extra-polar auroral light,
h) atmospheric absorption at high altitudes,
i) penetrating radiation of the atmosphere,
l) light of the night sky.

The following are the principal solar phenomena which undoubtedly influence terrestrial conditions:

a) the sun's general radiation,
b) local pertubations on the sun, such as sunspots, faculae, and prominences,
c) the general behaviour of the solar cycle.

Other solar phenomena which perhaps may influence terrestrial phenomena but which still require investigation are:

d) solar perturbations showing intense magnetic fields,
e) the reversal of magnetic polarity in the spots with every eleven year cycle,
f) absorbing matter emitted by the sun as indicated by the prominences and corona.

While it is certain that some solar phenomena have their counterpart on the earth, it is also very evident that some terrestrial phenomena, especially magnetism, sometimes have no originative manifestations that can be observed in the sun. It is doubtful whether with the means now at our disposal it will be possible to discover other aspects of solar activity.

---

[1] First Report etc. Paris 1926.
[2] Second and Third Reports etc. 1929—1931.

An exhaustive study of the corpuscular action of solar phenomena in the terrestrial atmosphere is to be found in BRESTER's work on the sun[1].

CHAPMAN[2] has also published a summary of the correlation of solar and terrestrial phenomena, and investigated the effect of solar eclipses on the diurnal magnetic variation.

The last few years have seen a vast amount of work done in the geophysical field on that subject, while in the astrophysical field three notes by GREAVES and NEWTON[3] containing the latest data on the correlation between magnetic storms and solar activity, must be mentioned. They have investigated all the magnetic storms and the large sunspots observed systematically at Greenwich between 1874 and 1927 and have confirmed that storms and individual spots are associated with each other more often that can be ascribed to mere chance. The tendency to association appears to be greater for the very largest storms of all. It would seem that whatever solar activity is responsible for a magnetic storm, if it is sufficient to produce an unusually large storm it will probably manifest itself as a large sunspot. No very definite evidence has been found of a tendency for these large storms to be followed by another magnetic disturbance after an interval of one solar rotation. The evidence available suggests that there may be a slight tendency for recurrence, but it is not very conclusive.

The investigation confirms that on the average, at the time of large magnetic storms, larger sunspots will be found near the centre of the sun's disc than at the times of smaller disturbances. The results suggest that magnetic disturbances have their origin in some solar disturbance which will be situated in the central portion of the disc at the time of the outbreak of the storm, and that if the solar disturbance is capable of giving rise to a large magnetic storm, there will be a tendency for it to be accompanied by a large spot. That the spots themselves, however, are not to be regarded as the origin of magnetic disturbances is shown by the occurrence of storms during spotless periods.

GREAVES and NEWTON[4] also confirm the retardation between the beginning of a magnetic storm and the passage of a sunspot across the solar meridian.

In finishing this account I desire to record here once more my gratitude to Mr. W. P. HENDERSON, who has been so kind as to translate it from Italian into English.

[1] Le Soleil; VAN STOCKUM, La Haye 1924.
[2] Nature 1928, June 23.
[3] M N 88, p. 556 (1928); 89, pp. 84 and 641 (1928—29).
[4] Handb d Astrophys 4, p. 212.

Band IV.

Chapter 3.

Eclipses of the Sun.

By

S. A. MITCHELL - Charlottesville, Va.

With 1 illustration.

a) History.

7a. Eclipses after 1927. Since the publication of Band IV, five total eclipses have been observed. The eclipse of May 9, 1929 was visible in northern Sumatra, the Malay States, Siam and the Philippines. Many expeditions were attracted to the eclipse track in spite of the great distances that must be travelled and the uncertainty of tropical weather. The Potsdam expedition of FREUNDLICH, GROTRIAN, and VON KLÜBER was located at Takengon in Sumatra with a well planned program, spectroscopic and photometric, together with an investigation of the relativity displacement. Near by was the Swarthmore party with the 63-foot tower telescope, with a pair of 15-foot EINSTEIN cameras and with smaller instruments. Regarding the weather MILLER writes[1], "At the time of first contact the sun was invisible, but the blue circular patch still drifted slowly on. Sometimes during the partial phase one could tell by using field glasses that the sun was eclipsed. Ten minutes before second contact we took our places at the instruments, having decided to make all exposures regardless of the clouds. At that time one could not tell with the unaided eye that the sun was in partial eclipse. Five minutes before totality it was considerably brighter, and at totality the sun was in the center of the circular blue patch, which to the eye seemed perfectly clear. It remained clear during the entire period of totality; then the clear patch moved on, and half an hour after totality the sun was again obscured by clouds."

One British expedition was located at Alor Star in Kedah, another at Pattani in Siam. The former photographed through haze, the latter was blotted out by clouds. STETSON, JOHNSON and ARNOLD at Alor Star used an illuminometer. The U. S. Naval Observatory expedition was at Iloilo in the Philippines. Good photographs of the corona were secured through thin clouds. In Cebu, the Hamburg party had thin clouds. Dutch, French and Japanese expeditions were partly successful.

The results secured by the German expedition have been elaborated into a series of eleven articles of more than three hundred pages. Reference will be made to their valuable observations in the future pages of this memoir.

The annular—total—annular eclipse of April 28, 1930 presented special problems. Observations during the one second of totality in California and

[1] Pop Astr 37, p. 495 (1929).

Nevada were greatly hampered by heavy rain and clouds. Through good fortune, the Lick observers had a clear sky. Two prism spectrographs were employed, each with a moving plate according to the method developed by CAMPBELL. The photographs by both instruments recorded[1] the lines of intermediate and high levels but the timing was too late to obtain the reversal of the lines of the lowest level. The expedition from Mount Wilson was hampered by clouds. Photographs of the flash spectrum were obtained by two concave grating spectrographs, one of 10-foot radius used with moving plate and the other of 21-foot radius with minified images of the crescents.

The second total eclipse in 1930 started on October 22 in the North Pacific Ocean and ended off the coast of Patagonia on October 21. The observation of the eclipse was dramatic and spectacular in all of its details. The only available site was a small isolated, volcanic island of diameter 10 km, not far from the International Date Line and at 15° south latitude. There were two expeditions on the island, a small one from New Zealand and a larger one from the U. S. Naval Observatory with an equipment of 115 cases of scientific instruments and supplies, 60 tons of stores and 11000 feet of lumber. A mine sweeper, U. S. S. TANAGER, assisted in the work. The expedition was on the island a total of ten weeks.

The island of Niuafoou in the Tonga group is known to travellers as "Tin-Can Island". The island being both small and volcanic, there are no bays nor landing places where a boat could run alongside. The only sure method of bringing the mail ashore is to seal it up in a tin can and lower it over the ship's side; then one white trader and two natives swim out for the tin can, at the same time carrying the outgoing mail. The writer saw the "tin-can mail" arrive on two separate occasions four weeks apart. In 1930, there were 1100 natives of the Polynesian race on the island and three white men.

The erection of the big cameras was no easy task. There was the 63-foot tower telescope, a camera of 65-foot focus placed horizontally with a coelostat, a pair of EINSTEIN cameras of 15-foot focus on a separate equatorial mounting, together with smaller cameras, all under the supervision of MARRIOTT of Swarthmore. The writer used without slit two concave gratings of 10-foot radius and 15000 lines per inch.

The recent eclipse expeditions to the tropics, in 1926 and 1929, had fared wretchedly with the weather. What was in store for us on "Tin-Can Island"? The weather conditions had been bad enough during the weeks of preparation but on eclipse day they were even worse than usual. Totality was to occur at $8^h 51^m$ in the morning. Two hours before this a light rain was falling; first contact was observed through clouds. However the clouds soon after began to get thinner, and fifteen minutes before totality they had entirely cleared away. The total phase was observed under nearly perfect conditions. One half an hour after totality, clouds again gathered and continued throughout the balance of the day.

When all the photographic plates, direct coronal and spectroscopic, were developed the members of the eclipse expedition felt thrilled. We had been fighting against tremendous odds, with the clouds and the lava dust—but after a great scare, we had won out. I have never seen more exquisite detail than is found on the coronal photographs taken under the direction of MARRIOTT. The corona was more nearly of 'minimum type' than had been expected. On the eastern side were two long streamers, both connected with prominences. The new scientific information accruing from the 1930 eclipse will be unfolded in the following pages.

[1] Publ A S P 42, p. 131 (1930).

The ninth total eclipse of the writer on August 31, 1932 was filled with disappointments. The eclipse took place in the middle of the holiday season of the year along an easily accessible track passing through a beautiful section of North America. Moreover, the meetings of the International Astronomical Union had been arranged to begin in Cambridge, Massachusetts, two days after the eclipse had occurred. The result was that more astronomers attempted to see and to observe this particular eclipse than ever before in history. Every few kilometers along the moon's shadow path, from Parent away north of the St. Lawrence River in Quebec and south eastward to the end of Cape Cod, Massachusetts, there were expeditions of all sizes and descriptions, from amateur equipment of small dimensions to the largest and most perfect of professional instruments.

The weather records for five years carefully assembled and analyzed seemed to predict a fifty-fifty chance of clear skies. Unfortunately, the law of averages did not work out, clouds being the rule rather than the exception. In fact, the skies were pretty generally overcast throughout the whole of the eclipse path except for a hole here and there through the clouds near where the sun was found at totality. A partly clear patch greeted the expedition from Greenwich Observatory at Parent. Similar conditions, a little better or a little worse, were experienced as far east as the St. Lawrence River. It was cloudy in Montreal and cloudy generally eastward where there were large well-equipped expeditions throughout Quebec, Vermont and New Hampshire. At the boundary between New Hampshire and Maine a few clear patches of sky brought partial success to parties from Lick, Michigan, Van Vleck, and Georgetown Observatories. Nearer the Atlantic Ocean where advance predictions promised less, were found the clearest skies of all.

The largest group of instruments at any one location was at Magog in Quebec, 150 km east of Montreal. Here was the British party under the direction of STRATTON of Cambridge, a Canadian party from McGill University, MINNAERT from Holland and an American expedition from the Leander McCormick Observatory. Four nations were represented, a total of thirty instruments and sixty astronomers on eclipse day. On the eventful day, clear skies remained with us all morning. At noon clouds began to gather. Unfortunately, as time progressed, conditions went from bad to worse. First contact was observed through heavy clouds. A little thinning of the clouds took place now and then. Two minutes before totality, the sun's crescent appeared. At the calculated time of totality, the sun was still visible in a telescope. Three seconds later the crescent disappeared and the signal "Go" rang out. With the irony of fate, there was a small clear patch of sky directly over our heads—but in the direction towards the eclipsed sun there was nothing but heavy clouds.

The personnel of the many expeditions in the field and the observations attempted will be found in the contemporary astronomical journals. A bird's-eye view will be given here of the chief results obtained at this widely observed eclipse, while greater details will be given later at the appropriate pages. For the Greenwich party at Parent it was cloudy practically continuously throughout eclipse day. After noon there were a few breaks in the clouds, one of them about five minutes before totality. "The corona[1] was seen before second contact, but the clouds were thickening, and after mid-totality nothing was visible till near the end when prominences and corona were again faintly visible. When the eclipse was over and before the photographs were developed, it was expected that no results of value had been obtained." Fortunately, the photographs with the 45-foot camera and 21-foot prismatic camera far exceeded expectations.

[1] MN 93, p. 3 (1932).

Reproductions of the Greenwich flash spectrum at second contact (loc. cit.) show a sudden termination of the crescent lines of the spectrum which was caused by a distinct flattening of the edge of the moon. This effect is similar to the 1905 flash spectrum also taken at second contact as shown by the illustration at page 287, Bd. IV. To prove that the flattening of the moon's edge was real and not apparent caused by irradiation, other photographs were measured, from which it was concluded that "there was a depression amounting to 2" extending almost 8° on either side of position angle 132°—the point of second contact". On account of the increasing density of the clouds, the Greenwich photographs taken toward the end of totality showed nothing.

The holes in the clouds were more favorably placed near the St. Lawrence River, especially at Louiseville and Actonvale where the clouds broke immediately before totality, permitting valuable observations on polarization by DUFAY and GROUILLER, to which reference will be made later. South and east of the St. Lawrence River, the Mt. Wilson expedition was completely blotted out by clouds. East of the White Mountains, the clouds were just about as thick as those experienced south from Montreal. A few miles farther southeast at Center Conway and Fryeburg, totality began through clouds, but fortunately conditions greatly improved, though thin clouds still persisted to the end of totality. The corona was photographed in excellent detail by the Lick, Van Vleck, Georgetown, and Michigan expeditions. Closer to the Atlantic Ocean, in the State of Maine, conditions were much better than were expected. At Limerick, the U. S. Naval Observatory party through thin cirrus clouds secured successful photographs of the corona with 65-foot, 15-foot and smaller cameras. At Alfred, conditions were still better, permitting the Japanese expedition to obtain photographs of corona and flash spectrum. The Harvard party at Gray had the best luck with the weather of all the expeditions, for a perfectly clear sky prevailed throughout all phases of the eclipse. Their program was chiefly photometric.

As expected, all photographs of the corona showed it to be of minimum type. The shape of the corona and its dependence on the sun-spot cycle will be taken up later. Valuable photographs of the spectrum of the chromosphere and the corona were obtained by the Lick and Michigan expeditions.

The distinguished aviator, Captain A. W. STEVENS, U. S. Army, gives a thrilling account[1] of photographing the moon's shadow projected on the dense sea of clouds from an airplane at a height of five miles above the surface of the earth. The U. S. Navy and astronomers in civilian planes also photographed the moon's shadow. The best photographs appear to be those of STEVENS (loc. cit.) which showed the advancing moon's shadow displaying an edge none too sharply defined.

Thermometers were read at more than 200 stations in order to record the drop in temperature during the progress of the eclipse, the work being organized[2] by the Blue Hill Meteorological Observatory. The wide spread clouds that existed at five different levels which played such havoc with the astronomical observations were a blessing in disguise for the temperature records. It was found that temperatures fell from 1° to 6° C, the smaller values occurring where clouds were dense, the larger where the weather was clear and the surface of the ground sandy. With the assistance of three U. S. Navy airplanes, temperature records were made at Fryeburg[3] at eight different levels above the ground at altitudes of 5, 25, 50, 75, 100, 866, 3261, and 10122 feet respectively. The observations show: (1) that the greatest range in temperature occurred at the earth's surface,

[1] Nat Geogr Mag 57, p. 281 (1932).
[2] Bull Amer Met Soc 13, p. 159 (1932).
[3] Ann Dearborn Obs 4, p. 27 (1933).

(2) that the range decreased rapidly with altitude, and (3) that the effect of atmospheric refraction upon the deflection of star light by the sun during an eclipse is entirely negligible.

With this widely observed but disappointing eclipse a matter of history, astronomers turned their attention to the 1934 eclipse. Like the Tin-Can Island eclipse, the one that passed over the Caroline Islands on February 14, ended by the calendar one day earlier, on February 13, the shadow track having passed across the International Date Line. The National Research Council had been authorized by the Imperial Japanese Government to invite astronomers the world over to be the guests of Japan for the observation of the eclipse. Only two foreigners, both from California, W. M. COHN and J. J. JOHNSON, availed themselves of the generous offer. The cruiser "Kasuga" of the Japanese Navy conveyed the eclipse parties on the eight day voyage from Yokohama. Three busy weeks were spent on the island in preparation. The largest part of the expedition was from the Tokyo Imperial University under the direction of SOTOME. A well planned series of observations was carried out covering the most important problems dealing with eclipses. Special stress was placed on securing photographs to test the relativity displacement of star images, the 1934 eclipse being specially favorable because[1] the sun was projected against an unusually rich field of stars. In fact, for the next two decades there will not be as favorable a star field for measuring the EINSTEIN displacement. The party from the Kyoto Imperial University duplicated most of the work of the Tokyo program, UETA being successful in securing the EINSTEIN plates and also large scale photographs of the corona.

COHN used several cameras on a polar axis for measuring the polarization of the sky near the eclipsed sun. Visual observations were also made. JOHNSON's observations were visual with a modified LYOT type polarimeter.

Again, as is generally the case with expeditions in the tropics, there was a superabundance of clouds and rain during the weeks of preparation. The morning of the eclipse brought a great surprise. In describing the eclipse[2], JOHNSON writes, "It was our good fortune to observe one of nature's rarest treats, a total eclipse of the sun under absolutely perfect conditions: clear sky for miles around, not the slightest suggestion of haze or mist, a steady atmosphere—in short, the kind of eclipse which the astronomer dreams about but seldom sees".

8. Future Eclipses. As science recognizes no international boundaries, it is interesting to look forward in the attempt to visualize the possibilities of the future. The writer would like to be permitted to observe his tenth total eclipse in 1936. He has already seen the 1900 and 1918 eclipses, and it would be a unique event in history for one individual to observe three successive eclipses in the same series. Thoughts go forward and cause one to wonder who will be the fortunate individuals to observe the 1936 eclipse in Siberia or Japan. Will it be possible to observe, under conditions that promise success, the eclipse of 1937 with its seven-minute totality? Will South Africa live up to its good reputation for clear skies in 1940 or will it follow the example of "beautiful sunny California" with its heavy blanket of clouds for the 1923 eclipse? Discoveries of great importance to solar physics will come only as the result of much careful planning and concentrated effort.

b) The Chromosphere.

9a. Photographs of the Chromosphere after 1927. At the 1929 eclipse, GROTRIAN[3] compared the estimated intensities of 126 high level lines photo-

[1] PopAstr 40, p. 623 (1932). [2] PopAstr 42, p. 307 (1934). [3] ZfAp 2, p. 106 (1931).

graphed in prominences with the intensities of the same lines in the chromosphere derived by MITCHELL. By means of two spectrographs with moving plates, the Lick expedition[1] secured spectra at the brief eclipse of April 28, 1930 which give the lines of intermediate and high level. At the October eclipse of 1930, MITCHELL[2] obtained photographs of the flash spectrum in excellent definition with two concave gratings used without slit, each with a dispersion of 10,9 A per mm. The photographs extend from 3200 to 7800 A, the region from 4650 to 6800 A being in common to both spectrographs. The discussion has not yet been completed.

For the 1932 eclipse, the Greenwich observers, DAVIDSON and JACKSON, describe[3] the photographs taken with the 21-foot prismatic camera in the following words: "The photograph taken at the first flash is very good. The lines are numerous and in good focus from 3590 A to the limit of sensitivity of the panchromatic plate, the helium line at 7065 A being shown. It is not considered, however, that it will show any lines which have not been photographed by one or other of the past observers of flash spectra. Although heights might be deduced from the lengths of the arcs, these would be very uncertain for the lower lines, on account of the irregularity of the moon near the point of second contact. Many high level lines which are visible 30° from the geometrical point of contact are invisible 20° from it.

"The objective prism photographs were taken to show the distribution of the various elements in the chromosphere and prominences, and for comparison with the direct photographs of the corona secured with the large coronograph. As regards wave-length determinations and the identifications of the elements in the chromosphere, the best spectra already secured with objective prisms and gratings or with slit spectrographs cannot greatly be improved on in the region covered by the panchromatic plate except with more powerful instruments under favorable circumstances."

For photographing the flash spectrum at the same eclipse, the Lick expedition[4] employed four spectrographs, each being a prism instrument without slit. In order to photograph as great a range of wave-lengths as possible, two spectrographs were used with moving plate and two others with a cleverly designed "jumping film". With the two latter spectrographs, exposures for the first flash were started one minute before totality and each exposure lasting one second was made on a fixed film and one second was consumed in shifting the film. With a break to allow for one long exposure lasting 30 seconds at mid-totality, the film was continued in its steady and jump motion until one minute after the end of totality. The spectra taken by the jumping film are in excellent definition and are superior in quality to those taken with the moving plate. At the beginning of totality, thin clouds interfered with the first flash. The photographs taken by MENZEL at the end of totality will make the determination of heights a difficult problem but they are well adapted for the determination of density gradients. These Lick photographs of the second flash will supplement those of Greenwich taken at the first flash. It is very unfortunate that at the 1932 eclipse the edges of the moon near the positions of both second and third contacts were so jagged and broken. As a consequence, the important problem involving the determination of heights in the chromosphere, free from systematic errors, becomes quite complicated for the 1932 eclipse.

12a. Recent Publications dealing with the Chromosphere. The publications referred to on page 306, Band IV have appeared. At the eclipse of 1898 in India,

[1] Publ A S P 42, p. 131 (1930).
[2] Ap J 75, p. 1 (1932).
[3] M N 93, p. 3 (1932).
[4] Publ A S P 44, p. 341 (1932).

CAMPBELL tried out an ingenious innovation of placing a narrow slot directly in front of the photographic plate and then moving the plate uniformly in a direction perpendicular to the slot. The same procedure was followed at the eclipses of 1900, 1905, and 1908, the best definition at the four eclipses being obtained in 1905. The handsome volume of more than 300 quarto pages entitled "A Study of the Solar Chromosphere" is by DONALD H. MENZEL with an introduction by W. W. CAMPBELL. The publication[1] forms a magnificent contribution to the study of solar problems, in keeping with the high standard set in the past forty years in the observation of solar eclipses by the Lick Observatory and by Dr. CAMPBELL, its director for most of the years of this period. The present writer desires to pay tribute to the beautiful photographs of the flash spectrum obtained by CAMPBELL and to the high character of the discussion by MENZEL. A series of articles have been published dealing with photographs by MITCHELL of the 1905 and 1925 flash spectra obtained by concave grating with fixed plate. These are "The Spectrum of the Chromosphere"[2], "Heights in the Chromosphere"[3], "Relative Distribution and Abundance of Elements in the Lower Chromosphere"[4], and "Heights in the Chromosphere from Fixed and Moving Plates"[5]. These contributions appeared also in the Publications of the Leander McCormick Observatory, Volume V, Parts 2, 3, 6 and 7.

If the moving plate is set in motion about a half minute before the beginning of totality, it will automatically record the gradual appearance as bright lines, first of the lines of highest level, then of medium level lines and then the spectacular appearance of the flash spectrum in the manner described by YOUNG at the eclipse of 1870. Interesting comparisons have been made between the excellent spectrum of CAMPBELL obtained in 1905 by the objective prism at the end of totality by a moving plate and the spectrum by fixed plate and concave grating of the same flash spectrum. The comparisons are specially valuable for the reason that both photographs of the chromosphere are in superb definition.

One obvious and important advantage of the moving over the fixed plate is that the former makes less drastic demands on the ability of the observer to time his exposures so as to reach the lowest possible chromospheric levels. Another advantage is that the moving plate records the gradual changes from the dark to the bright line spectrum at first flash, and in the reversed order at second flash. The fixed plate makes the record in discontinuous exposures, the moving plate has a continuous record. One disadvantage of the moving plate is the difficulty of ascertaining what zero to adopt as the initial level for the scale of heights. This zero point depends on the reversal from dark to bright lines on the photograph at first flash or the reverse at second flash. As already stated, at the beginning of totality, the high-level lines become bright many seconds before those of lower levels. The reversal of the lines of lowest level forms the "flash spectrum". With the fixed plate, measures of the lengths of the arcs give the heights directly, but with the moving plate, the photographs themselves must furnish the zero point from the position of the reversal of the lines. This is a difficult task which is further complicated by the fact that the slot causes an effect integrated over a region stretching 300 km in height. It would seem therefore that this integrated effect would not permit as high a precision in the determination of heights by the moving plate which must also be subject to a zero point correction larger than with the fixed plate. Furthermore, with the moving plate, the scale of heights depends on an accurate knowledge of the speed of motion of the plate and also on the assumption that the speed is uniform.

---

[1] Publ Lick Obs 17 (1931). [2] Ap J 71, p. 1 (1930). [3] Ap J 72, p. 146 (1930).
[4] Ap J 77, p. 1 (1933). [5] Ap J 77, p. 157 (1933).

Evidently both fixed and moving plates have advantages and disadvantages, the one over the other. It would be the part of wisdom therefore, for those who have the opportunity, to utilize both forms of spectrographs on the rare occasions of total eclipses. With the fixed plate, the chief difficulty lies in timing the exposures to perfection so as to reach the lowest possible levels in the chromosphere. If the moon's edge were perfectly smooth near the position of contact, the problem would be difficult enough for the reason that an observer of the flash spectrum has in the whole of his lifetime few opportunities for rehearsal in the proper timing of his exposures. If at second contact he waits to see the flash but is slow in his response mechanism, his exposed photograph will miss the lines of lowest level. If on the other hand, he exposes when he actually sees the reversal of lines of medium level rather than those of lowest level, the spectrum of the photosphere will obliterate the lines of lowest chromospheric level. If the moon's edge is very rough, as was the case on both limbs at the 1932 eclipse, even the experienced and seasoned veteran of many eclipses is in a quandary to know when to start his exposures.

To get rid of the human element, the Lick Observatory devised for the 1932 eclipse the "jumping film spectrograph" already described. Beautiful photographs were obtained by MENZEL as a result of this mechanical method of exposure, though thin clouds of variable thickness unfortunately covered the eclipsed sun. It is evident that with a long series of successful photographs obtained in this manner, heights in the chromosphere can be obtained by two methods: by measuring the lengths of the chromospheric arcs or by noting the appearance or disappearance of spectral lines on successive photographs. It should be remembered however, that one-quarter of all chromospheric crescents extend 300 km or less above the photosphere and are covered in one second of time by the advancing moon, while two-thirds of all the lines of the flash spectrum are covered by the advancing moon in one second and a half. Evidently, if the one second of visibility for the low-lying lines in the chromosphere happened to coincide exactly with the exposure time of one second given for the jumping film spectrograph, the observer should be highly congratulated on his rare good luck. But if on the other hand, the film was being changed during this one particular second, the developed photographs would show none of the lines of the lowest level. As either of these two methods of exposure are equally probable, it is obvious that this hit-and-miss method of making exposures, on the average will fail to photograph the low-level lines. It should also be remarked that notwithstanding the quick succession of photographs, the observer will not know and the photographs can not show just when the effective existence of the several chromospheric strata began and ended; in other words, the heights will be subject to systematic zero point corrections. The publication of the discussion of the 1932 photographs of the flash spectrum will be watched with much interest.

d) Interpretation of the Spectrum of the Chromosphere.

15. Heights of Different Lines in the Chromosphere. It has been almost universally agreed that the heights or levels above the photosphere have a very important function in the interpretation of all solar phenomena, and this point of view has also been extended to stellar investigations. However, as different astronomers give different interpretations to the heights derived from the flash spectrum, it is necessary to call attention to the real meaning of these heights. With a fixed plate these heights depend on the measured lengths of the crescent arcs, and with a moving plate likewise, on measures to the faint tips of the observed lines.

The lines fade off gradually and at a certain definite intensity, depending on the threshold value of the photographic plate at the particular region of the spectrum investigated, the lines can no longer be seen on the original photograph and this tip of the line is measured in order to derive the heights. In the flash spectrum, the atoms are emitting radiation. The intensity of a spectral line depends primarily on the number of emitting atoms. In the chromosphere, the atoms have the greatest density near the sun's surface and thin out at higher elevations. When the atoms reach a certain definite concentration, or when there are a certain number of atoms per unit volume, or per cubic centimeter, then the radiation is sufficiently intense to leave just a bare trace on the photograph. The lengths of the spectral lines, and consequently, the heights in the chromosphere, depend on the number of emitting atoms involved. Manifestly, the heights derived from the flash spectrum can not, and do not, mean the maximum heights reached by atoms, but rather the heights where the atoms reach a certain definite concentration.

Hence, no matter whether the chromospheric lines are curved or straight, the principle involved is the same. The visibility of the tips of the lines on the eclipse photograph depends on a number of different factors. Of first importance, manifestly, is the freedom from clouds and haze at the time of the eclipse, and next in importance comes the definition of the spectra, which in turn depends on many factors, the chief being exquisite focus. With slitless spectra, the qualities of seeing are almost as important as good focus. It need hardly be added that the dispersion and size of the solar image on the plate have great consequences. As all measures of heights must be made from photographs, the speed of the plate (or film) is of vast importance. In comparing the performance of two spectrographs, the speed depends on the combination of spectrograph plus photographic plate, the faster combination and better definition causing the greater lengths on the photographic plate and consequently greater measured heights. In addition, if the spectral line belongs to a multiplet of known excitation potential, modern atomic theory gives the relative numbers of atoms involved, and a calibration is possible of the scale of intensities and heights at different spectral regions.

The only extensive series of heights from eclipse spectra are those published by the Lick Observatory and by MITCHELL. A detailed comparison has been published[1], but on account of limitation of space, only brief reference can be given here. If I represent the heights derived from the Lick moving plate and II from the Lick fixed plate, both referring to the 1905 eclipse and CG the heights from the concave grating, then it is shown that the comparisons of the heights in km may be represented by:

$$I - II = 475 - 0{,}25\, II$$

or

$$I = 475 + 0{,}75\, II$$

and also

$$I = 175 + 1{,}25\, CG.$$

From the first equation, it is seen that the heights from the moving plate (I) on the average extend 475 km higher than do the same lines on the fixed plate (II) and that the scale of heights of the moving plate is 25 per cent less extended than for the fixed plate. The third equation shows the relation between the heights of the Lick moving plate and those from the concave grating. Other comparisons (loc. cit.) were made which showed that the concave grating

[1] Ap J 77, p. 157 (1933); Publ Leander McCormick Obs 5, part 7 (1933).

system of heights lies midway between the systems of the two Lick moving plates, being 25 per cent less extended than the 1905 plate and 25 per cent more extended than the 1908 heights.

The tabulation of the Lick heights and intensities are given in elaborate form (loc. cit.) in 195 quarto pages. Chiefly for financial reasons, MITCHELL was compelled to confine his tabular material of 3250 lines in the flash spectrum to 31 octavo pages. The heights derived by concave grating have the advantage that the 1905 flash spectrum was photographed with perfectly clear skies, by one simple instrument, at one time and on a single film with a constant dispersion at all wave-lengths.

It is not surprising to find that there are systematic differences in zero point and scale between the heights from different eclipse spectra. Whatever may be the causes of these systematic differences, all published heights may be brought to a common standard by simple reductions. However, the surprising information from the comparison of chromospheric heights is that the systematic differences are much smaller than might reasonably be expected when it is remembered that the heights depend on the difficult task of making estimates of the vanishing tips of spectral lines taken with different instruments under very different conditions.

16a. Heights, Intensities and Atomic Structure. A person having no knowledge of the theory underlying multiplet groups would not go very far in the practical operation of correlating intensities and heights in the chromosphere before the fact would be forced upon his attention that the lines of greatest intensity are also of greatest heights and moreover these lines belong to multiplet groups of lowest excitation potentials. Neutral Fe is specially valuable for a detailed investigation for the reason that iron lines are very numerous; 1222 out of a total of 3250 lines of the flash spectrum, or 37 per cent of the whole, have this element as the preponderant source. Fortunately, Fe lines have a wide range in wave-lengths and in excitation potentials, and moreover many refined series of measures have been made in the laboratory on this element. Here it will be possible to give a mere summary of results[1].

The following facts are noted: (1) The strongest Fe lines in the sun, which have a ROWLAND intensity 40, belong to multiplets of the lowest excitation potential, 0,07 volts. (2) With increase of excitation potential, the maximum intensity of a line in a multiplet steadily decreases. (3) For multiplets of the same average excitation potential, there is a close correlation between intensities and heights. (4) A line of ROWLAND intensity 6 belonging to a multiplet of lowest excitation potential 0,07 volts extends to 1000 km while a line of like ROWLAND intensity, but belonging to a multiplet of high excitation potential 4,75 volts reaches to a height of only 400 km in the chromosphere.

17a. EVERSHED Effect in Sun-Spots. With the additional information available, the conclusions in Band IV, page 308 are abundantly verified. When the spectrum is divided at 4900 A into two groups, and when averages are taken according to ROWLAND intensities, ST. JOHN has found that the motion in the line of sight measured in sun-spots for intensity n in the violet is equal to that for intensity $n+2$ in the red. When the material from the flash spectrum is divided in similar manner and averages are taken, then not only heights but excitation potentials show similar equalities for intensities 2 units greater in the red than in the violet. By the use of RUSSELL's methods of deriving the numbers of effective atoms, it is shown that the number of atoms involved in forming a line in the violet is

[1] Ap J 72, p. 146 (1930).

the same as at 2 units of greater intensity in the red. For ROWLAND intensity 4 in the violet, two and a half times as many atoms are required to produce the spectral line as are necessary for a line of the same estimated intensity in the red. Hence, the underlying cause of the peculiarities noted is to be found in the number of contributing atoms. Hence, when the material is divided at 4900 A and averages are taken, it is not surprising to find that the product of heights and excitation potentials is a constant, no matter what the ROWLAND intensity. Simple formulae are found for neutral Fe connecting average heights and average excitation potentials with ROWLAND intensities.

17b. Relativity Displacement in the Sun. By using interferometer methods, Allegheny Observatory and the U. S. Bureau of Standards have been cooperating in the determination of the precise wave-lengths in the laboratory. As the pressures in the reversing layer are very minute, the wave-lengths in the vacuum arc of Fe I should furnish an accurate basis of comparison with solar wave-lengths in the Revised ROWLAND Tables. By means of standards[1] adopted at the Leiden Conference, the wave-lengths in ROWLAND and in laboratory can be reduced to the same system. From the differences in the sense sun minus vacuum arc were then subtracted the predicted relativity shifts, $2,13 \cdot 10^{-6} \cdot \lambda$. Altogether 48 Fe multiplets involving a total of 309 lines were discussed. For all individual multiplets where there were enough spectral lines to make it worth while, the lines were divided into two groups: (1) Those lying on the main diagonal of the multiplet, and (2) those lying on the side diagonals. The results are given in the following table where the material is separated into three groups representing strong, medium, and weak multiplets. Means are given separately for lines on the main and side diagonals and for these two combined into the whole multiplet. In each case are given the number of lines, the height in kilometers from the flash spectrum and $\Delta\lambda$, the difference sun minus vacuum arc after subtracting the predicted relativity shift[2].

Systematic Differences in Heights and Wave-Lengths within Multiplet Groups.

E. P.	Intensity	Main diagonal			Side diagonals			Whole multiplet		
		No.	$\Delta\lambda$	Hgt.	No.	$\Delta\lambda$	Hgt.	No.	$\Delta\lambda$	Hgt.
0,07	6—40	9	+3,0	1722	10	+1,4	1300	19	+2,2	1500
0,93	4—40	15	+2,0	1157	20	+0,5	792	35	+1,2	948
1,54	2—30	12	+2,0	1400	13	−0,1	823	25	+0,9	1100
0,93	4— 8	5	+1,2	540	6	−0,6	500	11	+0,2	518
2,2—2,8	3—10	10	+0,9	625	17	−1,0	500	27	−0,3	548
2,4—3,2	1— 8	17	−0,9	497	25	−1,2	409	42	−1,1	445
2,2—2,8	1— 6	27	−2,6	525	34	−2,5	518	61	−2,6	522
3,2—4,8	0— 6	40	−2,9	406	49	−2,4	361	89	−2,6	381

The division into main diagonal and side diagonals is essentially that of intensities, the main diagonal involving the stronger lines. It is evident from the abundant material included in the table that the value $\Delta\lambda$ on the main diagonal for each multiplet averages greater in size that on the side diagonals. Within a given multiplet, the predicted relativity shift is practically identical for main and side diagonals, and hence it is evident that the difference sun minus vacuum arc is not a constant. On the main diagonal are found not only stronger lines but greater heights than appear on the side diagonals. On the main diagonal are also a relatively greater number of involved atoms than is the case on the side

[1] Trans Internat Astr Union 3, p. 93 (1928). [2] The unit for $\Delta\lambda$ is 0,001 A.

diagonals. On account of the greater differences in intensities between the main and side diagonals found in multiplets with stronger lines, and consequently with lower values of excitation potentials, the differences in $\Delta\lambda$ and in the heights are more pronounced in the stronger multiplets in the top part of the table than in the weaker multiplets below.

In the table if one goes vertically down any of the columns headed $\Delta\lambda$, one sees a decrease in values corresponding to a decrease in heights. Since the values of $\Delta\lambda$ are not zero but change in sign from positive to negative, it is evident that in addition to the relativity shift there are other effects in the sun causing systematic differences in wave-lengths. From the table it is seen that these effects are intimately connected with intensities, heights and excitation potentials of the spectral lines, and therefore with the number of atoms involved in the production of the lines in question.

Many attempts have been made to explain these residual differences. The present writer believes that the simplest explanation is to be found in the St. John-Babcock interpretation[1] involving a circulation of Fe vapor in the chromosphere. On account of the higher temperatures and higher pressures near the photosphere, the solar activity causes the Fe atoms to ascend through the medium of thousands of weak lines of high excitation potential, the maximum velocity found from flash spectrum lines being 0,2 km per second. The heights to which the Fe atoms are ejected are much greater than are measured by lines in the flash spectrum. In the upper reaches of the chromosphere, especially where the pressures are minute, some of the atoms lose an external electron and become ionized. In the descent of the Fe atoms from their maximum heights, some of the atoms gain an external electron. At lesser heights, the atoms descend through the medium of comparatively few lines of great strength but of low value of excitation potential. At the greatest heights observed for Fe lines in the flash spectrum the velocity of descent is 0,4 km per second. According to the interpretation of St. John and Babcock, the atoms ascending from the sun exhibit themselves over the small bright granules shown on direct solar photographs and the descending atoms over the large dark interspaces, the observed effect being an integrated one.

As an illustration of the correlations found to exist between different solar values, there are given in tabular form the quantities involved in the dozen lines of a composite multiplet of Fe. The relativity shift amounts to 0,0082 A. The numbers of fictitious resonators effective in forming the different spectral lines in the multiplet vary greatly. According to Russell[2], more than 100 times as many atoms are active in producing the strongest line of the multiplet at 3820 A as go to form the weakest line at 3940 A. Hence, within a single multiplet one should expect that the heights found directly from the flash spectrum, or indirectly from the Evershed effect in sun-spots, would not be constant but would be greatest for the largest numbers of atoms[3].

Other neutral elements than Fe, such as Al, Ca, Cr, Mg, Mn, Na, Ti, and V, show that the intensities in laboratory, sun, flash and sun-spot and also heights from flash spectrum are greatest in multiplets of lowest excitation potential and decrease gradually as the excitation potential is increased.

In the decade that has elapsed since Saha verified his valuable theory of ionization by the utilization of heights in the flash spectrum, we are gradually acquiring more reliable information regarding the temperatures, pressures and concentrations of atoms in the chromosphere that cause radiation in the flash spectrum or absorption in the dark-line solar spectrum.

---

[1] Mt Wilson Contr No. 278 (1924); No. 348 (1928).
[2] Wash Nat Ac Proc 11, p. 326 (1925). [3] Ap J 77, p. 157 (1933).

The Fe Multiplet $a^5F - y^5D^0$.

	F_5	F_4	F_3	F_2	F_1
D_4	3820 25 1600 ,000 ,0102	3887 8 800 ,005 ,0082	3940 4 500 ,016 ,0070	— — — — —	— — — — —
D_3	—	3825 20 1500 ,000 ,0098	3878 10 1000 ,003 ,0090	3917 5 600 ,013 ,0074	— — — — —
D_2	—	—	3834 14 1200 ,002 ,0094	3872 9 1000 ,003 ,0090	3898 5 600 ,013 ,0074
D_1	—	—	—	3840 10 1000 ,003 ,0090	3865 8 800 ,005 ,0082
D_0	Wave-length Intensity in sun Height in kilometers EVERSHED effect in sun-spots Sun minus vacuum arc in angstroms				3849 7 750 ,006 ,0078

17c. Relative Distribution and Abundance of Elements in the Lower Chromosphere. MENZEL (loc. cit.), and MITCHELL and Miss WILLIAMS[1] independently discuss these interesting problems. By combining the heights to which the various lines in a multiplet are observed in the flash spectrum with the multiplet intensity formulae, it has been possible to derive for many elements the density distribution in the lower chromosphere. It is found that the density gradients at 2000 km are very nearly equal for atoms of very different types as Ti II, Fe I and H. This seems to indicate that turbulence and not selective radiative pressure is responsible for keeping the elements so well mixed. In general, the density gradients are considerably less than the theoretical density gradient of H in an isothermal atmosphere of 5000° K.

In discussing the density distribution of other elements, attention is called to the peculiar distribution of atoms emitting certain lines of a given element, as compared with the distribution of atoms of the same element emitting other lines. It seems entirely probable that Ca II and Mg II are supported more by selective radiative pressure than by turbulence, as their density gradients are considerably smaller than the average.

The relative abundance of various elements was determined by RUSSELL's method[2] with the exception that MITCHELL and WILLIAMS calibrated the scale between various spectral regions by the use of KRONIG's theoretical formulae for the transition probabilities of different multiplets in a triad. In addition, they used PANNEKOEK's modification of the ionization formula in order to allow for chromospheric deviations from thermo-dynamical equilibrium. The average differences between the two independent determinations of the composition of the chromosphere are about as large as are found in the comparisons of the composition of the chromosphere with the reversing layer, stellar atmospheres,

[1] Ap J 77, p.1 (1933); Publ Leander Mc Cormick Obs 5, p.189 (1933). [2] Ap J 70, p.11 (1929).

earth's crust and stony meteorites. It is therefore inferred that within errors of observation the compositions of all samples are alike, with the exception that hydrogen is conspicuously deficient in the earth's crust and in meteorites, and is probably more abundant in the chromosphere than in the reversing layer. It seems also safe to conclude that there is no marked deficiency of the heavier elements in the chromosphere. This indicates again that the elements are kept well stirred by some agency which may well be turbulence.

19. Recommendations for Future Work. In addition to those found in Band IV, page 312, there may be added the opinions of the Greenwich observers, DAVIDSON and JACKSON[1]. "The great need for the future appears to be accurate photometric intensities of the lines, especially of multiplets, and these can only be determined when a comparison spectrum can be secured with the same instrument. The comparison spectrum must be obtained from the uneclipsed sun or an artificial source, and for this a collimator and slit are necessary. But it is not necessary to use a narrow slit in taking the eclipse spectra. In 1927, MINNAERT used a wide slit, and there appears to be no reason why the slit should not be widened still further, perhaps even to take in the whole of the sun." In 1932, it might be added, MINNAERT employed a modest little instrument without coelostat mirror or clock mechanism. At future eclipses, the aluminizing of mirrors should permit spectra to be photographed to shorter wave-lengths in the violet.

e) Photographing the Corona.

20 and 31. Photographing the Corona without an Eclipse. The astronomers of the world have been greatly thrilled by the skillful work of LYOT in photographing the corona without an eclipse. His great triumph resulted from an ingenious arrangement[2] of his telescope to reduce to a minimum the amount of instrumental scattered light. A mountain observatory on the Pic du Midi (2870 m) permitted photographs at times when the sky was exceptionally clear, or when the intensity of scattered sky light was less than five-millionths that of the sun. By combining the coronograph with a spectrograph it was possible to determine the wave-lengths of both the green and red coronal lines. A concave grating gave a dispersion of 1,2 A per mm and a prism arranged LITTROW type gave a dispersion in the green of 5 A per mm. This large scale of wave-lengths permitted LYOT to measure the width of the green line with the surprising result that the total width is 1,2 A.

As a consequence of having 36 spectra of large dispersion, it was naturally assumed that the wave-length of the green line had a greater accuracy than had resulted from eclipse spectra. Similar conclusions were drawn for the accuracy of the red line. At the 1930 eclipse, MITCHELL had 8 spectra, on all but two of which measures were made of the wave-length of the green line on both *E* and *W* limbs of the sun. The wave-length is therefore the result of 14 independent measures with a dispersion of 10,9 A per mm. For the red line there were 8 separate measures on 6 spectra. The wave-lengths and probable errors are given, together with similar values by LYOT.

LYOT	MITCHELL
5302,85 ± ,03	5302,91 ± ,02
6374,75 ± ,15	6374,28 ± ,03

It is evident that LYOT's claim of greater accuracy and a similar claim in Monthly Notices 93, p. 278 (1933) of "an accuracy far greater than that obtained hitherto" can not be substantiated as is shown by the sizes of the probable errors.

[1] M N 93, p. 1 (1932). [2] Z f Ap 5, p. 73 (1932).

By means of a LYOT telescope constructed[1] at Mount Wilson, PETTIT and SLOCUM secured direct photographs of prominences.

21 and 30. The Shape of the Corona and the Dependence on the Sun-spot Period. Photographs of all scales, except the small, are utilized to determine the shape of the corona by the method devised by LUDENDORFF. Since the publication of Band IV, measures have been made on five additional eclipses, 1922, 1929, 1930 (October), 1932 and 1934. On account of a slight error in LUDENDORFF's formula published in 1928, the values given on page 402 of the 3rd Edition of "Eclipses of the Sun" must be altered in two cases. For the 1922 eclipse, the corrected value for the quantity a is $+0{,}01$ and for b, $+0{,}22$; and for the 1930 eclipse, the values should read $+0{,}03$ and $+0{,}22$, respectively. For the 1932 eclipse, more than twenty photographs were collected and were measured by Miss WILLIAMS at the McCormick Observatory. The photographs obtained from the Harvard expedition seemed to show systematic differences from the balance of the photographs. Through the kindness of ANDREWS a second set of prints were prepared and then measured. These again showed the same systematic difference in ellipticity of the earlier set of photographs. On the other hand, three excellent photographs by Father McNALLY of the Georgetown Observatory agree among themselves but also show systematic differences, the Georgetown photographs exhibiting an ellipticity of the corona greater and the Harvard photographs an ellipticity less than the balance of the photographs. It must be remembered that the 1932 corona was photographed through thin clouds, except at the Harvard expedition which had clear skies. LUDENDORFF[2] has recently published an excellent article on this subject. We have taken the first three of his measures (the balance of his were from Harvard) and have incorporated them with ours. With more than twice the material available to LUDENDORFF, a is found to be $+0{,}048 \pm 0{,}023$ and b, $+0{,}220 \pm 0{,}055$, and hence $a + b$ is equal to $+0{,}27$. On account of the systematic differences shown by photographs with different cameras, the mean errors for the 1932 eclipse are large.

For the eclipse of February 14, 1934, the shape of the corona was determined from an excellent photograph by SOTOME, and from isophotes furnished in advance of publication by COHN from photographs polarized in directions at right angles to each other. The ellipticity of the corona in one of COHN's photographs differs radically from the ellipticity of the companion photograph polarized in a plane perpendicular, thus showing the same effect displayed by the pair of photographs taken at the 1908 eclipse and reproduced facing page 388 of "Eclipses of the Sun". The shape of the 1934 corona was derived by following the LUDENDORFF method and determining separately the ellipticities of the photographs polarized in the two directions, and then taking the mean, the results being confirmed by measures from the SOTOME photograph. For this eclipse, a was found to be $+0{,}08$ and b, $+0{,}14$ making $a + b$ equal to $+0{,}22$. As the method followed differs from that of the other eclipses examined, mean errors are not given. This eclipse took place only 0,2 years after the sun-spot minimum at 1933,9.

The times of sun-spot maxima and minima are:

MIN.	MAX.
1889,6	1894,1
1901,7	1906,4
1913,6	1917,6
1923,6	1928,4
1933,9	

[1] Publ A S P 45, p. 187 (1933). [2] Sitzber Preuß Akad Phys-math Kl 16 (1934).

The following table should take the place of the corresponding table in Band IV, page 340. Likewise it should supplant LUDENDORFF's Table I (loc. cit. p. 206). The values of a and b, with their mean errors, are arranged according to phase in the sun-spot cycle, the left side of the table showing decreasing and the right side showing increasing numbers of spots.

Spots Decreasing							Spots Increasing						
Eclipse	a		b		$a+b$	Phase	Eclipse	a		b		$a+b$	Phase
1918,4	+,13	±,007	+,10	±,036	+,23	,87	1905,7	+,01	±,014	,00	±,012	+,01	,85
1929,3	+,09	,016	+,03	,022	+,12	,83	1893,3	+,03	,007	−,03	,018	,00	,82
1908,0	+,06	,018	+,02	,035	+,08	,78	1927,5	+,05	,009	−,01	,012	+,04	,81
1896,6	+,02	,016	+,22	,037	+,24	,67	1926,0	+,05	,012	+,02	,015	+,07	,50
1930,8	+,03	,015	+,22	,032	+,25	,57	1925,1	+,04	,017	+,09	,034	+,13	,31
1898,1	+,06	,013	+,12	,022	+,18	,47	1914,6	+,04	,009	+,15	,018	+,19	,25
1932,6	+,05	,023	+,22	,055	+,27	,24	1934,1	+,08		+,14		+,22	,04
1900,4	+,02	,015	+,28	,032	+,30	,17	1923,7	+,05	±,015	+,17	±,029	+,22	,02
1922,7	+,01	,014	+,22	,027	+,23	,15							
1901,4	+,02	±,018	+,23	,042	+,25	,04							

When arranged according to phase in the sun-spot cycle, the eighteen eclipses fall naturally into six groups of three eclipses each as given in the table below. The mean values for the phases are added. The three eclipses, 1900, 1922 and 1932, each of which showed so beautifully the so-called "minimum type" of corona had a mean phase of −0,19, while the "maximum type" of corona of the three eclipses 1893, 1905 and 1927 had +0,83 for the average mean phase.

1908	−,78	1896	−,67	1900	−,17	1901	−,04	1914	+,25	1893	+,82
1918	−,87	1898	−,47	1922	−,15	1923	+,02	1925	+,31	1905	+,85
1929	−,83	1930	−,57	1932	−,24	1934	+,04	1926	+,50	1927	+,81
Mean	−,83		−,57		−,19		+,01		+,35		+,83

The three eclipses 1901, 1923 and 1934 are specially interesting for the reason that each fell at a time very close to spot minimum, coming 0,3 years before and 0,1 and 0,2 years respectively, after the times of minimum of spots. As already stated, the coronas had lost their minimum type characteristics of long equatorial streamers and pronounced polar brushes.

It is evident from the table that values of a differ little from eclipse to eclipse while there is quite a range in the values of b. LUDENDORFF (loc. cit.) has adopted $a + b$, or the ellipticity of the corona at a distance of one radius from the edge of the sun, or two radii from the sun's center, as the best measure for ascertaining the shape of the corona. To derive the relative activity of the sun in the 11-year cycle there is a wealth of published material from both spots and prominences. For the sun-spots, it has seemed wisest always to derive a mean from values spread over a whole synodic revolution of 27 days, that is, a mean of 13 days both before and after and also the day in question. By this method, "Spot Numbers" derived from information published at Zürich correspond to average values referred to the day of the eclipse. In a similar way, LUDENDORFF (loc. cit. p. 209) derives values for the spot numbers for one, two and three months respectively before the eclipse, for the average annual value, and also for the phase in the sun-spot cycle depending on the times of maxima and minima. In a similar way, corresponding values are found from prominences. With these values in hand, LUDENDORFF plots as abscissae various sun-spot (or prominence) numbers, and as ordinates the values $(a + b)$ representing the

shapes of the various coronas. With revised values of $a + b$ and with another eclipse (1934), the writer followed the example of LUDENDORFF and tried many graphs, all of which showed that the 1918 corona falls far distant from any curve. It is difficult to decide which of the dozen curves tried gives the best results or shows the closest correlation between the shape of the corona and solar activity. The accompanying curve gives as ordinates the values of $100\,(a + b)$ and as abscissae the values of the phases in the sun-spot cycle, 0 in the middle of the diagram representing spot minimum. The — signs signify that the spots are decreasing from maximum, at the left of the diagram, towards minimum, and the + sign that the spots are increasing in numbers after minimum has passed. The curve was drawn to fit as well as possible all of the observations including the corona of 1918. It is unfortunate however that the six points on the left side of the diagram representing the shapes of the corona in the years following maximum of sun-spots are on the whole quite discordant while the other twelve eclipses to the right are more consistent and hug the curve much more closely. Two eclipses of the six, those of 1896 and 1898, tell quite different stories in that the corona of the earlier year was more elliptical in shape than that of two years later. The only method of determining a more exact connection between the shape of the corona and solar activity will be to acquire more observations,

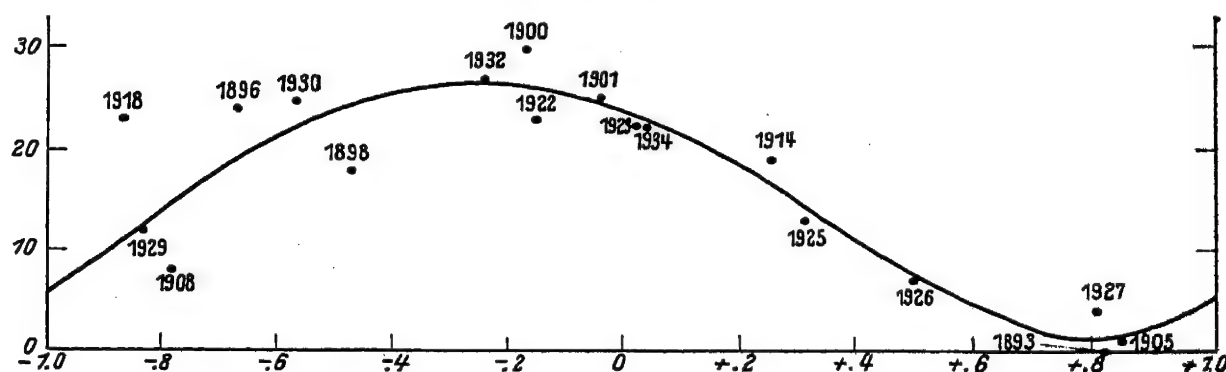



Fig. 1. Shape of the Corona and the Sun-Spot Cycle.

particularly on the left side of the curve which may be done only by observing future eclipses in the nineteen-forties.

BERGSTRAND[1] uses LUDENDORFF's measures of a and b and derives for each eclipse a coronal number p and an ellipticity E_1. These are plotted against the different numbers found from spots and prominences and smooth curves again drawn. It is true that these plotted points lie closer to the curves (the 1918 eclipse is still discordant) than are the similar points plotted against $(a + b)$ by LUDENDORFF. However, the numbers p and E_1 used by BERGSTRAND are not very sensitive to changes in the shape of the corona as is shown by the fact that throughout the period from one year after spot maximum until one year after spot minimum there is very little variation in values of either of the two BERGSTRAND quantities.

For the eclipse of 1900, the value of $(a + b)$ which is equal to $+0{,}30$ is the greatest of any of the eighteen eclipses considered, or the eclipse in the last year of the 19th century showed the most pronounced "minimum type" corona with long equatorial streamers and strong solar brushes. The average value of the mean error of $a + b$ is $\pm 0{,}03$. Those familiar with the theory of least squares realize that individual values may readily have discordances of two or three times the mean error. In addition to the accidental errors (represented by the mean

[1] Ark Mat Astr Fys 25A, No. 4 (1934).

error) there may be systematic errors in the photographs as was shown by the 1932 eclipse. If there is an active sun-spot or prominence at the sun's edge there may be a long streamer in the corona as was shown by the 1930 eclipse, possibly causing systematic errors.

Taken all in all, it is too much to expect that the rough method of deriving the shape of the corona could possibly give points that would lie close to a smooth curve. With a total of only eighteen points and one of them (1918) very discordant (but in fact not more discordant than expected from the theory of least squares), it is hardly worth while to try to find which of the many curves gives the closest correlation between coronal shape and sun-spot and prominence data. All of the curves, no matter what spot or prominence numbers are plotted, without exception tell the same story, namely, that the most pronounced minimum type of corona does not take place exactly at sun-spot minimum, nor does the circular or maximum type of corona occur at the time of maximum of spots.

From the curve given, it is seen that $2^1/_2$ years before spot minimum the corona is quite as elongated as it is at the time of minimum of spots, or phase 0 of the curve. The most elongated corona is found $1^1/_4$ years before minimum of spots and likewise the corona closest in shape to a circle takes place $1^1/_4$ years before spot maximum. The recent minimum of sunspots occurred at the year 1933, 9. The 1932 eclipse took place 1,2 years earlier and almost exactly at the highest point of the curve. The 1934 eclipse taking place very near minimum of spots (0,2 years after), showed a value $a + b$ equal to $+0{,}22$. The shape of the 1934 corona is almost identical with that of 1923. Both coronas had lost their most pronounced minimum characteristics. The 1936 corona taking place 2,4 years after spot minimum should be intermediate between minimum and maximum types. It and the 1937 eclipse will fill gaps on the curves connecting the shape of the corona and sun-spot numbers.

22. Attempts to measure Motions in the Corona. Further information was accumulated regarding possible motions in the corona at the 1926 eclipse which was specially favorable for a study of this problem on account of $2^1/_2$ hours of elapsed time between the photographs taken by the Italian expedition in East Africa and those in Sumatra by English, American and German parties. Both Horn-D'Arturo and Miller independently have found motions in domes over-topping prominences and in other details of coronal structure. Quite to the contrary however, after again making comparisons between the plates in East Africa with those taken in Sumatra, von Klüber[1] comes to the conclusion that any motions of the coronal domes at the 1926 eclipse must be very small and certainly are less than 2,6 km per second.

Likewise, von Klüber sounds a note of warning to the effect that photographic plates of different color sensitivities between one eclipse site and another might possibly cause an apparent relative change in intensities of two neighboring coronal streamers. However, since in all probability the coronal streamers are caused by the scattering of sunlight by electrons, one can not see how it is possible for differences between ordinary and panchromatic plates to cause detectable differences in neighboring streamers shown on two series of photographic plates. Horn-D'Arturo calls attention to an exceptionally strong coronal ray at position angle 335° which was accompanied on the photographs of the Italian expedition to the north and west by a weak, small ray almost straight. On the plates of the English expedition taken $2^1/_2$ hours later, the northern ray had almost disappeared; there was no change in the west ray but beside it another new ray

[1] Z f Ap 4, p. 1 (1932).

had developed. The appearance of coronal rays resembles the filmy streamers seen in the tails of comets. At a future eclipse, some fortunate astronomer may be able to detect changes actually taking place in the details of coronal streamers.

The corona takes its shape primarily from the lengths and position angles of the longest streamers. Photographs[1] taken at and near the eclipse of October, 1930, show that the longest streamer was connected with solar activity that had persisted for several days. It appears probable that the corona can have no constant shape, but no doubt it varies from day to day, depending on the location of the sun's activity. The corona we happen to photograph during the few fleeting seconds of totality is a temporary phenomenon which will submit itself to law with great reluctance.

f) The Spectrum of the Corona.

24. Bright Lines. In Band IV, page 323, is given a list of 40 lines attributed by CAMPBELL and MOORE to the emission spectrum of the corona. After eliminating the lines that take their origin in the high chromosphere, there remain only 18 lines that with fair certainty may be ascribed to the corona, though possibly one or two of the faintest lines may still be suspicious. The first column of the table below gives the wave-lengths in international units. Those at the top of the table, given to two places of decimals, are from the 1926 eclipse[2] by DAVIDSON and STRATTON. The values for the 5303 and 6374 lines are a combination of eclipse results with LYOT's values (see p. 395). The line at 6704 was discovered by GROTRIAN[3] at the 1929 eclipse and was verified by the 1926 eclipse spectra. The line at 6776 (not included in the table) announced by MITCHELL[4] at the 1930 eclipse needs to be verified.

With spectra which cover such a wide range of wave-lengths, it is always difficult to know the meaning of published intensities. At best, these intensities are relative values which refer to the photographic plate actually used at the eclipse. Unless the color sensitivity of the plate is known and the intensities are calibrated by extended investigations, it seems to the present writer a waste of energy to measure intensities by microphotometer in order to diminish a trifle the accidental errors while systematic errors, many times greater, depending on wave-length are entirely neglected. Consequently, in the table, the intensities given in the columns after the first are estimates assigned by the observers. In the second column an average intensity is derived from the mean of all the eclipses.

In order to detect possible relationships between lines of the coronal spectrum to the end that the atomic origin of coronium may be ascertained, much attention has been paid to intensities. Information may be obtained by three different methods: 1) by measuring the intensities along of lines in slit spectra from the sun's surface outwards, 2) by slitless spectra and 3) by comparing the intensities at different eclipses.

The table below shows striking differences in the intensities from eclipse to eclipse. To know how many of these differences are real, one must consider the various factors that may influence the intensities. These may be grouped under four heads: 1) color sensitivity of the photographic plate, 2) the dispersion, 3) prism or grating and 4) slit or slitless. The improvements in plates in recent years are mainly responsible for the discovery of the lines at the red end of the spectrum.

There were marked differences in intensities at the 1930 eclipse on Niuafoou between the coronal spectra taken by prismatic camera and by concave grating.

[1] Ap J 75, p. 1 (1932).
[2] Memoirs R A S 64, p. 105 (1927).
[3] Z f Ap 2, p. 106 (1931).
[4] Ap J 75, p. 1 (1932).

Wave-Lengths and Intensities of the Coronal Lines.

Wave-Length I.A.	Mean Intensity	Hills and Newall 1898	Fowler, Shackleton, and Lockyer 1898	Dyson Mean 1900—1901—1905	Lewis 1908	Moore and Campbell 1918	Moore 1922	Davidson and Stratton 1926	Grotrian 1929	Mitchell		
										1905	1925	1930
3328	8	—	—	—	—	—	—	—	8	—	—	—
3387,96	20	—	—	12	30	—	—	20	20	20	20	20
3454,13	8	—	—	9	8	—	—	5	8	10	5	6
3600,97	10	—	—	—	15	10	6	9	12	—	15	15
3642,87	3	—	—	2	5	4	—	3	—	4	?	4
3800,77	3	3	3	3	3	2	—	4	1	3	3?	3
3986,88	8	5	5	3	4	2	4	10	5	8	4	8
4086,29	6	—	—	—	6	2	2	8	6	—	4	6
4231,4	8	10	5	5	8	6	8	10	8	6	6	6
4311	2	—	—	2	1	—	—	2	1	—	—	—
4359	4	3	3	4	—	—	—	4	1	2	—	2
4567	4	8	3	6	—	2	—	6	3	—	—	—
4586	2	—	1	4	—	—	—	4	—	—	—	—
5117	2	—	—	2	1	—	—	2	5	—	—	—
5302,90	20	8	10	20	10	20	20	20	20	20	20	20
5536	1	—	—	2	—	—	—	2	—	—	—	—
6374,30	12	—	—	—	—	—	—	5	6	—	15	15
6704	2	—	—	—	—	—	—	—	4	—	—	—

Both forms of spectrographs were without slits. From the brilliant spectra of the prismatic camera, one might have expected coronal lines of far greater intensity than were shown by the concave gratings. These however had ten times the dispersion of the prismatic camera. Many coronal rings were seen on the grating photographs, the lines 5303 and 6374 being well visible even on the brief exposure for the flash spectrum. On the prismatic spectra, to the contrary, the only coronal line visible on any of the photographs was 5303, and this line was seen with great difficulty. Similar results[1] were found at the 1925 eclipse. It is readily seen, therefore, that the dispersion greatly affects the intensities. Hence any conclusions drawn from variations in intensities between the lines of one eclipse and another have little meaning unless instrumental conditions are fairly constant.

The 1930 eclipse gave photographs showing much detailed structure in the spectral lines of the corona. This was made possible by the fine definition, with slitless images 14,5 mm in diameter and of dispersion 10,9 A per mm. All the coronal rings show much detailed structure but particularly the stronger lines at 5303 and 6374. The photographs show plainly that if the slit of the spectrograph had been placed in a N and S direction, the coronal lines would have been very feeble. If however the slit had been placed approximately E and W, the coronal lines might or might not have been strong depending on the exact position of the slit. Both E and W edges of the sun showed considerable activity, manifested by prominences, long coronal streamers and pronounced coronal domes. In fact, the grating spectrograms and direct photographs taken with the 63-foot tower telescope showed prominences almost completely encircling the sun. A comparison of the coronal structure with the direct photographs and with the high level chromosphere revealed by K and $H\alpha$ shows that the maximum intensity in the corona is always found near prominences but does not necessarily coincide with the prominences.

In comparing the images of 5303 and 6374, it was surprising to find how little they resembled each other in their structural details of greatest strength

[1] Ap J 75, p. 1 (1932).

and how little either resembled the high-level lines of K and $H\alpha$ of the chromosphere. Some similarities can be detected between the faint streamers in the lines 5303 and 6374 and those in the direct coronal photographs, but in the stronger details few likenesses can be found. It was further found that the radiation of 6374 always sticks close to the sun's edge and is more concentrated and more uniform than 5303. From the comparisons of the drawings (loc. cit.), it is evident that 5303 and 6374 cannot take their origin in the same atom, or at least not in the same atom in the same state of ionization. These conclusions are confirmed by the 1932 slitless spectra taken both by the Greenwich and by the Lick expeditions.

On the other hand, in the problem of finding what coronal lines have similarities in structure there is little unanimity of opinion. In the 3rd edition of "Eclipses of the Sun", is given a summary of grouping of lines. In a later publication, GROTRIAN[1] from measures of 1929 slit spectra, gives other possible groupings. Taken all in all, the various authorities give about as many different combinations into groups as is possible for the 18 lines of the corona.

The detailed structure shown by the 1930 slitless spectra makes it very plain that coronium has a very uneven distribution at different position angles surrounding the sun. The limitations of the spectra taken with a slit are apparent. If the slit happens to fall on an intense part of the coronal ring, then all lines belonging to a group physically connected should be intensified together; but if the slit happens to cross a fainter stretch of the corona there would be little strength in any of the lines of the group and conclusions would be of little value. It cannot be known in advance what part of the coronal ring will be strong so that the slit might be placed in that particular position angle. Evidently, the comparisons of the intensities of lines at one eclipse with those at another (e.g., 1926 and 1929) may mean comparatively little, so much depends on the accidental position angle of the slit. Unfortunately, for the purpose of discussing groups, most of the coronal spectra up to date have been taken with slit and the spectra at times have had none too good definition.

For detecting groups of coronal lines, spectra on large scale without slit are manifestly far superior to spectra taken with slit. The only groups to which most authors agree are 5303 and 3388 and also 4087 and 3602. Also, as stated, all are agreed that 5303 and 6374 cannot belong to the same multiplet group.

No coronal wave-lengths have yet (1935) been published for the 1932 and 1934 eclipses. After many unsuccessful attempts at previous eclipses, a photograph of the green line has finally been secured by the interferometer. At the 1932 eclipse, this method was tried at three different expeditions. Farthest west, CARROLL had a beautifully designed instrument, but he had bad luck with the weather. At Fryeburg there were two interferometers, at the University of Michigan and at the Lick expeditions. By means of a double slit on the Lick[2] interferometer, an attempt was made to photograph fringes both E and W of the sun. At one limb there was no trace of the green line but on the other it was strongly photographed. Although fringes were very distinct in the comparison lines, there were no traces of fringes in the coronal line and measures with a microphotometer revealed only a mere suggestion of the correct periodicity. LYOT's photographs explain the absence of fringes, namely, that the surprising width of the green coronal line of one angstrom would permit distinct fringes only with a very small separation of the interferometer plates which unfortunately would entail a very low accuracy in the wave-lengths. Hence, in the moment

[1] Z f Ap 7, p. 26 (1933). [2] Publ A S P 44, p. 358 (1932).

of triumph of securing the first photographs of the coronal line with the interferometer there is the realization that further attempts must be abandoned. This must be a keen disappointment to those astronomers who have spent so much time and energy and money in perfecting the interferometer to secure accurate wave-lengths of the green line. The disappointment, however, is part of the game of being a scientist.

At the 1930 eclipse, MITCHELL's photographs showed both the green and red coronal lines in the short exposures given for the flash spectrum. It is therefore not surprising to find that BABCOCK with the Mt. Wilson tower telescope has obtained the green coronal line on photographs of the chromosphere without an eclipse. On the original photographs (which the writer has seen) the 5303 line is so wide and hazy that an accurate wave-length is impossible in spite of the large scale of the photographs. ADAMS and JOY[1] at Mt. Wilson make the surprising observation that five coronal lines, 3987, 4086, 4231, 5303, and 6374 were present at one stage of the outburst of the Nova-like RS Ophiuchi.

The best wave-length for the green line is 5302,90 ± 0,02 which is derived by combining with equal weights given to each the Lick-Mt. Wilson value of 5302,93 from the 1918 eclipse with the LYOT and MITCHELL values given on page 395. For the red line, perhaps the best method will be to combine the LYOT and MITCHELL values with weights depending on the probable errors. The derived value is 6374,30 ± 0,03, in close agreement with the laboratory value of neutral oxygen at 6374,29 A determined by FRERICHS[2].

Since the date of the attempts recorded in Band IV, page 325, DE BRUIN[3] calculated three lines in the spectrum of neutral oxygen with wave-lengths of 5302,70, 6704,07 and 6775,90. He assumes that these coincide in wave-length with coronal lines and hence concludes that "the mysterious coronium turns out to be neutral oxygen". The wave-length of the green line differs far too much. FRERICHS and DINGLE[2] independently discuss DE BRUIN's work. Both of these physicists come to the conclusion that DE BRUIN's coincidences are merely accidental and that "the great mystery of the coronal lines remains unsolved". Still more recently, MENZEL and BOYCE, using the LYOT coronal wave-lengths, make widely published claims that many of the important coronal lines are due to neutral oxygen. The general consensus of well informed opinion[4] seems to be that although it seems quite probable that neutral oxygen may eventually be found to be one of the chief constituents of coronium, at present that fact is far from being proved. The great difference in the wave-lengths of the two best values for the red coronal line amounting to nearly half an angstrom shows the need of new determinations.

GOUDSMIT and TA-YOU WU[5] suggest that the great width of the green coronal line is evidence of an excessively short life in the excited state of the atom concerned. Manifestly, this condition is in marked contrast from the very long life-times found in nebular spectra. Such short life-times are frequently associated with states produced by two excited electrons having a total energy greater than the ionization energy. However, until more accurate values of wave-lengths are obtained for the whole coronal spectrum, it would seem to be a waste of time to attempt to decipher the riddle of coronium.

In the first burst of enthusiasm over LYOT's remarkable work, it was thought by many that another eclipse problem, namely that of coronal wave-lengths, could be attacked when there was no eclipse. Success on an isolated mountain

[1] Publ A S P 45, p. 301 (1933).
[2] Nature 129, p. 901 (1932).
[3] Nature 129, p. 468 (1932).
[4] R. FRERICHS, Naturwiss 48, p. 849 (1933).
[5] Ap J 80, p. 154 (1934).

peak like Pic du Midi requires remarkable transparency of sky and conditions of seeing which come but seldom. In cost, such an expedition is commensurate with that of an eclipse expedition. Through perseverance, Mt. Wilson may finally succeed in deriving accurate wave-lengths for the green and red coronal lines. Of equal importance, however, are better wave-lengths for the balance of the coronal lines. At present there seems to be no method of securing this information so badly needed for finding the origin of coronium, than by the use of well designed spectrographs during the total phase of an eclipse. Photographs which give accurate wave-lengths of the fainter lines of the corona will of necessity give a greater accuracy for the brighter green and red lines so that eventually we may be able to ascertain something about the rotation of the corona, a subject concerning which we know practically nothing.

25. Continuous Spectrum. In addition to the bright line spectrum caused by the hypothetical element "coronium", the corona shows a strong continuous spectrum in the inner corona and FRAUNHOFER absorption lines in the middle and outer corona. At the eclipse of 1929, with three different spectrographs, GROTRIAN[1] secured spectra of the corona which were compared with the solar spectrum taken with the same instruments but weakened in intensity by known amounts. Measurements with the microphotometer in wave-lengths from 3400 to 6500 A give the following interesting results: 1) The position of energy maximum in the coronal spectrum is independent of the height in the corona and agrees exactly with the energy maximum in the solar spectrum. 2) Within the errors of measurement amounting to $\pm 0^{m},1$, the distribution of energy in the coronal spectrum is independent of height in the corona and is identical with the intensity of radiation in the solar spectrum. These measures confirm the conclusions of LUDENDORFF[2] from the eclipse of 1923. After many long years of uncertainty, at last we seem to have positive information that the color of the corona is identical with that of the sun, or in other words, the corona derives its radiation from scattered sunlight.

26. Recent Investigations of the Spectrum of the Corona. In the remarkably clear sky at the Australian eclipse of 1922, MOORE seemed to prove quite conclusively[3] that the FRAUNHOFER lines in the middle and outer corona have their origin in the corona itself and are not caused by sunlight scattered by the earth's atmosphere. By means of a registering photometer, GROTRIAN[4] measured the widths of the stronger FRAUNHOFER lines in the coronal spectrum taken by LUDENDORFF at the 1923 eclipse. These widths were compared with those of the solar spectrum taken by the same spectrograph but weakened by known amounts. In every case the widths of lines in the coronal spectrum were compared with the widths in both stronger and weaker solar spectra. Nearly all observers heretofore have believed that the FRAUNHOFER lines in the coronal spectrum were both wider and less distinct than similar lines in the sun. On the contrary, GROTRIAN's measures make clear that the dark lines in the coronal spectrum are certainly much less distinct through lack of contrast than in the solar spectrum, and moreover the dark lines are more prominent in the outer corona than in the inner, but nevertheless the widths of the coronal lines are the same at all distances out from the sun's surface, and within errors of measurement are identical in width with the corresponding lines in the solar spectrum. From similar measures carried out on the 1922 and 1932 eclipse spectra, MOORE[5] confirms GROTRIAN's measures of the 1923 eclipse spectra.

[1] Z f Ap 3, p. 199 (1931). [2] Sitzber Preuß Akad Wiss 1925, p. 83; this Handb. IV, p. 336.
[3] Publ A S P 35, p. 59 (1923); this Handb. IV, p. 326.
[4] Z f Ap 8, p. 124 (1934). [5] Publ A S P 46, p. 298 (1934).

The bright line spectrum contributes a small fraction of the total light of the corona. It is evident that an explanation of the radiation of the corona which at the eclipse of 1878 was seen to extend to the enormous distance of fifteen million kilometers from the sun's surface, must confine attention primarily to the two overlapping coronal spectra, the continuous and the FRAUNHOFER. The spectra taken in Mexico in 1923 showed FRAUNHOFER lines on the face of the dark moon. On the assumption that these were caused by coronal light scattered either in the earth's atmosphere or in the spectrograph, GROTRIAN was able to apply corrections to the measured intensities of the dark lines in the coronal spectrum. These corrected intensities show that near the sun's edge the continuous spectrum is much stronger than the FRAUNHOFER spectrum so that no dark lines are visible, due to lack of contrast, in the inner corona though no doubt dark lines may be there. At increasing distances from the sun's edge outwards, the intensity of the continuous spectrum falls off more rapidly than the dark line spectrum. At an angular distance of 19',5 on the east side and 14',5 on the west side, or at an average of one solar radius, the intensities of the continuous and the FRAUNHOFER spectra are equal. At increasing distances from the sun's surface, the FRAUNHOFER lines become gradually more readily visible due to increased contrast caused by the diminution in intensity of the continuous spectrum.

Spectra taken at many eclipses during totality have shown the H and K lines and the stronger hydrogen lines in great intensity, even across the face of the dark moon. These spectral lines take their origin in light from the high chromosphere scattered by the earth's atmosphere, particularly near the beginning and ending of totality. It therefore may be quite unsafe to assume that the dark lines of the spectrum superposed on the face of the moon were actually caused by scattered coronal light rather than by sunlight reflected by nearby clouds in the earth's atmosphere especially at times near the beginning and ending of totality. This however is a mere detail that affects the relative intensities of the continuous and FRAUNHOFER spectra at different distances from the sun's edge but in no way detracts from the remarkably fine work of GROTRIAN.

According to ROSSELAND[1], the corona has "stimulated speculation to the breaking point, it being even suggested that there we witness our recognized physical laws set at naught by nature herself". As a result of many theories of the corona, it is now generally recognized that the electron must play an important role in explaining the radiation of the corona. If the continuous spectrum is caused by free electrons which scatter the solar radiation, ROSSELAND finds that at a temperature of 4000° K, the average thermal velocity of the electron would cause a DOPPLER effect of the order of 10 A. As a result, all of the dark FRAUNHOFER lines will be wiped out, with the exception of the broad wings of the H and K lines.

Electron scattering, therefore, furnishes an adequate explanation of the absence of dark lines in the spectrum of the inner corona and also is in conformity with the fact that there is no difference in color of the corona from the sun. But how explain the dark lines in the outer parts of the corona? If the electron is to be the agent, then it is necessary to find some process whereby the random velocities of the electrons may be slowed down to such an extent that the DOPPLER effects will not obliterate the FRAUNHOFER lines. It is scarcely possible to assume a temperature in the middle corona less than 2000° K which would cause a DOPPLER effect of about 7 A. We might, if we please, assume some (as yet) unknown influences from positrons, or that the sun's magnetic field or some

[1] Publ Obs Univ Oslo No. 5 (1933).

other unknown source might gradually slow up the electron velocities at distances of 10′ from the sun's surface. If indeed there were a gradual slowing up of the electrons, this would cause the Fraunhofer lines to be broader in the middle corona and sharper in the outer corona—which is not in accord with the facts.

Under the assumption that the light of the corona is caused by the superposition of a continuous spectrum over a dark line spectrum, it is necessary to conclude that electrons are present everywhere throughout the corona. As atoms and ions are present in the inner corona causing the bright line spectrum of coronium, it has been thought by many that ionized atoms must be the cause of the dark lines in the spectrum of the outer corona. We do not see how it would be possible for atoms to exist in the outer corona in appreciable numbers, and moreover, their existence would cause a Rayleigh scattering and a distribution of intensity in the coronal radiation different from that of the sun—which again is not in accord with the facts.

After discussing many possible explanations in seeking a mechanism which would cause a scattering of sunlight without change of color, Grotrian is forced to the conclusion that the Fraunhofer lines in the coronal spectrum are caused by solid particles with diameters greater than three times the wave-length of light. Close to the sun all solid particles would be immediately vaporized but at greater distances there would be an increasing number of solid particles; in fact, in the zodiacal light we have independent evidence of the existence of such material in interplanetary space. By making plausible assumptions, Grotrian shows that the surface brightness of the outer corona bears to the brightness of the zodiacal light a ratio of about the right order of magnitude. This marks a partial return to the theory[1] of Arrhenius. In accordance with Grotrian's hypothesis, within one radius of the sun's surface the electron is the scattering mechanism but farther out the interplanetary dust cloud does most of the scattering. If the dust cloud is assumed to move with the sun, then any details of coronal structure in the outer corona would persist for long periods without changes. For the long coronal streamers which are prominent features of nearly all eclipses near the times of sun-spot minima and which take their origin near the sun's surface and extend to great distances, a dual explanation seems to be required.

g) The Light of the Corona.

27. Polarization of the Light of the Corona. The eclipses of 1932 and 1934 have cleared up many questions regarding the polarization of light surrounding the sun at the time of totality. Polarization measures must be the result of a combination of the partly polarized light from the corona and the unpolarized light in the earth's atmosphere. The measures of Young[2] showed that the percentage of polarization in photographic light was about three times greater than in visual light which was readily explained by the assumption that the coronal radiation is Rayleigh scattering from atoms or ions. If however, the corona is due to scattering by the electron, then the amount of polarization must be exactly the same in photographic as in visual light. At the eclipse of 1932, Dufay and Grouiller[3] show that the amount of polarization is independent of wave-length and is a maximum of 26 per cent at 10′ from the sun's edge. At the eclipse of 1934, Johnson[4] from visual measurements finds a maximum of 28 per cent polarization at 8′,5 from the sun's limb, a result in good agreement with the 1932 eclipse.

[1] Vol. IV, p. 346.
[2] Vol. IV, p. 330.
[3] C R 196, p. 1574 (1933).
[4] Publ A S P 46, p. 226 (1934).

29. Total Brightness and Surface Brightness of the Corona. At the 1932 eclipse, photo-electric cells were used at many expeditions in attempts to measure the light of the corona. At Magog we had two separate set-ups of Weston Illumination Meters. An automatic record was made of the sky illumination near the North Pole starting before daylight and continuing through the whole day until after dark. Another set of 16 cells was directed towards the sun and the field of illumination was confined to a circle of 8° in diameter with the eclipsed sun in the center. Although clouds prevailed during totality, the records were sent to Dr. M. MINNAERT who in part reports: "It is easy to show that during the partial phases the illumination of the sky surrounding the sun was chiefly due to direct solar radiation, but during totality the illumination was due mainly to reflection of the light from points outside the path of totality." Although the clouds at Magog were denser than they were (for instance) at Fryeburg, one seems compelled to raise the question whether the FRAUNHOFER lines shown in the spectra of the corona taken by MOORE at this eclipse are the result of coronal radiation or whether they are not in part caused by sunlight reflected by the thin clouds which were present throughout totality. On the photographs the effects would be greatest at the beginning and ending of totality.

In this connection it is well to again raise the question, as to what information we actually have from previous eclipses regarding the total light of the corona. Regarding the measures of the illumination of corona plus sky by means of illuminometers, one competent photometric authority states[1], "There can be no objection to anyone measuring the normal illumination on a completely exposed test plate at the time of totality if he is convinced of the utility of so doing. Trouble, however, may ensue when the results of such measurement are seriously put forward as indicative of the amount of light which the corona is giving."

h) Coronal Theories.

33a. Conclusions. In the past five years, much new coronal information has been published, with the result that many of the difficulties that retarded progress in our understanding of the corona have been cleared away. The assumption that the corona consists essentially of free electrons permits an application of the theory[2] of MINNAERT. When knowledge progresses still further and we learn more about the physical laws that govern matter under solar conditions, then we may be able to find an explanation of the dark lines in the solar spectrum simpler than the assumption that they are caused by the scattering of the sun's light by interplanetary dust.

Manifestly, for future progress we need more and better spectra of the dark lines in the coronal spectrum taken under clear skies devoid of water vapor in order to be more certain that the FRAUNHOFER lines are actually coronal in origin and do not come from sunlight scattered in the earth's atmosphere. We need more and better spectra of large dispersion in order to derive more accurate wave-lengths of the bright line spectrum by which to find the origin of coronium and to measure the rotation of the corona. Up to the present we have pitifully few spectra of the corona with good definition and adequate dispersion. In the future these spectra must be measured photometrically to as great distances as possible from the sun's surface in at least two different directions at the sun's equator and pole. Needless to say the photographs should cover as wide a range of wave-lengths as possible. More information is urgently needed concerning the degree of polarization of the coronal light to as great distances from the sun

[1] J Opt Soc Amer 23, p. 234 (1933). [2] Z f Ap 1, p. 209 (1930).

as possible. In spite of the splendid achievement of LYOT in photographing the corona outside of an eclipse, it seems probable that new information regarding the corona will come entirely from eclipse expeditions with the result that observations will be accumulated at the average rate of one minute of time per year.

k) EINSTEIN Theory.

35. Deflections of Star Images on Eclipse Plates. At the 1929 eclipse, the Potsdam party of FREUNDLICH and VON KLÜBER used two different cameras, one an astrograph of 3,4 m focus pointed directly at the sun, the other of 8,5 m focus placed horizontally and used with coelostat mirror. In spite of every precaution to take care of possible errors of all kinds, it was found that the plates with the astrograph were useless on account of a flexure developed in passing from the eclipse to the check star field 35° distant. Although the optical qualities of the horizontal camera were far from perfect, the value derived by the Potsdam astronomers for the EINSTEIN deflection reduced to the sun's edge was $2'',24 \pm 0'',10$, a result which differed radically from the Lick deflection $1'',75 \pm 0'',09$ at the 1922 eclipse, or from the theoretical value of $1'',72$.

Several astronomers, among whom may be mentioned LUDENDORFF[1] and TRÜMPLER[2], attacked the method of reduction with the result that a heated and acrimonious controversy ensued. Unfortunately, at the 1929 eclipse, the bright stars photographed on the Potsdam plates were extremely unsymmetrically placed. A straight line passed through the center of the sun found seventeen stars on one side and a single star on the other side of the line. As a consequence, the light deflections to be determined depend to a high degree on the plate constants used in the reduction. If by means of the least square reductions the scale correction is determined at the same time as the other constants of the plate from the star observations themselves, that is, by following the procedure adopted with the 1919 and 1922 eclipses, TRUMPLER has found for the 1929 plates a deflection of $1'',75 \pm 0'',13$. On the other hand, DANJON[3] has determined the scale of the plates from the check field of stars furnished by the same instrument on the day of the eclipse and after an interval of several months and he finds the three eclipses of 1919, 1922 and 1929 are in good agreement and furnish the mean value $2'',06$ for the EINSTEIN deflection.

In again reviewing the whole literature, the present writer has come to the conclusion that although the problem can not now be uniquely solved, more confidence may be placed in TRUMPLER's value for the 1929 eclipse, $1'',75 \pm 0'',13$ than in any of the others. This value, combined with those in Band IV, page 356, gives $1'',79 \pm 0'',06$ for the deflection reduced to the sun's limb.

The differences between the various reductions show the underlying difficulty of the whole problem, namely, the practical impossibility of adequately separating the scale of the plates from the star deflections. According to the opinion expressed more recently by FREUNDLICH and VON BRUNN[4], a solution of the problem demands that the scale of the plates must be known to the excessively high accuracy of one part in one-hundred-thousand. It need hardly be added that nowhere in astrophysical measures has this accuracy been attained in the scale value of a photographic plate. It therefore appears evident that work on the relativity displacements must be repeated at future eclipses by processes which will insure a far greater accuracy than has been attained in

[1] A N 244, pp. 321 and 415 (1932).
[2] Z f Ap 4, p. 208; Publ A S P 44, p. 167 (1932).
[3] J de Phys et le Radium (7) 3, p. 281 (1932).
[4] Z f Ap 6, p. 218 (1933).

the past. Such a recommendation is quite obvious—but unfortunately, it will be quite impossible to put this recommendation into effect at any time within the next two decades. WRIGHT[1] has shown that not a single one of the star fields at any total eclipse in the future, up to and including that of February 25, 1952, is adequate to give reliable information concerning the relativity displacement.

Measures by WRIGHT[2] of photographs of the April, 1930, eclipse made with the 36-inch Lick refractor offer "no support for the suggestion that has been made that the EINSTEIN effect may be a consequence of abnormal refraction within the cold shadow of the moon at the time of a total eclipse of the sun".

In a discussion of the systematic differences between the wave-lengths in the sun and those in the vacuum arc in the laboratory, it is shown in Eclipses of the Sun, 3d Edition, p. 463, that "the wave-lengths in the sun are greater than those in the laboratory, the average difference being approximately that of the EINSTEIN relativity shift".

Most astronomers and physicists are satisfied that the theory of relativity has been verified by observations made in three different fields of investigation: 1) the motion of the perihelion of Mercury, 2) the red shift of lines in the solar spectrum, and 3) deflections on eclipse photographs. But if these are not completely convincing, TRUMPLER's recent observations on the red shift in stars of O type should set at rest any remaining doubts. Many new and interesting facts concerning this theory will be accumulated in the next quarter of a century of progress before there is another total eclipse with a satisfactory distribution of bright stars that will permit another thorough test of the relativity displacement.

[1] Publ A S P 45, p. 25 (1933).

[2] Publ Amer Astr Soc 8, p. 79 (1934).

Band IV.

Kapitel 4.

Die physische Beschaffenheit des Planetensystems.

Von

K. Graff-Wien.

a) Überblick über die Forschungsmethoden und deren Hilfsmittel.

1. Einleitung. Eine kritische Bearbeitung aller systematischen Durchmesserbestimmungen der Planeten einschließlich eigener Reihen hat W. Rabe[1] geliefert. Er findet für die Dimensionen der Großkörper im Sonnensystem die folgenden wahrscheinlichsten Werte (Planet Pluto s. Ziff. 14a):

Tabelle 1.

Planet	Scheinb. Durchm.	Normal-abstand	Wahrer Durchm. in km	Planet	Scheinb. Durchm.	Normal-abstand	Wahrer Durchm. in km
Merkur	7″,09	1,0000	5140	Saturn, äquat.	17″,44	9,5389	120600
Venus	17 ,40	1,0000	12620	„ , polar	15 ,77	9,5389	109000
Erde	17 ,60	1,0000	12756	Ring A, äuß. Dm.	40 ,29	9,5389	278500
Mars, äquat.	9 ,47	1,0000	6860	„ B, „ „	25 ,82	9,5389	178500
„ polar	9 ,42	1,0000	6820	„ C, „ „	20 ,83	9,5389	144000
Jupiter, äquat.	38 ,09	5,2028	143600	Cassiniteilg. Mitte	34 ,62	9,5389	239400
„ polar	35 ,76	5,2028	134800	Uranus	3 ,84	19,191	53400
				Neptun	2 ,28	30,055	49700

2. Berechnung der planetographischen Hilfsdaten und der Achsenlage. In den Literaturnachweisen des Handbuches sind nur neuere Arbeiten auf dem Gebiete der mathematischen Planetographie genannt. Von älteren wären W. Beer und J. H. Mädler[2] sowie E. Neison[3] zu erwähnen, deren selenographische Formeln (zahlreiche Druckfehler!) sinngemäß auch auf Planeten Anwendung finden können (vgl. Handb. S. 397). Eine Zusammenstellung der Bezeichnungen und Formeln für planetographische Berechnungen nebst zwei Diagrammen ist im Naut. Alm. für 1931, S. 783ff. enthalten.

3. Anwendung der Polarimetrie, Photometrie usw. Während die Photometrie und Radiometrie der Planeten in den letzten Jahren nur geringe Fortschritte zu verzeichnen haben, ist die Polarimetrie durch eine umfangreiche Veröffentlichung von B. Lyot[4] sehr wesentlich gefördert worden. Lyot hat zunächst festgestellt, daß entgegen der allgemeinen Meinung die Planeten tatsächlich deutliche Anzeichen einer Polarisation aufweisen, die zum Teil schon

[1] A N 234, S. 153 (1928). [2] Der Mond (1837).
[3] Der Mond, 2. deutsche Ausgabe von H. J. Klein S. 374 (1881), Anhang.
[4] Recherches sur la polarisation de la lumière des planètes etc. Meudon Ann 8 (1929).

bei Anwendung einer gewöhnlichen SAVARTschen Platte zu erkennen ist. Das neue Polarimeter mußte nicht nur empfindlicher gebaut werden, sondern auch Messungen zulassen. Es besteht zunächst aus einer WILDschen Platte, d. h. aus zwei Kalkspatblättchen, die parallel zu einer Spaltfläche des Krystalls geschnitten und so zusammengesetzt sind, daß die Hauptschnitte senkrecht zueinander stehen. Als Analysator dient ein achromatisches doppelbrechendes Prisma aus Kalkspat und Glas, dessen Hauptschnitt diejenigen der Polarisationsplatte kreuzt. Die Doppelbrechung des Prismas ist so gewählt, daß die Divergenz der beiden senkrecht zueinander polarisierten Strahlen genau gleich der Breite eines hellen oder eines dunklen Streifens ist. Dies hat den Vorteil, daß man das ordentliche und außerordentliche Fransensystem so orientieren kann, daß die hellen und dunklen Streifen beider je aufeinanderfallen und sich daher verstärken. Gegenüber dem SAVARTschen hat das LYOTsche Polariskop[1] den großen Vorteil der Farblosigkeit des Gesichtsfeldes, wesentlich feinerer und schärferer Streifen und mehr als doppelter Lichtstärke, dagegen ist die Empfindlichkeit nur wenig gesteigert. LYOT hat sie durch einen Kunstgriff erhöht, indem er die einfallenden Lichtstrahlen im Fernrohr dreh- und neigbare Blättchen von dünnster Zelluloidfolie passieren läßt und ihnen damit meßbar eine Zusatzpolarisation erteilt. Zeigt z. B. ein Planet eine Polarisation von 0,3%, so bleibt diese im Polariskop unsichtbar. Werden ihr jedoch durch entsprechende Neigung und Drehung der beiden Folien 0,9% hinzugefügt, so wird der Gesamtbetrag von 1,2% erkennbar und auch meßbar.

In der Mitte einer Planetenscheibe ist das Licht durch einfache Diffusion polarisiert, und zwar in einer Ebene, die zur Ebene, die durch die Sonne geht, entweder parallel verläuft oder senkrecht dazu steht. Die Gesetzmäßigkeiten, die dabei auftreten, kennzeichnen den Boden, die Wolkenhülle oder die Atmosphäre eines Planeten. Ihre Änderung ist ein Merkmal dafür, daß sich auch die physischen Verhältnisse auf dem fremden Weltkörper geändert haben. Experimentelle Untersuchungen an streuenden Dampf- und Staubteilchen, an Gesteinen und Gesteinsmischungen ergaben, besonders in Verbindung mit der Photometrie und Kolorimetrie, Anhaltspunkte für Schlüsse über die Ursache der Veränderungen, so daß dem neuen Verfahren ein bleibender Platz in der Planetographie gesichert erscheint.

Die Bestimmungen des Polarisationswinkels, der Polarisationsebene und des Betrages der Polarisation können getrennt oder gleichzeitig vorgenommen werden. Im letzteren Falle wird die zu untersuchende Polarisation zweimal kompensiert, indem man das Polarimeter abwechselnd in zwei um 45° abweichenden Richtungen orientiert. Sind α und β die Winkel, die die Polarisationsebene mit den beiden Richtungen einschließt, P der gesuchte Betrag des polarisierten Lichtes, so folgt aus einer geometrischen Betrachtung des Lichtdurchganges durch das Prisma

$$P_1 = P\cos 2\alpha\,,$$

$$P_2 = P\sin 2\alpha$$

und

$$P = \sqrt{P_1^2 + P_2^2}.$$

Für die Untersuchung der Planeten Merkur und Venus, die zum Teil am Tage beobachtet werden müssen, ist es natürlich notwendig, die starke Polarisation der erleuchteten Atmosphäre zu kompensieren, was LYOT durch eine sinnreiche automatische Hilfsvorrichtung (Quarzplatte zwischen zwei Kalkspatrhomboedern) hinter dem Okular ermöglicht hat.

[1] Vgl. W. Voss, Himmelswelt 41, S. 285 (1931).

Der bessere Einblick in die photometrischen Verhältnisse der Planeten, der letzthin erzielt wurde, ist weniger der Anwendung präziserer Beobachtungsmethoden (z. B. der lichtelektrischen Photometrie) zu verdanken, als einer genaueren Bearbeitung der Schätzungen und Messungen, vor allem aber ihrer Überführung in ein einheitliches System, etwa das der Rev. Harv. Photometry. Diese lange zurückgestellte Aufgabe hat W. BECKER[1] mit unerwartetem Erfolg durchgeführt: Für Mars, Jupiter, Saturn, Uranus und Neptun ergaben sich neben dem mit den Distanzen r und Δ sowie mit der Phase einhergehenden scheinbaren Lichtwechsel noch charakteristische physische Helligkeitsänderungen, die bei den einzelnen Planeten noch besonders erwähnt werden sollen. Einheitliche Zusammenhänge, die etwa auf Änderungen der Solarkonstante zu schieben wären, sind dabei bemerkenswerterweise nicht festgestellt worden. Beziehungen zur Umlaufsperiode, die auf physische Gründe zurückgeführt werden könnten, finden sich nur bei Jupiter vor, bei Uranus hat die 42jährige Welle (Umlauf 84^a) ihren Grund in der Abplattung und besonderen Achsenrichtung (Ziff. 14) des Planeten.

Die genaueren Lichtkurven der Glieder des Planetensystems gestatten eine wesentlich schärfere Festlegung ihrer mittleren Helligkeiten und der Albedoziffern, und zwar erhält man nach W. BECKER die folgenden Werte für mittlere Helligkeit (Harv. System), Amplitude des Lichtwechsels, Farbenindex und geometrische Albedo:

Tabelle 2.

Planet	M. Hell.	Ampl.	CI	Vis. Farbe	Geom. Alb.
Mars	$-1^m,694$	$0^m,48$	$+1^m,160$	*k*9	0,119
Jupiter	$-2\ ,392$	$0\ ,34$	$+0\ ,742$	*f*3	0,409
Saturn	$+0\ ,901$	$0\ ,46$	$+0\ ,841$	*g*6	0,402
Uranus	$+5\ ,575$	$0\ ,31$	$+0\ ,68$	*b*7	0,459
Neptun	$+7\ ,752$	$0\ ,36$	$+0\ ,654$	—	0,450

Der Farbenindex CI der Tafel ist aus visuellen und photographischen Helligkeiten abgeleitet, während die visuelle Farbenklasse nach den Messungen von K. GRAFF[2] angesetzt wurde. Zur letzten Reihe der Tabelle ist zu bemerken, daß die sphärischen Albedowerte nach dem LAMBERTschen Emanationsgesetz sich aus den geometrischen durch Multiplikation der Zahlen mit $\frac{3}{2}$ ergeben.

Die letzten spektroskopischen Fortschritte auf dem Gebiete der Planetographie sind in erster Linie der handelsmäßigen Herstellung von haltbaren Ultrarotplatten zu danken, die eine Verfolgung heller Spektra bis über λ 10000 A, also in das Gebiet der starken atmosphärischen Absorptionen hinein gestatten und noch manche wichtigen Ergebnisse auf dem Gebiete der physischen Planetenkunde versprechen.

b) Die inneren Planeten.

4. Merkur. Dem planetographisch sehr wenig ergiebigen Planeten hat E. M. ANTONIADI[3] eine Monographie gewidmet. Der Verfasser setzt sich darin entschieden für die 88tägige Umdrehungszeit von G. SCHIAPARELLI ein (vgl. Handb. S. 367), allerdings unter Annahme von erheblichen physischen Librationen. Die Oberfläche des Merkur ist nach ANTONIADI unmittelbar sichtbar und trägt Wüstencharakter. Die sehr dünne Atmosphäre zeigt keine Wolken, dagegen gelegentliche Trübungen, die auf Stauberscheinungen zurückgeführt werden. Alle Wahrnehmungen auf Merkur sind sehr unsicher. Die Auffassung der Umrisse und ihre Einordnung in ein hermographisches Netz, dessen Entwurf ANTONIADI versucht, stecken noch in den Anfängen.

[1] Berlin Sitzber 1933, S. 839. [2] Sternw Wien Mitt Nr. 1, S. 25 (1931).
[3] La planète Mercure et la rotation des satellites. 1932.

Der im Handbuch (S. 368) angegebene Ausdruck von G. MÜLLER[1] für die Helligkeit ist dort bereits auf das Harv. System reduziert. Die lineare Originalformel im Potsdamer System lautet:

$$H_{♀} = -1{,}041 + 0{,}03679\,(\alpha - 50°),$$

während J. HOPMANN[2] aus einer eigenen Reihe im Harv-System stark abweichend

$$H_{♀} = -0{,}658 + 0{,}03316\,(\alpha - 50°)$$

erhielt.

Die große Ähnlichkeit zwischen der Polarisationskurve des Merkur und derjenigen des Mondes wird durch die Untersuchungen von B. LYOT[3] neuerdings vollauf bestätigt.

5. Venus. W. S. ADAMS und TH. DUNHAM[4] haben im Frühjahr 1932 am 2,5 m-Reflektor des Mt. Wilson-Observatoriums Spektralaufnahmen des Venuslichtes auf Ultrarotplatten bei starker Dispersion (1 mm = 5,6 A) ausgeführt. Bei der relativen Radialgeschwindigkeit von —14 km hätten etwaige Absorptionslinien des Planeten neben denen der Erdatmosphäre deutlich hervortreten müssen, doch ist wieder[5] keine Spur davon im Venuslicht gefunden worden. Dafür gelang die Zuordnung von drei neuen, im Laboratorium schwer nachweisbaren Banden λ 7820, 7883 und 8689 zur Kohlensäure.

Auf dieser Feststellung fußend, hat E. SCHOENBERG[6] die Refraktions- und Diffusionskonstante der Venusatmosphäre neu abgeleitet. Die Horizontalrefraktion R ergibt sich aus dem Übergreifen der Hörnerspitzen nach Verbesserung einer von MÄDLER[7] angegebenen Formel zu

$$R = \frac{1}{2}\,\frac{r}{r_1}\,[(D + s'\sin m)\sin m - s]\,.$$

Dabei sind D der Winkelabstand Sonne—Venus, m die Verlängerung der Hörnerspitzen, r und r_1 die Radienvektoren von Erde und Venus, s und s' die scheinbaren Halbmesser von Sonne und Planet. Beobachtungen aus den Jahren 1849, 1866 und 1874 ergeben $R = 54'$. Dieser hohe Wert wird durch das spektrographische Ergebnis verständlich. SCHOENBERG führt ihn auf den großen Brechungsexponenten der unteren Kohlensäureschichten zurück und nicht auf eine besonders große Dichte der Venusatmosphäre.

Gestützt auf SCHOENBERGS Angaben schätzt R. WILDT[8] die Kohlendioxydmenge der Venusatmosphäre auf 1,5 kg pro 1 qcm Oberfläche. Für die Eigenstrahlung ist eine solche Atmosphäre vollkommen undurchlässig, so daß Strahlungsmessungen nicht imstande sind, eine Vorstellung von der Bodentemperatur des Planeten zu vermitteln.

Das Übergreifen der Hörnerspitzen steht in enger Beziehung mit der Täuschung des aschgrauen Lichtes in den unteren Konjunktionen der Venus. Eine zusammenhängende Darstellung der Erscheinung gab F. QUÉNISSET[9]; die älteren Beobachtungen hat bereits H. J. KLEIN[10] zusammengestellt.

Die Polarisationserscheinungen der Venus sind in Abb. 7 des Handbuches (S. 371) nicht vollständig dargestellt. Beim Diffusionswinkel 130° erhebt sich die Kurve wieder rasch und erreicht bei 160° ein zweites Maximum von 18‰.

[1] Photometrie d Gestirne S. 353 (1897). [2] A N 218, S. 185 (1923).
[3] Recherches sur la polarisation etc., S. 48. (1929).
[4] Publ A S P 44, S. 243 (1932); 45, S. 202 (1933).
[5] Vgl. Ap J 56, S. 380 (1922).
[6] Berlin Sitzber 1933, S. 50; vgl. auch 1931, S. 383.
[7] A N 29, S. 107 (1849). [8] Veröff Sternw Göttingen Nr. 38 (1934).
[9] B S A F 46, S. 370 (1932).
[10] Handbuch der allgem. Himmelsbeschreibung, S. 90. Braunschweig 1901.

Die Untersuchung der regionalen Polarisation, z. B. in der Nähe der Ränder, der Lichtgrenze, der Hörner usw., hat kein einheitliches Resultat, sondern bemerkenswerte Unterschiede ergeben, deren Deutung aber noch aussteht.

6. Vermutungen über die Rotation der Venus. Helligkeitsverlauf. Die Frage nach der Zeitdauer der Achsenumdrehung ist weiter ungeklärt. Von neueren Versuchen in dieser Richtung sind diejenigen von R. JARRY-DESLOGES zu erwähnen[1], die auf 24^h und eine Achsenneigung von $45°,5$ hindeuten.

Die im Handbuch (S. 373) mitgeteilte visuelle Formel für den Lichtwechsel der Venus im Harv. System nach G. MÜLLER[2] lautet im Original (Potsd. System)

$$H_♀ = -4{,}707 + 0{,}01322p + 0{,}0000004247p^3,$$

während die photovisuelle von E. S. KING[3] wie folgt zu verbessern ist

$$H_♀ = -5{,}20 + 0{,}01445p + 0{,}0000002251p^3.$$

7. Mars. Lichtwechsel, Rotation, Oberfläche. Die normalen, vom Phasenwinkel abhängigen Änderungen der Helligkeit verlaufen (Phasenkoeffizient nach G. MÜLLER, konstantes Glied nach W. BECKER[4]) entsprechend der Formel:

$$H_♂ = -1{,}694 + 0{,}01486p.$$

Außerhalb dieses regelmäßigen Lichtwechsels spielt sich ein unregelmäßiger ab, der dadurch charakterisiert ist, daß lang andauernde flache Minima durch einzelne scharfe Maxima unterbrochen werden. Die Amplitude dieser Helligkeitsschwankung ist recht beträchtlich und beträgt $0^m,48$; eine Periode ist offenbar nicht vorhanden, was insofern nicht verwunderlich ist, als die Lichtänderungen, im Einklang mit dem unmittelbaren Anblick im Fernrohr, offenbar mit meteorologischen Vorgängen in der Marsatmosphäre zusammenhängen.

Die Marsliteratur hat E. M. ANTONIADI[5] um eine umfangreiche Monographie bereichert. Es handelt sich bei dem Buch um eine regionale Topographie, die unter kritischer Beachtung der in der Geschichte der visuellen Marsforschung unterlaufenen Täuschungen das äußere Aussehen der einzelnen Landschaften und die an ihnen beobachteten Veränderungen behandelt. Es wird aus dem Material der letzten Jahrzehnte nur die direkte Beobachtung an größeren Fernrohren, insbesondere am 83 cm-Refraktor in Meudon, berücksichtigt. Mathematische Planetographie, Photometrie, Polarimetrie, ja selbst die Photographie werden in dem Werk von ANTONIADI nicht in den Kreis der Betrachtungen gezogen.

Bezüglich der physischen Beschaffenheit der Marsoberfläche weicht ANTONIADI von den anderen zeitgenössischen Beobachtern nicht ab. Die Polflecke werden als Schnee angesprochen, die Maregebiete als Vegetation, die rötlichen Areale als Wüste. In letzter Hinsicht pflichtet ihm R. WILDT[6] bei, indem er aus dem jetzigen spärlichen Vorkommen von freiem Sauerstoff auf Mars schließt, daß dieser für die Oxydation des anstehenden Bodens verbraucht worden ist. Da auf der Erde die roten Sandsteine zu den am stärksten oxydierten Sedimenten gehören, könnte die Farbe des Planeten eine ähnliche Ursache haben.

Genauere Temperaturmessungen sind erst von den nächsten Oppositionen zu erwarten. Die bisherigen Ergebnisse hat G. V. SIMONOFF[7] zu einem Gesamtüberblick über das Klima des Mars verwertet. Die für derartige Betrachtungen wichtige Jahresdauer des Mars (Handbuch S. 374 unten) ist dahin richtigzustellen, daß diese 669,6 Stern- bzw. 668,6 Sonnentage des Mars umfaßt.

[1] B S A F 43, S. 138 (1929).
[2] Photometrie d Gestirne S. 359 (1897).
[3] Harv Ann 85, Nr. 4 (1923).
[4] Berlin Sitzber 1933, S. 839.
[5] La planète Mars 1659—1929 (1930).
[6] Veröff Sternw Göttingen Nr. 38 (1934).
[7] Pop Astr 40, S. 161 (1932).

Die einzelnen Bestimmungen der Achsenlage des Mars erfordern noch eine gründliche Nachprüfung zur Aufklärung der großen Unstimmigkeiten, die insbesondere W. H. PICKERING[1] hervorgehoben hat. Der Nautical Almanac verwendet für die Lage des Marsnordpols am Himmel seit 1931[2] die Position (1905,0)

$$A = 21^h 10^m + 1^s{,}565\,t\,,$$
$$D = +54^\circ 30' + 12''{,}60\,t\,,$$

die nach LOWELL und CROMMELIN[3] angesetzt ist.

c) Die äußeren Planeten.

10. Jupiter. Äußerer Anblick, Rotation und Achsenlage. Die von STANLEY WILLIAMS[4] festgestellten Farbenwechselperioden betreffen die Äquatorzone des Jupiter, die, im allgemeinen weiß gefärbt, in Zwischenzeiten von 11,95 Jahren eine rötliche Färbung annimmt, und das nördliche und südliche Äquatorband (NEB und SEB), die in Perioden von 12,03 Jahren ihre Farbe vertauschen.

11. Wolkengebilde und roter Fleck. Helligkeit und Spektrum. Die MÜLLERsche Formel für die durch die Phase hervorgerufenen Helligkeitsänderungen lautet nach Einsetzen der neuen Konstante von W. BECKER (vgl. S. 412)

$$H_{♃} = -2{,}392 + 0{,}015\,p \quad (\text{MÜLLER, visuell}),$$

der

$$H_{♃} = -2{,}59 + 0{,}015\,p \quad (\text{KING, photovisuell})$$

gegenübersteht. Beiden Ausdrücken liegt das Harv.Syst. zugrunde. Die der normalen, aus den Distanzen und dem Phasenwinkel folgenden Kurve überlagerten, wahrscheinlich physischen Schwankungen des Lichtes haben nahe Sinusform mit einer Periode von $11{,}6 \pm 0{,}4$ Jahren. Innerhalb der Fehlergrenzen kann hier Übereinstimmung mit den vorhin erwähnten Perioden von ST. WILLIAMS (s. oben) angenommen werden.

Das Licht des Jupiter zeigt starke Polarisation. Der Anteil derselben ist am stärksten an den Polen. Die von B. LYOT[5] 1923 festgestellten, aber nicht aufgeklärten Unterschiede zwischen Nord- und Südrand sind 1926 unmerklich geworden, dagegen wurde sowohl vor wie nach der Opposition der Westrand stärker polarisiert vorgefunden als der Ostrand.

Das Spektrum des Jupiter ist von R. WILDT und E. J. MEYER[6] auf Ultrarotplatten aufgenommen und vermessen worden. Als sicher vorhanden werden von den Banden V. M. SLIPHERS[7] angegeben (Wellenlängen roh): 543, 618, 646, 671, 701, 719, 730. Neu festgestellt wurde eine Bande λ 785, die V. M. SLIPHER schon früher im Spektrum des Saturn entdeckt hatte. T. DUNHAM[8] hat mit einem Gitterspektrographen des Mt. Wilson-Observatoriums die Untersuchung bis λ 10000 erweitert und im Jupiterspektrum 60 Linien des Ammoniaks zwischen λ 6450 und 7920 sowie 18 Linien des Methans in der Gegend λ 8640 identifiziert. Die Schichtdicke des Ammoniakgases wird nach Laboratoriumsversuchen auf 5 bis 10 m beim Druck von 1 Atmosphäre geschätzt. Bemerkenswert ist die Feststellung von N. F. BOBROVNIKOFF[9], daß die Ammoniakbanden in den tiefer gelegenen Äquatorstreifen des Planeten nicht nachweisbar sind.

Eine gründlichere Untersuchung der spektralen Helligkeitsverteilung auf Jupiter steht noch aus. Nach der Beleuchtungstheorie der Planetenatmosphären

[1] Pop Astr 38, S. 263 (1930).
[2] Jahrgang 1931, S. 782ff.
[3] M N 66, S. 56 (1906).
[4] M N 59, S. 381 (1899); 80, S. 467 (1920).
[5] Recherches sur la polarisation, S. 74 (1929).
[6] Z f Ap 3, S. 354 (1931).
[7] Lowell Bull Nr. 16 (1905); Nr. 42 (1909).
[8] Publ A S P 45, S. 42 u. 202 (1933).
[9] Publ A S P 45, S. 171 (1933).

von E. SCHOENBERG[1] würde sie vielleicht einen Einblick in den Aufbau der Lufthülle der äußeren Planeten ermöglichen. Einige bemerkenswerte Betrachtungen über diese und andere Fragen enthält eine russische Abhandlung von W. FESSENKOFF[2] über die physische Beschaffenheit des Jupiter.

12. Saturn. Rotation und Oberflächeneinzelheiten. Die verbesserten Werte für die Dimensionen des Saturnsystems nach W. RABE finden sich auf S. 410. Die Fortsetzung der amerikanischen Filteraufnahmen hat insofern ein bemerkenswertes Ergebnis geliefert, als sie eine starke Veränderlichkeit der spektralen Zusammensetzung einzelner Gebiete des Saturn zum Vorschein gebracht hat. Der auf dem Ultraviolettbild der Abb. 19 (Handbuch S. 389) sichtbare dunkle Äquatorstreifen war z. B. nach E. G. SLIPHER[3] 1930 im gelben und im violetten Licht gleich hell. Gleichzeitige visuelle Beobachtungen ergaben Farbenänderungen.

Neue Gelegenheit zu einer Rotationsbestimmung der Saturnkugel bot das erneute Auftreten eines hellen Flecks[4] Anfang August 1933. Die Verfolgung der Durchgänge durch den Mittelmeridian des Saturn ergab diesmal für die chronographische Breite von nahe 0° den Umdrehungswert von $10^h 13^m,6$. Da ähnliche, rasch vergängliche Gebilde 1793, um 1821 und 1850, 1876 und 1903 auftraten, scheint die Fleckbildung sich in Zwischenzeiten von rund 28 Jahren zu wiederholen (vgl. Ziff. 13).

Das ultrarote, wie bei Jupiter mit zahlreichen Banden durchsetzte Spektrum des Saturn ist gleichfalls (s. Ziff. 11) von R. WILDT und nachträglich von T. DUNHAM photographiert und untersucht worden. Es gleicht im Gegensatz zu dem Ringsystem völlig dem Jupiterspektrum, insbesondere enthält es die dort erwähnten Ammoniak- und Methanbanden.

Die polarimetrischen Verhältnisse zeigen wie bei Jupiter nach B. LYOT noch ungeklärte Unterschiede in der südlichen und nördlichen Randzone, deren Ursache offenbar in dem abweichenden Wolkencharakter der beiden Planetenhemisphären liegt.

13. Lichtverhältnisse. Die physische Beschaffenheit des Ringsystems. Nach der Neuableitung von W. BECKER (vgl. S. 412) ist das konstante Glied der MÜLLERschen Formel für den Lichtwechsel des Systems (Handbuch S. 390) durch $+0^m,901$ (Harv.Syst.) zu ersetzen. Überlagert wird die Helligkeitskurve von Schwankungen anscheinend nichtperiodischen Charakters von $0^m,46$ Amplitude.

Sehr bemerkenswert ist ein kaum zufälliges Zusammenfallen der Erscheinungen der weißen Flecke mit dem Minimum der Planetenhelligkeit. W. BECKER[5] deutet daher beide Vorgänge recht einleuchtend so, daß nach einem Helligkeitsmaximum, in dem die Äquatorzone ihren vollen Glanz annimmt, der Planet sich allmählich mit einem grauen Wolkenschleier überzieht. Reißt diese im Minimum voll entwickelte Decke einmal auf, so kommen die darunter liegenden Teile mit höherer Albedo zum Vorschein. Über einige Jahrzehnte fortgesetzte Vergleichungen der Flächenhelligkeit der Äquatorzone mit dem hellen Mittelring könnten hier Klarheit schaffen. Da die Flächenhelligkeit des Ringsystems von seiner Neigung zur Blickrichtung unabhängig ist, wären solche Messungen ohne Schwierigkeit ausführbar.

Das Spektrum des Saturnringes ist dadurch gekennzeichnet, daß es sich wesentlich weiter nach Ultrarot hin verfolgen läßt als das Spektrum der Kugel[6]. Die Energieverteilung weicht also in beiden Fällen erheblich ab, was nicht weiter

[1] V J S 65, S. 269 (1930).
[2] Publ Obs Astr Charkoff Nr. 9 (1917).
[3] Publ A S P 43, S. 241 (1931).
[4] Vgl. hierüber z. B. Die Sterne 1933, S. 201.
[5] Berlin Sitzber 1933, S. 851.
[6] Vgl. Abb. 1 in Naturwiss 20, S. 928 (1932).

verwunderlich erscheint. Merkwürdig ist dagegen das polarimetrische Verhalten der Einzelringe, über das B. LYOT berichtet. Der innere (mittlere) zeigt Eigentümlichkeiten, wie sie den gewöhnlichsten grob zerschlagenen Gesteinen der Erdkruste eigen sind (Lava, Granit), bei vollkommener Unähnlichkeit mit dem Monde, während der äußere eine Reihe davon abweichender sehr verwickelter Erscheinungen aufweist, die nicht einmal am Ost- und Westhenkel gleichartig auftreten. Da die materiellen Teilchen des Ringes durch die Umlaufbewegung mitgeführt werden, ist diese Feststellung sehr merkwürdig. Ihre Bestätigung wäre für die Vertiefung unserer Kenntnisse über die physische Beschaffenheit des Ringsystems von ganz besonderem Interesse. Über Fragen der theoretischen Photometrie, die den Lichtwechsel des Ringes im Gegensatz zu H. SEELIGER als Beugungserscheinung auffassen, vgl. den Beitrag von E. SCHOENBERG[1] in Bd. II des Handbuchs und im vorliegenden Bande.

Die Masse des Ringsystems ließe sich aus der Apsidenbewegung eines beliebigen Saturntrabanten berechnen, wenn nicht nur diese Bewegung, sondern auch die anderen Faktoren, die sie gleichfalls veranlassen (Abplattung des Hauptkörpers, Masse der anderen Trabanten), genau bekannt wären. Alle diese Parameter liegen aber nur in genäherter numerischer Form vor, so daß man in der ganzen Frage auf Schätzungen angewiesen ist. Neuerdings veranschlagt H. SLOUKA[2] nach einer Methode von P. STROOBANT[3] die Gesamtmasse der Ringe auf $^1/_{1\,800\,000}$ der Saturnmasse. Dieser Wert entspricht gut dem photometrischen, den L. BELL[4] abgeleitet hat und der auf $^1/_{1\,000\,000}$ als Maximum führt.

14. Uranus und Neptun. Aus der Untersuchung von W. BECKER (S. 412) folgt für Uranus die mittlere Oppositionshelligkeit $+5^m,575$, die ebenso wie bei Neptun wegen des Fehlens einer Phase und der geringen Änderung von r fast nur noch mit dem reziproken Wert des Quadrates der Erddistanz Δ^2 sich ändert. Die sonst an dem Planeten beobachteten Hauptschwankungen des Lichtes sind sinusartig. Sie haben eine Periode von 42 Jahren und eine Amplitude von $0^m,31$. Diese Wellen sind dynamischen Ursprungs und hängen mit der starken Abplattung, der nahe in der Ekliptik liegenden Rotationsachse (Neigung 98°) und der Umlaufsperiode (84^a) insofern zusammen, als während eines Uranusjahres von der Erde aus zweimal der kreisförmige Äquator und zweimal ein elliptischer Meridian des Planeten als Begrenzung der Scheibe erscheint. Dieser Lichtwechsel wird von einem physischen überlagert, der ebenfalls sinusartigen Charakter und die gleiche Amplitude von $0^m,31$, aber eine Periode von 8,4 Jahren hat.

Die Achse des Uranus mußte bisher in Ermangelung anderer Anhaltspunkte in die Polrichtung der Mondbahnen verlegt werden. Da sie sich nunmehr in Albedounterschieden ausprägt, so läßt sich aus den photometrischen Daten der Unterschied zwischen der Knotenlage der Mondbahnen und des Uranusäquators und damit die Pollage des Planeten ableiten. Werden die von BECKER dafür angegebenen Werte ($L = 67°,7$, B zwischen 0° und $-7°,8$) auf das Äquatorsystem übertragen, so erhält man für die betreffende Richtung (Ep. 1875,0) genähert:

$$A = 67° \qquad D = +18°.$$

Die Normalhelligkeit des Neptun ist $7^m,752$. Die offenbar physischen Helligkeitsschwankungen haben eine Periode von $21 \pm 0,6$ Jahren und eine Amplitude von $0^m,36$.

[1] Siehe auch V J S 68, S. 387 (1933).
[2] Sciencia 1931, S. 65.
[3] C R 147, S. 664 (1908).
[4] Ap J 50, S. 1 (1919).

In spektroskopischer Hinsicht gleichen Uranus und Neptun einander vollkommen bei weiterer inniger Verwandtschaft mit Jupiter und Saturn. R. WILDT[1] hat das Spektrum des Uranus im Ultrarot und im Ultraviolett genauer nachgeprüft, im letzteren Gebiet deshalb, weil D. J. EROPKIN[2] aus der Gegenüberstellung der Ozonabsorptionen mit den Banden der Planeten Saturn, Uranus und Neptun auf größere Ozonmengen in der Atmosphäre dieser Planeten schloß. Das Ergebnis in dieser Hinsicht war durchaus negativ, dagegen wurden neue Banden im Ultrarot bei λ 7760 und λ 7970 gefunden.

SLIPHER hatte 1910 in den Spektren von Uranus und Neptun eine beträchtliche Verstärkung der Linie $H\beta$ festgestellt und daraus auf freien Wasserstoff in der Atmosphäre geschlossen. Die WILDTschen Registrierkurven zeigen, daß die schon aus atomtheoretischen Gründen unhaltbare Annahme nicht berechtigt ist: in Wirklichkeit wird die $H\beta$-Linie in den beiden Spektren durch eine breite planetarische Bande, die etwa bei λ 4855 liegt, überlagert[3].

Der innere Aufbau der äußeren Planeten bildet dauernd den Gegenstand eingehender Untersuchungen[4], da hier erhebliche Abweichungen gegenüber dem Gaskugelmodell der Fixsterne, speziell in der Frage der Dichtegradienten, vorzuliegen scheinen.

14a. Pluto. Von dem im Jahre 1930 entdeckten Planeten liegen in astrophysikalischer Hinsicht zunächst nur einige Helligkeitsbeobachtungen vor. K. GRAFF[5] fand visuell $14^m{,}88$, W. MÜNCH[6] photographisch $16^m{,}04$. Die genaueste Bestimmung ist zur Zeit diejenige von W. BAADE[7], der auf Grund von Aufnahmen mit den Mt. Wilson-Reflektoren für mittlere Opposition ($r = 39{,}5$, $\varDelta = 38{,}5$) photographisch $15^m{,}41$ und photovisuell $14^m{,}75$ fand. Die Masse des Planeten kann vorläufig nur schätzungsweise angegeben werden. Nach A. C. D. CROMMELIN[8] dürfte sie gleich dem 6fachen der Erdmasse sein; dagegen schließen S. B. NICHOLSON und N. U. MAYAL[9] auf einen 9mal kleineren Wert. Auf alle Fälle steht Pluto physikalisch der Gruppe der inneren Planeten viel näher als den äußeren. Eine übersichtliche Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse über Bahn und physikalische Beschaffenheit hat F. BALDET[10] gegeben.

d) Der Erdmond.

16. Vermessung der Mondoberfläche. Das Fehlen eines Positionskataloges niederer Ordnung für die auffälligeren Mondformationen macht sich in der Selenographie unangenehm bemerkbar, so daß selbst neuere Spezialkarten[11] ganz gegen den wissenschaftlichen Brauch ohne Netz erscheinen. Um für solche Arbeiten rasch die notwendigen Positionen zu erhalten, hat K. GRAFF[12] die empirische Eintragung des rechtwinkligen Netzes der SAUNDERschen Punkte in vergrößerte Mondphotographien mit nachfolgender optischer Entzerrung oder Ausmessung mit Glasskalen vorgeschlagen, d. h. ein Verfahren, das sich auf dem Gebiete der kleinen Planeten bei den WOLF-PALISA-Karten bestens bewährt hat.

Der naheliegende und auch mehrfach eingeschlagene Weg, aus der Lage der Schattengrenze allmählich eine Niveaukarte des Mondes zu konstruieren

---

[1] Veröff Sternw Göttingen Nr. 38 (1934). [2] Naturwiss 21, S. 221 (1933).
[3] Vgl. D. H. MENZEL, Publ A S P 42, S. 228 (1930).
[4] Vgl. R. WILDT, Veröff Sternw Göttingen Nr. 40 (1934).
[5] A N 240, S. 163 (1930). [6] V J S 66, S. 266 (1931).
[7] Publ A S P 46, S. 218 (1934). [8] J B A A 41, S. 221 (1931).
[9] Publ A S P 43, S. 74 (1931). [10] B S A F 46, S. 353 (1932).
[11] Vgl. z. B. PH. FAUTH, Neue Mondkarten (1932).
[12] Die Sterne 10, S. 25 (1930).

(vgl. Handbuch S. 399), ist von T. NICCOLINI[1] diskutiert und von H. RITTER[2] verwirklicht worden. Ein Vergleich mit der älteren Niveaukarte von FRANZ zeigt eine gute Übereinstimmung.

Bei der Berechnung der Mondphasen, der Hörnerlage usw. in der Nähe der Konjunktionen mit der Sonne muß der scheinbare Durchmesser der letzteren sorgfältig beachtet werden[3]. Die üblichen genäherten Phasenformeln reichen hier nicht aus.

17. Die Mondphotometrie. Reihen von photometrischen Messungen des Gesamtlichtes der Mondphasen liegen von B. FESSENKOFF, N. STAUDE und P. PARENAGO[4] vor, doch kommt für die Verbesserung der bisherigen Helligkeitswerte in Zukunft wohl nur noch die lichtelektrische Methode in Frage unter sorgfältigster Beachtung und Berücksichtigung der jeweiligen atmosphärischen Extinktion. Eine neuere Beobachtungsreihe dieser Art hat M. G. ROUGIER[5] geliefert. Seine verbesserte photoelektrische Phasenkurve weicht von derjenigen H. N. RUSSELLS (Handbuch S. 400, Abb. 23) stellenweise bis zu $0^m,16$ ab.

18. Temperatur. Polarimetrische Untersuchungen. Die Temperatur des Mondes in den einzelnen Phasen ist durch radiometrische Beobachtungen gut untersucht. Die Eigenstrahlung in ihrer Abhängigkeit vom Inzidenzwinkel i folgt danach dem empirischen Ausdruck

$$E = a \cos^{\frac{1}{2}} i,$$

entspricht also nicht dem LOMMEL-SEELIGERschen Gesetz. Die bisherigen Ergebnisse sind von E. PETTIT und S. B. NICHOLSON[6] übersichtlich zusammengefaßt worden.

Die Polarisationsverhältnisse der Mondoberfläche hat wieder B. LYOT[7] näher untersucht. Es kam ihm weniger auf die Feststellung des Winkels des Polarisationsmaximums an als auf Wiedergabe der allgemeinen Polarisationskurve des Mondes durch Auswahl entsprechender terrestrischer Substanzen. Dieser Bedingung genügen in hohem Maße pulverförmige vulkanische Aschen, so daß die Annahme gerechtfertigt erscheint, daß der Mondboden nur dünn, aber ganz allgemein mit Auswurf- und Verwitterungsprodukten bedeckt ist. Farbe und Albedo würden dieser Vorstellung durchaus entsprechen.

20. Theorien über die Entstehung der Mondformationen. Weitere durch Meteoriteneinsturz hervorgerufene Krater und Kratergruppen konnten in den letzten Jahren an verschiedenen Stellen der Erde, meist in Gegenden mit sehr geringen Niederschlägen nachgewiesen werden, so in der Gegend von Henbury (Mittelaustralien), bei Wabar (Arabische Wüste) und anderwärts.

e) Die kleinen Weltkörper im Sonnensystem.

21. Die kleinen Planeten. Die Mannigfaltigkeit, die die kleinen Planeten bezüglich ihres Phasenwinkels zeigen, erstreckt sich anscheinend in noch höherem Grade auf die Qualität ihres Lichtes, wie N. T. BOBROVNIKOFF[8] durch spektrale Untersuchung von 12 helleren Gliedern der Gruppe festgestellt hat. Die Registrierkurven der Spektra zeigen gegenüber dem Mond keine neuen Linien,

---

[1] Mem S A It 4, S. 401 (1929).
[2] A N 252, S. 157 (1934). Vgl. die Richtigstellung in A N 256, S. 306 (1935).
[3] Vgl. A. DANJON, B S A F 46, S. 57 (1932) u. L. WEINEK, Wiener Sitzber 119, S. 5 (1910).
[4] Publ Astr Inst Russ 4, Fasc. 1, S. 1 (1928).
[5] Ann Obs Strasb 2, S. 205 (1933).
[6] Ap J 71, S. 102 u. 118 (1930).
[7] Recherches sur la polarisation etc., S. 140 (1929).
[8] Lick Bull 14, S. 18 (1928).

die Energieverteilung ist aber fast in jedem Fall verschieden. So fällt z. B. das Licht bei Hebe, Victoria und Iris nach Violett zu unmittelbar nach $H\beta$ rasch ab, während dasjenige von Vesta bis zu den Linien H und K reicht. Noch umfangreicher ist das von A. W. RECHT[1] erhaltene Material, das sich auf 36 kleine Planeten erstreckt. Die von ihm beobachteten Farbenindizes entsprechen mit starker Streuung im Mittel etwa dem Farbenindex der Sonne, doch kommen auch stärkere Abweichungen vor, die bei Amherstia (CI $= +1^m,31$) und Fortuna (CI $= +0,02$) ihre extremen Werte erreichen. Die mannigfachen Färbungen, die man von jeher an verschiedenen kleinen Planeten beobachtet hat, haben also eine reale Grundlage. Die starke Dämpfung des Violett gegenüber dem Sonnenlicht hat nur bei Kometen ein Gegenstück, zu denen die kleinen Planeten auch sonst Beziehungen aufweisen. Merkwürdig ist der Fall der Vesta, bei der die Energieverteilung im Spektrum von der Rotationsphase abhängt, so daß die Umdrehungsdauer (5^h55^m) sich auch aus Spektralaufnahmen ableiten läßt.

Die photometrischen Ergebnisse der günstigen Opposition des Eros 1930/31, unter anderem eine auf Mallorca erhaltene längere Reihe von K. GRAFF[2] haben die Ursache der verwickelten Lichtänderungen des Planeten in den wesentlichen Punkten geklärt. Die Gründe liegen ohne Zweifel an der nicht kugelförmigen Gestalt des Eros, an seiner Rotation, der zu gewissen Zeiten stark wechselnden Richtung der Umdrehungsachse zur Erdrichtung und einer unregelmäßigen Albedoverteilung. Sehr beachtenswert ist in dieser Beziehung eine Bearbeitung des seit 1900 erhaltenen Materials durch J. ROSENHAGEN[3], der aus den Helligkeitsmessungen in Verbindung mit der Bahnlage die Gestalt des Eros und seine Achsenrichtung im Raum ableiten konnte. Tatsächlich kann man, wie der Eintritt der Voraussage für 1933 gezeigt hat, mit der Maximalamplitude $1^m,5$, dem Achsenverhältnis $a:b = 4$, der Umdrehungsperiode $0^d,109796$ und der Achsenlage

$$A = 341^\circ,9 \qquad D = +42^\circ,1$$

den Hauptcharakter der Lichtänderungen für jede Opposition im voraus berechnen.

f) Das Zodiakallicht.

23. Beschreibung und Sichtbarkeitsbedingungen. Die Verfolgung des Gegenscheins war so lange erschwert, als man auf die recht unzuverlässigen visuellen Beobachtungen[4] angewiesen war. Die lichtelektrische Methode hat auch hier Wandel geschaffen insofern, als sie nicht nur den Gegenschein selbst, sondern auch seine Isophoten und die Lage des Schwerpunktes völlig objektiv festzustellen gestattet. Die ersten Versuche von C. T. ELVEY[5] sind ermutigend und sollten weitere fortlaufende Messungen der gleichen Art veranlassen. Da sie bei der Erscheinung neben dem normalen Gang von Tag zu Tag mit der Sonnenlänge auch Verlagerungen des Schwerpunktes und Änderung der Isophotenlage verbürgen, dürften sie für die Erklärung der Gesamterscheinung des Zodiakallichtes von großer Bedeutung sein.

24. Photometrische, polarimetrische und spektroskopische Ergebnisse. Über die neueren Messungsergebnisse C. HOFFMEISTERS s. Ziff. 25.

Auf dem Lowell-Observatorium hat 1928 V. M. SLIPHER[6] die spektrographischen Aufnahmen des Zodiakallichtes von FATH und DUFAY (Handbuch S. 422) wieder aufgenommen und mit einem lichtstarken Spektrographen neben den bekannten Emissionen des Nachthimmels noch diejenigen des Stickstoffs

[1] A J 44, S. 25 (1934).
[2] Sternw Wien Mitt Nr. 1, S. 27 (1931).
[3] Sternw Wien Mitt Nr. 2, S. 45 (1932).
[4] Vgl. z. B. Harv Ann 33, S. 15 (1899).
[5] Ap J 77, S. 56 (1933).
[6] Pop Astr 38, S. 94 (1930).

bei λ 3914, 4278, 4708 sowie λ 5206 (neutrales Stickstoffatom) erhalten. Eine Bestätigung dieser Feststellung und ihres Zusammenhanges mit dem Zodiakallicht muß noch abgewartet werden.

25. Ursprung des Zodiakallichtes. Kosmische und terrestrische Theorie. Für die Beurteilung des Wesens des Zodiakallichtes im Sonnensystem bedeutsam ist eine Arbeit von C. HOFFMEISTER[1], die in erster Linie auf eigenen, im Süden angestellten Beobachtungen des Verfassers beruht, im übrigen aber auch auf anderes Material, soweit es Spezialstudien betrifft (JONES, DOUGLAS u. a.), Rücksicht nimmt. Nach HOFFMEISTER fällt die Hauptebene des Zodiakallichtes weder mit der Ekliptik noch mit dem Sonnenäquator zusammen. Die Massenverteilung zeigt vielmehr Beziehungen zur Ebene der Jupiterbahn. Das SEELIGERsche Staubellipsoid wird abgelehnt, da keine ihm angepaßte Dichteverteilung die beobachteten Daten darstellt. Die Zodiakalwolke besteht nach HOFFMEISTER aus einem inneren, vielleicht ellipsoidischen Körper, der bis zur Erdbahn oder etwas darüber reicht, während der äußere, in der Nähe der Marsbahn gelegene Teil Ringform haben dürfte. Sehr merkwürdig ist die Feststellung, daß die Symmetriefläche des inneren Körpers nicht eben ist, sondern eine Faltung zeigt, die durch die Bahnen der inneren Planeten bestimmt wird.

Die SCHMIDsche atmosphärische Theorie des Zodiakallichtes ist angesichts der neueren Beobachtungsdaten[2] nicht mehr haltbar. Es handelt sich bei den schweizerischen Beobachtungen wahrscheinlich um eine nicht genügend scharfe Trennung des atmosphärischen „Klaren Scheins"[3] vom kosmischen Zodiakallicht.

---

[1] Berlin-Babelsberg Veröff 10, Heft 1 (1932). (Eine ausführliche Darlegung der Ergebnisse HOFFMEISTERS findet sich in dem Kapitel „Theoretische Photometrie" in diesem Bande.) Vgl. dagegen W. BRUNNER, Beiträge zur Photometrie des Nachthimmels usw. Zürich 1935.

[2] Vgl. auch Sternw Wien Mitt 1, S. 42 (1931).

[3] Siehe z. B. Abb. 3 und 4 in Sternw Wien Mitt Nr. 2, S. 59 (1932).

Band IV.

Kapitel 5.

Kometen und Meteore.

Von

A. Kopff-Berlin-Dahlem.

Vorbemerkung. Die folgende Übersicht über die in den Jahren 1929 bis 1934 erschienenen Arbeiten über Kometen und Meteore beschränkt sich auf die wichtigeren Erscheinungen auf diesem Gebiet. Grundsätzlich unberücksichtigt blieben alle Arbeiten, die sich mit der Bestimmung der Kometen- oder Meteorbahnen beschäftigen; Beobachtungen einzelner physischer Erscheinungen sind nur so weit mitgeteilt, als dies zum Verständnis der Gesamtdarstellung notwendig ist. Für alle nicht berücksichtigten Veröffentlichungen ist auf die Bibliographien und Zusammenfassungen hinzuweisen.

1. Bibliographien.

a) Astronom. Jahresbericht. Herausgeg. vom Astronom. Rechen-Institut.

b) Bibliographie mensuelle de l'Astronomie. Herausgeg. von der Société Astr. de France seit 1933. Vorher erschienen Literaturangaben im Bull. de l'Observat. de Lyon und im Bull. Astron. (Revue génér. des travaux astron.).

2. Laufend veröffentlichte Berichte siehe:

a) Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft (Kometen).
b) L'Astronomie bis 1932 (Kometen).
c) Monthly Notices. Council Report (Kometen).
d) Observatory (Kometen und Meteore).
e) Journal of the British Astronomical Association (Kometen).
f) Popular Astronomy (Kometen, Meteore, Meteorite).
g) Journal of the Royal Astronomical Society of Canada (Meteore).
h) Verschiedene Jahrbücher und Kalender.

3. Bücher und zusammenfassende Berichte.

a) Ch. P. Olivier, Comets. Baltimore 1930.
b) F. Baldet, La Constitution des Comètes. Paris 1930.
c) F. Heide, Kleine Meteoritenkunde. Berlin 1934.
d) H. v. Klüber, Das Vorkommen der chemischen Elemente im Kosmos. Leipzig 1931. (Auszug in: Die Sterne 11, S. 265.)
e) F. S. Hogg, A Synopsis of Cometary Spectra. Journal of the Royal Astronomical Society of Canada 23, S. 55 (1929).
f) R. A. McIntosh, Meteors. Journal of the Royal Astronomical Society of Canada 26, S. 193 (1932).
g) N. T. Bobrovnikoff plant einen General-Katalog der physischen Beobachtungen der Kometen. Publications of the American Astronomical Society 7, S. 89 (1932).

a) Die Bahnverhältnisse der Kometen und Meteore.

2. Statistik der Kometenbahnen und die kosmische Stellung der Kometen. Das Gallesche Verzeichnis der Kometenbahnen ist inzwischen von A. C. D. Crommelin weiter fortgesetzt worden[1]; für einige wenige Kometen haben sich wieder

[1] Mem B A A 30, Teil 1 (1932). Für kurzperiodische Kometen vgl. F. Baldet, L'Astron 43, S. 209 (1929).

parabelnahe hyperbolische Bahnen ergeben[1]. Nach einer Untersuchung von G. FAYET[2] über die Bahnänderung solcher Kometen in der Zukunft werden von 36 Kometen 7 die hyperbolischen Bahnen auch weiterhin behalten.

Die relative Häufigkeit der Periheldistanzen aller Kometen nach Größe und Richtung kann nach P. BOURGEOIS und I. F. COX[3] durch ein dreiachsiges Dispersionsellipsoid dargestellt werden, dessen kürzeste Achse mit dem Pol der Ekliptik nahe zusammenfällt. Dies weist darauf hin, daß die Kometen mit dem Sonnensystem dauernd verbunden sind.

Auf eine Reihe zum Teil umfangreicher theoretischer Untersuchungen über den Ursprung und die wahrscheinlichen Bahnformen der Kometen kann an dieser Stelle nur hingewiesen werden[4]. Zu einer einheitlichen Auffassung über die kosmische Stellung der Kometen ist es noch nicht gekommen, jedoch überwiegt die Auffassung, daß die Kometen Massen zugehören, die zum Sonnensystem gehören oder sich parallel dem eigentlichen Sonnensystem bewegen.

3. Die kurzperiodischen Kometen. Die Frage nach dem Ursprung der kurzperiodischen Kometen ist von verschiedenen Gesichtspunkten aus diskutiert worden. Einmal hat die Einfangtheorie Anlaß zu theoretischen Untersuchungen über die Änderung der Bahnform unter der Einwirkung der großen Planeten gegeben. J. BOSLER[5] diskutiert die Änderung der großen Achse einer Kometenbahn bei der Annäherung an einen Planeten für den Fall einer parabolischen und einer bereits elliptischen Kometenbahn und weist darauf hin, daß man trotz der geringen Wahrscheinlichkeit für das Einfangen eines Kometen doch zu einer erheblichen Anzahl eingefangener Kometen kommen kann, wenn man genügend lange Zeiträume in Betracht zieht[6]. Daß dies letztere erlaubt sei, wird neuerdings von verschiedenen Seiten stark bestritten. Die Diskussion der „absoluten“ Helligkeit kurzperiodischer Kometen (vgl. Ziff. 7) scheint — im Gegensatz zu den älteren Untersuchungen von J. HOLETSCHEK — darauf hinzuweisen, daß diese Kometen meist einem raschen Zerfall ausgesetzt sind. Die kurzperiodischen Kometen können sich also erst während verhältnismäßig kurzer Zeiträume im Sonnensystem aufhalten. N. T. BOBROVNIKOFF[7] nimmt an, daß das Sonnensystem in einer Zeit, die etwa 10^6 Jahre zurückliegt, durch Nebelmassen gegangen ist, wobei ein Teil dieser Massen als Kometen eingefangen wurde. S. VSESSVIATSKY[8] hingegen betrachtet die Kometen als Auswurfprodukte großer Planeten,

---

[1] J B A A 44, S. 355 (1934).

[2] C R 189, S. 1122 (1929).

[3] B A 8, S. 271 (1934). Vgl. hierzu auch eine neue im B A erscheinende Untersuchung von P. BOURGEOIS u. I. F. COX; Auszug in C R 201, S. 324 (1935).

[4] C. V. L. CHARLIER, Application de la théorie des probabilités à l'Astronomie. Paris: Gauthier-Villars 1931; N. MOISSEIEV, Über einige Grundfragen der Theorie des Ursprungs der Kometen, Meteore und des kosmischen Staubes. 5 Abhandlungen: Publ Inst Astrophys Moskau 5, Heft 1 (1930); Publ Sternberg State Astr Inst Moskau 5, Teil 2 (1933); R A J 9, S. 30 (1932); G. TIERCY, Publ Obs Genève (A) Heft 19 (1932); Heft 23/24 (1933); P. BOURGEOIS u. I. F. COX, Bull Ac R Belg Classe des Sc (5) 19, S. 115 (1933); K. F. BOTTLINGER, V J S 68, S. 310 (1933).

[5] B A 7, S. 165 (1931); J O 14, S. 117 (1931); 15, S. 1 (1932); vgl. hierzu auch C. HOFFMEISTER, Die Sterne 12, S. 257 (1932); J. CHAZY, C R 197, S. 1193 (1933); K. SCHÜTTE, A N 240, S. 105 (1930).

[6] J. BOSLER erklärt in C R 194, S. 2193 (1932) auf demselben Wege auch das Überwiegen der Parabeln und langgestreckten Ellipsen gegenüber den Hyperbeln.

[7] Publ A S P 41, S. 98 (1929). Für die interstellaren Zusammenhänge vgl. auch E. BELOT in L'Astron 43, S. 446 (1929) und E. ÖPIK in Proc Amer Acad 67, S. 169 (1932) = Harv Repr 79.

[8] A N 240, S. 273 (1930); 243, S. 281 (1931); M N 90, S. 706 (1930); R A J 10, S. 18 (1933); Obs 55, S. 146 (1932); R A J 11, S. 437 (1934); vgl. auch N. T. BOBROVNIKOFF, Publ A S P 43, S. 324 (1931).

besonders des Jupiter, und die kleinen Planeten als spätere Stadien der kurzperiodischen Kometen.

5. Die Bahnen der Meteore[1]. Der Katalog der Bahnen von 611 Meteoren von NIESSL-HOFFMEISTER[2] hat Anlaß zu mannigfachen Diskussionen gegeben[3]. Das starke Überwiegen ausgesprochen hyperbolischer Bahnen bei den großen Meteoren wurde zum Teil als ein durch fehlerhaftes Schätzen der geozentrischen Geschwindigkeit bedingtes Zufallsresultat angesehen, was von anderer Seite bestritten wird. Die Ergebnisse der Arizona-Expedition[4] des Harvard Observatory weisen aber wiederum auf das häufige Auftreten stark hyperbolischer Meteorbahnen[5] hin.

Die Methode der Bestimmung der heliozentrischen Geschwindigkeiten von Sternschnuppen aus der Beobachtung der täglichen Variation ist vor allem von C. HOFFMEISTER[6] — auch nach der theoretischen Seite hin — weiter ausgebaut worden. Die aus den Beobachtungen hergeleiteten numerischen Werte ergeben wieder für die neben den kometarischen auftretenden interstellaren Sternschnuppen stark hyperbolische Beträge[7]. Die mittlere Geschwindigkeit ist etwa das 2,4fache der mittleren Erdgeschwindigkeit; jedoch treten bemerkenswerte Schwankungen auf. Dies wurde auch durch Beobachtungen in den Tropen bestätigt. Zugleich haben diese Beobachtungen eine Andeutung dafür gegeben, daß die interstellaren Meteorströme mit den verdunkelten Gebieten im Taurus und Ophiuchus in Beziehung stehen.

Für den Zusammenhang zwischen den periodischen Kometen und den in elliptischen Bahnen sich bewegenden „kometarischen" Sternschnuppen ist der Sternschnuppenfall vom 9. Oktober 1933 von besonderer Bedeutung[8] (Zusammenhang mit der Bahn des periodischen Kometen GIACOBINI-ZINNER).

b) Die physische Beschaffenheit der Kometen.

7. Die Helligkeit der Kometen[9]. Die Diskussion der Helligkeit der Kometen zeigt, daß die Helligkeitsangaben meist noch recht roh sind und zum Teil nicht hinreichen, um einen strengen Vergleich verschiedener Erscheinungen durchzuführen. Exakte photometrische Messungen müssen an Stelle der vom benutzten Instrument stark abhängigen Schätzungen in Zukunft angestrebt werden.

---

[1] Für die Bestimmung der Meteorbahnen ist methodisch wichtig W. S. FISHER, Wash Nat Ac Proc 19, S. 209 (1933) = Harv Repr 85; V. A. MALTZEV, Bull Taschkent Astr Obs Nr. 1, S. 13 (1933); Taschkent Publ 4, Nr. 2 (1934); J. ASTAPOVITCH, Bull Obs Corp Moskau Nr. 17 (1933); E. ÖPIK, Harv Circ Nr. 388 (1934).

[2] Denkschr Wien Akad Wiss 100 (1925).

[3] V. G. SIADBEY, C R 191, S. 699 (1930); V. A. MALTZEV, M N 90, S. 568 (1930); Bull Taschkent Astr Obs Nr. 3 (1934); W. J. FISHER, Harv Circ 331 (1928); 375 (1932); O. KNOPF, A N 242, S. 161 (1931).

[4] Wash Nat Ac Proc 18, S. 16 (1932) = Harv Repr 74; Harv Circ 388—391 (1934).

[5] E. ÖPIK, Harv Circ Nr. 389 (1934); Nr. 391 (1934); S. L. BOOTHROYD, Harv Circ Nr. 390 (1934).

[6] Berlin-Babelsberg Veröff 9, Heft 1 (1931); Ap J 69, S. 159 (1929); A N 223, S. 79 (1924); 234, S. 281 (1928); 241, S. 1 (1931); 243, S. 213 (1931). Für teleskopische Sternschnuppen vgl. J. HOPPE, A N 251, S. 125 (1934).

[7] E. ÖPIK will diese Resultate eingeschränkt wissen: Harv Circ 355 (1930); A N 223, S. 73 (1924); 235, S. 265 (1929). Vgl. zu Meteorbahnen auch V. MALTZEV, Obs 55, S. 174 (1932); K. STANJUKOWITSCH, Moskau Bull Obs Corpor Nr. 16 (1932); R A J 10, S. 457 (1933); P. M. MILLMAN, Wash Nat Ac Proc 19, S. 34 (1933) = Harv Repr 82; siehe ferner Ziff. 19.

[8] Für die zahlreiche Literatur sei auf den Astr J B verwiesen. Für kometarische Meteorschwärme vgl. auch C. HOFFMEISTER, Die Sterne 9, S. 51 (1929); W. J. FISHER, Harv Bull 894 (1934).

[9] W. E. BERNHEIMER, A N 248, S. 195 (1933); M. BEYER, A N 250, S. 233 (1933); Die Sterne 14, S. 47 (1934); J. FILIPPOV, R A J 6, S. 297 (1929).

Der Übergang von der beobachteten scheinbaren (h) zu einer „absoluten" oder reduzierten Helligkeit (H_1) wurde bisher nach dem Vorgang von J. HOLETSCHEK unter Benutzung der Formel $H_1 = h \cdot (\Delta^2 r^2)$ ausgeführt, und es ergab sich daraus beim Vergleich der Perihelhelligkeiten zahlreicher periodischer Kometen für verschiedene aufeinanderfolgende Erscheinungen eine konstante mittlere absolute Helligkeit (z. B. auch beim HALLEYschen Kometen). Neuerdings wird für die Abhängigkeit der „absoluten" Helligkeit von r eine allgemeinere Formel $H_1 = h \cdot (\Delta^2 r^n)$ herangezogen. M. BEYER bestimmt den Exponenten n aus den Beobachtungen selbst[1]. J. FILIPPOV verfährt ebenso unter Benutzung eines zum Teil noch allgemeineren Ansatzes. Vielfach wird die Formel $H_1 = h \cdot (\Delta^2 r^4)$ angewendet, die aber bei einer starken Änderung des r bei derselben Kometenerscheinung zu keinem konstanten H_1 führt[2], auch wenn man von starken Eruptionen[3] bei einzelnen Kometen absieht[4].

Auf Grund der zuletzt angegebenen Formel (mit r^4) sind die „absoluten" Helligkeiten für eine große Zahl von Kometen berechnet worden (vgl. vor allem den Generalkatalog von S. VSESSVIATSKY[5]). Der Vergleich der absoluten Helligkeiten von periodischen Kometen bei verschiedenen Erscheinungen ergibt für die Mehrzahl eine starke zeitliche Abnahme der absoluten Perihelhelligkeiten[6], was auf einen raschen Zerfall der meisten kurzperiodischen Kometen hinweisen würde. Die Folgerungen aus diesem Umstand für die Einfangtheorie sind bereits in Ziff. 3 besprochen worden.

9. Dimensionen und Masse der Kometen. Die Bestimmung des auf die Entfernung $\Delta = 1$ reduzierten Durchmessers D_1 des Kometenkopfes ist für verschiedene Kometen neu vorgenommen worden mit daran anschließenden Versuchen, die Abhängigkeit des Wertes D_1 von r zu ermitteln[7]. J. FILIPPOV findet eine ähnliche Abhängigkeit wie für die Gesamthelligkeit (Ziff. 7) des Kometen, was allerdings mit der oft beobachteten Zusammenziehung des Kometenkopfes in der Nähe des Perihels völlig in Widerspruch steht (vgl. S. 430). In einzelnen Fällen bestimmt F. BALDET[8] Grenzwerte für die Dimension des sternartigen Kernes; eine Überschlagsrechnung ergibt für die Kometen 1927 VII PONS-WINNECKE und 1930 VI SCHWASSMANN-WACHMANN Durchmesser von 400 m oder noch darunter.

11. Das Spektrum der Kometen und Kometenschweife (neuere photographische Beobachtungen). Banden- und Linienspektrum. Das Spektrum des Kometenkopfes zeigte sich bei den neu hinzugekommenen Beobachtungen bzw. Vermessungsreihen wiederum von dem des Schweifes grundsätzlich verschieden, wie besonders auch die ausführliche Diskussion der Beobachtungen des HALLEYschen Kometen durch N. T. BOBROVNIKOFF[9] ergeben

[1] Vgl. auch M. ERNST, A N 187, S. 303 (1911).
[2] F. BALDET, L'Astron 43, S. 401 (1929).
[3] G. VAN BIESBROECK, Ap J 79, S. 511 (1934).
[4] Vgl. über thermisches Leuchten auch T. ARAKI u. K. YAMAMURA, Mem Coll Sci Kyoto (A) 15, S. 113 (1932).
[5] R A J 10, S. 327 (1933); 11, S. 60 (1934); 12, S. 243 (1935); vgl. ferner R A J 2, S. 68 (1925); 5, S. 40 (1928).
[6] S. VSESSVIATSKY, M N 90, S. 706 (1930); R A J 7, S. 215 (1930); N. T. BOBROVNIKOFF, Lick Bull 14, S. 28 (1929) und die bei Ziff. 3 gegebene Literatur. Für Komet ENCKE vgl. S. VSESSVIATSKY, R A J 4, S. 298 (1927); W. KOSLOV, R A J 6, S. 81 (1929).
[7] J. FILIPPOV, R A J 6, S. 297 (1929); S. VSESSVIATSKY, R A J 7, S. 215 (1930), enthält auch Bestimmungen der Flächenhelligkeiten.
[8] C R 185, S. 39 (1927); 190, S. 1382 (1930); L'Astron 44, S. 433 (1930).
[9] Publ Lick Obs 17, Teil 2 (1931); Publ A S P 42, S. 309 (1930); s. auch Mem B A A 19, S. 1 (1914). Nach Fertigstellung des Artikels erscheint: Cometa Halley. Resultados del Observatorio Nacional Argentino. Cordoba 1934. Der umfangreiche Band enthält lediglich eine Zusammenstellung von Beobachtungsergebnissen mit zahlreichen photographischen Reproduktionen.

hat[1]. Im Kopf sind[2] mit Sicherheit die Banden des Zyans (CN) und der Kohle (C_2; SWANsches Spektrum) identifiziert worden. Ein weiteres Bandensystem tritt bei λ 4000—4100 und λ 4300 auf, das von F. BALDET[3] als besonderes Kernspektrum bezeichnet wird. Es ist vielfach als Spektrum der RAFFETY-Banden angesprochen worden[4]; F. BALDET[5] konnte jedoch nachweisen, daß eine Identität nicht zutrifft. Eine andere Strahlung ist den Kohlenstoffisotopen zugeschrieben worden[6]. Wasserstoff ist anscheinend nur als CH vorhanden[7].

Kontinuierliches Spektrum. Bei einer Reihe von Kometen hatte N. T. BOBROVNIKOFF die Intensitätsverteilung im kontinuierlichen Spektrum untersucht und zwei Typen unterschieden: den Sonnentypus, der bei geringen Entfernungen von der Sonne, und den violetten Typus, der bei größeren Entfernungen auftritt[8]. Auch bei den neuen Untersuchungen tritt dieser Unterschied zutage[9], aber F. BALDET[10] vertritt die Auffassung, daß dieser Unterschied nicht dem kontinuierlichen Spektrum an sich zukommt, sondern infolge der benutzten ungenügenden Dispersion durch das Auftreten von Banden vorgetäuscht ist.

Die radiometrischen Messungen von C. O. LAMPLAND[11] beim Kometen 1927 IX (SKJELLERUP) stellen einen besonders bemerkenswerten Versuch dar, die Energie in verschiedenen Spektralbereichen zu bestimmen.

Schweifspektrum. Im Spektrum der Kometenschweife ist CO^+ (BALDET: dritte negative Gruppe des Kohlenstoffes) und N_2^+ als charakteristische Strahlung mit Sicherheit festgestellt[12]. In unmittelbarer Nähe des Kopfes ist auch dessen Spektrum noch vorhanden. Soweit sich bis jetzt ergeben hat, sind die einzelnen Schweiftypen (vgl. Ziff. 15) in ihrem Spektrum nicht verschieden; nur beim Kometen HALLEY versucht BOBROVNIKOFF das Spektrum eines seitlichen Schweifes (vom II. Typ) als rein kontinuierliches zu deuten[13].

Laboratoriumsversuche. Verschiedene neue Versuche liegen vor, Bandenspektren der Kometen im Laboratorium zu erzeugen, um daraus Anhaltspunkte für die beobachteten Leuchtvorgänge zu erhalten. Das Schweifspektrum des CO^+ wurde wiederholt beobachtet, wenn unter geringen Drucken (10^{-4} bis 10^{-6} mm) nicht völlig reines N_2 oder He zum Leuchten angeregt wird[14]. Für die Deutung der Leuchtvorgänge auf Grund der vorliegenden physikalischen Erfahrungen haben insbesondere die Untersuchungen von K. WURM[15] klärend gewirkt; auf Grund der spektralen Eigentümlichkeiten der Banden kommt dieser zu dem Schluß, daß beim Kometenleuchten eine direkte Anregung durch

---

[1] Zusammenfassende Darstellung der Spektralerscheinungen bei F. S. HOGG, J Can RAS 23, S. 55 (1929) = Harv Repr 57; Harv Bull 863 (1929).

[2] Bemerkenswert ist eine öfters auftretende Verdoppelung der CN-Banden; Vgl. N. T. BOBROVNIKOFF, Publ A S P 40, S. 381 (1928); 42, S. 309 (1930); 43, S. 61 (1931).

[3] Vgl. Handb d Astrophys 4, S. 449 (1929).

[4] N. T. BOBROVNIKOFF, Ap J 73, S. 61 (1931); Publ Lick Obs 17 (1931); S. VSESSVIATSKY, Z f Ap 6, S. 305 (1933); R A J 10, S. 164 (1933).

[5] C R 192, S. 1531 (1931).

[6] N. T. BOBROVNIKOFF, Publ A S P 42, S. 117 (1930); Publ Lick Obs 17, S. 441 (1931).

[7] Publ Lick Obs 17, S. 443 (1931). Über das Auftreten von CH und CN in Sternspektren vgl. P. SWINGS u. O. STRUVE, Phys Rev 39, S. 142 (1932).

[8] Handb d Astrophys 4, S. 452 (1929).

[9] N. T. BOBROVNIKOFF, Publ A S P 41, S. 260 (1929); Publ Lick Obs 17 (1931); Publ A S P 43, S. 61 (1931); S. VSESSVIATSKY, Z f Ap 6, S. 305 (1933); R A J 10, S. 164 (1933).

[10] C R 199, S. 31 (1934); Bull Soc Franç de Phys Nr. 360, S. 141 (1934).

[11] Pop Astr 36, S. 240 (1928).

[12] N. T. BOBROVNIKOFF, Publ Lick Obs 17 (1931); S. VSESSVIATSKY, Anm. 4 dieser Seite.

[13] Publ Lick Obs 17, S. 455.

[14] L. H. DAWSON u. J. KAPLAN, Phys Rev (2) 34, S. 379 (1929); L. R. MAXWELL, Phys Rev (2) 35, S. 665 (1930).

[15] Z f Ap 5, S. 10 (1932); 8, S. 96 (1934) gemeinsam mit R. MECKE; Die Sterne 13, S. 200 (1933); 14, S. 157 (1934).

Korpuskularstrahlung nicht in Frage kommt. Eine Umwandlung der Moleküle durch Stöße ist wegen der starken Verdünnung der Materie (Gesamtdruck im Kern $<10^{-10}$, in der Koma $<10^{-13}$) ebenfalls nicht möglich; vielmehr erfolgt die Anregung durch das Sonnenlicht selbst, und zwar wird vorwiegend Resonanzleuchten als wahrscheinlich angenommen, während zum Teil auch mit der Möglichkeit von Fluoreszenzstrahlung gerechnet wird[1]. Jedenfalls ist die Intensität des Sonnenlichtes hinreichend, die beobachtete Helligkeit der Kometen zu erklären[2]; dabei spielt anscheinend das ultraviolette Licht der Sonne eine besondere Rolle, wofür auch der Parallelismus zwischen Kometentätigkeit und irdischen magnetischen Stürmen spricht[3].

Der Unterschied zwischen dem Spektrum des Kometenkopfes einerseits, des Schweifes andererseits weist nach K. WURM[4] darauf hin, daß eine Umwandlung der Kometenmaterie während der Bewegung nach dem Ausströmen eintritt (Ionisation und Dissoziation unter Einwirkung des Strahlungsfeldes der Sonne), und daß die Lebensdauer der verschiedenen Moleküle eine stark verschiedene ist. Schon die im Spektrum des Kometenkopfes beobachteten Moleküle CN und C_2 sind wohl Umwandlungsprodukte der im Kometen in großer Sonnenentfernung vorhandenen Materie (beispielsweise C_2N_2). CN und C_2 sind von kurzer Lebensdauer und deshalb nur im Kopf beobachtbar. Durch weitere Umwandlung entstehen Moleküle CO^+ und N_2^+, die infolge ihrer viel längeren Lebensdauer im Schweif allein beobachtbar sind. Diese Auffassung gibt eine befriedigende Deutung der monochromatischen Schweifbilder der Spektralaufnahmen mittels des Objektivprismas.

Beim kontinuierlichen Spektrum des Kometenkopfes handelt es sich teils um reflektiertes (auch diffus reflektiertes[5]) Sonnenlicht; es könnte aber unter Umständen auch die von der Sonne ausgehende Elektronenstrahlung als Ursache für das kontinuierliche Spektrum in Frage kommen[6].

Auf die Ähnlichkeit zwischen dem Spektrum des Kometenkerns und dem des leuchtenden Nachthimmels weisen zwei Arbeiten von J. DUFAY[7] und J. GAUZIT[8] hin.

c) Die Kometenschweife.

15. Die Ergebnisse der neueren Untersuchungen. Die Methoden zur Untersuchung des Aufbaus der Kometenschweife und der Bewegung der Materie in diesen sind im wesentlichen unverändert geblieben. Eine zusammenfassende Darstellung der mechanischen Theorie ist von S. V. ORLOV[9] gegeben; auf einige Ergänzungen zu dieser Theorie und Verbesserungen der Methoden sei hier nur hingewiesen[10].

[1] J. GENARD, Univ de Liège Inst Astron 4, Nr. 76 (1932); N. T. BOBROVNIKOFF, Publ A S P 40, S. 164 (1928); Publ Lick Obs 17, S. 479 (1931); Y. ÖHMAN, M N 89, S. 479 (1929). Vgl. auch die folgende Fußnote.

[2] H. ZANSTRA, M N 89, S. 178 (1928).

[3] H. B. MARIS u. E. O. HULBURT, Phys Rev (2) 33, S. 283 (1929); H. B. MARIS, Nat Res Counc 1931, S. 131; Pop Astr 40, S. 268 (1932).

[4] Z f Ap 8, S. 281 (1934); 9, S. 62 (1934); Die Sterne 14, S. 157 (1934).

[5] W. GLEISSBERG, Mitt Univ-Sternw Breslau 3, S. 69 = Abh Schles Ges f Vaterl Kultur Naturwiss Reihe Heft 1 (1932).

[6] W. M. COHN, Ap J 76, S. 277 (1932); A N 245, S. 377 (1932); W. FINKELENBURG, Ap J 80, S. 313 (1934).

[7] J Phys et Rad (7) 5, S. 523 (1934). [8] J Phys et Rad (7) 5, S. 527 (1934).

[9] Publ Inst Astrophys de Russie 3, Heft 4 (1928); Auszug in R A J 6, S. 180 (1929).

[10] Formeln zur Reduktion auf die Bahnebene: S. VSESSVIATSKY, A N 236, S. 187 (1929); R A J 6, S. 285 (1930); Auflösung der Grundgleichung der Theorie der Kometenformen: N. REIN, R A J 7, S. 195 (1931); Anomale Schweife und Halos: S. VSESSVIATSKY, R A J 9, S. 166 (1932); Annahme einer Rotation des Kerns: S. ORLOV, R A J 7, S. 81 (1930); B. VORONTSOV-VELYAMINOV, R A J 7, S. 90 (1930); Dichteverteilung in Kometenschweifen: J. FILIPPOV, R A J 8, S. 58 (1931). Ferner F. A. BREDICHIN, Über Kometenschweife (russisch), Moskau 1934.

Zur Bestimmung der Repulsivkraft $R = 1 - \mu$ der Sonne[1] aus der beobachteten Bewegung der Schweifmaterie ist einerseits die Methode, durch die in der Ebene der Kometenbahn projizierten Schweifpunkte[2] eine Hyperbel zu legen, weiter ausgebaut. Vor allem hat N. T. BOBROVNIKOFF beim Kometen HALLEY im Gegensatz zu den bisherigen Untersuchungen angenommen, daß die Repulsivkraft der Sonne auf dieselbe Schweifmaterie während des Bewegungsvorganges wechselt; er bestimmt deshalb auch diese Kraft aus einzelnen kürzeren Teilen derselben beobachteten Schweifbahn und erhält hierbei in den einzelnen Bahnteilen verschiedene Werte von $1 - \mu$. Die auf diesem Weg gewonnenen Resultate sprechen kaum für die Realität der zugrunde gelegten Annahme (vgl. S. 429).

Andererseits hat F. GONDOLATSCH[3] die Methode zur räumlichen Bahnbestimmung der Schweifmaterie vervollkommnet. Diese Methode wird dann besonders von Nutzen sein, wenn die Erde sich nahe der Ebene der Kometenbahn befindet, eine Projektion in diese also zu stark fehlerhaften Resultaten führen kann[4].

Numerische Werte der Repulsivkraft der Sonne sind von verschiedenen Autoren neu bestimmt worden. Die gefundenen Werte bestätigen die früher erhaltenen. Einige Werte seien hier zusammengestellt:

Komet 1908 III (MOREHOUSE):

$R = 160{,}4$, 155,4, 87,7, 66,4 } S. ORLOV[5]. Dieselbe Schweifwolke 1908 Okt. 14—17.

N. T. BOBROVNIKOFF[6] hat nach früheren Angaben für dieselbe Wolke die Werte 151 und 88 erhalten. E. CHERRINGTON[7] gibt die Werte von R für 14 verschiedene beim Kometen 1908 III im September und Oktober 1908 beobachtete Kondensationen; sie liegen zwischen 60 und 1367; die gleichzeitig auftretenden Repulsivkräfte Oktober 31 gehen von 60 bis 282.

Komet 1910 II (HALLEY):

N. T. BOBROVNIKOFF[8] leitet zahlreiche Werte von R her unter Benutzung von zum Teil nur kurzen Bahnstücken. Seine Werte schwanken zwischen 0,4 (für Kernstrahl; jet) und 2309.

Für einzelne größere Kondensationen findet BOBROVNIKOFF folgende Werte:

$R = 48,\ 31,\ 238$ aus 1910 April 20—22
$R = 27,\ 43$ aus 1910 Mai 11—13
$R = 76,\ 53,\ 60$ aus 1910 Mai 25—27
$R = 47,\ 64$ aus 1910 Mai 28 bis Juni 2.

Als Beispiel für die Bestimmung von Werten für R aus einzelnen Teilen der Schweifbahn sei die 1910 Juni 5—8 beobachtete Kondensation angegeben. Hierfür findet F. GONDOLATSCH[3] $1 - \mu = 91$; BOBROVNIKOFF, wenn er die ganze Bewegung (auf die Ebene der Kometenbahn projiziert) einheitlich dar-

[1] Einzelne Autoren setzen auch $R = 1 + \mu$, kehren also das Zeichen der effektiven Sonnenmasse um.

[2] S. ORLOV, R A J 5, S. 193 (1928); 8, S. 110 (1931); 9, S. 163 (1932); N. T. BOBROVNIKOFF, Lick Bull 13, S. 161 (1928); Publ Lick Obs 17 (1931); Publ A S P 42, S. 309 (1930); E. CHERRINGTON, A J 43, S. 73 u. 81 (1934).

[3] Mitt Astr Recheninst 2, Nr. 6; A N 237, S. 1 (1929).

[4] Vgl. z. B. T. VODOPIANOVA, R A J 10, S. 187 (1933).

[5] R A J 5, S. 193 (1928).

[6] Lick Bull 13, S. 161 (1928).

[7] A J 43, S. 88 (1934).

[8] Publ Lick Obs 17, S. 475 (1931).

stellt, $1-\mu=57$ (A. ORLOV erhielt nach früheren Angaben $R=194$; S. V. ORLOV $R=70$). Bei einer Zerlegung der Bahn in vier Abschnitte findet BOBROVNIKOFF die einzelnen Werte 1656, 155, 2309, 1013; die großen Werte von $1-\mu$ sind jedoch als sehr unwahrscheinlich zu bezeichnen und stehen mit den gegenwärtigen physikalischen Kenntnissen in völligem Widerspruch (vgl. S. 430). An dieser Stelle sei noch darauf hingewiesen, daß S. V. ORLOV[1] eine Anzahl von Werten R genähert als Vielfache von 22,26 dargestellt hat.

Der BREDICHINsche Schweiftypus III ist in verschiedenen Fällen festgestellt worden: von B. VORONTSOV-VELYAMINOV[2] bei den Kometen 1925 I (ORKISZ), 1925 VII (VAN BIESBROECK), 1926 III (ENSOR) und von T. VODOPJANOVA[3] beim Kometen 1903 IV. Kleine Werte der Repulsivkraft wurden ferner besonders für den Kometen HALLEY bei den Vorgängen im Kometenkopf ermittelt (vgl. S. 428)[4].

Daneben haben sich wiederum sowohl bei den Schweifen als auch in der Nähe des Kopfes (Enveloppen und Kernstrahlen) Repulsivkräfte ergeben, welche die Attraktion um mehr als das Tausendfache übertreffen. Außer dem HALLEYschen Kometen (vgl. die vorhergehende Bemerkung) ist zu erwähnen:

Komet 1908 III	$R=2125$	S. ORLOV[5]: aus Schweifwolke
	$R=4000$	S. ORLOV[6]: aus Schweifstrahlen
Komet 1893 IV	$R=3000$	B. VORONTSOV-VELYAMINOV[7]: aus Schweifstrahl.

Diesen verschiedenen Werten entsprechend hat S. ORLOV[8] deshalb auch vorgeschlagen, die drei Schweiftypen BREDICHINS durch fünf zu ersetzen mit folgenden Werten der Repulsivkraft R: Typus 0 mehrere tausend, Typus I Vielfache von 22,2, Typus II 2,5 bis 0,5, Typus III 0,3 bis 0,0, Typus IV 0,0.

Es sei hier nochmals[9] hervorgehoben, daß man den großen Repulsivkräften im Wert von mehreren tausend Einheiten starke Zweifel entgegenbringen muß. Formal[10] kann man solche Werte nach der mechanischen Theorie immer herleiten; die früher[11] gestellte Forderung, daß das Schweifbild einer Aufnahme sich aus dem der vorhergehenden konstruieren lassen muß, wäre natürlich erfüllt, wenn man so große Repulsivkräfte annehmen will, daß in der Zwischenzeit die Materie der vorangehenden Aufnahme sich verflüchtigt hat. Doch sind damit diese Schwierigkeiten nicht behoben (vgl. auch S. 430). Die zwischen zwei Schweifaufnahmen beobachteten Veränderungen brauchen nicht durch mechanische Bewegungsvorgänge allein verursacht zu sein. Durch molekulare Umsetzungen (Ionisation und Dissoziation) können sich die Bedingungen für das Leuchten der Materie so ändern, daß dadurch Bewegungsvorgänge vorgetäuscht werden[12] (s. Ziff. 11). Halos und Enveloppen finden auf diese Weise eine Erklärung; vor allem auch die Kernausströmungen, wobei die beobachteten „Ausströmungsgeschwindigkeiten" anscheinend frei werdende Translationsenergien sind. Die Erklärung der Schweifstrahlen stößt allerdings hierbei noch auf Schwierigkeiten. Infolge der Ionisation können auch die Schweifteilchen einander abstoßen, wodurch es zu einer Verbreiterung des Schweifes kommt. Die Kontraktion des

---

[1] R A J 10, S. 391 (1933). [2] R A J 6, S. 55 (1929). [3] R A J 9, S. 177 (1932).

[4] Vgl. auch N. T. BOBROVNIKOFF, Publ A S P 44, S. 296 (1932). K. WURM kommt bei seinen Diskussionen der Form des Kometenkopfes zu wesentlich größeren Werten.

[5] R A J 5, S. 193 (1928); 9, S. 163 (1932).

[6] R A J 7, S. 81 (1930). [7] R A J 7, S. 90 (1930).

[8] Anm 9, S. 427; R A J 6, S. 180 (1929). [9] Handb d Astrophys 4, S. 474 (1929).

[10] Teilweise werden auch dem Kometenkopf Repulsivkräfte zugeschrieben. Vgl. N. T. BOBROVNIKOFF, Publ Lick Obs 17 (1931); Publ A S P 44, S. 296 (1932).

[11] Handb d Astrophys 4, S. 473 (1929); vgl. J. FILIPPOV, R A J 6, S. 67 (1929).

[12] Vgl. hierzu K. WURM, Z f Ap 8, S. 281 (1934); 9, S. 62 (1934); Die Sterne 14, S. 157 u. 185 (1934); A. DAUVILLIER, B A (2); Mém et Var 8, S. 213 (1933).

Kometenkopfes in der Nähe des Perihels schließlich ist auf die kürzere Lebensdauer der Moleküle in der Nähe der Sonne zurückzuführen.

16. Die Natur der Repulsivkraft der Sonne. Für die physikalische Deutung der bei den Kometen auftretenden Repulsivkräfte sind keine neuen Gesichtspunkte hinzugekommen; insbesondere besteht keine Möglichkeit, die mehrere tausend Einheiten betragenden Werte zu erklären[1] (vgl. S. 429). Dagegen lassen sich die aus der Bewegung der Schweifmaterie hergeleiteten und gut gesicherten Werte, die etwa bis zu dem Betrag $1 - \mu = 100$ oder etwas darüber reichen, durch den Lichtdruck völlig darstellen. Wenn auch die von W. BAADE und W. PAULI berechneten Werte des maximal zulässigen Lichtdrucks mit $^1/_4$ multipliziert werden müssen[2], kommt man[3] doch für CO^+ zu theoretischen Werten zwischen 60 und 120 für die Repulsivkraft der Sonne.

d) Die Meteore.

17. Die Meteorite[4]. Eine Reihe bedeutungsvoller Funde von Meteoriten liegen seit 1928 vor. Zusammenstellungen hierfür finden sich im Astronomischen Jahresbericht, wo auch Angaben über den chemischen Aufbau enthalten sind[5].

Aus dem Radium- und Heliumgehalt ist für die Meteorite auf ein Alter von 10^8 bis 10^9 Jahren zu schließen, was nach F. PANETH[6] in Verbindung mit anderen chemischen Befunden auf einen genetischen Zusammenhang mit den Planeten hinweisen würde; auch der Versuch von F. E. SUESS[7], die Tektite von petrographischen Gesichtspunkten aus in die Meteorite einzureihen, würde für einen planetarischen Ursprung der Meteorite sprechen, während die Existenz stark hyperbolischer Bahnen unbedingt auf einen kosmischen Ursprung hinweist. Deshalb zieht auch E. ÖPIK[8] den Schluß, daß das Alter des Universums im ganzen von gleicher Größenordnung wie das Alter des Sonnensystems (nicht über $3 \cdot 10^9$ Jahre) ist.

18. Die physischen Wahrnehmungen beim Meteorphänomen. Die Beobachtung der Meteorphänomene ist in den letzten Jahren in größerem Umfang systematisch durchgeführt worden. Visuelle (auch teleskopische) und photographische Beobachtungen liegen vor zum Teil unter Verwendung besonderer Hilfsapparate[9].

---

[1] S. ORLOV, R A J 8, S. 199 (1931). Für die Repulsivkräfte des Kernes vgl. S. ORLOV, R A J 11, S. 191 (1934). K. WURM nimmt an, daß im Kern Überschußenergien auftreten, die bei den Dissoziationsvorgängen frei werden (vgl. Ziff. 15).

[2] Vgl. Handb d Astrophys 4, S. 476 (1929). Nach einer neueren Untersuchung von K. WURM ist für größere Sonnendistanzen der Faktor $^1/_2$ statt $^1/_4$ zu setzen.

[3] K. WURM, Z f Ap 10, S. 285 (1935).

[4] Literatur vgl. die Vorbemerkung. Die Society for the Research on Meteorites (in USA.) veröffentlicht regelmäßig Berichte und Literaturzusammenstellungen in Pop Astr. Vgl. Pop Astr 41, S. 432 u. 521 (1933).

[5] Über Meteorstaub vgl. Naturwiss 21, S. 808 (1933); Temperatur von Meteoriten vgl. CH. C. WYLIE, Pop Astr 42, S. 59 (1934).

[6] Z f Elektrochem 36, S. 727 (1930); vgl. auch R. D. EVANS, Pop Astr 42, S. 400 (1934).

[7] Naturwiss 21, S. 857 (1933); vgl. auch J. CHLOUPEK, Naturwiss 17, S. 598 (1929); V. S. DUBEY u. J. E. SCRIVENOR, Nature 132, S. 678 (1933).

[8] Pop Astr 41, S. 71 (1933).

[9] Arizona Expedition vgl. Anm. 4, S. 424; Die Sterne 12, S. 79 u. 267 (1932); C. HOFFMEISTER, vgl. Anm. 6, S. 424; Die Sterne 9, S. 231 (1929); W. J. FISHER u. M. OLMSTED, Catalogue of Harv. Obs. Meteor Photographs. Harv Ann 87, S. 233 (1931). Weitere Angaben über Beobachtungsverfahren u. a. bei V. GUTH (rotier. Spiegel), Říše hvězd 13, S. 92 (1932); E. GUERRIERI, Contr Astr Capodimonte 2, Nr. 8 (1929); J. PLASSMANN, Himmelswelt 39, S. 329 (1929); C. STÖRMER, L'Astron 43, S. 169 (1929); E. ÖPIK u. M. OLMSTEDT, Harv Bull 881 (1931); D. BELORIZKY, L'Astron 48, S. 299 (1934); J. A. ASTAPOVITCH, Moskau Bull Obs Corpor Nr. 17 (1932); Nr. 21—22 (1933); E. H. COLLINSON, J B A A 39, S. 150 (1929); E. ÖPIK, Publ Tartu 27, Nr. 2 (1930).

Helligkeit. Für die Berechnung absoluter Oberflächenhelligkeiten sind von J. ASTAPOVITCH[1] Formeln gegeben worden. Die Schwankungen der scheinbaren Helligkeit während der Dauer des Aufleuchtens konnten auf Grund des umfangreichen photographischen Materials der Harvard-Sternwarte von D. HOFFLEIT[2] untersucht und gewisse Klassen von Lichtkurven hieraus hergeleitet werden. Die Häufigkeitsfunktion verschieden heller Meteore der Giacobiniden ist von FL. WATSON jun.[3] untersucht und mit dem Verlauf der Funktion bei den Leoniden und Perseiden verglichen worden.

Farbe. V. FEDYNSKI[4] weist auf die Wichtigkeit der Farbenbeobachtungen hin und empfiehlt die OSTHOFFsche Skala, für deren Benutzung er ein Verzeichnis der Farben von 198 Vergleichssternen gibt.

Größe. Bei der Berechnung der linearen Größe der Meteore ist zwischen der Dimension des Meteors selbst und derjenigen der leuchtenden Hülle zu unterscheiden. Für die Berechnung der letzteren aus Helligkeit und Farbe hat V. FEDYNSKI[4] Formeln (nach E. HERTZSPRUNG) angegeben. Für die Bestimmung der Dimensionen des Meteors selbst ist man auf Energieabschätzungen angewiesen[5] (vgl. Ziff. 19).

Spektrum. Eine zusammenfassende Bearbeitung der bis 1931 bekannten Meteorspektren hat P. M. MILLMAN[6] gegeben. In der Zeit 1897—1931 wurden neun Spektren photographiert. Stets wurden helle Linien (bis zu 53) beobachtet; sie gehören vor allem den Elementen Fe, Ca, Ca^+, daneben dem Mg, Mn, Al und Si an. Das Anregungspotential beim Leuchten der Meteore bleibt unter 6 Volt; die effektiven Temperaturen liegen nach den Intensitätsmessungen mittels des Mikrophotometers zwischen 1680° und 2800°. Bei der Arizona-Meteor-Expedition[7] wurden fünf Meteorspektren photographiert, die zum Teil das Spektrum von Ca^+ (Steinmeteore), zum Teil von Fe (Eisenmeteore) besonders ausgeprägt zeigen. S. BLAŽKO[8] gibt eine genaue Vermessung des Spektrums des Meteors von Aug. 12, 1907, in dem vor allem Ca und Mg neben unbekannten Strahlungen beobachtet sind. Ein Versuch, die Spektren der Perseiden im Rot zu photographieren, ist noch zu erwähnen[9].

Höhe und Geschwindigkeiten. Verschiedene Diskussionen über die beobachteten Bahnen von Meteoren sind von J. ASTAPOVITCH[10] durchgeführt.

19. Die physikalische Theorie der Meteore. Luftwiderstand. Aus der Beobachtung der Boliden leitet J. ASTAPOVITSCH[11] ein Widerstandsgesetz $v^{3/2}$ für Meteore der Geschwindigkeit v ab. Der Zusammenhang zwischen Masse, Geschwindigkeit und Luftdichte längs der Bahn ist von W. J. FISHER[12] diskutiert.

Leuchtvorgang. C. HOFFMEISTER[13] hat seine physikalische Theorie des Leuchtens weiter ausgebaut; im besonderen wird der theoretische Verlauf der Lichtkurven von Sternschnuppen mit der Beobachtung verglichen und Übereinstimmung gefunden. E. ÖPIK[14] hat andererseits in verschiedenen Arbeiten seine Einwände gegen die Theorie HOFFMEISTERS geltend gemacht.

---

[1] Moskau Bull Obs Corpor Nr. 16 (1932).
[2] Wash Nat Ac Proc 19, S. 212 (1933) = Harv Repr 88.
[3] Harv Bull 895 (1934).
[4] R A J 7, S. 223 (1930).
[5] Vgl. Handb d Astrophys 4, S. 490 (1929); s. auch die Zusammenstellung bei PICKERING, Pop Astr 41, S. 22 (1933).
[6] Harv Ann 82, Nr. 6, S. 113 (1932); Nr. 7, S. 149 (1935); Publ Am Astr Soc 7, S. 94 (1932); J Can R A S 27, S. 150 (1933); vgl. auch die zusammenfassende Darstellung Pop Astr 41, S. 298 (1933); Die Sterne 14, S. 41 (1934); Himmelswelt 44, S. 107 (1934).
[7] P. M. MILLMAN, Publ Am Astr Soc 7, S. 223 (1933); s. auch Harv Bull 891 (1933).
[8] R A J 9, S. 146 (1932).
[9] J R A S Can 28, S. 455 (1934).
[10] Miroved Astr Bull 24 u. 26 (1929).
[11] Miroved Astr Bull 25 (1929).
[12] Harv Circ 385 (1934).
[13] A N 223, S. 79 (1924); 241, S. 1 (1931).
[14] A N 223, S. 73 (1924); 235, S. 265 (1929).

Im einzelnen betrachtet E. ÖPIK[1] die Vorgänge, die beim Eindringen kleinerer Meteore (von wenigen Zentimetern Durchmesser) in die Atmosphäre eintreten, wobei das Leuchten durch Zusammenstöße zwischen den Luftmolekülen und den gasförmigen Teilen des Meteors verursacht ist[2].

H. SCHWARZBACH[3] führt das Leuchten der Meteore auf rein chemische Vorgänge zurück, L. MARTINOZZI[4] auf elektrischen Ursprung.

20. Die Bedeutung der Meteore für die Erforschung der Atmosphäre. Daß die Beobachtungen der Vorgänge beim Aufleuchten der Meteore über den physikalischen Zustand der höchsten Schichten der Atmosphäre Aufschluß geben können, wurde bereits früher betont[5]. Auch für die Erforschung der oberen Schichten der Atmosphäre sind Meteorbeobachtungen (Meteorschweife[6]) und Beobachtungen der Schallerscheinungen[7] von Bedeutung. Schließlich weist C. HOFFMEISTER[8] darauf hin, daß die in der Atmosphäre beobachteten Ionisationsstörungen sowie die Erscheinung des hellen Nachthimmels mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit auf kometarische Störungen (Staubeinbrüche) in den oberen Atmosphärenschichten zurückgeführt werden können.

---

[1] Harv Repr 100 = Acta Comm Univ Tartuens A 26, Nr. 2 (1933).

[2] Vgl. hierzu die Abschätzung von Meteormassen: C. C. WYLIE, Pop Astr 42, S. 338 (1934).

[3] A N 245, S. 355 (1932).

[4] Rend Acc dei Lincei 9, Heft 5 (1929).

[5] Handb d Astrophys 4, S. 488ff. (1929); vgl. auch V. A. MALTZEV, Miroved Astr Bull 22 (1933); Nature 132, S. 137 (1933).

[6] E. O. HULBURT, Publ A S P 44, S. 178 (1932); W. MALSCH, Z f angew Meteorol 50, S. 325 (1933).

[7] C. C. WYLIE, Pop Astr 40, S. 289 (1932).

[8] Sitzber d Bayer Akad d Wiss Math-nat Abt 1934, S. 129; Naturwiss 22, S. 458 (1934).

Band V.

Kapitel 1.

Klassifizierung und Beschreibung der Sternspektren.

Von

FRIEDRICH BECKER-Bonn.

Mit 4 Abbildungen.

Allgemeines. Mit den 1928 von der International Astronomical Union eingeführten Ergänzungen des Harvard-Systems hat das Problem der Klassifizierung der Sternspektren einen vorläufigen Abschluß gefunden. Nur an den beiden Enden der Sequenz, für die heißesten und die kühlsten Sterne, sind seitdem noch Verbesserungen des Klassifikationsschemas vorgeschlagen worden, über die hier zu berichten sein wird. Wenn es gelungen ist, im Harvard-System über 90% der vorkommenden Sternspektren in eine lineare Sequenz zu bringen, so war dies doch nur möglich, indem man nur den allgemeinen Charakter des Spektrums berücksichtigte, wie er sich auf Objektivprismenaufnahmen kleiner Dispersion zeigt, und feinere Einzelheiten zunächst außer Betracht ließ. Für statistische Untersuchungen haben sich die so bestimmten Spektraltypen hervorragend bewährt und werden bei der großen Menge der schwachen Sterne auch in Zukunft ihren Platz behaupten. Anders liegen die Dinge, wenn aus dem Spektrum der physikalische Aufbau der Sternatmosphäre erschlossen werden soll. Die Forschung hat hier den Punkt erreicht, von dem aus weiterer Fortschritt nur durch sorgfältiges Detailstudium der Spektren zu erhoffen ist. Untersuchungen solcher Art stehen daher mit im Vordergrund.

Dabei zeigt sich zunächst, was übrigens jedem geläufig ist, der die Spektren der Sterne aus eigener Anschauung kennt, daß eine eindeutige Einordnung in das Harvard-System bei manchen Sternen nicht mehr möglich ist, sobald man auf feinere Einzelheiten Rücksicht nimmt. O. STRUVE[1] nennt in einer eingehenden Diskussion dieser Sachlage als Beispiel u. a. den Stern 20 c Tauri (Maja). Ordnet man eine Reihe charakteristischer B-Sterne auf Grund der üblichen Kriterien nach den beiden physikalischen Parametern, Temperatur und Druck, des durch die Trennung von Riesen und Zwergen erweiterten Harvard-Systems, so sind die He-Linien 4472 und 4388 im Spektrum dieses Sternes entschieden zu schwach für den ihm angewiesenen Platz. Nimmt man eine entsprechende Umstellung vor, so ergibt sich jedoch eine neue Schwierigkeit, weil jetzt die Linie Mg II 4481 relativ zu schwach ist. EDWARDS[2] versucht, diese Verhältnisse für die Spektralklasse B systematisch zu erfassen, indem er mehrere Gruppen von Diskrepanzen unterscheidet. Relativ zu dem allgemeinen Spektralcharakter der betreffenden Sterne ist in Gruppe I die K-Linie zu stark, in Gruppe II treten die Linien des A-Typus zu stark hervor, in Gruppe III ist die K-Linie zu schwach,

[1] Ap J 78, S. 73 (1933). [2] MN 92, S. 389 (1932).

in Gruppe IV OII zu intensiv vertreten. Für die verschiedenen Gruppen werden Beispiele angeführt. Ob alle diese Einzelheiten, deren es in den linienreichen späten Spektralklassen sicher noch viel mehr gibt, theoretisch von Belang sind, scheint zweifelhaft; der allgemeine leitende Gesichtspunkt dabei ist vorläufig die Suche nach weiteren Parametern, die außer den schon bekannten den Charakter des Spektrums mit bestimmen könnten. Eine gewisse Variationsbreite, die durch das zufällige Überwiegen des einen oder anderen der mitwirkenden Einzelfaktoren bedingt ist, wird man wohl für jeden Spektraltypus ohne Diskussion hinnehmen müssen.

Als besonderer Forschungszweig hat sich im Verlauf dieser Spezialuntersuchungen das Studium der veränderlichen Spektren entwickelt. Periodisch auftretende Veränderungen des Kontinuums und der Spektrallinien sind als Begleiterscheinungen des Gesamtlichtwechsels eines Sternes schon längst bekannt, vor allem bei den δ Cephei- und Mirasternen. Diese Dinge sind in dem Kapitel über veränderliche Sterne zu finden. Hier handelt es sich jedoch um Struktur- und Intensitätsänderungen des Linienspektrums, bei denen ein Wechsel des Gesamtlichtes fehlt oder phänomenologisch von untergeordneter Bedeutung ist. Charakteristische Fälle dieser Art sind unter Ziff. 45a erörtert.

Auch die rasch fortschreitende Kenntnis der Laboratoriumsspektren der Elemente und Verbindungen ist der Spektroskopie der Gestirne zugute gekommen, wofür zahlreiche Identifizierungen von Linien oder Banden bisher unbekannten Ursprungs Zeugnis ablegen.

Die Rücksicht auf physikalische Problemstellungen hat endlich dazu geführt, daß an Stelle der früher üblichen Schätzung der Linienintensitäten mehr und mehr die quantitative Messung der Linienprofile und Totalabsorptionen tritt. Jedoch ist diese methodische Verfeinerung wegen der erforderlichen starken Dispersion nur bei verhältnismäßig wenigen hellen Sternen möglich. Bei der Interpretation der Linienprofile werden zur Zeit drei Faktoren besonders in Betracht gezogen: die relative Häufigkeit der Atome verschiedener Elemente in der absorbierenden Schicht, der STARK-Effekt in den Sternatmosphären und die Rotation der Sterne.

Wir besprechen zunächst die Forschungsergebnisse, die sich auf einzelne Klassen des Harvard-Systems beziehen und fügen dann eine Übersicht über die Sonderprobleme der jüngsten Entwicklungsphase der stellaren Spektroskopie an.

i) Ergänzende Bemerkungen über die Spektralklassen der DRAPER-Klassifizierung.

36. Klasse Q. Neue Vorschläge zur Klassifizierung der Novaspektren liegen nicht vor. Da die Diskussion dieser Spektren im einzelnen dem Kapitel über die Neuen Sterne vorbehalten ist, genügen hier einige Hinweise auf die wichtigste Literatur.

Das Spektrum der Nova Pictoris 1925 ist in allen Stadien besonders eingehend von SPENCER JONES und seinen Mitarbeitern an der Kap-Sternwarte untersucht worden. Die Ergebnisse sind in einer umfangreichen Veröffentlichung[1] und mehreren Nachträgen[2] über das spätere Verhalten des Sternes niedergelegt.

Zur Erklärung der breiten Emissionsbanden in den Novaspektren hat BEALS eine Theorie entwickelt, die das Erscheinen dieser Banden auf die Ausschleuderung von Atomen durch den Strahlungsdruck zurückführt. Die Photo-

[1] Cape Obs Ann 10, Teil 9 (1931).
[2] MN 91, S. 777 (1931) und folgende Bände.

metrierung einiger Banden[1] in den Spektren der Nova Aquilae und Nova Cygni ergibt, daß deren Profile die von der Theorie verlangte Form haben. Ähnliche Messungen GENARDS[2] führen jedoch zu weniger schlüssigen Ergebnissen.

An Neuidentifizierungen verdient besondere Erwähnung das von ADAMS und JOY[3] nachgewiesene und teilweise von R. MÜLLER[4] bestätigte Auftreten der Koronalinien 3987, 4086, 4231, 5303 und 6374 im Spektrum der Nova RS Ophiuchi. Ferner hat GROTRIAN[5] darauf aufmerksam gemacht, daß die jetzt als Übergang zwischen zwei metastabilen Termen des neutralen Sauerstoffs erkannte gelbgrüne Nordlichtlinie 5577 und die beiden verwandten O I-Linien 6300 und 6364 mehrfach in Novaspektren beobachtet worden sind. Sie erscheinen in dem Stadium, in dem die charakteristischen Nebellinien auftreten.

Verbotene Linien bilden heute überhaupt ein wichtiges Kapitel der stellaren Spektroskopie; deshalb sei hier noch auf die von BOYCE, MENZEL und PAYNE[6] gegebene Übersicht der bisher in Sternspektren, besonders in denen der Neuen Sterne und Nebel, aufgefundenen Linien dieser Art hingewiesen.

37. Klasse P. Auf Grund der in der Literatur reproduzierten Abbildungen versucht VORONTSOV-VELYAMINOV[7] die Spektren der Zentralsterne der planetarischen Nebel neu zu klassifizieren und begründet dies mit allgemeinen kritischen Bemerkungen zur Frage der Klassifizierung der WOLF-RAYET-Sterne, Novae und planetarischen Nebel. Miss CANNON[8] gibt eine Liste von neu gefundenen P- und O-Spektren in den MAGELLANschen Wolken, darunter 29 der Klasse P und 18 WOLF-RAYET-Sterne.

Die Ausdehnung der Spektralanalyse auf das bisher unerforschte ultraviolette Gebiet jenseits λ 3500 durch WRIGHT[9] hat zur Feststellung einer Reihe weiterer Emissionen geführt, die hauptsächlich dem O III-Spektrum angehören. An sonstigen Identifizierungen ist der von BOWEN[10] geführte Nachweis der verbotenen Übergänge $\lambda\lambda$ 3869, 3967 und 3342, 4727 des zweifach ionisierten Neons zu berichten; nach demselben Autor sind auch Ne IV und Ne V in den Nebelspektren vertreten.

Im übrigen vergleiche man zu dieser Spektralklasse das entsprechende Sonderkapitel über die Nebel.

38. Klasse O. Eine Klassifizierung aller 1930 bekannten O-Sterne, insgesamt 238 einschließlich von 39 Zentralsternen planetarischer Nebel, hat Miss PAYNE[11] durchgeführt. Als Klassifizierungsschema benutzt sie für die Absorptionsspektren das nach PLASKETTS Vorschlag von der IAU angenommene System, für die Emissionsspektren eine Einteilung in zwei Gruppen, die auf dem Intensitätsverhältnis der Emissionen 4686 und 4340 beruhen und mit W I und W III bezeichnet sind. In Gruppe W I ist 4686 stärker als 4340, in Gruppe W III gilt das Umgekehrte. Handelt es sich hier um eine ziemlich summarische Einteilung, so versucht BEALS[12], für die WOLF-RAYET-Spektren die noch fehlende dezimale Klassifizierung zu schaffen. Als Kriterium verwendet er das Intensitätsverhältnis der beiden Emissionen 5875 He I und 5411 He II und definiert auf Grund einfacher Intensitätsschätzungen eine Spektralreihe OW5 bis OW9, BW0, BW1, in der das Verhältnis 5875/5411 von 0,1 bis 4,5 wächst. Die später von BEALS ausgeführten quantitativen Messungen der Intensitäten in einigen Spektren lassen sich jedoch nur teilweise mit der vorgeschlagenen Gruppierung vereinbaren.

[1] MN 91, S. 966 (1931); Publ Dom Astrophys Obs Victoria 6, S. 95 (1934).
[2] MN 92, S. 396 (1932).
[3] Publ A S P 45, S. 301 (1933).
[4] A N 250, S. 175 (1933).
[5] Z f Ap 2, S. 78 (1931); s. auch MERRILL, Publ A S P 44, S. 238 (1932).
[6] Wash Nat Ac Proc 19, S. 581 (1933).
[7] A N 242, S. 201 (1931).
[8] Harv Bull 891 (1933).
[9] Lick Bull 17, S. 1 (1934).
[10] Publ A S P 46, S. 145 u. 207 (1934).
[11] Harv Bull 878 (1930).
[12] Publ Dom Astrophys Obs Victoria 4, S. 271 (1930).

Aus dieser zweiten Untersuchung[1], die u. a. die gemessenen Totalintensitäten von 64 Emissionsbanden enthält, scheint eine Teilung der WOLF-RAYET-Spektren in zwei Parallelserien hervorzugehen, nämlich eine Kohlenstoff- und eine Stickstoffserie. Die Spektren der C-Reihe enthalten vor allem C II, III, IV, O III, IV, V und He I, II, die der N-Reihe N III, IV, V und He I, II. Soweit sich in beiden Gruppen die Spektren nach dem Ionisationsgrad ordnen lassen, ergeben sich zwei annähernd parallel laufende Reihen.

Zu ähnlichen Ergebnissen führt eine Studie von Miss PAYNE[2], die sich auf eine Zusammenstellung aller in den WOLF-RAYET-Spektren identifizierten Emissionsbanden nebst den zugehörigen Ionisationspotentialen stützt. Letztere umfassen den weiten Bereich von 13,54 Volt (H) bis 137,48 Volt (O VI). Es sind vorhanden: H, He I, II, C II, III, IV, N II, III, IV, V, O II, III, IV, V, VI, Al II, III, Si II, III, IV, P III, S II, III. Die einzelnen Spektren zeigen nicht selten eine erhebliche Spanne in den vorkommenden Anregungszuständen, wodurch die eindeutige Klassifizierung nach den Parametern Temperatur und Druck erschwert wird.

Wichtige Identifizierungsnachweise gibt ferner EDLÉN[3]. Die schon öfters angeschnittene Frage der Klassifizierung der Emissions-O-Sterne ist durch diese Vorarbeiten erneut spruchreif geworden.

Mit der physikalischen Interpretation der WOLF-RAYET-Emissionen beschäftigen sich BEALS[4] und Miss PAYNE[5]; letztere zieht auch die Absorptionslinien der O-Sterne in den Kreis der Betrachtung. BEALS entwickelt die schon in Ziff. 36 erwähnte Ejektionstheorie, Miss PAYNE greift auf ROSSELANDS Annahme von Fluoreszenzerscheinungen zurück. Diese Fragen sind jedoch in dem Kapitel über die Struktur der Sternatmosphären zu erörtern.

39. Klasse B. Für 13 ausgewählte Sterne der Klassen O9 bis B8 hat O. STRUVE[6] eine Liste von 379 Absorptionslinien in dem Bereich von λ 3820 bis λ 4924 zusammengestellt und zahlreiche Linien neu identifiziert. Folgende Elemente sind sicher nachweisbar: H, He I, II, C II, III, N II, III, O II, III, Na I, Mg II, Al II, III, Si II, III, IV, P II, III, S II, III, Ca II, Ti II, Cr II, Fe II, Ni II; vermutet werden K II, Ca III, S IV. An Einzelergebnissen sei eine Untersuchung des Intensitätsverhältnisses der Singulett- und Triplettlinien des He I erwähnt sowie Hinweise auf N II- und O II-Linien, die im Laboratorium diffus, in den Sternspektren dagegen unverbreitert erscheinen.

Unter stärkerer Berücksichtigung des kurzwelligen Gebietes gibt MARSHALL[7] Wellenlängenmessungen für 534 Linien in den Spektren von 11 normalen B-Sternen. Die im Ultravioletten erreichte Grenze liegt bei λ 3587. Aus den gleichzeitig vorgenommenen Intensitätsschätzungen leitet der Autor die Intensitätskurven verschiedener Linien für den Spektralbereich O9 bis B8 ab. Zahlreiche in der Abhandlung wiedergegebene mikrophotometrische Registrierungen veranschaulichen die feineren Unterschiede zwischen den einzelnen Spektren. Von den gemessenen Linien konnte nur etwa die Hälfte identifiziert werden.

Weiteres Material dieser Art geben STRUVE und DUNHAM[8] für den B0-Stern τ Scorpii, dessen Spektrum für diese Klasse ungewöhnlich scharfe Linien hat und sich deshalb gut zur exakten Ausmessung eignet. Von 296 gemessenen Linien ließen sich 243 identifizieren.

---

[1] Publ Dom Astrophys Obs Victoria 6, S. 95 (1934).
[2] Z f Ap 7, S. 1 (1933).
[3] Z f Ap 7, S. 378 (1933).
[4] M N 90, S. 202 (1930).
[5] M N 92, S. 368 (1932).
[6] Ap J 74, S. 225 (1931).
[7] Publ Obs Univ Mich 5, S. 137 (1934).
[8] Ap J 77, S. 321 (1933).

An weiteren Identifizierungen von Linien in B-Spektren seien genannt: Argon (A II) in υ Sagittarii durch MORGAN[1]; C II, N II, III, O II durch SWINGS und NICOLET[2]; Ne I durch MACCORMACK[3]; Ne II durch KÜHLBORN[4].

Die spektralen Unterschiede zwischen Riesen und Zwergen der Klasse B hat WILLIAMS[5] auf Grund quantitativer Messungen der hauptsächlichsten Linien untersucht. Demnach zeigen die Wasserstofflinien in den Spektren der Riesen nur einen geringen Gang der Intensität mit fortschreitendem Spektraltypus, während für die Spektren der Zwerge eine ausgeprägte und regelmäßige Zunahme der Intensität der H-Linien von O bis B8 charakteristisch ist. Die Linien des Mg, O, N, C, S sind sämtlich in den Spektren der Riesen stärker als in denen der Zwerge.

Mit derselben Frage haben sich in einer früheren Arbeit PAYNE, ANGER, MAULBETSCH und WHEELWRIGHT[6] beschäftigt. Sie empfehlen zur Bestimmung der absoluten Helligkeit die Benutzung der Heliumlinien, während sich für die Spektralklassifikation der B-Sterne als bestes Kriterium die Intensität der Wasserstofflinien erweist. Den Zusammenhang von absoluter Helligkeit und STARK-Effekt in den B-Spektren hat O. STRUVE[7] untersucht.

Als besondere Gruppe sind die B- und A-Spektren mit hellen Wasserstofflinien bekannt. Die zahlreichen in der Literatur verstreuten Mitteilungen und unveröffentlichte Daten hierüber haben MERRILL und BURWELL[8] zu einem Gesamtverzeichnis dieser Sterne verarbeitet, das 416 Objekte enthält. Viele Anmerkungen und eine vollständige Bibliographie erhöhen den Wert dieses Spezialkataloges. Als Informationsquelle namentlich für die häufig beobachteten Intensitätsänderungen der Emissionslinien sei noch MCLAUGHLINS[9] Diskussion von 45 helleren Be-Sternen besonders erwähnt. Neben Wasserstoff sind in manchen Be-Sternen auch Fe II, Mg II, Si II und noch andere Elemente in Emission vertreten; mit diesen Fällen beschäftigen sich in einer zusammenfassenden Übersicht STRUVE und SWINGS[10]. Sie stellen dabei die Hypothese auf, daß die hellen Linien in einem den Stern umgebenden gasförmigen Außenring oder Schleier entstehen.

Eine Methode zur Bestimmung der Intensitäten der hellen Wasserstofflinien beschreibt STRUVE[11]; er findet $H\alpha : H\beta : H\gamma : H\varepsilon = 10:4:3:2$.

40. Klasse A. Auch in den Spektren dieser Klasse sind in den letzten Jahren systematische Wellenlängenmessungen ausgeführt worden. Für den A0-Stern γ Geminorum gibt ALBRECHT[12] die Wellenlängen im internationalen System für über 900 Linien zwischen λ 4250 und λ 4723. Unter den identifizierten Elementen stehen an erster Stelle: neutrales Fe, Ti, Cr, Mn, Ca, V, Ni und einfach ionisiertes Fe, Ti, Cr, Sc, Ce, Zr, Sa, Rb, V, Mo, Mn, Mg, Pr. Außerdem nennt der Autor Al, Ba, La, Bi, Rn, Pb, Nd, Y, Cs, Eu, Sb, Er. Ferner hat MORGAN[13] im Spektrum eines normalen A2-Zwerges (ε Serpentis) 244 Linien in dem Gebiete λ 3997 bis λ 4629 gemessen und identifiziert. Die Elementennachweise decken sich im wesentlichen mit denen der vorgenannten Untersuchung. Zur Identifizierung von Eu II in 13 A-Spektren vgl. auch die Bemerkungen von MORGAN[14].

Die Frage einer Neuklassifizierung der A-Sterne nach physikalischen Gesichtspunkten auf Grund quantitativ gemessener Linienprofile untersucht

---

[1] Ap J 79, S. 513 (1934).
[2] Ap J 80, S. 190 (1934).
[3] Publ A S P 46, S. 64 (1934).
[4] Z f Ap 8, S. 190 (1934).
[5] Publ A S P 46, S. 292 (1934).
[6] Harv Circ 365 (1931).
[7] Ap J 70, S. 237 (1929).
[8] Ap J 78, S. 87 (1933).
[9] Publ Obs Univ Mich 4, S. 175 (1932).
[10] Ap J 75, S. 161 (1932).
[11] Z f Ap 4, S. 177 (1932).
[12] Ap J 72, S. 65 (1930).
[13] Ap J 76, S. 299 (1932).
[14] Ap J 75, S. 46 (1932).

Miss WILLIAMS[1], indem sie eine Temperatur- und eine Druckklassifikation in Betracht zieht.

Eine Reihe von A-Spektren aller Typen von B8 bis F0 unterscheidet sich vom Normalcharakter durch die ungewöhnliche, zum Teil auch (Ziff. 45a) variable Intensität der Linien gewisser ionisierter Atome. Nach MORGAN[2] lassen sich diese Spektren wie folgt in eine Reihe abnehmender Ionisationsspannung der relativ zum sonstigen Spektralcharakter besonders hervortretenden Atome ordnen: Mn II (Beispiel α Andromedae); λ 4200 unbekannter Herkunft (ϑ Aurigae); Eu II (α_2 Canum Ven.); Cr II (73 Draconis); Sr II (γ Equulei). Für den Vertreter der Cr II-Gruppe, 73 Draconis, gibt derselbe Autor Wellenlängen und Intensitäten von 477 Linien[3]. Die physikalische Bedeutung dieser Nebenserie ist noch ungeklärt.

Als Beispiel für andere Besonderheiten sei nach MORGAN[4] der Stern 14 Comae erwähnt, in dessen Spektrum (A5) ein Teil der Linien scharf und gut definiert, ein anderer Teil dagegen, und zwar vor allem die Mg II-Linie 4481, breit und verwaschen erscheint. Die Radialgeschwindigkeit ist konstant und für beide Liniengruppen dieselbe, so daß Duplizität des Sternes nicht in Frage kommt. Ähnlichen Charakter zeigt das Spektrum von 17 Leporis, das außerdem noch veränderlich ist (vgl. Ziff. 45a). Schließlich sei noch das merkwürdige Spektrum des Sternes HD 190073 (A0ep) genannt, das nach MERRILL[5] neben Besonderheiten der Struktur und Intensität der Ca II-Linien H und K, abgesehen von den Novae, als einziger bisher bekannter Fall die Natriumlinien $D1$, $D2$ in Emission zeigt.

41. Klassen F, G, K. Einen Beitrag zur systematischen Ausmessung dieser linienreichen Spektren liefert ALBRECHT[6] mit der Wellenlängenbestimmung von 1094 Linien im Spektrum eines Durchschnitts-F-Sternes (α Canis min. dF5). Ein Drittel der identifizierten Linien gehört dem Eisen an. Grundlegend ist die Durchforschung des Spektrums von α Persei (F5) von DUNHAM[7] in dem Bereich von 4150 bis 6700 Å. Die Arbeit gibt die stellaren und Laboratoriums-Wellenlängen und Intensitäten, ferner Identifizierung, Anregungsspannung und Termbezeichnung der Linien.

Zu den besonders seltenen F-Sternen mit hellen Linien im Spektrum fügen HUMASON und CHRISTIE[8] zwei weitere hinzu, HD 193182 und HD 198287/8. Beide zeigen helle Wasserstofflinien und verstärkte Funkenlinien des Ti und Fe. Das Spektrum des zweiten Sternes ist zudem veränderlich, näheres darüber bringt Ziff. 45a. Das Erscheinen der Ca II-Linien H und K in Emission ist jetzt für eine größere Zahl von Riesen und Zwergen der Klassen G, K und M bekannt. Eine Liste von 37 Spektren dieser Art geben ADAMS und JOY[9].

Auf einige spektrale Unterschiede zwischen Riesen und Zwergen der Klassen K und M weist Miss BURWELL hin[10]. Insbesondere sind die Na-Linien $D1$, $D2$ in den Spektren der Zwerge intensiver als in denen der Riesen. Neue Beiträge zur Verwendung der Zyan-Absorptionsbanden als Kriterium für die absolute Helligkeit der G- und K-Sterne liefern F. BECKER und A. KOHLSCHÜTTER[11] und besonders LINDBLAD und STENQUIST[12].

An Identifizierungen scheint der Nachweis von SiF-Banden in G-, K- und M-Spektren durch SWINGS[13] gesichert zu sein.

[1] Harv Circ 348 (1929).
[2] Ap J 77, S. 330 (1933).
[3] Ap J 77, S. 77 (1933).
[4] Ap J 76, S. 144 (1932).
[5] Ap J 77, S. 51 (1933).
[6] Ap J 80, S. 86 (1934).
[7] Contrib Princeton Obs Nr. 9 (1929).
[8] Publ A S P 42, S. 252 (1930).
[9] Publ A S P 43, S. 407 (1931).
[10] Publ A S P 42, S. 351 (1930).
[11] Veröff Sternw Bonn Nr. 27 (1933).
[12] Stockh Obs Jaktt 11, Nr. 12 (1934).
[13] Stockh Obs Medd Nr. 15 (1934).

42. Klasse M. BOBROVNIKOFF[1] hat im Spektrum von α Herculis 66 Banden zwischen λ 6292 und λ 8506 des für diese Klasse charakteristischen Titanoxyds vermessen. Die stellaren Banden sind teilweise im Laboratorium noch nicht beobachtet worden. Neu gefunden wurden bei dieser Gelegenheit vier Banden des blaugrünen Systems. Neben Titanoxyd scheint in M-Spektren als weitere Verbindung jetzt auch Skandiumoxyd nachgewiesen zu sein; die erste Mitteilung darüber veröffentlichte BAXANDALL[2], eine spätere Ergänzung BOBROVNIKOFF[3]. Nach letzterem sind nur die Koinzidenzen 6036 und 6072 gesichert, beide zeigen starke Intensitätszunahme von K5 bis M3. Auch das von der Klasse S her bekannte Zirkonoxyd kommt, wie BOBROVNIKOFF[4] berichtet, in M-Spektren vor, besonders intensiv bei ϱ Persei und β Pegasi.

Ungewöhnliche Fälle stellen drei von MERRILL und HUMASON[5] aufgefundene Sterne dar, in deren Spektren gleichzeitig mit den Ti O-Banden die He I-Linie 4686 auftritt. Wie das Bestehen des schon bei niedriger Temperatur dissoziierenden Ti O-Moleküls sich mit dem für He I erforderlichen hohen Anregungszustand verträgt, ist noch ungeklärt. Ein ähnlicher Fall scheint übrigens nach HOGG[6] der Veränderliche Z Andromedae zu sein.

43. Klasse S. Für diese Spektren liegt ein neuer Klassifizierungsvorschlag von DAVIS[7] vor. Nach der relativen Intensität der Ti O- und der Zr O-Banden werden fünf Untergruppen S1 bis S5 unterschieden und 33 Sterne, darunter 21 Veränderliche, in das Schema eingereiht.

Im Hinblick auf die Seltenheit dieser Spektren sei noch eine Liste von 42 neuen N- und S-Sternen (zum Teil schon bekannte Veränderliche) erwähnt, die MERRILL, SANFORD und BURWELL[8] veröffentlicht haben.

44. Klassen R, N. Einige neu aufgefundene Spektren der Klassen R und N (vgl. auch Ziff. 43) meldet HAAS[9]. SANFORD[10] macht auf eine Reihe veränderlicher Sterne dieser beiden Klassen aufmerksam, die ebenso wie die Veränderlichen der Klasse M im Spektrum helle Wasserstofflinien zeigen.

Mehrere schon von früheren Autoren gemessene, aber bisher nicht identifizierte Banden gehören nach SANFORD[11] wahrscheinlich der Kohlenstoffisotope C_{13} an. Sollte sich diese Annahme bestätigen, so würden die relativen Intensitäten der Banden darauf hindeuten, daß in den Sternatmosphären C_{13} im Vergleich zu C_{12} viel häufiger ist als auf der Erde.

45a. Visuelles und infrarotes Gebiet der Sternspektren. In Spektren verschiedener Klassen hat ROACH[12] 426 Linien in dem Bereich von λ 6562 bis λ 7593 ausgemessen, wobei folgende Elemente identifiziert werden konnten: H, Al, Si, S, Ca, Ti, V, Cr, Fe und Zr. MERRILL[13] veröffentlicht eine vorläufige Durchmusterung des infraroten Gebietes zwischen λ 7000 und λ 9000 in ausgewählten Spektren aller Klassen. Von den zahlreichen Einzelergebnissen seien hier die folgenden erwähnt. Bei den Typen A bis M treten besonders die Ca II-Linien 8498, 8542, 8662, in den A- und F-Spektren auch mehrere Linien des O I hervor. Eine genauere Untersuchung der Linienintensitäten läßt brauchbare Kriterien für absolute Helligkeit erwarten. Linien des neutralen Ca, Ti und Fe beherrschen die Spektren der Klassen K und M zwischen λ 8320 und λ 8840. Zahlreiche Ti O-Banden lassen sich in den M-Spektren, solche des Zyan in den N-Spektren nachweisen.

[1] Ap J 78, S. 211 (1933).
[2] Publ A S P 41, S. 168 (1929).
[3] Ap J 77, S. 345 (1933).
[4] Ap J 79, S. 483 (1934).
[5] Publ A S P 44, S. 56 (1932).
[6] Publ A S P 44, S. 328 (1932).
[7] Publ A S P 46, S. 267 (1934).
[8] Publ A S P 45, S. 306 (1933).
[9] A N 242, S. 122 (1931).
[10] Publ A S P 42, S. 287 (1930); 45, S. 44 (1933).
[11] Publ A S P 44, S. 246 (1932).
[12] Ap J 80, S. 233 (1934).
[13] Ap J 79, S. 183 (1934).

Eine Spezialuntersuchung widmen MERRILL und WILSON[1] der PASCHEN-Serie des Wasserstoffs in einigen Spektren der Klassen B8 bis A2. Die beiden äußersten nachgewiesenen Linien sind λ 8863 nach der langwelligen und λ 8334 nach der kurzwelligen Seite. Auf Grund der mikrophotometrischen Registrierkurven (Abb. 1) werden die Profile und Zentralintensitäten der PASCHEN-Linien mit denen der BALMER-Linien verglichen; letztere sind in der Regel intensiver.

Abb. 1. Mikrophotogramme der PASCHEN-Serie des Wasserstoffs. a) β Orionis, b) α Cygni, c) α Leonis, d) α Lyrae, e) α Canis majoris, f) γ Cassiopeiae. (Nach MERRILL u. WILSON, Mt Wilson Contr Nr. 494.)

45b. Veränderliche Spektren. Über Veränderungen in Sternspektren liegen zahlreiche Mitteilungen vor; auf einzelne Quellen ist in den vorhergehenden Ziffern schon hingewiesen worden. Hier seien noch einige genauer untersuchte Fälle besprochen.

a) Im Spektrum des Be-Sternes BD +11° 4673 hat MERRILL[2] rund 160 Emissionslinien beobachtet, die fast alle in Intensität, Position und teilweise auch Struktur veränderlich sind. Stets intensiv, wenn auch variabel, erscheinen die H-Linien. Zuweilen sind sie auf der violetten Seite von einer dunklen Komponente begleitet, deren Distanz von der hellen Linie sich ändert. Die Positionsverschiebung der hellen H-Linien befolgt eine 800tägige Periode bei einer anscheinend zunehmenden Semiamplitude von 20 km/sek. Dieselbe Periode zeigen auch die Verschiebungen der He-Linien, jedoch mit einer Phasendifferenz von 160 Tagen gegenüber den Wasserstofflinien. Die He-Linien waren vor 1920 dunkel und erschienen dann in Emission mit dunklen Rändern an der violetten Seite. Der Abstand der Emissions- und der Absorptionskomponente variiert innerhalb einer Serie mit der dritten Potenz der Wellenlänge. Vom Eisen sind nur Linien des ionisierten Atoms vertreten, darunter zahlreiche verbotene Linien, alle mit veränderlicher Intensität. Die Linienverschiebungen erfolgen anscheinend auch hier in 800tägigem Zyklus, doch wieder mit Phasenverschiebung und einer Semiamplitude von nur 8 km/sek. An sonstigen Elementen sind Al, N, Si, Ti, Cr, Mg, C und Sc vorhanden, die teilweise ähnliches Verhalten

[1] Ap J 80, S. 19 (1934). [2] Ap J 69, S. 330 (1929).

zeigen. Die Intensitätsschwankungen der hauptsächlichsten Linien veranschaulicht Abb. 2. Zur Erklärung des Spektrums reichen nach MERRILL weder Doppelsternnatur noch Pulsationen aus, doch mögen beide Faktoren an den Vorgängen

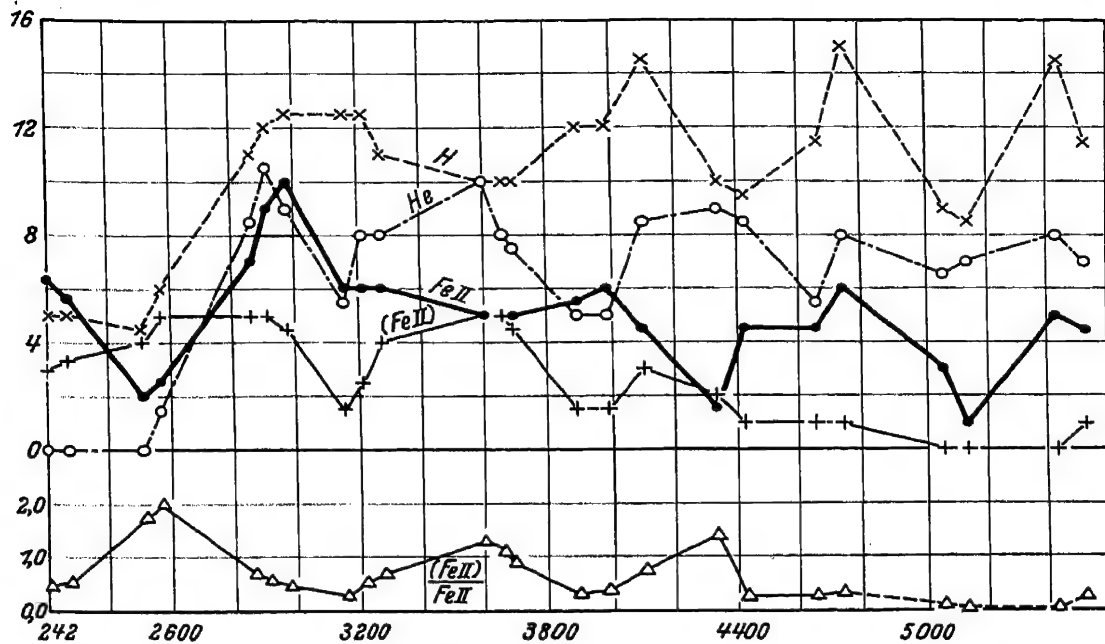



Abb. 2. Oben: Intensitäten der Emissionslinien einiger Elemente im Spektrum von BD +11° 4673; unten: relative Intensität der verbotenen zu den Laboratoriumslinien des Eisens. Abszissen sind in beiden Fällen die Julianischen Tage. (Nach MERRILL, Mt Wilson Contr Nr. 381.)

mit beteiligt sein. Nach einer späteren Notiz[1] hat sich der Stern, der übrigens möglicherweise schwach veränderlich ist, in den Jahren 1929 bis 1931 ähnlich verhalten wie vorher.

b) Ein anderer Typus ist der schon in Ziff. 40 erwähnte Stern 17 Leporis, den O. STRUVE[2] näher untersucht hat. Im Spektrum dieses A0-Sternes lassen sich zwei Arten von Linien unterscheiden. Die Linien der ersten Art, H und Mg II 4481, sind breit und diffus, die der zweiten, Fe II, Ti II, Sc II u. a., scharf und gut definiert. Gruppe I gibt eine konstante Radialgeschwindigkeit von rund 0 km/sek, während die Linienverschiebungen der Gruppe II starken Änderungen unterliegen. Mehrere Monate hindurch beträgt die Geschwindigkeit —40 km/sek, aber in Intervallen von etwa 155 Tagen bilden sich nacheinander bei den Linien des Fe, Ti und Sc helle Komponenten mit einer Radialgeschwindigkeit von —150 km/sek. Dieser Zustand, in dem die Totalintensität der meisten Linien stark vermindert erscheint, dauert einige Wochen, um dann wieder dem normalen Verhalten Platz zu machen. Während des letzteren zeigen die Absorptionslinien innerhalb eines Multipletts einen beträchtlich stärkeren Intensitätsgradienten, als von anderen Sternen bekannt ist; man vgl. hierzu auch die Bemerkungen von HYNEK[3]. Das Gesamtlicht des Sternes ist konstant. STRUVE weist auf eine mögliche Interpretation des Spektrums durch das Auftreten einer expandierenden Gashülle hin.

c) Schon länger bekannt sind die Erscheinungen im Spektrum von α_2 Canum Ven., auf dessen Besonderheit bereits in Ziff. 40 hingewiesen wurde. Hier treten u. a. zwei Gruppen von Absorptionslinien auf, deren Intensitätsänderungen periodisch und bis zu einem gewissen Grade spiegelbildlich verlaufen. Die Vorgänge stehen im Zusammenhang mit einem Gesamtlichtwechsel des Sternes. Neuere

[1] Ap J 75, S. 413 (1932). [2] Ap J 76, S. 85 (1932). [3] Ap J 78, S. 54 (1933).

Mitteilungen über diesen Stern und einige verwandte Fälle machen u. a. Miss ANGER[1], BELOPOLSKI[2], MARKOW[3] und MORGAN[4]. Besonders eingehend ist der in diese Gruppe gehörende Stern ε Ursae maj. von GUTHNICK[5] untersucht worden. Die Intensität der Ca II-Linien, die übrigens ungewöhnlich gering ist, schwankt in einer Periode von 5,10 Tagen. Ähnlich verhalten sich noch einige andere Linien, z. B. Si II 4131, während die meisten übrigen Linien gerade dann am stärksten erscheinen, wenn K im Minimum ist und umgekehrt. Außer den Intensitätsschwankungen werden beträchtliche und sehr verwickelte Änderungen der Struktur, Breite und Schärfe der Linien beobachtet. Die 5,1 tägige Periode prägt sich auch in der Schwankung der Radialgeschwindigkeit aus. Ein Zusammenhang der lichtelektrisch festgestellten Helligkeitsänderungen des Sternes mit den Spektralvariationen ist bisher nicht zu erkennen.

d) Über die spektralen Änderungen des in Ziff. 41 genannten Fe-Sternes HD 198287/8, die in Verbindung mit einem Lichtwechsel vom β Lyrae-Typus stehen, berichtet ausführlich CHRISTIE[6].

j) Klassifizierungen, die nicht auf Linienintensitäten beruhen.

48. Bestimmung der Spektralklasse durch Messung von Farbenindizes. Auf Grund der photographisch bestimmten und in Größenklassen ausgedrückten Niveaudifferenz der Wellenlängen 4045 und 4430 des Kontinuums haben F. BECKER und A. KOHLSCHÜTTER[7] die Spektren von rund 1400 Sternen 5. bis 8. Größe am Südhimmel klassifiziert. Als Klassifizierungsschema benutzen sie das Harvard-System, dessen Beziehung zu dem oben definierten Farbenindex graphisch abgeleitet wird. Die so bestimmten Spektraltypen werden zur Unterscheidung von den auf Linienkriterien beruhenden durch kleine Buchstaben bezeichnet, so daß die vollständige Klassifizierung eines Spektrums etwa die Form F3f5 hat. Eine ähnliche Farbklassifizierung der helleren Sterne des Nordhimmels, jedoch auf Grund visueller kolorimetrischer Messungen, gibt GRAFF[8]. Bei der Auswertung solcher Daten handelt es sich vor allem um die statistische Untersuchung der Differenzen zwischen Farb- und Linienspektrum.

48a. Quantitative Messungen an Spektrallinien. Eine größere Zahl von Arbeiten zur Spektroskopie der Gestirne beschäftigt sich mit der Messung und Interpretation der Linienprofile und Totalabsorptionen. Obwohl weder die Methodik dieser Messungen noch die Theorie der Spektrallinien in den Rahmen dieses Kapitels gehören, soll doch der Vollständigkeit halber die jüngste Entwicklung des Gebietes wenigstens nach der spektroskopischen Seite hin skizziert werden.

a) Seitdem durch UNSÖLDS[9] Theorie die Möglichkeit gegeben ist, aus dem Profil oder der Gesamtabsorption einer Spektrallinie die Anzahl der bei ihrer Entstehung mitwirkenden Atome zu berechnen, liegt eine Menge derartiger Messungen vor, die teils die Theorie bestätigen, teils Erweiterungen verlangen. Einige Quellen sind in den vorhergehenden Ziffern schon genannt worden; weiteres Material geben u.a.: ELVEY[10], Profile der Heliumlinien 4472 und 4388 für 28 Sterne; derselbe Autor[11], Profile der Wasserstofflinien $H\beta$, $H\gamma$ für 64 Sterne früher Typen, wozu auf die kritischen Bemerkungen von Miss WILLIAMS[12] hin-

[1] Ap J 70, S. 114 (1929).
[2] A N 234, S. 93 (1929).
[3] Ap J 72, S. 301 (1930).
[4] Ap J 74, S. 24 (1931); 75, S. 423 (1932).
[5] Sitzber Preuß Akad Wiss Phys-math Kl 1931. XXIX.
[6] Ap J 78, S. 200 (1933).
[7] Veröff Univ-Sternw Bonn Nr. 27 (1933).
[8] Mitt Sternw Wien 3, S. 117 (1933).
[9] Handb d Astrophys 3, Kap. 3, Ziff. 34.
[10] Ap J 70, S. 141 (1929).
[11] Ap J 71, S. 191 (1930).
[12] Ap J 72, S. 127 (1930).

zuweisen ist; ferner LINDSAY[1] und E. G. WILLIAMS[2], gleichfalls Profile und Totalabsorptionen der Wasserstofflinien die Spektralsequenz hindurch und schließlich GÜNTHER[3], Messungen der BALMER-Linien für 95 Sterne von O bis F8. Spezialuntersuchungen behandeln die Linienintensitäten innerhalb eines Multipletts, die manchmal einen vom theoretisch zu erwartenden verschiedenen Gradienten zeigen. So sind in einem Eisenmultiplett nach THACKERAY[4] die schwächeren Linien in K5- und M-Spektren abnorm verstärkt, eine Erscheinung, die MINNAERT und WOOLLEY bereits im Sonnenspektrum beobachtet haben. Als mögliche Erklärung für diese Abweichung kommen u. a. Effekte in Frage, die auf das Fehlen thermodynamischen Gleichgewichts schließen lassen. Eine eingehende Untersuchung, in der weitere Literaturhinweise zu finden sind, widmen STRUVE und ELVEY[5] diesen Verhältnissen. Sie zeigen, daß die Intensitätsgradienten der Multiplettlinien von Stern zu Stern verschieden sind, und daß die Beziehung zwischen der Totalabsorption A der einzelnen Linien und der Anzahl der Atome N zwischen den Grenzen $A =$ const. und A proportional N variiert. Bei einzelnen Sternen ist der Gradient auch veränderlich.

Abb. 3. Profile von $H\gamma$ im Spektrum des Übergiganten α Cygni (Punkte) und in dem von γ Orionis (Kreise). Die ausgezogene Kurve entspricht der UNSÖLDschen Theorie. Das Linienprofil für γ Orionis zeigt die STARK-Verbreiterung. [Nach ELVEY u. STRUVE, Ap J 72, S. 288 (1930).]

b) Als Ursache für die außergewöhnliche Breite der Wasserstofflinien in den Spektren der frühen Klassen ist seit etwa einem Jahrzehnt von verschiedenen Autoren intramolekularer STARK-Effekt in den Sternatmosphären vermutet worden. Die Bestätigung dieser Annahme an Hand des Beobachtungsmaterials hat nunmehr O. STRUVE[6] erbracht; sie stützt sich vor allem auf folgende Punkte: 1. Am empfindlichsten gegen STARK-Effekt sind die leichten Elemente, tatsächlich erscheinen die Wasserstoff- und nächst ihnen die Heliumlinien am stärksten verbreitert und sind es auch dann, wenn die schwereren Elemente scharfe und schmale Linien zeigen; 2. die Heliumlinien sind in Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen im Laboratorium unsymmetrisch verbreitert; 3. die den STARK-Effekt verursachenden elektrischen Felder lassen das Auftreten verbotener Linien erwarten, und es hat sich ergeben, daß verschiedene Absorptionslinien in den Sternspektren mit verbotenen Heliumlinien identifiziert werden können. Quantitative Nachweise zum zweiten und dritten Punkt gibt ELVEY[7] und ausführlicher STRUVE selbst in einer zweiten Abhandlung[8]. Eine von ELVEY und STRUVE[9] durchgeführte genauere Untersuchung der Profile von Wasserstofflinien in B- und A-Spektren bestätigt auch darin das Vorhandensein eines STARK-effektes, daß die Flügel der Linien in den Spektren der Zwerge (höherer Atmosphärendruck) bedeutend stärker ausgeprägt sind als in denen der Riesen (Abb. 3). Weiteres Material zu der Frage findet sich in mehreren der unter a) genannten Veröffentlichungen.

---

[1] Harv Circ 368 (1931).
[2] Ann Solar Phys Obs Cambridge 2, S. 25 (1932).
[3] Z f Ap 7, S. 106 (1933).
[4] M N 94, S. 99 (1934).
[5] Ap J 79, S. 409 (1934).
[6] Ap J 69, S. 173 (1929).
[7] Ap J 69, S. 237 (1929).
[8] Ap J 70, S. 85 (1929).
[9] Ap J 72, S. 277 (1930).

c) Auch die Rotation eines Sternes kann die Form der Spektrallinien beeinflussen. Infolge der Rotation bewegt sich der eine Rand der sichtbaren Oberfläche des Sternes auf den Beobachter zu, während der andere Rand sich von ihm entfernt. Im ersten Falle wird der DOPPLER-Effekt eine Verschiebung der Spektrallinien nach Violett, im zweiten eine solche nach Rot bewirken. Da aber in dem punktförmigen Bilde des Sternes die Strahlung von allen Teilen seiner Oberfläche vereinigt ist, entsteht als Endergebnis eine Verbreiterung und, weil ja die Gesamtabsorption durch die Rotation nicht geändert wird, zugleich eine Verflachung der Linien. Die Wirkung ist natürlich am größten, wenn die Rotationsachse senkrecht zur Gesichtslinie steht; in allen anderen Fällen geht nur eine Komponente der Rotationsbewegung ein. Der Gedanke ist zuerst 1877 von ABNEY geäußert und seitdem von verschiedenen Seiten immer wieder aufgegriffen worden. In den letzten Jahren hat vor allem die genauere Kenntnis der Linienprofile das systematische Studium der Frage gefördert.

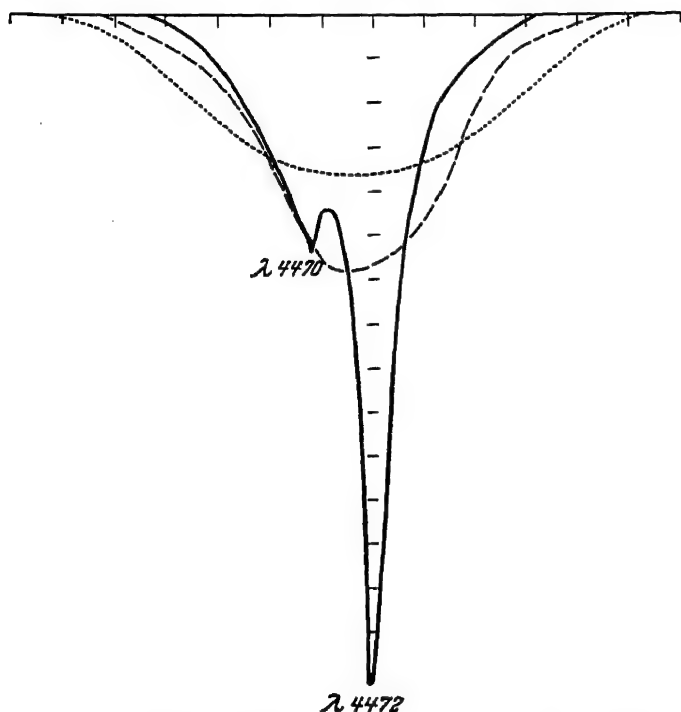



Abb. 4. Einfluß der Rotation auf das Profil der Linie λ 4472 (γ Pegasi). Die ausgezogene Kurve entspricht einem nichtrotierenden Stern, die beiden anderen entsprechen Äquatorgeschwindigkeiten von 170 bzw. 340 km/sek. [Nach STRUVE, Ap J 72, S. 14 (1930).]

Die Rotationsverbreiterung ist dadurch charakterisiert und zugleich vom STARK-Effekt unterschieden, daß die Linien aller Elemente im Spektrum verbreitert sind, und zwar, wie es das DOPPLER-Prinzip verlangt, in Abhängigkeit von der Wellenlänge.

SHAJN und STRUVE[1] haben theoretisch untersucht, in welcher Weise das normale ungestörte Linienprofil durch die Wirkung der Rotation verändert wird. Die praktische Anwendung der von ihnen abgeleiteten Formel geschieht so, daß man die verschiedenen vorgegebenen Werten der Rotationsgeschwindigkeit entsprechenden Linienprofile ausrechnet und zusieht, welches der berechneten Profile am besten mit den beobachteten übereinstimmt (Abb. 4). Nach ELVEY[2] und STRUVE[3] läßt sich durchweg eine befriedigende Darstellung der Beobachtungen durch die Theorie erzielen. Die Methode setzt voraus, daß man die wahren, d. h. vom Rotationseffekt befreiten Linienprofile kennt; als solche werden dann die Profile in einem Spektrum desselben Typus angenommen, in dem die Linien schmal und scharf erscheinen. Neuere theoretische Untersuchungen von CARROLL[4], auf die hier nicht im einzelnen eingegangen werden kann, zeigen indessen, daß die Rotationsgeschwindigkeit auch ohne Kenntnis des ursprünglichen Linienprofils aus den beobachteten Konturen bestimmt werden kann.

Soweit sich bisher übersehen läßt, neigen vor allem B- und A-Sterne zu schneller Rotation; man findet Äquatorialgeschwindigkeiten von 200 km/sek und mehr (Sonne 2 km/sek). Dagegen ist bei G-, K- und M-Sternen noch kein Fall von rascher Achsendrehung bekannt geworden. Äquatorialgeschwindigkeiten unter 25 km/sek lassen sich bei den heute benutzten Dispersionen nicht mehr nachweisen.

[1] M N 89, S. 222 (1929).
[2] Ap J 71, S. 221 (1930).
[3] Ap J 72, S. 1 (1930).
[4] M N 93, S. 478, 508, 680 (1933).

k) Kataloge von Sternspektren.

49. Bibliographie. Neues Material an klassifizierten Spektren gibt die am Astrophysikalischen Observatorium in Potsdam von FR. BECKER begonnene und von H. BRÜCK fortgesetzte Spektraldurchmusterung der KAPTEYN-Felder des Südhimmels, die die Sterne bis zur 12. bzw. 12,5. Größe erfaßt. Die Spektralkataloge für die Felder der Zonen $-75°$, $-60°$, $-45°$ (bearbeitet von BECKER) sind erschienen als Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam Nr. 88 (1929), Nr. 89 (1930) und Nr. 90 (1931); die Zone $-30°$ (bearbeitet von BRÜCK) als Publikation Nr. 91 (1935). Die Verzeichnisse enthalten zusammen weit über 50000 Sterne. Ähnliche Arbeiten, deren Veröffentlichung aber noch aussteht, werden an der Hamburger Sternwarte in Bergedorf für den Nordhimmel durchgeführt[1].

---

[1] Anmerkung bei der Korrektur: Band 1 der „Bergedorfer Spektral-Durchmusterung", enthaltend die Spektra (A. SCHWASSMANN und Mitarbeiter) und photographischen Helligkeiten (VAN RHIJN) von rund 24000 Sternen der Zonen $+60°$, $+75°$ und des Polfeldes, ist inzwischen erschienen.

Band V.

Kapitel 2.

Zur Statistik der Spektraltypen.

Von

FRIEDRICH BECKER-Bonn.

Mit 3 Abbildungen.

a) Einleitung.

2. Das Datenmaterial. Neu hinzugekommen sind folgende Spektralkataloge schwächerer Sterne (hauptsächlich 10. bis 13. Größe):

Autor	Veröffentlicht	Jahr	Zahl der Sterne	Bemerkungen
CANNON . . .	Harv Ann 100, Nr. 5	1931	28100	HENRY-DRAPER-Extension
HUMASON . . .	Mt Wilson Contr 458	1932	4066	KAPTEYN-Felder 1 bis 115
BRÜCK	Potsd Publ Nr. 91	1935	17045	KAPTEYN-Felder, Zone −30°

b) Statistik auf Grund der scheinbaren Helligkeit und Verteilung der Sterne.

7. Untersuchungen über einzelne Spektralklassen. a) Die B-Sterne. Die galaktische Verteilung der B- und der seltener vorkommenden A-Spektren mit Emissionslinien (Klassen Be und Ae) haben MERRILL und BURWELL[1] auf Grund eines Generalkataloges dieser Sterne untersucht. Die Verteilung entspricht im allgemeinen der der normalen B-Sterne, nur ist die Beziehung auf die Ebene des lokalen Sternsystems weniger ausgeprägt. Der Grund hierfür liegt wahrscheinlich darin, daß die absolute Helligkeit der Be-Sterne größer ist als die der anderen, so daß schon bei hellerer scheinbarer Größe die Grenze des lokalen Systems erreicht ist.

e) Die selteneren Spektraltypen. Die Verteilung der Ende 1930 bekannten 166 galaktischen O-Sterne nach scheinbarer Helligkeit zeigt nach C. H. PAYNE[2] folgendes Bild:

Scheinbare Helligkeit	Anzahl	Scheinbare Helligkeit	Anzahl
[2,7	2	7,3 bis 8,7	39
2,8 bis 4,2	4	8,8 „ 10,2	37
4,3 „ 5,7	19	10,3 „ 11,7	21
5,8 „ 7,2	39	11,8 „ 13,2	5

8. Spektralstatistik der schwächeren Sterne. Neuere Untersuchungen bestätigen durchaus den früheren Befund, daß mit abnehmender scheinbarer Helligkeit die frühen Spektralklassen seltener, die späteren häufiger werden. Der Bereich zwischen der 10. und 13. Größe ist besonders durch das Verschwinden

[1] Ap J 78, S. 87 (1933).
[2] Harv Bull 878 (1930).

der A- und die starke Zunahme der G-Sterne charakterisiert. Der Wechsel ist bei gegebener scheinbarer Helligkeit um so deutlicher ausgeprägt, je höher die galaktische Breite ist. Den allgemeinen Charakter der Erscheinung zeigt Abb. 1, in der links die Verteilung der Sterne 11. bis 13. Größe der KAPTEYN-Felder des Nordhimmels nach HUMASON[1], rechts die Verteilung der Sterne heller als $8^m,75$ des DRAPER-Kataloges dargestellt ist. In hohen galaktischen Breiten gehören 65 bis 70% der Sterne zur Klasse G. Aber auch in eigentlichen Milchstraßengebieten, die besonders reich an helleren A-Sternen sind, zeigt sich ein ähnliches Bild; ein Beispiel dafür gibt Abb. 2, die nach FR. BECKER[2] die Verteilung der Spektren zweier Helligkeitsintervalle in der Crux-Carina-Sternwolke der südlichen Milchstraße darstellt. Man vgl. außer den genannten auch die Untersuchungen von E. STENQUIST[3] sowie die kritischen Bemerkungen von P. ROSSIER[4].

Abb. 1. Durchschnittliche prozentuale Häufigkeit der Spektralklassen, links Sterne 11. bis 13. Größe, rechts Sterne heller als $8^m,75$. (Nach Mt Wilson Contr Nr. 458.)

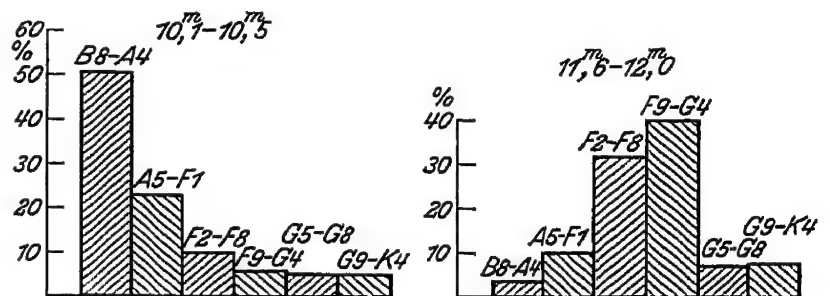



Abb. 2. Prozentuale Häufigkeit von 6 Spektralgruppen in zwei verschiedenen Helligkeitsintervallen. KAPTEYN-Eichfeld Nr. 193; gal. Breite $+1°$. [Nach Z f Ap 6, S. 200 (1933).]

c) Spektralstatistik unter Berücksichtigung der absoluten Helligkeit und der räumlichen Verteilung der Sterne.

10. Die wahre Häufigkeitsverteilung der Spektralklassen. Mit zunehmender Vervollständigung unserer Kenntnis der nächsten Sterne und damit der wahren Häufigkeit der verschiedenen Spektralklassen zeigt sich immer mehr das außerordentlich starke Überwiegen der absolut schwachen M-Zwerge. Nach VAN MAANEN[5] sind von den 36 Sternen mit bekanntem Spektrum innerhalb einer Kugel von 5 Parsec Radius um die Sonne je drei vom Typus A, F und G, 5 vom Typus K und 22 vom Typus M. Nur 5 Sterne einschließlich der Sonne haben eine absolute Helligkeit größer als $+5^m$, während 10 zwischen $+5^m$ und $+10^m$ liegen und die übrigen 24 absolut schwächer als 10^m sind. Dabei sind die absolut schwachen Sterne in diesem Raume noch keineswegs vollständig erfaßt.

Die Anzahl der Sterne im Spektralbereich F5 bis G5 am ganzen Himmel bis zur scheinbaren visuellen Größe 9,50 hat J. SCHILT[6] auf Grund verschiedener Quellen abgeleitet; hinsichtlich der Einzelheiten sei auf die Originalabhandlung verwiesen.

---

[1] Ap J 76, S. 224 (1932).
[2] Z f Ap 6, S. 198 (1933); ferner ebenda 5, S. 274 (1932); Sitzber Akad Wiss Berl Phys-math Kl 1932, XI.
[3] Medd Astr Obs Upsala Nr. 54 (1932).
[4] Arch Sc phys et nat 15, S. 5 (1933).
[5] Publ A S P 45, S. 247 (1933).
[6] A J 43, S. 121 (1934).

11. Die räumliche Verteilung der Sterne der verschiedenen Spektralklassen. Hierüber hat FR. BECKER[1] im Anschluß an die Klassifizierung der Spektren schwacher Sterne in den KAPTEYN-Feldern des Südhimmels weitere Untersuchungen durchgeführt. Es werden enge Spektralbereiche gebildet, für diese je eine mittlere absolute Helligkeit angenommen und damit die bestimmten Intervallen scheinbarer Helligkeit entsprechenden Raumvolumina berechnet. Aus der Anzahl der Sterne in einem gegebenen Helligkeitsbereich läßt sich dann die Anzahl pro Volumeinheit im Raume ermitteln. Hierbei werden die Sterne bis in um so größere Entfernungen erfaßt, je größer ihre absolute Helligkeit ist, und zwar bei einer scheinbaren Grenzhelligkeit von $11^m,5$ die Sterne der Gruppe B8 bis A4 bis zu 1150 Parsec, der Gruppe A5 bis F1 bis zu 550, der Gruppe F2 bis F8 bis zu 240 und die Sterne der Gruppe F9 bis G4 bis zu 130 Parsec, wobei angenommen ist, daß es sich um Sterne der Hauptserie handelt. Während in höheren galaktischen Breiten (über 40°) die Verteilungsdichte aller Gruppen schon von etwa 100 Parsec an mit wachsender Entfernung abnimmt, zeigt der Dichteverlauf in der galaktischen Mittelzone unregelmäßige Schwankungen bis in 600 oder 700 Parsec und dann erst stetige Abnahme. Für zwei Felder in der südlichen Milchstraße sind die Verhältnisse in Abb. 3 dargestellt. Von einer Berücksichtigung etwaiger interstellarer Absorption, die nur dann Sinn hätte, wenn der lokale Absorptionskoeffizient in den betreffenden Richtungen bekannt wäre, ist bei diesen Untersuchungen abgesehen worden. Es wird aber der Nachweis erbracht, daß, wenn überhaupt, so nicht Absorption, sondern höchstens diskontinuierliche Abblendung des Sternlichtes die Realität des beobachteten Dichteabfalls in Frage stellen könnte.

Abb. 3. Räumliche Dichteverteilung der Sterne 8,1. bis 11,5. Größe in Feld 193 und 9,1. bis 11,5. Größe in Feld 194. [Nach Z f Ap 6, S. 201 (1933).]

[1] Z f Ap 5, S. 274 (1932); 6, S. 198 (1933).

Band V.

Kapitel 3.

Die Temperaturen der Fixsterne.

Von

WILHELM BECKER-Potsdam.

Mit 2 Abbildungen.

Einleitung. Den Fortschritt in der Lösung des Temperaturproblems wird man nach der Sicherheit beurteilen müssen, mit der die beiden Kernfragen, die nach dem Nullpunkt der Temperaturskala und die nach den Abweichungen von schwarzer Strahlung, beantwortet werden können. Die beiden Fragen schließen sich nicht etwa, wie das zunächst scheinen möchte, gegenseitig aus, denn die Praxis hat gelehrt, daß es wohl einen Sinn hat, die Gültigkeit des PLANCKschen Gesetzes anzunehmen und gleichzeitig auch von systematischen Abweichungen hiervon zu reden. Die Abweichungen von schwarzer Strahlung halten sich, soweit man heute erkennen kann, ganz in der Richtung und im Rahmen des physikalisch Verständlichen und erstrecken sich fast ausschließlich auf den kurzwelligen Spektralbereich, während sich die den Stern verlassende Strahlung im blauen, im gelben und im roten Bereich nach dem Urteil der meisten Beobachter befriedigend durch das PLANCKsche Gesetz darstellen läßt. Viel weniger klar sehen wir dagegen zur Zeit in der Frage nach dem Nullpunkt der Temperaturskala, denn die Ergebnisse der jüngsten spektralphotometrischen Absolutbeobachtungen (Greenwich) haben zu dem wenig befriedigenden Zustand geführt, daß jetzt zwei völlig voneinander verschiedene absolute Temperaturskalen existieren, diejenige von WILSING und diejenige von GREAVES, DAVIDSON und MARTIN (vgl. Tab. 7)[1]. Beide Skalen beziehen sich auf den gleichen Spektralbereich, so daß der Unterschied nur auf noch unbekannte systematische Fehler in einer der beiden Reihen zurückgeführt werden kann. Nur neue Absolutbeobachtungen können hier die Lösung erbringen.

Wie notwendig eine dauerhafte Festlegung des Nullpunktes der Temperaturskala ist, erkennt man, wenn man bei einem Überblick feststellen muß, daß über zehn zum Teil sehr verschiedene Temperaturskalen zu Anschluß- und Reduktionszwecken nebeneinander Verwendung finden, ohne daß eine von ihnen bestimmt als verfehlt angesehen werden könnte.

c) Die Farbtemperatur der Fixsterne aus der Gestalt der Energiekurve.

15. Die Ergebnisse der spektralphotometrischen Messungen, welche auf die Strahlung des schwarzen Körpers bezogen sind. Im Verlauf der spektralphotometrischen Arbeiten am Greenwich-Observatorium haben GREAVES, DAVIDSON und MARTIN[2] zwei neue Absolutbestimmungen von Farbtemperaturen durch-

[1] Andere Temperaturskalen sind nur mit Einschränkung als absolut zu bezeichnen.

[2] Royal Observatory Greenwich, Observations of Colour Temperatures of the Stars. London 1932; MN 94, S. 488 (1934).

geführt. Das Greenwicher Fundamentalprogramm umfaßt 25 Sterne der Spektralklassen B2 bis A5, die mehrfach wechselweise miteinander verglichen wurden, so daß ein Gradientensystem hoher innerer Genauigkeit daraus hervorging (vgl. Ziff. 16). Die Festlegung des Nullpunktes dieses Systems erfolgte durch Anschluß von sechs A0-Sternen an eine Laboratoriumslichtquelle bekannter Temperatur. Die photometrische Skala wurde mit Hilfe eines Skalenspektrographen gewonnen. Sowohl bei den Sternaufnahmen wie auch bei den Aufnahmen der in einer Entfernung von 180 m vom Spektrographen aufgestellten Standardlichtquelle fand die Extinktion Berücksichtigung. Die Sternspektren wurden an 20 Stellen, die zu je vieren in der näheren Umgebung der Wellenlängen 450, 480, 530, 580 und 640 mμ liegen, an die Lichtquelle angeschlossen.

Bei der ersten der beiden genannten Absolutbestimmungen diente als Stanstardlichtquelle ein Kodak-Azetylenbrenner, dessen spektrale Intensitätsverteilung, die normalerweise derjenigen eines schwarzen Körpers von 2395° entspricht[1], mit Hilfe von Blaufiltern einem G- bzw. einem A-Stern angeglichen werden konnte. Das Beobachtungsergebnis (16100° für das Mittel der A0-Sterne) war aber nicht befriedigend, da nach Abschluß der Beobachtungen festgestellt wurde, daß der Brenner eine abnorme und veränderliche Temperatur hatte.

Deswegen haben GREAVES, DAVIDSON und MARTIN noch eine zweite absolute Temperaturbestimmung ausgeführt, die auch eine völlige Neubestimmung aller zur Reduktion notwendigen Konstanten und eine sorgfältige Diskussion der Fehlerquellen einschließt. Als Lichtquelle bedienten sich die Beobachter einer Wolfram-Bandlampe (Osram), deren Temperatur bei einer Gebrauchsspannung von 103,5 Volt zu 2360° $\pm$20° bestimmt worden war. Innerhalb weniger Grade konnte diese Temperatur eingehalten werden. Die Lichtquelle wurde durch mehrfachen Vergleich mit zwei gleichartigen Lampen dauernd unter Kontrolle gehalten. Im übrigen blieb die Methode gegenüber der ersten Absolutbestimmung fast ungeändert, abgesehen davon, daß die Gradienten nur aus den vier äußeren von den genannten fünf Spektralbereichen berechnet wurden. Die Beobachtungen ergaben für das Mittel der A0-Sterne 21200° $\left[\Phi = \frac{c_2}{T}\left(1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda_m T}}\right) = 0{,}91 \pm 0{,}05\right.$ für $\left.\lambda_m = 500\ \mathrm{m}\mu\right]$. Diesen Wert kombinierten die Beobachter mit dem früheren von 16100° ($\Phi = 1{,}07$) zu dem Mittelwert

$$\left\{\begin{array}{l} \Phi_{\mathrm{A0}} = \frac{c_2}{T}\left(1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda_m T}}\right) = 1{,}0 \pm <0{,}15\,, \qquad (\lambda_m = 500\ \mathrm{m}\mu) \\ T_{\mathrm{A0}} = 18000°, \end{array}\right.$$

der als definitiv angesehen wird. Der mittlere Fehler wurde mit Rücksicht auf alle möglichen Fehlerquellen, insbesondere auf die Ungenauigkeit von $\pm$20° in der Temperatur der Standardlichtquelle, abgeschätzt. In dieser Skala beträgt die mittlere Temperatur normal gefärbter B0-Sterne etwa 35000° und die von G0-Sternen etwa 6500°. Die Greenwicher Beobachtungen lassen also auf erheblich höhere Temperaturen schließen, als man auf Grund bisheriger Absolutbestimmungen allgemein annahm (vgl. Tab. 2).

Tabelle 1 gibt für die 25 Greenwicher Fundamentalsterne die relativen Gradienten, bezogen auf das Mittel der A0-Sterne und die Farbtemperaturen.

Im Anschluß an die erste Greenwicher Beobachtungsreihe erhob KIENLE[2] einige Einwände. Er fand, daß infolge eines Skalenfehlers von 15% und einer

[1] In der ersten Arbeit war als Brennertemperatur 2360° angesetzt worden, was sich aber nachträglich als zu niedrig herausstellte. Mit diesem falschen Wert hatte sich 14300° für das Mittel der A0-Sterne ergeben.

[2] V J S 67, S. 397 (1932).

Überkorrektion wegen Extinktion von 30% die Nullpunktstemperatur (A0-Sterne) zu hoch ausgefallen ist und bei Berücksichtigung dieser Fehler bessere Übereinstimmung mit dem WILSINGschen Wert erreicht wird. Nach BRILL[1] sind diese nachträglichen Korrektionen aber äußerst problematisch, so daß man besser auf sie verzichtet.

Tabelle 1. Relative Gradienten (bezogen auf das Mittel der A0-Sterne) und Farbtemperaturen von 25 Greenwicher Fundamentalsternen.

Stern	Spektrum Harvard	Rel. Gradient Greenwich	Farbtemperatur Greenwich	Stern	Spektrum Harvard	Rel. Gradient Greenwich	Farbtemperatur Greenwich
α And.	A0p	−0,10	21 800°	β U Ma.	A0	−0,02	18 500°
γ Peg.	B2	− ,30	40 000	δ Leo.	A3	+ ,29	12 400
δ Cas.	A5	+ ,25	12 900	α C Vn.	A0p	− ,06	20 000
β Ari.	A5	+ ,29	12 400	η U Ma.	B3	− ,23	31 000
β Tri.	A5	+ ,29	12 400	γ U Mi.	A2	+ ,19	13 800
δ Per.	B5	− ,16	25 000	α Cr B.	A0	+ ,01	17 700
η Tau.	B5p	− ,02	18 500	α Oph.	A5	+ ,30	12 200
γ Ori.	B2	− ,24	32 000	α Lyr.	A0	,00	18 000
β Tau.	B8	− ,14	24 000	ζ Aql.	A0	+ ,04	16 800
β Aur.	A0p	+ ,06	16 400	α Aql.	A5	+ ,42	10 800
β C Mi.	B8	− ,02	18 500	α Cep.	A5	+ ,43	10 700
α Gem.	A0	+ ,11	15 400	α Peg.	A0	− ,03	18 700
α Leo.	B8	− ,08	21 000				

Nach einem ziemlich einfachen Verfahren hat R. C. WILLIAMS[2] eine absolute Temperaturbestimmung durchgeführt. Er arbeitete an einem Spiegel mit Aluminiumbelag in Verbindung mit einem Quarzspektrographen und erreichte so das äußerste Ultraviolett bis etwa 300 $m\mu$. Als Standardlichtquelle diente ihm eine Wolfram-Bandlampe bekannter Intensitätsverteilung, mit der auch die photometrische Skala (Stufenspalt) aufgenommen wurde. Nachdem das Licht der Lampe und das der Sterne auf gleichen optischen Weg reduziert worden sind, können dann unmittelbar Energiedifferenzen zwischen verschiedenen Spektralbereichen bestimmt werden. Bevor daraus Temperaturen berechnet werden können, ist in den frühen Spektralklassen allerdings noch eine Reduktion wegen der kontinuierlichen Wasserstoffabsorption erforderlich, die vom Beobachter unter der wahrscheinlich berechtigten Annahme gemacht wurde, daß sie in ihrem ganzen Bereich konstant sei (vgl. Ziff. 27). Zur Temperaturberechnung aus dem WIENschen Strahlungsgesetz benutzte WILLIAMS nur die Energiedifferenz zwischen den beiden Spektralbereichen 320 und 420 $m\mu$, in denen mit Hilfe von Filtern die Schwärzung gleich gemacht worden war. Den Temperaturen liegen also eigentlich nur Farbenindizes zugrunde.

Für A0-Sterne erhielt WILLIAMS durchschnittlich 10000°, für B0-Sterne 20000°. Seine Skala stimmt demnach im Bereiche der ersteren mit der WILSINGschen überein, während sie für die frühen Typen erheblich höhere Temperaturen ergibt und etwa mit der SAMPSONschen Skala vergleichbar ist (vgl. Tab. 7 im Handb d Astrophys V/1, S. 155).

Tabelle 2 gibt eine Übersicht über die mittleren Temperaturen der A0-Sterne, zu denen die bisherigen absoluten Temperaturbestimmungen geführt haben. Ohne irgendeine Gesetzmäßigkeit bezüglich der Lage der Spektralbereiche zu verraten, schwanken die Angaben zwischen 9300° und 18000°. Die Lage des Nullpunkts der Temperaturskala ist demnach noch äußerst problematisch. Weder die Annahme von 10000° für A0-Sterne, wie sie vielfach bei relativen Temperaturbestimmungen gemacht wird, noch auch die höhere von 13500°,

[1] Z f Ap 6, S. 203 (1933). [2] Ap J 80, S. 7 (1934).

wie BRILL[1] sie vorgeschlagen hatte, ist heute hinreichend durch absolute Messungen begründet.

Tabelle 2. Mittlere Temperaturen der A0-Sterne nach absoluten Methoden.

Beobachter	Temperatur	Spektralbereich	Bemerkungen
WILSING, SCHEINER, MÜNCH .	9300°	450— 640 mμ	
desgl. nach BRILL	10250	450— 640	
GREAVES, DAVIDSON, MARTIN	16300	400— 570	Nur α Lyr. als typischer A0-Stern
GREAVES, DAVIDSON, MARTIN	18000	440— 650	
H. H. PLASKETT	10000±	390— 500	Aus 2 B- und 2 A-Sternen interpol.
R. C. WILLIAMS	10000	320 u. 420	Farbenindizes
W. W. COBLENTZ	10000±	320—10000	Nur α Lyr. als typischer A0-Stern; Thermoelement
C. G. ABBOT	14000	350— 2224	Nur α Lyr. als typischer A0-Stern; Radiometer

16. Differentielle spektralphotometrische Messungen. Die Unstimmigkeiten zwischen den ursprünglichen Temperaturskalen von WILSING und von ROSENBERG, die durch die Rechnungen von BRILL bereits weitgehend geklärt worden waren, hat JENSEN[2] zum Gegenstand einer neuen spektralphotometrischen Untersuchung gemacht. Die Art der gestellten Aufgabe erforderte, daß in ein und demselben Beobachtungsgang der ganze Spektralbereich zwischen 360 und 650 mμ erfaßt und die Reduktion völlig einheitlich vorgenommen wurde. Die Beobachtungen hat JENSEN an einem 20 cm-Spiegel in Verbindung mit Objektivprisma und Gitter auf panchromatischen Platten durchgeführt. Das Programm umfaßt 17 hellere Sterne aller Spektralklassen, die auch in den beiden genannten Spektralphotometrien vorkommen. Der Polarstern (F8) diente als Standard. Gegen ihn wurden spektrale Helligkeitsdifferenzen für 20 Wellenlängen gebildet. Diese lassen sich nach JENSEN nicht in dem ganzen Bereich von 360 bis 650 mμ in Form relativer Gradienten, d. h. linear in Abhängigkeit von $1/\lambda$, darstellen. Vielmehr tritt eine deutliche Krümmung auf, die um so ausgeprägter ist, je größer der Spektralunterschied gegen Polaris wird (s. Abb. 1). Dagegen lassen sich für beschränkte Spektralbereiche wohl relative Gradienten bilden und je nach der Begrenzung erhielt JENSEN Gradientenskalen, die weitgehend mit denen von WILSING (450 bis 640 mμ), ROSENBERG (400 bis 500 mμ), GREAVES, DAVIDSON und MARTIN (426 und 632 mμ) und SAMPSON (Gradient bei 500 mμ) übereinstimmen.

Nach JENSEN hat die „Verschmierung" von Absorptionslinien bei extrafokalen Aufnahmen (ROSENBERG) keinen nennenswerten Einfluß auf das Resultat, so daß von dieser Seite her kein Beitrag zu dem großen Skalenunterschied zwischen WILSING und ROSENBERG geliefert wird.

HERTZSPRUNG[3] machte im Zusammenhang mit der Arbeit von JENSEN darauf aufmerksam, daß man die monochromatischen Helligkeitsunterschiede gegen Polaris im Bereich von 400 bis 600 mμ gut durch die Formel $\Delta m = a + b\lambda^{-4}$ darstellen kann, in der dann b ein Farbenäquivalent darstellt.

Zum Abschluß der Greenwicher spektralphotometrischen Arbeiten haben GREAVES, DAVIDSON und MARTIN[4] ihre gesamten Beobachtungen aus den Jahren 1926 bis 1932 einheitlich zusammengefaßt und ein relatives Gradientensystem aufgestellt, welches zur Zeit wohl als das genaueste gelten darf. Die Beobachter benutzten einen 30zölligen Spiegel in Verbindung mit einem spaltlosen Spektrographen. Zur Standardisierung diente teils ein Objektivgitter, teils ein Skalen-

[1] Handb d Astrophys V/1, S. 193.
[2] A N 248, S. 242 (1933); 252, S. 303 (1934).
[3] B A N 7, S. 189 (1934).
[4] Royal Observatory Greenwich, Observations of Colour-Temperatures. 1932.

spektrograph. Der Vergleich der spektralen Helligkeiten erfolgte im Blau (8 Punkte zwischen 410 und 450 mμ) und im Rot (8 Punkte zwischen 610 und 650 mμ) an Stellen, die mit Rücksicht auf möglichst günstige Schwärzungsverhältnisse ausgesucht waren. Das System umfaßt in erster Linie 25 Fundamentalsterne der Spektralklassen B2 bis A5, deren Gradienten einen mittleren Fehler von $\pm 0{,}02$ haben. Der Nullpunkt ist willkürlich durch das Mittel der A0-Sterne festgelegt (über den Anschluß an den schwarzen Körper vgl. Ziff. 15). Die Gradienten von weiteren 38 Sternen bis G0 wurden durch Anschluß an das

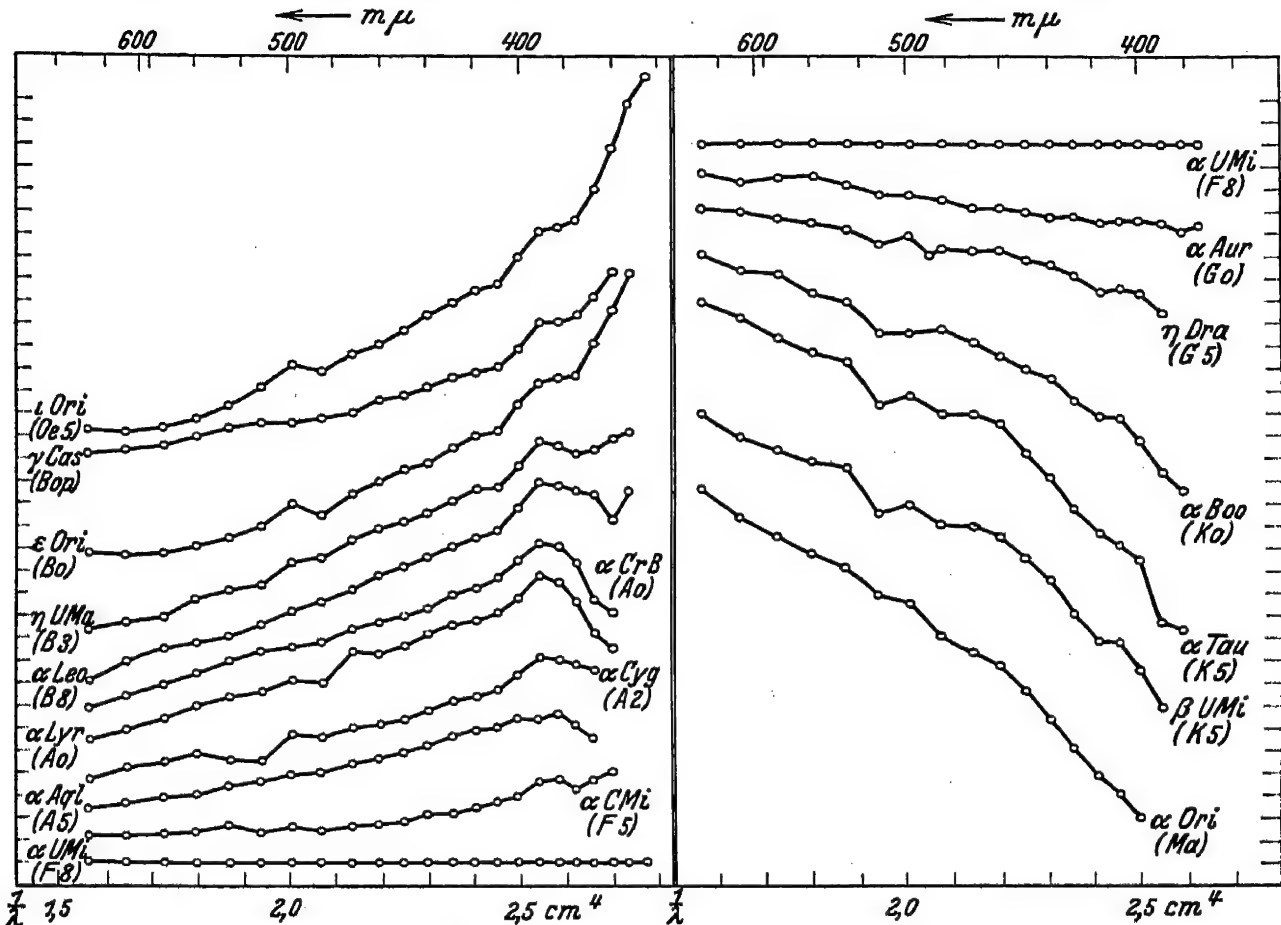



Abb. 1. Intensitätsverteilung in Sternspektren relativ zu α UMi. (F8) nach JENSEN [A N 248, S. 217 (1933)]. Einheit der Ordinate $0^m{,}2$.

Fundamentalsystem erhalten. Die relativen Gradienten der Greenwicher Fundamentalsterne sind in Tabelle 1 mitgeteilt.

Die Einwände, die KIENLE gegen die Greenwicher Beobachtungen erhoben hat (vgl. Ziff. 15), sind bezüglich des relativen Gradientensystems praktisch ohne Bedeutung.

Die Gradientenskalen von SAMPSON[1] und GREAVES, DAVIDSON und MARTIN hat BRILL[2] zu einem System vereinigt und in absolute Gradienten verwandelt, wobei er die von ihm aufgestellte Temperaturskala[3] (A0-Sterne = 13500°) zugrunde legte. Die Gradientenskalen, die sich beide auf die Wellenlänge 500 mμ beziehen, weisen nach BRILL keine nennenswerten systematischen Unterschiede auf.

Als Beitrag zur Entscheidung der speziellen Frage, ob sich die Sterne in offenen Sternhaufen bezüglich ihrer spektralen Energieverteilung von Feldsternen unterscheiden, wurde von STRASSL[4] eine spektralphotometrische Untersuchung

[1] M N 90, S. 636 (1930).
[2] Z f Ap 3, S. 373 (1931).
[3] Z f Phys 52, S. 779 (1929).
[4] Z f Ap 5, S. 205 (1932).

der helleren Plejadensterne durchgeführt. Dem von ihm abgeleiteten System relativer Gradienten kommt daneben noch der Charakter eines bequemen Standfeldes zu, das für zukünftige Beobachtungen eine leichte und sichere Anschlußmöglichkeit und gleichzeitig für den Wellenlängenbereich von 355 bis 510 mμ eine photometrische Skala abgibt.

Strassl beobachtete an einer Spiegelprismenkamera (16 cm) mit Objektivgitter. Sein Programm umfaßt 20 Plejadensterne und 8 Feldsterne der Umgebung, die mehrfach paarweise miteinander verglichen und an c Plej.-Maja (B5) als Nullpunkt angeschlossen wurden. Der Vergleich erfolgte an über 30 Stellen zwischen den Wellenlängen 355 und 510 mμ. Das Gradientensystem schloß Strassl an eine von Brill abgeleitete Temperaturskala[1] an.

Zwischen den Wellenlängen 390 und 510 mμ lassen sich die monochromatischen Helligkeitsdifferenzen gegen c Plej.-Maja (B5) gut durch einen Gradienten darstellen. Von 390 mμ ab treten jedoch starke Abweichungen auf, die ihre Ursache in der kontinuierlichen Wasserstoffabsorption haben. In den frühesten Spektralklassen, die eine geringere Wasserstoffabsorption aufweisen als der Nullpunktstern Maja (B5), bestehen sie in einer Überhöhung der relativen Energiekurve, in den späteren Klassen entsprechend in einer Depression derselben (über die kontinuierliche Wasserstoffabsorption vgl. Ziff. 27).

Die Frage nach einem etwaigen Unterschied in der spektralen Intensitätsverteilung zwischen Haufen- und Feldsternen wird durch die Ergebnisse von Strassl übereinstimmend mit Schwassmann[2] in negativem Sinne beantwortet[3].

Bei spektralphotometrischen Messungen werden infolge der ungünstigen Eigenschaften der Optik und der Atmosphäre im allgemeinen die Wellenlängen kleiner als 350 mμ nicht mehr erfaßt. Da sich jedoch wichtige Fragestellungen der Astrophysik an die Eigenschaften der Sternspektren im äußersten Ultraviolett knüpfen, muß man versuchen, unter zweckentsprechender Abänderung der Beobachtungsanlagen weiter in diesen Spektralbereich hinein vorzudringen, in dem allerdings bei etwa 290 mμ das atmosphärische Ozon infolge seiner überaus starken Absorption eine Schranke setzt. In dieser Richtung sind bisher nur bescheidene Ansätze gemacht worden.

In einer Höhe von 3500 m über dem Meere hat Kienle[4] unter Benutzung von Quarzoptik Sternspektren erhalten, die sich bis etwa 300 mμ erstrecken. Bis zu dieser Grenze hält die kontinuierliche Wasserstoffabsorption anscheinend unvermindert an.

Die gleiche Grenze erreichten auch Boothroyd und R. C. Williams[5] (3500 m über dem Meere) an einem Spiegel mit Aluminiumbelag in Verbindung mit einem Quarzspektrographen. Williams verwandte die Spektren einiger Sterne zu einer absoluten Temperaturbestimmung im Ultraviolett (vgl. Ziff. 15).

E. Meyer, Schein und Still[6] haben mit Hilfe eines Lichtquantenzählers bei der Sonne im Spektralbereich zwischen 180 und 230 mμ, in dem die Ozonabsorption eine schwache Lücke aufweist, noch Strahlung nachgewiesen. Wegen der atmosphärischen Sauerstoffabsorption gelang dieser Nachweis auch nur in großer Höhe über dem Meere.

Noch spärlicher als unsere Kenntnisse über das Ultraviolett sind diejenigen über das Infrarot. Nach Beobachtungen von W. W. Morgan und Wooten[7], die bisher als einzige Infrarotplatten zu spektralphotometrischen Zwecken ver-

---

[1] Z f Ap 3, S. 373 (1931).
[2] Mitt Sternw Hamburg 6, Nr. 31 (1930).
[3] Abgesehen von einer schwachen Absorption bei 3879 A in den Plejadenspektren, als deren Träger Zyan in Frage kommen kann.
[4] Veröff Gött Sternw Nr. 25 (1932).
[5] Ap J 80, S. 1 (1934).
[6] Nature 134, S. 535 (1934).
[7] Ap J 80, S. 229 (1934).

wandten, lassen sich die spektralen Helligkeitsdifferenzen zwischen den Sternen α Aql. (A5) und β U Mi. (K5) wie auch zwischen α Aur. (G0) und α Tau. (K5) im Bereich von etwa 450 bis 1000 mμ durch einen Gradienten darstellen, während sich bei den beiden Sternen α Lyr. (A0) und β U Mi. (K5) im Infraroten gegenseitige Abweichungen bis zu $0^m,5$ zeigen.

In der Zusammenstellung der Tabelle 3 sind der Vollständigkeit halber weitere Arbeiten angegeben, die sich mit der Ableitung von Temperaturen bzw. Gradienten befassen, aber hier nicht einzeln besprochen werden konnten.

Tabelle 3. Zusammenstellung spektralphotometrischer Arbeiten.

Autor	Spektral-klassen	Anzahl	Helligkeit	Sp. Bereich	Nullpunkt	Photom. Skala	Bemerkungen
F. Hogg . . .	B5—K2	36	3^m—9^m	405—486 mμ	A0 = 10000°	B5-Sterne	Plejaden, Harv Circ 309 (1927)
N. W. Storer .	B—K	55	2 —6	440—690	Sonne	Skalen-spektrogr.	Riesen u. Zwerge, Lick Bull 14, S. 410 (1929)
B. P. Gerasimovič	O—B5	74	2 —8	400—650	A0 = 10000 bzw. 12000	Blenden	Harv Circ 339 (1929)
L. Hufnagel .	F5—K5	82	7 —10	400—490	A0 = 10000	A0-Sterne	Riesen u. Zwerge, Harv Circ 343 (1929)
B. P. Gerasimovič u. C. Payne	F0—F8	13	2 —6	400—650	A0 = 10000	Blenden	Übergiganten, Harv Bull 866 (1929)
L. Hufnagel .	G0—K5	20	7 —10	400—490	A0 = 10000	A0-Sterne	Riesen u. Zwerge, Harv Bull 874 (1930)
B. Fessenkoff	Oe5—K0	24	3 —7	ultra-violett	—	—	R A J 8, S. 2 (1931)
G. Maulbetsch	B9—Mb	143	6 —9	400—490	A0 = 10000	A0-Sterne	Polsterne, Harv Circ 360 (1932)
G. Maulbetsch	B9—Mb	353	6 —10	400—490	A0 = 10000	A0-Sterne	Riesen u. Zwerge, Harv Circ 377 (1932)

d) Die Farbtemperatur der Sterne aus der Farbe oder aus einem Farbenäquivalent.

19. und 20. Die Sternfarbe, die effektive und die Minimalwellenlänge. Der Farbenindex. Der von Fessenkoff[1] angegebenen visuellen Methode zur Farb- und Temperaturbestimmung mit Hilfe eines Blaukeilphotometers bediente sich Vsessviatsky[2], um Temperaturen von 160 helleren Sternen aller Spektralklassen abzuleiten. Ein Vergleich mit den Beobachtungen von Fessenkoff (122 Sterne) ergab weitgehende Übereinstimmung beider Skalen. Ein c_2/T-Wert läßt sich nach dieser einfachen Methode etwa mit der gleichen Genauigkeit ermitteln wie aus Farbenindizes. Den Einfluß der kontinuierlichen Wasserstoffabsorption auf die visuelle Farbe untersuchte Fessenkoff[3].

Ein unentbehrliches Material für statistische Untersuchungen stellen die aus Farbenindizes hervorgegangenen Temperatur- oder Gradientenwerte dar. Hier sind vor allem die in Tabelle 4 aufgeführten Arbeiten zu nennen. Im allgemeinen sind die Beobachtungen, soweit sie sich auf den violetten Spektralbereich jenseits von etwa 450 mμ beziehen, vor Berechnung der Temperaturen

[1] R A J 6, S. 89 (1929); A N 236, S. 297 (1929).
[2] R A J 7, S. 3 (1930).
[3] Bull Acad Leningrad 6, S. 787 (1931).

Tabelle 4. Temperaturen oder Gradienten aus Farbenindizes.

Autor	Anzahl	Spektral-klassen	Wellenlängen A	Methode	Angeschlossen an	Quelle
E. WILLIAMS . .	119	B5 bis F2	4026, 4481 4481, 4731	Spektren „	HERTZSPRUNGS c_2/T-System[1]	Harv Circ 348 (1930).
H. SCHNELLER .	593	alle	4200, 5500	Integral-hell.*	BRILLS Skala[2]	A N 249, S. 243 (1933)
B. G. KARPOV. .	36	O—A	3900, 4900 3900, 6000 4900, 6000	Spektren „ „	SAMPSONS Skala[3]	Lick Bull 16, S. 159 (1934)
W. BECKER . .	190	alle	4200, 5200 5200, 7100	Integral-hell.**	(rel. Gradienten)	Z f Ap 9, S. 79 (1934)
BRILL (SCHNELLER)	593	alle	4200, 5500	Integral-hell.*	Greenwich-Skala***	Z f Ap 7, S. 58 (1933)
BRILL (BOTTLINGER-BECKER) .	738	„	4250, 4750	lichtelektr. Farbenindex	„	„
BRILL (KING-INGALLS) . . .	37	„	5200, rot.	Integral-hell.**	„	„
BRILL (PETTIT-NICHOLSON) . .	150	„	—	Radio-metrisch	„	„

* ZINNER visuell [Bamberg Veröff 2 (1926)] und HERTZSPRUNG photographisch [BAN 1, S. 201 (1923)].

** HERTZSPRUNG photographisch bzw. Harvard visuell. Rothelligkeit nach Beobachtungen des Autors.

*** Benutzt wurde die nachträglich von GREAVES, DAVIDSON und MARTIN zurückgezogene Skala mit 14300° für A0-Sterne (vgl. unter Ziff. 15).

nicht auf „Absorptionsfreiheit" reduziert worden. Nur BRILL hat die Absorptionen bei der Reduktion der SCHNELLERschen Farbenindizes und der radiometrischen Farbäquivalente von PETTIT und NICHOLSON rechnerisch berücksichtigt (vgl. Tab. 6).

Solange der Nullpunkt der Temperaturskala noch unbestimmt ist, kann die Transformation einer Farbenindexskala in eine Temperaturskala natürlich nur provisorischen Charakter haben.

Bezüglich weiterer Beobachtungsreihen von Farbäquivalenten, die noch nicht in Temperaturen oder Gradienten umgewandelt worden sind, sehe man in dem Kapitel „Kolorimetrie" in diesem Handbuch nach.

Die Erkenntnis, daß Farbenindizes, insbesondere wenn sie den kurzwelligen Spektralbereich einschließen, nur dann sinnvoll zu einer Temperaturbestimmung zu verwerten sind, wenn man sie auf „Absorptionsfreiheit" reduziert hat, setzt sich immer mehr durch. Dem Bedürfnis nach den zu einer solchen Reduktion notwendigen Unterlagen ist G. SHAJN[4] in einer Arbeit nachgekommen, deren Ergebnisse er allerdings noch als vorläufig bezeichnete. Er bestimmte in Sternspektren größerer Dispersion (36 A/mm bei $H\gamma$) für diskrete Wellenlängenbereiche von 25 A zwischen 375 und 460 mμ und von 50 A für größere Wellenlängen den jeweiligen Betrag der Gesamtabsorption in Prozenten der Intensität des interpolierten und ausgeglichenen kontinuierlichen Spektrums mit einer Genauigkeit von 10%. Die Festlegung dieses Kontinuums bereitet natürlich insbesondere bei den späten Spektraltypen erhebliche Schwierigkeiten, und im letzteren Falle wurde auch das PLANCKsche Gesetz zu Hilfe genommen.

[1] Ann Leiden 14, Teil 1 (1922). [2] Z f Ap 3, S. 380 (1931).
[3] M N 90, S. 636 (1930) oder Handb d Astrophys V/1, Tabelle 7, S. 155.
[4] M N 94, S. 642 (1934).

Zur Reduktion auf „Absorptionsfreiheit" muß man die Farbenempfindlichkeit E_λ der benutzten Apparatur kennen, die sich aus der Durchlässigkeit der Erdatmosphäre, der Optik, der Filter und der Farbenempfindlichkeit des „Empfängers" (Auge, Platte, Zelle) zusammensetzt[1]. Bezeichnet man mit λ_1 bis λ_4 die jeweiligen Grenzen der Spektralbereiche, mit k_λ den Verlust an Strahlung infolge der Absorptionen im Bereich $d\lambda$ und mit $J'_\lambda = J_\lambda E_\lambda$ die Intensität der im „Empfänger" wirksamen Strahlung, dann ergibt sich die Absorptionskorrektion für Farbenindizes aus dem graphisch auszuwertenden Integral:

$$\Delta(FI) = 2{,}512 \log \left\{ \frac{\int_3^4 J'_\lambda \, d\lambda}{\int_1^2 J'_\lambda \, d\lambda} \cdot \frac{\int_1^2 J'_\lambda (1 - k_\lambda) \, d\lambda}{\int_3^4 J'_\lambda (1 - k_\lambda) \, d\lambda} \right\}.$$

Für einen Spezialfall der Funktion E_λ erhielt SHAJN[2] die in Tabelle 5 angegebenen Werte.

Tabelle 5. Reduktion von Farbenindizes auf Absorptionsfreiheit nach SHAJN.

Stern	Spektrum	Photogr.	Visuell	Phot. — Vis.	Stern	Spektrum	Photogr.	Visuell	Phot. — Vis.
α Lyr.	A0	—0m,09	—0m,01	—0m,08	β And.	gM0	—0m,36	—0m,20	—0m,16
α C Mi.	dF5	,16	,05	,11	α Ori.	gM2	,44	,31	,13
Mond	dG0	,24	,10	,14	α Sco.	gM2	,42	,29	,13
α Boo.	gK0	,30	,13	,17	β Peg.	gM2	,37	,29	— ,08
α Tau.	gK5	,37	,17	,20	α Her.	gM5	,58	,70	+ ,12

Im einzelnen können große Differenzen in den Absorptionskorrektionen auch bei gleichem Spektraltypus auftreten. Beispielsweise erhielt SHAJN für α Ari. (K2) die Werte 0m,34 phot., 0m,15 vis. und —0m,19 für den Farbenindex, für γ Aql. (K2) dagegen analog 0m,51 bzw. 0m,22 und —0m,29.

Analoge Korrektionswerte für normale photographisch-visuelle Farbenindizes sind von BRILL[3] und W. BECKER[4] auf etwas anderer Grundlage abgeleitet worden (Tab. 6).

Tabelle 6. Reduktion $\Delta(FI)$ normaler photographisch-visueller Farbenindizes auf Absorptionsfreiheit nach BRILL und nach W. BECKER.

Spektrum	$\Delta(FI)$ BRILL*	$\Delta(FI)$ BRILL**	$\Delta(FI)$ BRILL***	$\Delta(FI)$ W. BECKER****	Tabelle 5
B0 . . .	0m,00	+0m,09	0m,00	+0m,02	—
B5 . . .	— ,06	— ,01	— ,03	— ,02	—
A0 . . .	,10	,08	,06	,00	—0m,08
A5 . . .	,11	,16	,12	,06	—
F0 . . .	,14	,13	,10	,09	—
F5 . . .	,15	,10	,10	,05	,11
G0 . . .	,17	,11	,12	,06	,14
G5 . . .	,20	,14	,17	,09	—
K0 . . .	,22	,18	,26	,19	,17
K5 . . .	,25	,23	,39	,48	,20
M0 . . .	— ,28	— ,26	— ,36	— ,35	— ,16
M5 . . .	—	—	—	+ ,28	+ ,12

* Handb d Astrophys V/1, S. 190, Tabelle 16, Spalte 3.
** Handb d Astrophys V/1, S. 191, Tabelle 17, Spalte 4.
*** Z f Ap 7, S. 66, Tabelle 5 (1933). Berechnet aus den Farbenindizes HERTZSPRUNG-ZINNER.
**** Bezogen auf A0; es ist also zu jedem Wert noch etwa —0m,08 hinzuzufügen.

[1] Über Empfindlichkeitsfunktionen siehe Kapitel „Kolorimetrie" dieses Handb.

[2] Im Blau Ilford-Monarch-Platte, im Gelb Ilford-Special-Panchromatic-Platte mit dem Jenaer Filter OG 1.

[3] Handb d Astrophys V/1, S. 190, Tabelle 16, Spalte 3 und Tabelle 17, Spalte 4; ferner Z f Ap 7, S. 66, Tabelle 5 (1933).

[4] Z f Ap 9, S. 97, Tabelle 5 (1934).

Bezüglich der Korrektion der Farbenindizes wegen der kontinuierlichen Wasserstoffabsorption sei auf die von YÜ[1] angegebenen Daten hingewiesen, die durch Beobachtungen von KARPOV[2] wertvolle Ergänzung gefunden haben (vgl. Ziff. 27, Tab. 8).

e) Die Strahlungstemperatur aus der Strahlungsintensität in mehr oder weniger weit begrenzten Spektralbereichen.

25. Die Strahlungstemperatur der Fixsterne. Bedeckungsveränderliche mit vollständigen Elementen und bekannter Entfernung bilden neben den wenigen Sternen, deren scheinbarer Durchmesser interferometrisch ermittelt werden kann, eine wichtige Quelle für die Berechnung von Strahlungstemperaturen. Aus einem Material von 31 Komponenten erhielt GAPOSCHKIN[3] die folgende Strahlungstemperaturskala, deren Nullpunkt durch die Strahlungstemperatur der Sonne von 5780° (BRILL[4]) festgelegt ist:

O8,9	B1,2	B3	B4	B8—A2	A7—9	F4	F8—G8	M1
24400° (3),	15900 (3),	16300 (7),	13900 (2),	10650 (5),	10000 (5),	6800 (1),	5500 (3),	3870 (2).

Die Skala ist natürlich noch recht unsicher, aber man sieht bereits, daß sie mit manchen Farbtemperaturskalen gut übereinstimmt (vgl. auch Ziff. 26, Tab. 7). Für einige Sterne liefert die Rechnung abnorm tiefe Temperaturwerte, beispielsweise für die hellere Komponente von TT Aur. (B5) und für β Lyr. (B5) weniger als 6000°, für SX Cas. (A2) sogar nur 2010°. Da diese Sterne häufig im Ablauf ihres Lichtwechsels Anomalien zeigen, ist es sehr fraglich, ob man diesen errechneten Temperaturen Realität zuschreiben kann. Bei kleiner Parallaxe werden die Temperaturen sehr unsicher, was auch bei diesen Sonderfällen zu beachten ist.

f) Zusammenfassende Darstellung der Beobachtungsresultate.

26. Die Temperaturskala der Fixsterne. Wie bereits hervorgehoben, bestehen zwischen den wenigen Temperaturskalen, die auf absoluten spektralphotometrischen Messungen beruhen, bedeutende Unterschiede, die nicht ausschließlich auf verschiedene Wahl der Spektralbereiche zurückgeführt werden können, sondern in den großen Schwierigkeiten begründet liegen müssen, die sich solchen Absolutmessungen entgegenstellen. Die Situation ist heute derart, daß kein entscheidendes Argument zugunsten einer dieser Skalen angeführt werden kann. Nach den jüngsten Beobachtungen scheint es so, als ob man in den frühen Spektralklassen mit wesentlich höheren Temperaturen zu rechnen hat, als man bisher annahm.

In Tabelle 7 ist eine Zusammenstellung von Temperaturskalen gegeben, die entweder absoluter Natur sind oder in der Astrophysik häufig Verwendung gefunden haben. Im allgemeinen gelten sie für normale Riesensterne.

Die Existenz abnorm gelb gefärbter O- und B-Sterne (vgl. Ziff. 27 und 28) hat zur Folge, daß bei Ableitung einer mittleren Beziehung zwischen Farbenindex und Spektraltypus bzw. einer mittleren Temperaturskala nicht die frühesten Typen als die heißesten erscheinen, sondern etwa die B3- bis B5-Sterne. Wenn die Anzahl der beobachteten Sterne genügend groß ist, wird man aber immer finden, daß ein großer Prozentsatz frühester Spektraltypen vorhanden ist, der eine monotone Zunahme der Farbtemperatur bis zu den O-Sternen hin anzeigt.

[1] Lick Bull 12, S. 104, Tafel VIII und IX (1926).
[2] Lick Bull 16, S. 159 (1934).
[3] A N 248, S. 213 (1933). Die Mittelbildung weicht hier etwas von der obigen ab.
[4] Handb d Astrophys V/1, S. 189, Tabelle 15.

Tabelle 7. Temperaturskalen für Fixsterne.

Autor	B0 (°)	B5 (°)	A0 (°)	F0 (°)	G0 (°)	K0 (°)	M0 (°)	Spektralbereich mμ
WILSING (absolut)	10500	10000	9300	7000	5300	3900	3100	450—640
WILSING-BRILL (absolut)	12300	11450	10250	7950	5980	4570	3550	450—640
GREAVES, DAVIDSON, MARTIN (absolut)	35000	26000	18000	9700	6500	—	—	440—650
ROSENBERG (Sonne = 4950°)	70000	45000	28000	11000	6100	3600	2600	400—500
ROSENBERG-BRILL (α Aql., A2 = 9200°)	30000	18000	12000	7850	6000	4570	3580	450—575
SAMPSON (Polaris, F8 = 6500°)	20000	15900	12600	8600	6200	4400	3500	385—700
SAMPSON, GREAVES, DAVIDSON, MARTIN-BRILL	21800	17100	13700	8650	5810	4220	3220	—
BRILL (wahrscheinlichste)	22000	17700	13500	8550	5800	4370	3240	—
RUSSELL, DUGAN, STEWART (Sonne = 6000°)	23000	15000	11200	7400	5500	4100	3050	KINGS Farbenindizes
PETTIT, NICHOLSON	—	—	—	6200	4700	3750	2980	Wasserzellenabsorption
GAPOSCHKIN (Sonne = 5780°)	20000	14000	11500	8400	6000	4600	3800	Strahlungstemp. Bedekkungsveränd.
PAYNE	20000	15000	10000	7500	5600	4000	3000	Ionisationstemperatur

Die von HALM[1] aufgeworfene Frage der Existenz von nur wenigen ausgezeichneten Temperaturwerten, um die die Sterne streuen, ist von STICKER[2] und ÖPIK[3] mit positivem Ergebnis weiter verfolgt worden, während KIENLE[4] unter Benutzung des gleichen Materials, aber etwas geänderter statistischer Methode zu einer entschiedenen Verneinung der Frage kam.

27. Systematische Fehlerquellen bei der Bestimmung der Temperatur aus der Form der Energiekurve. Abweichungen von schwarzer Strahlung. Die spektralphotometrischen Absolutmessungen von GREAVES, DAVIDSON und MARTIN sowie die von WESSELINK[5] auf den schwarzen Körper bezogenen relativen Messungen von JENSEN[6] bestätigen die Erfahrung, daß sich die von den Sternen ausgestrahlte Energie, abgesehen vom violetten Spektralbereich, im allgemeinen gut durch das PLANCKsche Gesetz darstellen läßt.

Ergeben zwei Beobachtungsreihen, wie die von WILSING und die von GREAVES, DAVIDSON und MARTIN, denen der gleiche Spektralbereich (450 bis 650 mμ) zugrunde liegt, gänzlich verschiedene Temperaturskalen, so wird man das als Auswirkung eines noch nicht aufgeklärten systematischen Beobachtungsfehlers ansehen müssen. Liegen dagegen den Beobachtungen Spektralbereiche zugrunde, die verschieden weit ins Violette reichen, so können die Temperaturskalen allein als Folge davon erheblich voneinander abweichen, wie das sehr anschaulich in den Beobachtungen von JENSEN zum Ausdruck kommt.

Wenn sich auch nicht alle bisherigen Beobachtungsreihen einem einheitlichen Gesamtbild einfügen lassen, so kann man doch wohl soviel sagen, daß von etwa 400 mμ ab zum Ultravioletten hin, abgesehen vielleicht von den frühesten Spektraltypen, eine Darstellung der Beobachtungen durch das PLANCKsche Gesetz nicht mehr möglich ist (vgl. Abb. 1). Während die frühen Spektraltypen nach

[1] Magn. of Stars contained in the Cape Zone Catalog. London 1927.
[2] Veröff Sternw Bonn 23 (1930).
[3] Harv Bull 885, S. 1 (1931).
[4] Z f Ap 3, S. 87 (1931).
[5] B A N 7, S. 239 (1935).
[6] A N 248, S. 242 (1933); 252, S. 303 (1934).

WESSELINK von etwa 400 mμ ab bis ins Rot hinein das PLANCKsche Gesetz mit guter Annäherung erfüllen, tun die mittleren und späten Typen dieses erst von etwa 450 mμ ab. Zwischen 400 und 450 mμ läßt sich bei ihnen zwar auch ein Gradient angeben, dieser ist aber durch Absorptionen verfälscht und führt zu einer anderen Skala als der längerwellige Bereich.

Die Unmöglichkeit einer Darstellung der spektralen Helligkeiten im Ultraviolett jenseits von 400 mμ durch das PLANCKsche Gesetz ist in den frühen Spektralklassen auf die kontinuierliche Wasserstoffabsorption zurückzuführen. Diese setzt durchschnittlich bei etwa 390 mμ ein und erreicht bei 370 mμ ihren maximalen Betrag, der, soweit die spärlichen Beobachtungen erkennen lassen, anscheinend bis zur heute erreichten Grenze von 300 mμ unvermindert bleibt. Über die Depression der Energiekurve infolge der kontinuierlichen Wasserstoffabsorption sind in Tabelle 8 einige Angaben verschiedener Beobachter zusammengestellt. Die Abweichungen von den Mittelwerten, die in gewisser Beziehung zur absoluten Helligkeit stehen, können in manchen Sternen recht erheblich

Tabelle 8. Die Depression der Energiekurve infolge der kontinuierlichen Wasserstoffabsorption.

Spektrum	YÜ*	KIENLE**	KARPOV***	BARBIER, CHALONGE, VASSY****	Mittel ausgeglichen
O9	—	—	$0^m,13$ (4)	—	$0^m,10$
B0	—	—	0 ,17 (3)	$0^m,20$ (1)	0 ,18
B1	—	—	0 ,21 (4)	—	0 ,25
B2	—	—	0 ,40 (5)	0 ,24 (1)	0 ,36
B3	$0^m,36$ (1)	—	0 ,62 (9)	—	0 ,50
B4—7 . . .	0 ,65 (1)	—	0 ,79 (6)	—	0 ,78
B8	0 ,75 (1)	—	1 ,27 (1)	1 ,0 (1)	1 ,12
A0	1 ,22 (2)	$1^m,08$ (2)	1 ,51 (1)	1 ,7 (1)	1 ,25
A2—3 . . .	1 ,17 (2)	—	—	—	1 ,20
A5	0 ,99 (1)	—	—	—	1 ,12
F0	1 ,00 (2)	—	—	—	0 ,95
F5	0 ,48 (1)	—	—	—	0 ,48

* Lick Bull 12, S. 104 (1926). ** Veröffentl Göttingen Nr. 25 (1932).
*** Lick Bull 16, S. 159 (1934). **** C R 198, S. 2139 (1934).

werden. Es kommen auch Fälle vor, in denen trotz Anwesenheit der BALMER-Absorptionslinien keine kontinuierliche Absorption bemerkbar ist, und auch solche, in denen einer Emission in den BALMER-Linien keine kontinuierliche Emission parallel geht.

In den späten Spektralklassen tritt an die Stelle der kontinuierlichen Wasserstoffabsorption eine auf das Zusammenwirken der zahlreichen Absorptionslinien zurückzuführende allgemeine Depression der Energiekurve, die etwa bei 450 mμ einsetzt. Es handelt sich hierbei nicht um einen „reinen Effekt" wie bei der ersteren, und unsere diesbezüglichen Kenntnisse sind noch ziemlich beschränkt. Die Angaben der Tabelle 9, die den Arbeiten von BRILL[1], SHAJN[2] und JENSEN-WESSELINK[3] entnommen wurden, sind demnach noch nicht so zuverlässig wie die der Tabelle 8. Infolge unterschiedlicher Definitionen sind die Angaben von SHAJN nicht direkt mit den beiden anderen vergleichbar. In ihnen kommt der Einfluß der einzelnen Absorptionslinien stärker zur Geltung als in den letzteren.

Mit der kontinuierlichen Wasserstoffabsorption und der allgemeinen Depression im kurzwelligen Spektralbereich sind nur die groben Abweichungen von schwarzer Strahlung erfaßt. Unter Abweichung von schwarzer Strahlung ist

[1] A N 219, S. 353, Tabelle 12 und Fig. 5 (1923).
[2] M N 94, S. 645 (1934). [3] B A N 7, S. 241, Fig. 1 und 2 (1935).

dabei die Abweichung von der PLANCKschen Energiekurve verstanden, die die Intensitätsverteilung im übrigen Spektrum am besten darstellt. Feinere systematische Abweichungen von schwarzer Strahlung (abgesehen von Absorptionslinien) entziehen sich zur Zeit noch unserer Kenntnis.

Tabelle 9. Die Depression der Energiekurve im kurzwelligen Spektralbereich.

Spektrum	450 mμ	430	410	400	390	370	n	Autor
F5	$0^m,04$	$0^m,08$	$0^m,19$	$0^m,24$	$0^m,41$	$0^m,56$	—	BRILL
	0 ,02	0 ,08	0 ,09	0 ,24	—	—	1	JENSEN-WESSELINK
	0 ,10	0 ,16	0 ,18	0 ,24	0 ,30	0 ,37	1	SHAJN
G0 . . .	0 ,07	0 ,16	0 ,30	0 ,36	0 ,55	0 ,59	—	BRILL
	0 ,03	0 ,16	0 ,22	0 ,37	—	—	2	JENSEN-WESSELINK
	0 ,11	0 ,27	0 ,29	0 ,31	0 ,40	0 ,52	1	SHAJN
G5 . . .	0 ,06	0 ,25	0 ,45	0 ,49	0 ,77	0 ,63	—	BRILL
	0 ,00	0 ,20	0 ,35	0 ,56	—	—	1	JENSEN-WESSELINK
K0 . . .	0 ,10	0 ,33	0 ,60	0 ,61	1 ,04	0 ,66	—	BRILL
	0 ,00	0 ,22	0 ,37	0 ,70	—	—	1	JENSEN-WESSELINK
	0 ,24	0 ,34	0 ,38	0 ,44	0 ,56	0 ,65	1	SHAJN
K5 . . .	0 ,10	0 ,43	0 ,81	0 ,78	1 ,52	0 ,78	—	BRILL
	0 ,05	0 ,42	0 ,73	0 ,98	—	—	2	JENSEN-WESSELINK
	0 ,31	0 ,44	0 ,44	0 ,44	0 ,56	0 ,60	1	SHAJN
Ma . . .	−0 ,06	+0 ,52	0 ,97	0 ,96	2 ,10	0 ,95	—	BRILL
	+0 ,04	0 ,43	0 ,80	1 ,00	—	—	1	JENSEN-WESSELINK
	0 ,34	0 ,44	0 ,61	—	—	—	1	SHAJN

BIERMANN[1] und UNSÖLD[2] haben versucht, die beobachtete Energieverteilung in Sternspektren mit ihren Abweichungen von schwarzer Strahlung theoretisch zu deuten, indem sie unter der Annahme einer plausiblen chemischen Zusammensetzung der Sternatmosphären die Wellenlängenabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten auf atomtheoretischer Grundlage berechneten. Bei der Unsicherheit dieser Annahme, vor allem aber der Berechnung des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten der Metalle, konnte naturgemäß zunächst nur eine qualitative Übereinstimmung mit den Beobachtungen erreicht werden, die sich auf die Abhängigkeit der Weite der Gradientenskala vom Spektralbereich, auf die kontinuierliche Wasserstoffabsorption und auf gewisse andere Absorptionskanten erstreckt (vgl. hierzu das Kapitel „Die Ionisation in den Atmosphären der Himmelskörper" in diesem Handbuch).

In welcher Weise die Absorptionen in den Sternspektren Einfluß auf den Farbenindex haben, ist unter Ziff. 19 und 20 beschrieben (vgl. Tab. 5 und 6).

Auffallende Abweichungen von schwarzer Strahlung finden sich bei den Übergiganten der späten Spektralklassen in dem Sinne, daß sie vom Infrarot bis zum Gelb die ihrer Spektralklasse entsprechende Intensitätsverteilung haben, im Blau und Violett dagegen eine abnorm starke Depression aufweisen[3]. Als typische Beispiele seien genannt γ Cas., cF8, mit den Farbenexzessen $+0^m,19$ im Blau, $+0^m,05$ im Gelb und Rot und $+0^m,06$ im Infrarot; ferner β Dra., cG0, mit den analogen Farbenexzessen $+0^m,21$, $+0^m,04$, $+0^m,04$; ζ Cep., cK2, mit den Exzessen $+0^m,40$, $-0^m,04$, $0^m,00$ und ξ Cyg., cK3, mit den Exzessen $+0^m,57$, $-0^m,09$, $+0^m,02$. Die mitgeteilten Farbenexzesse sind vergleichbar und beziehen sich auf die übliche Farbenindex-Skalenweite von etwa $1^m,8$ zwischen B0 und K5.

Während die Übergiganten der mittleren Spektralklassen im allgemeinen keine Besonderheiten aufweisen, zeichnen sich die der frühen Klassen durch extreme Gelbverfärbung aus, und zwar in allen Spektralbereichen[3]. Eine Reihe

[1] Veröff Gött Sternw Nr. 34 und 37 (1933).
[2] Z f Ap 8, S. 32 u. 225 (1934).
[3] W. BECKER, Z f Ap 9, S. 106 (1934).

von Sternen mit scharfen Linien, die aber nicht als Übergiganten bekannt sind, teilen diese Eigenschaft mit ihnen. Typische Beispiele sind die Sterne $\varkappa$ Cas., B0ss, mit den Farbenexzessen $+0^m,34$ im Blau, $+0^m,46$ im Gelb und Rot und $+0^m,39$ im Infrarot; ferner[1] P Cyg., cB1e, mit den Exzessen $+0^m,64$ und $+0^m,43$ im Blau bzw. im Gelb und Rot; χ_2 Ori., cB2, mit den Exzessen $+0^m,44$ und $+0^m,59$; 9 Cep., cB2, mit den Exzessen $+0^m,51$ und $+0^m,45$; 55 Cyg., B2ss, mit den Exzessen $+0^m,60$ und $+0^m,26$; 13 Cep., cB8, mit den Exzessen $+0^m,46$ und $+0^m,80$.

Über die Ursache der Gelbverfärbung bei den frühen Typen gehen die Meinungen noch auseinander. Es ist nicht entschieden, ob es sich um einen stellaren oder um einen interstellaren Effekt handelt. Zugunsten des letzteren spricht bei manchen Sternen eine gewisse Tendenz zur Gruppenbildung in der scheinbaren Verteilung. Es ist aber sehr wohl möglich, daß beide Effekte in der Natur realisiert sind[2].

Abb. 2. Farbenindex und absolute Helligkeit (+ = c-Sterne).

Die Abweichungen der spektralen Helligkeiten „gelber B-Sterne" von den normalen Verhältnissen lassen sich anscheinend am besten durch ein λ^{-1}-Gesetz darstellen[3].

28. Die Temperaturen der Riesen- und Zwergsterne. Die Einwirkung der absoluten Helligkeit auf den Farbenindex scheint ziemlich geklärt zu sein, denn die Ergebnisse, zu denen W. BECKER[4] bei der Auswertung der Babelsberger lichtelektrischen Farbenindizes kam, stimmen, wenn man die Verschiedenheit der Spektralbereiche und der Gruppenbildung bedenkt, befriedigend mit denen von STICKER (vgl. Handb. V/1, S. 200) überein. In Abb. 2 ist eine Darstellung des Leuchtkrafteffektes im lichtelektrischen Farbenindex gegeben. Bei den B- und den A-Sternen verläuft er im Sinne steigender Farbtemperatur mit wachsender absoluter Helligkeit. Die kontinuierliche Wasserstoffabsorption, deren Intensität mit wachsender Helligkeit abnimmt[5], liefert bei den ersteren einen Beitrag von etwa 15%, bei den letzteren einen solchen von etwa 40% zum Leuchtkrafteffekt. Die F-Sterne bilden mit dem Fehlen eines Leuchtkrafteffektes den Übergang zu den späten Spektralklassen, die ihn in umgekehrtem

[1] Vgl. DUFAY, Publ Obs Lyon 1, Fasc 1 (1932); ferner BEALS, Publ Obs Victoria VI, 9, S. 95 (1934); Observatory 57, S. 326 (1934).

[2] Vgl. hierzu die Arbeiten von GERASIMOVIČ, Harv Circ 339 (1929); Z f Ap 4, S. 265 (1932); VON ÖPIK, Harv Circ 359 (1931); W. BECKER, Z f Ap 5, S. 115 (1932); ferner das Kapitel „Die Milchstraße" in diesem Handb.

[3] Vgl. hierzu STRUVE, KEENAN u. HYNEK, Ap J 79, S. 1 (1934); ANGER, Harv Bull 882, S. 12 (1931).

[4] Z f Ap 5, S. 105 (1932); Berlin-Babelsberg Veröff 10, Heft 3 (1933) und Heft 6 (1935).

[5] Vgl. WILLIAMS, Harv Circ 348 (1929).

Sinne wie die frühen zeigen. Die Übergiganten, die sich von den F-Sternen ab stetig dem Leuchtkrafteffekt einfügen, fallen in der B-Klasse mit ihrer extremen Gelbverfärbung (vgl. Ziff. 27) stark aus dem Zusammenhang heraus; desgleichen in der A-Klasse, wenn es gestattet ist, den Leuchtkrafteffekt linear nach großen absoluten Helligkeiten hin zu extrapolieren.

In spektralphotometrischen Beobachtungen einer beschränkten Anzahl von Sternen später Spektralklassen haben auch MAULBETSCH[1] und GREAVES, DAVIDSON und MARTIN[2] den Leuchtkrafteffekt gefunden.

Im Gegensatz zu STICKER und W. BECKER kommt E. T. R. WILLIAMS[3] zu dem Ergebnis, daß die in der STRUVEschen[4] Klassifikation als Giganten bezeichneten B-Sterne gelber sind als die B-Zwerge.

Die B-Sterne mit Emissionslinien, deren absolute Helligkeiten nach GERASIMOVIČ[5] um $1^m,5$ größer als diejenigen normaler B-Sterne sind, haben nach dem gleichen Autor[6] auch merklich tiefere Farbtemperaturen als jene, wofür allerdings die Beobachtungen von YÜ[7], KARPOV[8] und W. BECKER[9] keinen greifbaren Anhalt bieten.

29. Die Temperaturen der veränderlichen Sterne. Mit der Frage der Temperaturschwankungen veränderlicher Sterne befaßten sich TEN BRUGGENCATE[10], KRIEGER[11], WHIPPLE[12] und PETTIT und NICHOLSON[13], die drei ersteren spektralphotometrisch, die letzteren radiometrisch. In Tabelle 10 und 11 sind die Ergebnisse zusammengestellt.

Tabelle 10. Temperaturschwankungen von δ Cephei-Sternen.

Stern	Spektrum	Temperatur	Spektralbereich	Methode	Beobachter
δ Cep. . .	F4—G6	6650°—4500°	405 u. 600 mμ	Farbenindizes	WHIPPLE
,, . .		5500 —4700	—	Radiometrisch	PETTIT u. NICHOLSON
η Aql. . .	F2—G9	5800 —4300	405 u. 600	Farbenindizes	WHIPPLE
,, . .		7100 —4200	400—480	Spektralphotom.	KRIEGER
,, . .		6850 —4050	420 u. 480	Farbenindizes	KRIEGER
,, . .		5100 —4400	—	Radiometrisch	PETTIT u. NICHOLSON
Y Sgr. . .	F5—G8	5600 —3600	405—446	Spektralphotom.	TEN BRUGGENCATE
U Sgr. . .	F8—K0	6200 —3500	405—446	,,	TEN BRUGGENCATE
Y Oph. .	F8—G7	5300—3800	405—446	,,	TEN BRUGGENCATE

Das Beobachtungsmaterial, das gegenwärtig bezüglich der Temperaturen veränderlicher Sterne vorliegt, kann entfernt nicht als homogen bezeichnet werden, denn so wie bei anderen spektralphotometrischen Messungen werden auch hier von den Beobachtern verschiedene Temperaturskalen für die Anschlußsterne zugrunde gelegt. Überhaupt sind die angegebenen Farbtemperaturen so lange noch nicht für endgültig zu erachten, als der Nullpunkt unserer Temperaturskala noch nicht einwandfrei festgelegt worden ist.

---

[1] Harv Circ 360 (1931); 377 (1932).
[2] Royal Observatory Greenwich, Observations of Colour Temperatures of the Stars, London 1932.
[3] Publ Americ Astr Soc 7, S. 107 (1932).
[4] Ap J 74, S. 225 (1931).
[5] Harv Bull 897, S. 9 (1934).
[6] Harv Circ 339, S. 17 (1929).
[7] Lick Bull 15, S. 8 (1930).
[8] Lick Bull 16, S. 166 (1934).
[9] Z f Ap 5, S. 104 (1932); 9, S. 108 (1934).
[10] Ann Lembang V, 1 (1931); Z f Ap 4, S. 33 (1932); vgl. dazu die Kritik von BRILL, Z f Ap 4, S. 19 (1932).
[11] Ap J 74, S. 10 (1931).
[12] Lick Bull 16, S. 1 (1932).
[13] Ap J 78, S. 320 (1933).

Tabelle 11. Temperaturschwankungen von Mirasternen und unregelmäßig veränderlichen Sternen nach PETTIT und NICHOLSON. (Radiometrisch.)

Mirasterne			Unregelmäßige		
Stern	Spektrum	Temperatur	Stern	Spektrum	Temperatur
o Cet. . . .	M6e	2640° — 1920°	α Ori. . . .	M2	2740° — 2600°
R Tri. . . .	M5e	3270 — 2460	ϱ Per. . . .	M4	2730 — 2400
R Cnc. . . .	M7e	2320 — 1700	R Lyr. . .	M5	2560 — 2090
R L Mi. . .	M8e	2270 — (1780)	α Her. . .	M5	2410 — 2250
R Leo. . . .	M8e	2170 — 1800	19 Psc. . . .	N0	2430 — 2300
R Hya. . .	M8e	2330 — 1900	U Hya. . .	N2	3000 — 2030
X Oph. . . .	M6e	2390 — 1890	X Cnc. . . .	N3	2540 — 2020
R Aql. . . .	M7e	2320 — 1920	VX And. . .	N7	2500 — 1720
R Cyg. . . .	Se	2790 — (2010)	V Cyg. . .	N3e	1390 ±
χ Cyg. . . .	M6pe	2240 — 1640			
R Aqr. . . .	M7e	(2330) — 1930			

Monochromatische Lichtkurven, die noch nicht zu einer Temperaturbestimmung herangezogen worden sind, haben COLACEVICH[1] für η Aql., U Aql. und V Sgr. (370 bis 480 mμ) und MENDENHALL[2] für β Cep (330 bis 390 mμ) abgeleitet.

g) Die Temperaturen der Sterne nach der Theorie der thermischen Ionisation.

31. Die Theorie des Nebelleuchtens. Zu der hauptsächlich von ZANSTRA entwickelten Methode der Temperaturbestimmung auf Grund der Theorie vom Nebelleuchten wurden verschiedene Erweiterungen vorgeschlagen. Eine von AMBARZUMIAN[3] angegebene Methode gründet sich darauf, daß nur die Ultraviolettstrahlung zwischen den Seriengrenzen ν_0 (LYMAN) und $4\nu_0$ (He^+) zur Anregung des Wasserstoff verbraucht wird, die Strahlung im Bereich $>4\nu_0$ dagegen vom He^+ absorbiert wird, das ebenfalls in genügender Menge vorhanden ist. Das Temperaturäquivalent wird dabei durch das Intensitätsverhältnis der Linien $\frac{4686\,(He^+)}{H\beta}$ repräsentiert. Die Temperaturen fallen sehr hoch aus (NGC 7009 115000°, NGC 7027 165000°). STOY[4] benutzte zur Temperaturbestimmung das Verhältnis der Gesamtemission H/Neb. Die beiden Methoden sind vor allem dann brauchbar, wenn das Spektrum des Zentralsterns nicht beobachtet wird. Sie haben den Nachteil, daß man die Farbenempfindlichkeit der Apparatur kennen muß, da es sich um einen Vergleich der Intensitäten in verschiedenen Spektralbereichen handelt.

In einer zusammenfassenden Arbeit hat VORONTSOV-VELJAMINOV[5] die ZANSTRAsche Methode auf 60 planetarische Nebel angewendet und in Übereinstimmung mit ZANSTRA gefunden, daß die Temperaturen der Zentralsterne zwischen 20000° und 170000° schwanken und im Mittel etwa 45000° betragen.

Während ZANSTRA die Theorie des Nebelleuchtens ausschließlich auf planetarische Nebel angewendet hatte, bedient sich BEALS[6] ihrer auch zur Temperaturbestimmung von WOLF-RAYET-Sternen und Neuen Sternen. Die Berechtigung hierzu stützt sich auf die wesentlich durch das Studium der Konturen von Emissionslinien gegründete Vorstellung[7], daß die Atmosphären dieser Objekte in äußerst geringer Konzentration sehr große Ausmaße erreichen. Damit

[1] Mem Astr Ital 6, 2 (1932); Mem Arcetri Fasc 51 (1933).
[2] Lick Bull 14, S. 133 (1930).
[3] Poulkowo Circ 4, S. 8 (1932).
[4] M N 93, S. 588 (1933).
[5] R A J 8, S. 124 (1931).
[6] Publ Obs Victoria 6, S. 95 (1934).
[7] M N 90, S. 202 (1929); Publ Obs Victoria 4, S. 271 (1930); 6, S. 95 (1934).

sind die Bedingungen für das Auftreten von Rekombinationsspektren (H, He und He+) sowie von Anregung durch Elektronenstoß (Neb) gegeben. Außer den genannten Linien zog BEALS noch die in manchen WOLF-RAYET-Sternen sehr intensiven Emissionen von C III (4650, 5696 A), N III (4640 A), O V (5593 A) und N V (4605—22 A) hinzu. Die Ergebnisse sind in Tabelle 12 zusammengestellt. Den Temperaturen der letzten Spalte (min. Temp.) liegt die Annahme zugrunde, daß die Anzahl der in den beobachteten Linien emittierten Quanten gleich der Anzahl der absorbierten Quanten ist, den Temperaturen der vierten Spalte dagegen die nach BEALS wahrscheinlichere, daß sie nur gleich der Hälfte der absorbierten Quanten ist.

Tabelle 12. Temperaturen von WOLF-RAYET-Sternen und Neuen Sternen nach BEALS.

Stern	Spektrum	Emission	Temperatur	Min. Temp.
HD 50896	W6	He II	74500°	68500°
HD 191765	W6	He II	72500	67000
HD 192163	W6	He II	71000	65500
HD 192103	W VII	He II	66500	62000
HD 192103	W VII	C III	66500	61000
HD 177230	W8	He II	60000	56000
HD 177230	W8	N III	56000	52000
HD 184738	W VIII	He II	54000	51000
HD 184738	W VIII	C III	62000	57000
HD 165763	W VI	O V	113000	107000
HD 187282	W5	N V	95000	89000
HD 193793	W VI	C III	60500	55500
Nova Aquilae	W7	He II	67500	63000

Die verschiedenen in Tabelle 12 benutzten Temperaturkriterien ergeben in guter Übereinstimmung für die WOLF-RAYET-Sterne Temperaturen, die zwischen 50000° und 110000° liegen. Objekte mit einer Temperatur kleiner als 50000°, die bei planetarischen Nebeln häufig sind, kommen bei den WOLF-RAYET-Sternen anscheinend nicht vor. Die Farbtemperaturen der WOLF-RAYET-Sterne betragen nach GERASIMOVIČ[1] für sechs Objekte im Mittel 16000° (11000° bis 28000°). Solange der Nullpunkt der Farbtemperaturskala noch unbestimmt ist, braucht man aber hieraus noch nicht auf einen Widerspruch zu schließen. Gesteht man den A0-Sternen eine Temperatur von 16000° zu, was im Bereich des möglichen liegt, so führen beide Methoden zu übereinstimmenden Ergebnissen.

Die Temperatur der Nova Aquilae entspricht mit etwa 65000° ihrem jetzigen WOLF-RAYET-Spektrum. Sie ist von der gleichen Größenordnung wie die von SPENCER-JONES[2] abgeleitete Ionisationstemperatur der Nova Pictoris (50000° ±).

Da die allgemeine Annahme dahin geht, daß die Emissionen der Be-Sterne ihren Ursprung in einer weit ausgedehnten, äußerst dünnen Atmosphäre haben[3], kann die Theorie des Nebelleuchtens mit demselben Recht wie auf WOLF-RAYET-Sterne auch auf diese angewendet werden. Das ist von MOHLER[4] bei einer Reihe von Sternen geschehen, und es ergaben sich Temperaturen, die mit ganz geringer Streuung für frühe Be-Sterne im Mittel 17600° betragen.

31a. Die Temperaturbestimmung aus dem Bandenspektrum[5]. Eine Methode der Temperaturbestimmung, die bei Sternen der späten Spektralklassen von Bedeutung ist, ergibt sich aus der Analyse des Bandenspektrums. Die Intensität der Absorptionskanten des Molekülschwingungsspektrums hängt von den Übergangswahrscheinlichkeiten U_{x0} ab, die als Molekülkonstanten für

[1] Harv Circ 338 (1929). Dabei wurde die Temperatur der A0-Sterne gleich 10000° gesetzt. Die Mittelbildung erfolgte unter Benutzung der Klassifikation von Miss PAYNE Harv Bull 878 (1930).

[2] Ann Cape Obs X, Teil 9, S. 176, 1931.

[3] EDDINGTON, The Int. Const. of the Stars, S. 345; MC LAUGHLIN, Wash Nat Ac Proc 19, S. 44 (1933); Miss PAYNE, M N 92, S. 368 (1932); ROSSELAND, Ap J 63, S. 222 (1926); O. STRUVE, Ap J 74, S. 94 (1931).

[4] Publ Obs Michigan 5, S. 43 (1933).

[5] Vgl. hierzu das Kapitel „Bandenspektren“ in diesem Handb.

symmetrische Moleküle bekannt sind, und ferner von der Besetzungszahl N_x des Niveaus x entsprechend der Formel

$$N_x = N e^{-\frac{E_x}{kT}},$$

in der N die Anzahl der Moleküle im Grundzustand, E_x die Energie des Niveaus x und k die BOLZMANN-Konstante bedeuten. In dem Ausdruck für das Intensitätsverhältnis zweier beliebiger Kanten, die das Endniveau gemeinsam haben,

$$\frac{J_{00}}{J_{x0}} = \frac{U_{00} N}{U_{x0} N_x},$$

in dem für N_x der obige Ausdruck einzusetzen ist, ist, falls Intensitätsbestimmungen vorliegen, die Temperatur T die einzige Unbekannte. Durch Beobachtung des Intensitätsverhältnisses läßt sie sich also ermitteln.

Die Methode kann auch rein empirisch angewendet werden, indem man im Laboratorium die Intensitätsverhältnisse der Bandenkanten entsprechender Gase oder Gasgemische in Abhängigkeit von der Temperatur untersucht und die gefundenen Beziehungen rückwärts zur Temperaturbestimmung aus Sternspektren benutzt.

Die Variation der Intensitäten einzelner Bandenkanten mit der Temperatur ist nach den Erfahrungen mit Molekülspektren[1] innerhalb des in Frage kommenden Bereichs von 1000° bis 3000° so stark, daß sich die Temperatur der absorbierenden Schicht, die im lokalen Temperaturgleichgewicht vorauszusetzen ist[2], ohne Schwierigkeiten auf etwa 100° genau ermitteln läßt. Die Intensitätsverhältnisse gewisser Bandenkanten des C_2 und des CN, die bei einigen Sternen von WURM[3] untersucht wurden, weisen bei N0-Sternen auf Temperaturen von 1500° hin. Die Temperaturabnahme mit fortschreitendem Spektraltypus kann dabei nur sehr gering sein. PETTIT und NICHOLSON[4] leiteten aus radiometrischen Messungen für N-Sterne Temperaturen ab, die zwischen 1500° und 2400° liegen. Jedoch gelten diese für tiefer gelegene Schichten.

Für die Sonne hat BIRGE[5] und später RICHARDSON[6] eine Temperaturbestimmung aus dem Bandenspektrum durchgeführt. BIRGE fand durch Vergleich der Zyanbanden im Sonnenspektrum mit einem Zyanbogenspektrum, daß die Temperatur der umkehrenden Schicht der Sonne etwa 4300° ± 500° betragen müsse. Jedoch lassen neuere Beobachtungen von ORNSTEIN[7] darauf schließen, daß die von BIRGE angesetzte Bogentemperatur um über 1000° zu niedrig ist. Mit Rücksicht darauf ergibt sich auf diesem Wege eine Sonnentemperatur von etwa 5500°.

RICHARDSON zog zur Temperaturbestimmung das SWAN-Spektrum heran, das sowohl im Sonnen- wie auch im Fleckenspektrum auftritt. Er erhielt nach drei verschiedenen Methoden als Temperatur der umkehrenden Schicht 6000°, 5700° bzw. 5300° (nach der Ionisationtheorie erhielt RUSSELL 5600°) und für die Sonnenflecken 4900°, 4900° bzw. 4500° mit einer Unsicherheit von jeweils einigen hundert Grad.[8]

---

[1] Vgl. z. B. WURM, Z f Ap 5, S. 261 (1932).
[2] Wegen der zahlreichen metastabilen Zustände der Moleküle (Schwingungszustände) ist auch bei sehr geringer Dichte mit einer weitgehenden Annäherung an lokales thermisches Gleichgewicht in Sternatmosphären zu rechnen.
[3] Z f Ap 5, S. 261 (1932).
[4] Ap J 78, S. 340 (1933).
[5] Ap J 55, S. 273 (1922).
[6] Ap J 73, S. 216 (1931).
[7] Phys Z 32, S. 517 (1931).
[8] Eine ausführliche Darstellung des Gegenstandes befindet sich im Kapitel „Bandenspektren" von WURM in diesem Bande.

Band V.

Chapter 4.

Luminosities, Colours, Diameters, Densities, Masses of the Stars.

By

KNUT LUNDMARK-Lund.

With 7 illustrations.

The Chapter 4 was concluded during the first half of 1929. Although no completeness was aimed at, the chapter was intended to present a broad review of the problems considered by its author to fall within the scope of this part of the Handbuch der Astrophysik. On account of the considerable length of the chapter it was decided that no general revision should be made during the printing in 1931—1932. The length of the present Appendix had to be restricted and, consequently, it has not been feasible to review all new papers relating to questions discussed in the chapter in question. Still, it is hoped that not many important contributions remain unmentioned.

As to the arrangement of this Appendix it should be noted that some results concerning the magnitudes and colours of the stars have been taken together in the ciphers dealing with the question of the possible absorption in the Milky Way zone.

a) Apparent Stellar Magnitudes.

2. Definition of Magnitude and Colour. The PURKINJE-effect has been investigated by P. ROSSIER[1] who assumes the sensibility-function of the eye, $e'(\lambda)$, to have the form:

$$e'(\lambda) = \left(\frac{\bar{\lambda}}{\lambda} e^{1-\frac{\bar{\lambda}}{\lambda}}\right)^n$$

where $\bar{\lambda}$ is the wave length for maximum sensibility, and n is a very large integral number. The distribution-function of the wave lengths in a stellar spectrum is $e(\lambda)$ and the function expressing the distribution of the wave lengths as conceived by the eye of the observer is then $e''(\lambda) = e(\lambda)\, e'(\lambda)$. (Compare Chapter 4, Ciph. 2). Then the function $e''(\lambda)$ is integrated from $\bar{\lambda}$ to ∞ and from 0 to $\bar{\lambda}$, whereby the first integral corresponds to the sensation caused by long wave lengths and the second integral to the sensation caused by short wave lengths if $\bar{\lambda}$ is taken as the limit between the two spectral regions. If the ratio $\int\limits_{\bar{\lambda}}^{\infty} \Big/ \int\limits_{0}^{\bar{\lambda}}$ then is formed, it is clear, that if this ratio is independent of n, or, if it diminishes

[1] Publ Obs Genève, Série A, Fasc 14, p. 79 (1931).

when n increases, a displacement of n towards shorter wave lengths is necessary in order to explain the observed PURKINJE-phenomenon. The ratio is calculated assuming $e(\lambda)$ to be a constant (corresponding to the use of a filter) and the ratio is then found to be:

$$e^n (n-2)! \Big/ n^{n-2}\left(1 + \sum_{p=1}^{n-2} \frac{(n-2)(n-3)\ldots(n-p-1)}{n^p}\right).$$

In this case the ratio thus is a function of n. It is evident that the variations of the ratio and n do not take place in the same direction. A shift of the maximum of sensibility is thus needed to explain the observed PURKINJE-phenomenon.

An extensive investigation as to the nature of the PURKINJE-phenomenon has been published by JOHANNA CORNELIA THODEN VAN VELZEN[1]. The first two parts of her paper deal with the definition of colour and magnitude, respectively, and the third part deals with the investigations of KÖNIG and EXNER. In the fourth part the non-Euclidean colour geometry by SCHRÖDINGER[2], in which the three fundamental colours are considered as independent variables, is explained and discussed from the point of view of giving an explanation of the PURKINJE-phenomenon. Finally, an extensive review is given of the treatment of this phenomenon in stellar astronomy.

9. The Egyptian Observations. The attempt of REBECCA BIEGEL to identify the Egyptian constellations has been target for a vigourous attack by A. POGO[3]. He believes the said work by BIEGEL to be a failure and he objects strongly to her assumption, that the Egyptian representations of the sky have been taken from celestial globes where the stars have been plotted as seen by an observer situated outside the celestial sphere. The identification of the Egyptian constellations, no doubt, is a very difficult and delicate task, and in order to settle the question we have to wait for forthcoming contributions. E. ZINNER[4] has taken a step in that direction. Whereas BIEGEL's dissertation dealt with the northern (circumpolar?) constellations of the Egyptian Sky, ZINNER deals with constellations forming the equatoreal girdle, or the so called Decans and gives a list of them and the corresponding modern constellations.

19a. The Atlas of BEVIS. The extremely rare stellar atlas of JOHN BEVIS[5] (around 1750) seems to give another contribution to the discussion if there is a secular variation in the stellar light or not. In spite of the fact that the error in one determination is not smaller than $\pm 0^m,4$, still it seems promising to use the magnitudes of BEVIS, inasmuch as the atlas gives rough magnitudes of some 2500 stars. Together with the independent series from the old observatory at Peking, embracing some 2600 stars, it will be possible to derive magnitudes for the first half of the 18th century with a mean error of $\pm 0^m,3$. This will be of importance as filling the gap between the sources from the earlier century and the observations by WILLIAM HERSCHEL.

ZINNER has pointed out[6] that the Peking catalogue must mainly be the FLAMSTEED catalogue which has been overtaken by the Jesuite and Chinese observers. The changes and additions should be comparatively few and thus the main importance of the catalogue from Peking should be that it checks the work of FLAMSTEED.

[1] Het Verschijnsel van Purkinje, Amsterdam 1928, VI + 102 pp. Also Dissertation Utrecht.
[2] Ann d Phys 63, pp. 397, 427, 481 (1920).
[3] Isis 16, p. 102 (1931). [4] Isis 16, p. 92 (1931).
[5] Named Uranographia Britanica. A copy is in the library of the observatory at Lund.
[6] In private letter to me.

57a. Reduction of m in the Helsingfors C.d.C.-Zone. The magnitudes in the said zone of the CdC have been reduced to the international scale by M. VIARO[1]. Comparisons were made for 677 stars contained in the zone and in the HD Catalogue, and the photographic magnitudes of the latter were reduced to the international scale by means of reduction tables constructed by A. BEMPORAD[2]. A table with m and spectral class as argument is given for the correction to be added to the Helsingfors magnitudes. The maximum value in that table ($1^m,06$) occurs for G stars of magnitude 8^m.

62a. Greenwich Determinations of m_p in KAPTEYN's Selected Areas. P. J. MELOTTE[3] has determined photographic magnitudes of 4311 stars, brighter than $14^m,0$ in the selected areas 13, 30—32, 51—60, 63, 64, 68—91. In these determinations are also included 395 stars brighter than $15^m,0$ within 1° of the North Pole. The magnitude scale is that of Harv Circ No 170. Comparison of the Greenwich magnitudes, m_G, and of Mount Wilson magnitudes, m_{MW}, gives:

$$m_G = m_{MW} + 0^m,04 - 0,10\,C.$$

The determination of this formula is not a very strong one as all the fainter stars have large colour indices.

64b. The Poulkovo Catalogue of 2135 stars in the Zone +57°,5 to +77°,5. INNA LEHMANN-BALANOWSKAJA[4] has determined photographic magnitudes of PD stars in the said zone. The work was intended as a continuation of the Yerkes Actinometry by PARKHURST. When it was nearly completed the second part of this work (by FAIRLEY) was just distributed. The Poulkovo zone was so covered by 302 plates that each star in the catalogue could be measured thrice, except in the zones 57°,5 to 60°,0 and 75°,5 to 77°,5, where the stars only could be measured twice. The scale was established by means of a hole photometer. The magnitudes of the different plates were reduced to a common zero-point using the "chain-method" so that, if the provisional magnitudes are m', the differences: $\Delta m' = m'_{n+1} - m'_n$ (when $n+1$ and n denote the indices of two succesive plates) should fulfil the condition:

$$\sum \Delta m' = 0.$$

The actually derived $\Delta m'$ were then smoothed out for the different zones in an analogous way as was used by SEARES in the Mount Wilson Catalogue of Selected Areas[5]. Inasmuch as the residuals proved to be functions of α, a new smoothing-out process was used by aid of graphic methods. As mean error of the zero-point $\pm 0^m,04$ was assumed. When a comparison was made with North Polar standards it was found on an average:

$$m_{Poulk} - m_{Harv} = +0^m,13,$$

when m_{Harv} are the visual magnitudes of spectral class A0 between $5^m,5$ and $6^m,5$. The accuracy of the magnitudes seems to be essentially the same for different spectral classes but varies with the magnitudes so that the brightest and faintest stars have somewhat larger mean errors than the intermediate magnitudes. As the mean error of three determinations $\pm 0^m,036$ is assumed.

[1] A N 246, p. 27 (1932).
[2] Ricerche sugli errori sistematici del Draper Catalogue. Atti della R Accademia dei Lincei Vol IX (1929).
[3] Greenwich Obs. Photographic Magnitudes in KAPTEYN's Selected Areas. London 1931.
[4] Bull Obs Poulkovo Vol XIII,2 (1932).
[5] F. H. SEARES, J. C. KAPTEYN and P. J. VAN RHIJN, Catalogue of Photographic Magnitudes in Selected Areas. Carnegie Inst Publ No. 402 (1930).

A comparison between the Pulkova magnitudes and those of Yerkes Actinometry I did not show appreciable systematic differences. Thus for classes B—G the difference $m_{Poulk} - m_{Yerkes}$ was $-0^m,03$ and for classes K and M $+0^m,05$.

A comparison with the Yerkes Actinometry II showed that there is a difference in scale between the two sources as well as a difference in colour. The adjoined table will illustrate the matter:

m	Spectral class					
	B	A	F	G	K	M
$<6^m,0$	$-0^m,17$	$-0^m,11$	$-0^m,17$	$-0^m,28$		
6,1—7,0	$-0,05$	$-0,05$	$-0,03$	$-0,16$	$-0^m,12$	$-0^m,15$
7,1—8,0	$+0,03$	$+0,02$	$-0,03$	$-0,11$	$-0,14$	$-0,21$
>8.0	$+0,10$	$+0,01$	$+0,01$	$-0,05$	$-0,07$	$-0,15$
Mean	$0,00$	$-0,01$	$-0,03$	$-0,12$	$-0,14$	$-0,18$
n	96	258	153	95	138	18

Finally, colour indices were derived with aid of the m_v of the PD.

66a. Photographic Magnitudes in the Southern Half of the AG Bonn Zone. S. BELJAWSKY[1] has determined m_p for about 9300 stars in the zone $+40°$ to $+45°$. The scale is established through direct comparisons with the Polar Sequence as given in Harv Ann Vol. 71, part 3. From comparisons between m as determined on different pairs of plates the average mean deviation is found as $\pm 0^m,063$, which suggests a mean error of $\pm 0^m,08$ for one determination. Preliminary comparisons with the HD Catalogue and its Extension suggest the existence of a magnitude equation in either system.

68a. Visual and Photovisual Magnitudes. F. E. CARR[2] has determined m_v, m_{pv} and C for 95 B and A stars found on central portions of the plates taken by F. E. ROSS and R. S. ZUG for the Eros stars[3]. The individual values of C which have a large dispersion are on an average $0^m,10$ higher than those found at Yerkes.

68b. The Upsala Catalogue of m_p in the Zone $+60°$ to $+65°$. Inasmuch as an extension of the photometric work at Greenwich in the zone $+65°$ to the North Pole was very desirable Ö. BERGSTRAND[4] has undertaken a determination of the photographic magnitudes of 4616 BD stars equal to or brighter than $9^m,0$ (BD scale) in the zone $+60°$ to $+65°$. Using the photographic Zeiss camera of the type "Triplet", having an aperture of 20 cm., at the Observatory of Upsala the zone in question could be covered twice with 72 plates. Altogether 84 plates were taken. The scale of magnitudes was determined by means of an objective grating with a small dispersion giving nearly round first order spectra. The difference between the central image and the first order spectra thus gives the change in intensity for a certain interval of magnitude. As far I am aware, it is the first time through this work that focal grating images have been employed for establishing a photometric scale.

The readings of the SCHILT photometer were reduced to relative magnitudes by applying the ABEL-SCHWARZSCHILD functional equation in a graphical way.

The reduction to the centre was investigated and found to be small and in direct proportion to the distance from the centre.

---

[1] Poulkovo Publ 40 (= Simeis Reprint No. 18) (1932).

[2] Ap J 76, p. 70 (1932). [3] A N 239, p. 289 (1930).

[4] Photométrie des étoiles de la zone de déclinaison comprise entre $+60°$ et $+65°$. Medd Astr Obs Upsala No. 57 (1933). See also the paper by BERGSTRAND, Étude sur les relations existant entre les divers systèmes de grandeurs stellaires. Upsala Medd 59 (1934).

The provisional magnitudes were reduced using the chain method. The differences Δm, being the mean differences in the magnitudes of stars in common to each two plates, should theoretically fulfil the condition: $\sum_1^{72} m = 0$. In practice it was found that $\sum_1^{72} m = -0^m{,}216$.

With the aid of least squares solutions this difference was smoothed out, or rather distributed among the 72 plates according to the law of chance. The internal mean error of magnitudes from one plate was found to be on an average $\pm 0^m{,}059$.

The final Upsala magnitudes, m_U, were compared with the magnitudes of Greenwich, m_G, those of the Yerkes Actinometry II, m_Y, those of Poulkovo, m_P and those of Harvard, m_H. The equations of the type

$$m_U = m_G + a + b(m_U - 7{,}00) + cC,$$

were formed, where a, b and c are constants.

The comparisons yielded:

Equations of inter-relations	Number of equations
$m_U = m_H - 0{,}126 + 0{,}085\,(m_U - 7{,}0) + 0{,}141\,C$	935
$m_U = m_Y - 0{,}116 + 0{,}165\,(m_U - 7{,}0) - 0{,}026\,C$	830
$m_U = m_P - 0{,}091 + 0{,}109\,(m_U - 7{,}0) + 0{,}116\,C$	687
$m_U = m_G + 0{,}017 + 0{,}003\,(m_U - 7{,}0) - 0{,}059\,C$	234
$m_G = m_Y - 0{,}014 + 0{,}116\,(m_U - 7{,}0) - 0{,}139\,C$	773

In a second approximation equations of the type:

$$m_U - m_H = b(m_U - 7{,}0) + s + F(\alpha),$$

were formed, where s and $F(\alpha)$ are functions of the spectral class and right ascension, respectively.

In case of the Upsala and Harvard Photographic Photometry the uncorrected $F(\alpha)$ vary between $-0^m{,}19$ and $+0^m{,}13$, and the graphically smoothed-out values between $-0^m{,}15$ and $+0^m{,}12$. As to the origin of these residuals it is not possible to present any explanation. The adjoined small correlation table may be of interest.

Variates	r
$F(\alpha)_{U-G}\,/F(\alpha)_{U-Ye}$	$+0{,}838 \pm 0{,}061$
$F(\alpha)_{U-H}\,/F(\alpha)_{U-P}$	$+0{,}785 \pm 0{,}078$
$F(\alpha)_{U-Ye}/F(\alpha)_{U-P}$	$+0{,}768 \pm 0{,}084$
$F(\alpha)_{U-H}\,/F(\alpha)_{U-H}$ (uncorr) (corr)	$+0{,}898 \pm 0{,}039$

68c. Relations between Photovisual Systems. In 1931 CECILIA H. PAYNE[1] has established a system of photovisual magnitudes by direct grating photometry[2]. This system as derived on basis of the blue stars of the Polar Sequence has a scale coinciding with the International System of m_{pv}.[3]

A comparison between Harvard magnitudes, m_{pv}^H, and those of Mount Wilson, m_{pv}^I, yielded the equation:

$$m_{pv}^I = m_{pv}^H + 0^m{,}04 + 0{,}10\,C.$$

The validity of this equation has been checked through a chain of comparisons. Of these we have here only occasion to mention the work of FRANCES WOODWORTH WRIGHT[4]. At the request of the Vatican Observatory she has determined magnitudes for about 1920 stars in 42 sequences of the Atlas Stellarum Variabilium. These magnitudes, which range from $3^m{,}68$ to about 13^m, have been incorporated in the part VIII of the said Atlas[5].

[1] Harv Bull 892 (1933). [2] Harv Ann 89, No. 1 (1931).
[3] SEARES, Trans Inst Astr Union 1, p. 69 (1922).
[4] Harv Bull 892 (1933). [5] Published by Pater J. STEIN 1934.

The magnitudes of 134 of these stars could be compared with the PD magnitudes. If m_{pv}^{V} stands for the Vatican magnitudes as determined by FRANCES WRIGHT and m_{v}^{P} for the Potsdam magnitudes, we have the equation:

$$m_{pv}^{V} = m_{v}^{P} - 0^{m},21 + 0,14\,C.$$

This is in good agreement with the relation given by SEARES between the photovisual magnitudes of Mount Wilson m_{pv}^{I} and those of PD:

$$m_{pv}^{I} = m_{v}^{P} - 0^{m},22 + 0,11\,C.$$

70a. An Extension of the Polar Sequence. F. H. SEARES has shown that the statistical error involved in comparisons of magnitudes has not appreciably affected the systematic corrections to various catalogues, printed in an Appendix to the Report of the Commission on Stellar Photometry[1]. The statistical error[2] in question arises from the fact that the accidental errors in any observed characteristic, x, generally produce a systematic error in the mean of a set of values which have been grouped according to x and fall within the interval x to $x + \Delta x$. If X is the true value of x, the correction which eliminates the systematic error from the mean is equal to $\bar{X} - \bar{x} = \sigma^2 \varphi'(x)/\varphi(x)$ where σ is the mean error of x and the fraction represents the logarithmic derivative of the frequency function of x.

It had been surmised by HOLM and the present writer that the differences derived by SEARES might be affected by a statistical error, but the effect of such an error was, in fact, carefully considered before deriving the corrections in question. It appeared that in most cases these corrections would be very small and that in any event they could not be determined with an accuracy which would justify their inclusion.

The corrections given in the above mentioned Report have been slightly revised by SEARES[3] and used to form mean values of m_p and m_v on the international scale for 375 polar stars brighter than 10^{m}. The internal accuracy of the data from various sources both in scale and colour shows that the corrections applied to the catalogues are substantially free from error and that the mean m are in close accordance with the international system.

70b. Areal Extension of the Polar Sequence. J. ARMEANCA[4] has extended the Polar Sequence from a field of $25' \times 25'$ up to a field of $100' \times 100'$. Both the m_{pv} and m_p were measured, the former for all stars brighter than $16^{m},25$, and the latter for all stars brighter than $14^{m},71$. The distribution of the 260 m_p and the 202 m_{pv} is shown from the adjoined small table.

m_p	n	m_{pv}	n
$<13^{m}$	13		
13,0—14,0	61	$<13^{m}$	52
14,0—15,0	87	13,0—14,0	90
15,0—16,0	82	$>14,0$	60
>16	17		

The instrument used was the double refractor of the Hainberg-branch of the Göttingen Observatory. The instrument used for the determination of the magnitudes was a ROSENBERG microphotometer. It was found that the accuracy was highest for the smaller diaphragms used in the photometer. Part of the material was measured by means of the improved thermoelectric photometer by ZEISS. Using

[1] Trans Int Astr Union 4, p. 140 (1932).

[2] About this question see among others: EDDINGTON, M N 73, p. 359 (1913); CHARLIER, Lund Medd Ser. II, No. 19 (1917); PANNEKOEK, Publ Astr Inst Univ Amsterdam No. 1, p. 9 (1924); SEARES, M N 84, p. 15 (1923); HOLM, Lund Medd Ser. II, No. 59 (1931).

[3] Ap J 78, p. 141 (1933).

[4] Z f Ap 7, p. 78 (1933) = Gött Sternw Veröff Heft 35.

measurements with one and the same apparatus the mean error of one determination was found to be $\pm 0^m,025$, wheras $\pm 0^m,037$ was found as the mean error using the measurements of the both apparatuses. Thus this latter error should include all sources of error, except the error peculiar to the photographic plates.

When the determinations at Göttingen, m^G, were compared with the magnitudes of the international system, m^I, the following colour equations were found:

$$m_p^I = m_p^G - 0{,}059\,C + 0^m{,}054,$$

$$m_{pv}^I = m_{pv}^G + 0{,}144\,C - 0^m{,}125,$$

where C is the colour index adopted by SEARES.

From the residuals the mean error of the difference is found as $m_p^I - m_p^G = \pm 0^m{,}049$ and of $m_{pv}^I - m_p^G = \pm 0^m{,}064$.

A comparison between the Göttingen magnitudes as reduced to the international system and the Greenwich magnitudes in the Selected Areas, m^{Gr}, yielded:

$$m_p^{Gr} = m_p^I + 0^m{,}090 - 0{,}165\,C.$$

The extensive table of the magnitudes is followed by a chart of the extended sequence.

74a. Provisional Photovisual Magnitudes Near the North Pole. E. RYBKA[1] has determined m_{pv} of 260 stars near the North Pole. The photometric scale was determined by means of a coarse grating in front of the objective. A yellow filter was used and comparisons with the N. P. Sequence were executed. The images evidently were taken in focus.

The m_{pv}^R of RYBKA were reduced to the values in the International Photovisual system by SEARES. When compared with the latest revised values of this[2], m_{pv}^I, the following relation was found:

$$m_{pv}^R = m_{pv}^I - 0^m{,}061 - 0{,}002\,(m_{pv}^I - 6{,}44) + 0{,}061\,C.$$

Comparisons with the Potsdam magnitudes, m_v^P, and Yerkes, m_{pv}^Y, respectively, yielded:

$$m_{pv}^R = m_v^P - 0^m{,}257 + 0{,}031\,(m_v^P - 6{,}89) + 0{,}128\,C,$$

$$m_{pv}^R = m_{pv}^Y + 0^m{,}009 + 0{,}008\,(m_{pv}^Y - 6{,}65) + 0{,}099\,C.$$

From these comparisons the following mean errors were derived:

$$\varepsilon_{PD} = \pm 0^m{,}059;\ \varepsilon_Y = \pm 0^m{,}062, \text{ and } \varepsilon_R = \pm 0^m{,}058.$$

74b. North Polar Stars Brighter than $7^m,5$. A. DE SITTER[3] has determined m_p of 170 stars brighter than $7^m,5$ within $10°$ of the North Pole. An equal bar-and-space grating in front of each objective of a double camera furnished the means of converting the intensity of the images into magnitudes. The plates were taken 1 mm within the focus. The magnitudes of the Göttinger Aktinometrie, Yerkes Actinometry, Greenwich Photogr. Magn. of Stars brighter than $9^m,0$ between $+75°$ and the Pole, and the Simeis Catalogue[4] were reduced to the Leiden system and mean magnitudes were formed. Denoting these by $\bar{m}$, the final magnitudes m_L were derived by making use of the formula:

$$m_L = \bar{m} + 0^m{,}060 + 0{,}1348\,(C - 0^m{,}423),$$

where C is the colour index according to B A N 4, No. 140. The adopted magnitudes are thus as regarding to their colour in the system of the Göttinger

[1] Warsaw Univ Publ Vol. 9, p. 1 (1934).
[2] Mt Wilson Contr 472 (1933).
[3] B A N 6, p. 65 (1930).
[4] Poulkovo Bull 6, p. 263 (1915).

Aktinometrie and the zero point is defined by 10 stars in the Mount Wilson North Polar sequence. The mean error of a magnitude derived from one exposure was found to be $\pm 0^m,070$.

CECILIA H. PAYNE[1] has compared the magnitudes of A. DE SITTER with the magnitudes determined at her photographic determination on a uniform scale of the magnitudes of all stars brighter than $m_p = 8,25$. In order to compare the two sets of magnitudes in detail the m_L were reduced to the Harvard system by adjusting them empirically, first for zero point, secondly for colour, and lastly for scale. The adopted corrections were not linear and a least squares solution was made. The mean difference $m_H - m_L$ for all the stars is $0^m,070$ for the adjusted magnitudes and $0^m,087$ for the original m_L.

In a note A. DE SITTER[2] claims that the reduction of the new Harvard magnitudes can be made with use of a linear formula. Thus a least square solution has given:

$$m_L - 6^m,910 = -0^m,0463 + 0,9629\,(m_H - 6^m,910) + 0,0032\,(C - 0^m,415).$$

The residuals give $\pm 0^m,080$ for the mean error of a Harvard magnitude if for the m the value $\pm 0^m,044$ is adopted.

78. The Influence of Multitude and Incompleteness on Photometric Catalogue Differences. This problem has been investigated by S. HOLM[3]. We must refer the reader to the original paper, as it is impossible to give a short résumé of its contents. (Compare also Ciph. 70a in this Appendix.)

78a. Comparison of the Yerkes and the Greenwich m_p. S. HOLM[4] has made a comparison between the Yerkes Actinometries, First and Second Series (Y I and Y II). The apparent differences between the two catalogues have been corrected for statistical errors. The remaining difference in the sense $m_{Y_{II}} - m_{Y_I}$ are positive and range from $0^m,01$ to $0^m,035$ in the interval $5^m,0$ to $8^m,5$. For stars brighter than $6^m,0$ there is indicated a scale correction of $+0^m,20$ and for stars fainter than $6^m,0$ of $+0^m,03$.

A comparison has also been made between Y_I and the Greenwich catalogue of m_p. A general difficulty at such comparisons is the determination or estimation of the external mean error in a set of series of m. In a subsequent paper HOLM[5] gives a discussion on the determination of this error.

79. The Reflecting Effect in Eclipsing Binaries. This question has been studied by E. W. PIKE[6] which starts from the formula of MILNE[7] for the re-radiated light:

$$L(\alpha, \varphi) = \frac{E}{\pi_e}\,\frac{\cos(\alpha + \frac{1}{2})\cos(\varphi + \frac{1}{2})}{\cos\alpha + \cos\varphi}\cos\varphi\,,$$

where α is the angle between the incident beam of radiation and the normal, φ the angle between the normal and the cone of re-radiated energy, E is the energy incident on unit area of the stellar surface and $L\,d\omega$ is the energy re-radiated into a cone of solid angle $d\omega$ by a unit area of the surface. Since that equation in general leads to very complicated integrals the law of LAMBERT as giving a fair approximation was used to compute $L(\varphi)$ which then is proportional to $\cos\varphi$ in units of E/π_e.

We consider a giant and a dwarf binary having the centres at the points O_b and O_f, and the two points P_b and P_f, mutually visible on their surfaces. When x

---

[1] Harv Bull 881 (1931). [2] B A N 6, p. 139 (1931).
[3] Lund Medd Ser. II, No. 59 (1931).
[4] Ap J 77, p. 229 (1933) = Lund Medd Ser. I, No. 134.
[5] Lund Obs Circ 10 (1934).
[6] Ap J 73, p. 205 (1931). [7] M N 87, p. 43 (1926).

is the distance between the said points and E_b the total energy radiated from unit area of the primary, the equation:

$$dE_r = \frac{E_b}{\pi_e} \frac{\cos i \cos j}{x^2} ds,$$

is found. In this equation i and j are the angles between $P_b P_j$, and the normals at P_f and P_b, respectively, and dE_r the energy incident on unit area. Integrating over the portion of the primary visible from P_f the formula

$$E_r(\beta) = E_b \left(\frac{r_b}{z}\right)^2 \left(\frac{a^2 - r_j^2 - z^2}{2 r_j z}\right),$$

results where β is the angle $P_j O_j O_b$, a is the distance $O_b P_j$, r the respective radii, and $z^2 = 1 + r_f^2 - 2 r_f \cos\varphi$.

As this equation would lead to very complicated mathematical forms PIKE has adopted the simplified formula:

$$E_r(\beta) = A_b E_b \cos^n \beta$$

which he has found is adequate for a first approximation. In this the constants A_b and n are adjustable. It is obvious that n is a function of r_f/a alone.

The formula may be used for computations of the variation of the reflection effect with phase.

Hitherto the considerations have been made in terms of the total energy. Using ordinary means of observation the efficiency of the reflected energy will vary with the surface temperature over the face of the secondary. In general the equation above with a slight change in n will give an adequate approximation. The well known equations connecting M and effective temperature can be used to compute the reflected energy.

On basis of an infinite homogeneous star MILNE[1] has proved the additivity of solutions of the equations of radiative equilibrium and his solution indicates a finite rise of T in the deep interior. Under these conditions there might be a sidewise flux of energy which though infinitesimal as compared to the total flux at that depth may be a very considerable fraction of the flux outward through the surface. H. N. RUSSELL[2] has suggested that the asymetry forced upon the secondary by prolonged heating of one side by the primary (accepted an infinite synodic period for the secondary) might bring about a change in its fundamental internal equilibrium and constitution. Thus the assumption of homogenity would not be justified. The asymmetry could also be persistent from the event of fission. RUSSELL also points out that if the secondary rotates with respect to the axis of the binary the considerations above are not applicable.

PIKE finds for binaries of the giant and dwarf class that the computed reflection effect is 0,05 L, or greater. If the effect is as large or larger than that value, the above given formula of PIKE, taking $n = \frac{9}{2}$, can be used with confidence, and if it is less the formula of MILNE:

$$E_r(\theta) = \cos^2 \frac{\theta}{2}$$

takes place. Here θ is the phase angle, measured from the primary minimum.

EDDINGTON[3] has pointed out, that the spectroscopic values of the masses of eclipsing binaries probably are in error because the light of the secondary as seen in quadrature is displaced from the centre of the disk by the reflection

---

[1] MN 87, p. 43 (1926). [2] Ap J 73, p. 212 (1931). [3] MN 86, p. 320 (1926).

effect. On the assumption that the point whose velocity is indicated by the absorption lines is the centre of gravity of the light from the secondary PIKE develops a method to compute the size of this error.

Another consequence of the reflection effect is an exaggerated darkening at the limb of the secondary disc as seen at secondary minimum. When $A_b E_b \gtrapprox E_f$ this darkening may introduce considerable errors in the ratio of surface brightness of the bright and the faint star, I_b/I_f, as determined from the relative depth of the minima. In the figure 1, the intensity for the typical case $A_b E_b = 3 E_r$, $n = 3$ has been plotted against the radial distance $\sin\beta$.

Fig. 1. Darkening toward the limb. The curve with filled circles represents six-tenths darkening observed in the sun. The curve with open circles represents the "reflection" darkening, or the variation of the intensity for the typical case $A_b E_b = 3E_r$; $n = 3$.

A further discussion of this question on basis of MILNE's work has been given by W. KRAT[1]. Since at full phase $\cos\alpha = (\cos\varphi - r_f)/z$, the law of the darkening of the disc of the secondary is:

$$\frac{L(\varphi)}{L(o)} = \frac{8}{9(1 - r_f)} [(\cos\varphi - r_f)(\cos\varphi - r_f + 0{,}5\,z)\cos(\varphi + 0{,}5)]/[\cos\varphi\,(1 + z) - r_f].$$

The reflected light thus will show a complete darkening at the limb.

The total light reflected to an observer inside a small solid angle, $d\omega$, from an element of area $d\omega'$ of the secondary is:

$$L(\varphi)\cos\varphi\, d\omega\, d\omega',$$

where $d\omega'$ is: $r_f^2 \sin\varphi\, d\varphi\, d\psi$ (φ and ψ are "photometric" longitude and latitude as usual). The ordinary radiation from the whole disc of the secondary is $L_f\, d\omega/\pi_c$ and hence the ratio, l, for the whole disc of reflected ordinary light will be:

$$l = 2\pi_c r_f^2 L_f^{-1} \int_{\alpha}^{\arccos r_f} L(\varphi)\cos\varphi \sin\varphi\, d\varphi.$$

If the mean value of z inside the cone of radiation is denoted by $\bar{z}$, then we have:

$$l = \frac{L_b}{L_f}\frac{r_f^2}{\bar{z}^2}\,\Phi(r_f),$$

where the function $\Phi(r_f)$ can be tabulated. In order to find the value of $\bar{z}$ the intensity of incident radiation is derived according to PIKE's formula: $E_r(\varphi) = A_b E_b \cos^n\varphi$. Then the disc of the secondary is divided into two parts of equal integral intensity, E. Then:

$$-n A_b E_b \int_{\pi_c/2}^{\bar{\varphi}} \cos^{n-1}\varphi \sin^3\varphi\, d\varphi - A_b E_b \cos^n(\bar{\varphi})\sin^2(\bar{\varphi}) = \frac{A_b E_b}{n+2}.$$

Hence $\cos^{n+2}(\bar{\varphi}) = 0{,}5$; $n = 3$ $\cos(\bar{\varphi}) = 0{,}87$. Inserting $z^2 = 1 + r_f^2 - 2r_f\cos\varphi$ we obtain:

$$(\bar{z})^2 = 1 + r_f^2 - 1{,}74\, r_f.$$

[1] MN 94, p. 70 (1933).

To compute the variation of the reflection effect with phase, ε, use can be made either of EDDINGTON's formula $L_r(\varepsilon) = L_r(\pi_c)(\sin\varepsilon - \varepsilon\cos\varepsilon)/\pi_c$, or of that of PIKE as being a better approximation: $L_r(\varepsilon) = L_r(\pi_c)\cos^{9/2}\frac{1}{2}(\pi_c - \varepsilon)$, where the phase angle varies between 0 and π_c.

KRAT has computed the reflection coefficient $L_r(\pi_c)$ of 22 systems (Tables II and III in KRAT's paper). The computed values represent only the differential reflection effect of the system, because the reflection of the increased light of the secondary may be also in the same way reflected from the primary. In cases when the components have nearly equal luminosities and dimensions the reflection effect can not be determined from the light curve. Thence the true ellipticity coefficient always must be larger than that computed from the light curve.

It seems that in cases when the colour range from primary to secondary is comparatively small the formula above for l may be applied with some confidence. If the colour range is considerable large negative residuals of $L_r(\pi_c)_{\text{obs}-\text{comp}}$ are prevailing and seem to be independent of the densities and the internal constitution of the stars.

Finally, KRAT corrects for the effect when the orbit is not circular. In the case of elliptical orbits the reflection effect will be a function of the true anomaly. If the longitude of periastron is near 0 or π_c, the effect of brightening at periastron due to reflection of light $2p_r$ is given as

$$4e(r_f)^2\varphi L_b f(\pi_c/2)/(\ddot{z})^3.$$

In practice the variation of light between the minima is expressed in the form

$$C = l_0 + a\cos\varepsilon + b\sin\varepsilon + c\cos^2\varepsilon$$

where ε is the phase-angle varying from 0 to $2\pi_c$ and b denotes the half amplitude of the periastron effect.

When computing the periastron effect it is found that it systematically turns out much smaller than observed and in several cases is insignificant. It seems that this effect is observed only in the systems of small orbital excentricity. KRAT concludes that the increasing of reflection near periastron represents no explanation of the so called periastron effect. It seems that the origin of this is nearly connected with tidal phenomena, such as friction and pulsation. KRAT is of opinion that these tidal pulsations are not merely a variation of superficial ellipticity of the stars but also something remaining of the Cepheid pulsation. The study of this effect has been undertaken by KRAT.

In a second paper[1] KRAT further investigates the variation of the reflection effect with phase. Since the problem of non-monochromatic reflection is not yet solved and the relating observational data can be said to be scanty, KRAT means that nothing can be gained by any further attempts to improve the formulae for $L_r(\pi_c)$ mentioned above. The inaccuracy which is introduced through geometrical simplification will only affect the reflection coefficient in a more noticeably manner. On account of other factors than emission and absorption it seems desirable to investigate the form of the function $L_r(\varepsilon)$ for various eclipsing systems.

The light variation between two successive maxima is usually written:

$$l - l_0 = b\cos\varepsilon + c\cos^2\varepsilon + d\sin\varepsilon,$$

where l_0 is the intensity at maximum. The coefficients of reflection, emission and periastron effect are denoted by b, c, and d, respectively.

If d is insignificant as compared with b and c, $b\cos\varepsilon$ and $c\cos^2\varepsilon$ will represent two symmetrical effects with regard to $\varepsilon = \pi_c$ and $\varepsilon = \pi_c/2$, respectively.

---

[1] Gorki Verein von Freunden der Astronomie. Veränderl Sterne Bd. IV, p. 281 (1934).

Strictly speaking c is not a constant, as the limb darkening is not the same for various projections of a rotating ellipsoidal star. Thus for a circular orbit we may write:

$$c(\varepsilon) = c(\pi_c - \varepsilon), \quad \text{and} \quad \frac{dc(\varepsilon)}{d\varepsilon} = -\frac{dc(\pi_c - c)}{d\varepsilon}.$$

The symmetrical terms resulting from the computation of the reflection effect with the formula $L_r = 2b\cos\varphi$ instead of that of PIKE require a correction of the amount $-0{,}58\,[b + |L_{r,b}(\pi_c)|]$, where $L_{r,b}(\pi_c)$ is found from the equation derived by KRAT:

$$L_{r,b}(\pi_c) = \frac{L_f r_b^2}{(\bar{z})^2}\,\varphi(r_b).$$

If the variation of the reflection effect with phase is assumed to be of the form $L_r(\pi_c)\sin^n(\varepsilon/2)$ the values of n should be found so that the expression represents the observation data at best. The determination of n is made either by studying the behaviour of dl/dt in different parts of the intensity curve (outside the minima) or by determining the final (ordinate) differences of l.

Differentiating the expression for $L_r(\varepsilon)$ we have:

$$\frac{dL_r(\varepsilon)}{dt} = \frac{n}{2}\,L_r(\pi_c)\sin^{n-1}\varepsilon/2\,\cos\varepsilon/2\,\frac{dr}{dt},$$

or, introducing the period P:

$$\frac{P}{2\pi_c}\cdot\frac{dL_r(\varepsilon)}{dt} = b_{f_1}(n, \varepsilon).$$

Furthermore is:

$$\frac{dL_r(\varepsilon)}{dt} + \frac{dL_r(\pi_c - \varepsilon)}{dt} = \frac{dl(\varepsilon)}{dt} + \frac{dl(\pi_c - \varepsilon)}{dt},$$

and

$$\frac{dL_r(\pi_c/2)}{dt} = \frac{dl(\pi_c/2)}{dt}.$$

Thus the sums of the dl/dt for the pairs of phase angles are symmetrical to $\pi_c/2$. The notation f_1 is introduced for the function of the sum of the derivations $f_1(n, \varepsilon) + f_1(n, \pi_c - \varepsilon)$ and this function is tabulated. The quantity dl/dt is read from the intensity curve. In case of: $5 \geqq n \geqq 1$, the coefficient b can be determined.

It seems that the most accurate intensity curves do not permit to obtain a reliable value of n from the difference method. In this case the solutions $n = 1$, and $n = 5$ can not be very well distinguished. Thus the method of tangents seems to be the only satisfactory way of deriving n.

KRAT has found the values in the adjoined small table.

System	n
RS Vul.	4,1
β Per	5,0 4,1
Y Cam	4,1
δ Lib	4,0

In other cases n seems not to be possible to determine at present.

87. TUCKER's Definition of an Absolute Scale. R. H. TUCKER[1] has summed up his investigations concerning the scale of the CDM and the San Luis catalogue. The same formula $\sum m = a\,C^n$, as before (see Ciph. 34) is used; with approximately uniform distribution in space the number of stars is proportional to the cube of the radius of the enclosing sphere and since the m of a star is inversely proportional to the square of its distance, there is established the relation between distribution and light ratio:

$$C = \delta^{\frac{3}{2}}.$$

[1] A N 249, p. 189 (1933).

Thus δ is the light ratio of two classes of stars which differ in distance from us by the amount that would reduce the m by one unit of the magnitude scale.

A comparison between the Cordoba and the San Luis catalogue, the latter being used as standard, gave:

$$\sum m = 1{,}82\,(3{,}136)^m;\ \delta = 2{,}13\,.$$

The magnitudes of the same stars were next combined in means with the CDM magnitudes as standard. Then it was found:

$$\sum m = 1{,}34\,(3{,}164)^m;\ \delta = 2{,}16.$$

92a. The Limiting Magnitude Observable with a Photoelectric Star Photometer. Random fluctuations in the number of photoelectrons set an assignable lower limit to the photoelectric cell. Treating numerically the case of a potassium hydride cell attached to the 60-inch reflector S. SMITH[1] finds that for obtaining an accuracy of one percent the limiting magnitude should be around 15^{m}.

93a. Possible Secular Changes in the Starlight. In a summary of the previous work by ZINNER as to the secular change in the star light[2] the magnitudes of stars fainter than $5^{\mathrm{m}},50$, and which are included in the ancient catalogues have also been discussed by him for a possible secular change in m. Altogether 739 stars in PTOLEMAIOS' catalogue and 823 stars in AL SÛFI's catalogue were used. The extension of the work of deriving "photometric proper motions" for stars of 5^{m} to 6^{m} has proved to be a very important addition to earlier work. The main results can be formulated as follows. 1. There is a decided correlation between the "photometric proper motions", $\Delta m/\Delta t$, as derived on basis of PTOLEMAIOS' and AL SÛFI's estimates. 2. When the $\Delta m/\Delta t$ are grouped according to the three arguments, supergiants, giants, and dwarfs, on the one hand, and the Harvard spectral classes on the other hand, then the "motions" are distinctly negative for the first group (the stellar light is increasing on an average), very nearly zero for the second group, and distinctly positive for the third group (the stellar light is decreasing on an average). 3. When an actual comparison is made between the absolute magnitudes of the stars, derived on basis of trigonometric and spectrographic parallaxes the impression of a definite correlation between $\Delta m/\Delta t$ and M remains unshaken. 4. In special cases, e.g. β Eridani, the photometric proper motion seems to be very well established, and it is difficult to believe that this "motion" means anything else than an actual change in the brightness.

As to the explanation of the above results it is clear with regard to point one, that the existing correlation between the two sets of $\Delta m/\Delta t$ naturally does not prove the reality of the photometric proper motions. PTOLEMAIOS and AL SÛFI used the same photometric scale, because the latter corrected and improved the individual estimates of the former. As to the correlation between absolute magnitude and $\Delta m/\Delta t$ it must be said that the dwarfs, as could be expected, are comparatively rare in this material. The three groups with regard to M show the following frequencies:

Group	PTOLEMAIOS' Cat.		AL SÛFI's Cat.	
	Relative frequency.	n	Relative frequency.	n
Super-Giants . . .	0,253	187	0,247	203
Giants	0,659	487	0,671	552
Dwarfs	0,088	65	0,068	68

[1] Ap J 76, p. 286 (1932) = Mt Wilson Contr 457.
[2] Phys Z 31, p. 440 (1930); A N 237, p. 77 (1929); A N 238, p. 65 (1930).

Other explanations for the changes $\Delta m/\Delta t$ are that the changes may not be of a secular but of a periodic nature, or that variations in the transparency of space on account of the solar motion might have gradually changed the apparent brightness of the stars. Finally, the photometric proper motions consist of peculiar and cross motion components. If we had access to a more extensive material of such motions, the apex of the Sun could be determined from purely photometric data.

Of these possibilities the last one can be outruled, because it can be shown that the photometric parallactic motions must be very small as compared with the peculiar ones. The possibility that the transparency has changed along the path of our sun during the last two thousands years can not be said to be quite improbable.

The suggestion that the changes $\Delta m/\Delta t$ are of a long-periodic nature seems to have much that speaks in favour of it. On the other hand, long period variables of such a kind—very small amplitudes and periods of thousands and ten thousands of years or even longer—do not seem to fit so well in the sequence of variable star types, but this is of course no great objection because the only way we have to discover variables of a kind like that is just by undertaking a minute discussion of photometric results.

If we presume that the changes are of a secular nature, then the age of the stars can be computed. It has been shown[1] that some 800 values of $\Delta m/\Delta t$, or $\Delta M/\Delta t$ can be expressed in the following form:

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = 0{,}000041929 + 0{,}000037922\, M - 0{,}000002693\, M^2.$$

Taking $\Delta M/\Delta t$ as an exact differential and integrating:

$$t = 0{,}318\; {}^{e}\log \frac{M - 1{,}21}{M - 12{,}89}.$$

Thus the life-time of a star, t, should not exceed very much 10^5 years. This is, of course, an absolutely impossible interpretation of ZINNER's results and the assumption that $\Delta m/\Delta t$ could represent secular changes had then to be given up.

From a theoretical point of view the life-time of a star is estimated to be immensely much longer and then the question arises: Is it possible to test the evolutionary speed, or, the value $\Delta M/\Delta t$ in some other way than on basis of ZINNER's work?

Several possibilities of tests are furnished by the properties of the anagalactic systems, or the Galaxies. We have here to do with stellar systems which on account of their spatial distribution perhaps differ in age at least $2 \cdot 10^8$ years, and in some cases much more. We thus have a means of grouping the stellar systems along a time-axis according to their evolutionary stage. Such groupings have been tried in connection with the work of measuring $\lambda_{\text{eff.}}$ of anagalactic objects. If the mean spectral class directly observed or inferred from $\lambda_{\text{eff.}}$ of a Galaxy is taken as an evolutionary index, then the evolutionary speed in the Metagalaxy will become very slow. The upper limit for change in mean colour-index will be at most $0^M{,}3$ during a period of $2 \cdot 10^8$ years, thus the yearly change is smaller than $1^M{,}5 \cdot 10^{-9}$. If the Galaxies are classified according to their texture and thus an evolutionary index is derived from their classified morphologic type, then the conclusion of the slowness of metagalactic evolution will also be supported.

On the other hand, if the changes $\Delta M/\Delta t$ derived on basis of ZINNER's work are taken as real, then the evolution will change the mean spectral index of a

---

[1] For a more extensive discussion of the question as to a possible secular variation in stellar light the reader is referred to Lund Obs Circ No. 8, p. 198 (1932).

stellar system like our Galaxy in a very rapid way. During 10^5 years the change in mean colour index should be of the order of magnitude of $0^m,8$ and thus the more distant Galaxies should be so red that we could never photograph them.

Another important consequence of the interpretation of $\Delta m/\Delta t$ as a change in absolute magnitude is this: The total magnitude of a stellar system will decrease very rapidly if the system is constructed in a way analogous to our Galaxy. Using the work of HESS[1] and LÖNNQVIST[2] the relative frequencies of the different spectral classes have been derived. Although the numbers are admittedly rough it seems clear that the change in total magnitude will be very rapid and of the order of magnitude of 15^m, during a time of $0,5 \cdot 10^6$ years, and thus a considerable fraction of the total magnitude[3]. If new supergiants and giants are not produced continuously in such a way as to counterbalance the loss of total light of a stellar system, then the distant systems should be very bright in comparison with the nearby ones.

If we make use of a much longer time-scale, still the conclusion as to the rapid change in the total magnitude of a stellar system stands unchanged as soon as we assume an evolution train along the RUSSELL-diagram, which does not provide for the manufacturing of new supergiants which have a light of more or less equal amount to the amount which will be lost through the continuous invisibility of dwarf stars on account of their passing the limit for contribution to the total light of a stellar system.

There are several obvious difficulties present when trying to test this, because of our inadequate knowledge of the frequency of absolutely faint stars. It is not advisable to try to integrate the total light of our stellar system using its luminosity curve as a basis. The observed total magnitudes of the Galaxies can not very well be used, either, because we do not know for certain if the fainter magnitudes are reduced to a POGSON scale[4] or not.

As to the difficulty of deriving the proportions between different classes of absolute magnitudes and then computing the total magnitude, this can be overcome in the case of the Andromeda system. The supergiants there are fairly common in the spiral arms but do not occur near to the central parts[5]. ADAMS and JOY[6] have found that the central parts show dwarf characteristics in their spectrum. Thus the core may to a considerable part be composed of dwarf stars. The light of the core is no doubt also generated partly by ordinary giants. Still it seems not to be too optimistic to suggest that a considerable part of the total light of the Andromeda system has its origin in millions and millions of dwarfs. Now the Andromeda form being very typical among anagalactic systems, this would mean a very considerable decrease in the brightness of the more distant ones of these objects.

In order to test if the distant anagalactic objects are not absolutely brighter than the nearer ones we have to derive the distances of distant anagalactic objects without any suppositions as to their total absolute magnitude. This is feasible from: 1. assumptions concerning linear dimensions; 2. assumptions

[1] Seeliger-Festschr 1924, p. 265.

[2] Dissert Upsala = Upsala Medd No. 25 (1927).

[3] This computation has been made on basis of SHAPLEY's data as to the Small Magellanic Cloud in Harv Circ 260 (1924). It shows that the total magnitude of a stellar system is mainly determined by its giant stars.

[4] As to this problem, it seems that BERNHEIMER (Lund Circ No. 5 and 6) and GRAFF (Wien Mitt 2) have succeeded in reducing the total apparent magnitudes to a homogeneous photometric scale.

[5] See Mt Wilson Contr No. 376 (1929).

[6] Publ A S P 39, p. 367 (1927).

concerning the red-shift in the radial velocities; 3. assumptions concerning the mean distances between the members in metagalactic clusters. As to 1. several uncertainties are involved because of the possibility of a general absorption in the metagalactic space, and on account of the fact that photographs of distant anagalactic objects systematically make them smaller the more distant they are, because the faintest extensions of the systems can not be recorded for the most distant ones. As to 2. it is shown by the investigations by HUBBLE and HUMASON[1] that there is a very definite correlation between the radial velocity and the apparent total magnitude or its equivalent in the cluster case, the most frequent apparent photographic magnitude of the members, m_f. Thus distances can be derived from the relation:

$$\text{Radial Velocity} \times \text{Parallax} = 1/1790.$$

The distances so derived do not differ appreciably from distances derived on the assumption of the constancy in the absolute magnitudes. The third method which is indicated in a paper by LUNDMARK and BERNHEIMER[2] compares the mean distances between the Galaxies in clusters of Galaxies with the total light of the clusters. At first it might seem more natural to compare the apparent diameter and apparent total magnitude of the clusters, but on account of the concentration towards the centre of the clusters there will be a systematic trend in the comparison between near and distant clusters. Of course, the mean distance between the members will not be entirely free from the effect of the concentration, but this effect not being serious in the diameters will be still more reduced in the mean distance.

If N stars are regularly distributed in a sphere of diameter D, the probability that $N-1$ points have a distance of at least Δ from the point selected as centre of the sphere will be the product of the $N-1$ equal and independent elementary probabilities, or $(1-\Delta^3)^{N-1}$. Determining the mean value Δ it is found:

$$\bar{\Delta} = \Gamma(\tfrac{4}{3})\, D / \sqrt[3]{N},$$

where Γ is the gamma-function.

At present it is difficult to determine the total magnitude of clusters of Galaxies accurately, because this can only be done by summing up the intensities of the members and in most cases no proper estimates exist of the magnitude of these, but only rough classifications in terms of Herschelian symbols. We will therefore use the most frequent magnitude in a cluster, m_f, and restrict the inquiry to the set of 8 clusters discussed in the quoted paper by HUBBLE and HUMASON.

Taking Δ as a direct measure of the distance and assuming the distance of the Coma Virgo cluster to be 10 million light years, then the absolute magnitude, M_f, of the most frequent absolute magnitude has been computed. The results are given in the following table. The fair constancy in M_f is a remarkable

Nr.	α	δ	m_f	Δ	Relative distance	M_f
1	1h35m	+32°,0	15,4	20′,6	3,44	−14,72
2	3 15	41 ,3	16,4	15 ,1	4,69	14,39
3	8 16,5	21 ,3	16,0	16 ,9	4,19	14,54
4	10 24	10 ,8	19,0	4 ,88	14,51	14,25
5	11 43,3	56 ,1	18,0	6 ,27	11,29	14,70
6	12 25	12 ,5	12,5	70 ,8	1,00	14,93
7	12 55,5	28 ,2	17,0	11 ,0	6,38	14,46
8	23 17	+ 7 ,8	15,5	12 ,9	5,49	−15,63

[1] Mt Wilson Contr No. 427 = Ap J 74, p. 43 (1931).
[2] Lund Circ 9 (in press).

feature. If there is any change in M_f it is in the direction that the farther away systems, and hence the younger ones, are fainter than the nearer ones, which is contrary to what one would expect from ZINNER's results. As 0,45 is the largest permissible change in M_f over a time-line of perhaps 140 million years but a least 90 million years[1], the yearly change in the total magnitude of a system will be of the order of magnitude of at most $0^M,5 \cdot 10^{-8}$, but probably much smaller because the slight systematic correction in M_f might very well be due to an unapplied correction in the distance scale.

Using the relation above quoted by HUBBLE and HUMASON the values for M_f have been computed as given in the adjoined small table.

Object	M_f
1	−14,18
2	13,46
3	13,68
4	13,62
5	13,72
6	13,51
7	13,64
8	−13,67

The pronounced constancy of M_f in this case is very remarkable and indicates that there is no change in the average total magnitude of a certain galactic system of such amount as is required if the changes in our system derived by ZINNER are real and the stars follow a RUSSELL-diagram.

In a number of anagalactic objects there has in many instances been observed a dissolution into separate stars. A study of these stars has proved to be very useful for determining individual distances of near-by stellar systems, because of the fact that the distribution the absolutely brightest stars within their absolute magnitudes does not change very much from system to system[2].

There is a higher uniformity with regard to the march of the upper branch of the luminosity curve, than with regard to the variation in size and total light of the systems from system to system. At present some 120 systems have been studied mainly using the extensive collections of plates at Lick Observatory and Mount Wilson, and the apparent magnitudes of the 20 brightest supergiants in a system m_{20} and the total photographic magnitudes of the systems, m_t, have been studied[3].

m_{20}	σ	m_t	σ	$m_{20} - m_t$	σ	n
11m,00	±0m,20	1m,35	±0m,60	9m,65	±0m,30	2
16 ,30	±0 ,77	7 ,00	±0 ,67	9 ,30	±0 ,38	4
18 ,35	±0 ,48	8 ,52	±0 ,12	9 ,83	±0 ,50	5
18 ,72	±1 ,23	9 ,07	±0 ,17	9 ,65	±1 ,32	9
19 ,20	±0 ,71	9 ,70	±0 ,14	9 ,50	±0 ,84	12
19 ,13	±0 ,74	10 ,07	±0 ,11	9 ,06	±0 ,79	9
19 ,23	±0 ,75	10 ,53	±0 ,03	8 ,70	±0 ,77	13
19 ,28	±0 ,37	10 ,83	±0 ,14	8 ,45	±0 ,34	8
18 ,41	±1 ,52	11 ,28	±0 ,12	7 ,13	±1 ,58	7
19 ,43	±0 ,34	11 ,87	±0 ,14	7 ,57	±0 ,39	6
19 ,68	±1 ,58	12 ,52	±0 ,15	7 ,16	±1 ,02	5

As ZINNER has found that the supergiants increase their magnitude and the dwarfs decrease their magnitude it would be expected, when grouping the anagalactic objects according to m_t, that the fainter Galaxies, which on an average are the younger by an amount of some 10^7 years, should show a larger difference $m_{20} - m_t$ than the nearer ones do. An inspection of the table above shows the contrary to be the case. The decrease in the difference between the light of the twenty brightest stars and the total light depends upon several causes:

[1] The smaller scale coincides with that of HUBBLE as given in his above quoted paper jointly with HUMASON.
[2] See Upsala Medd No. 22 (1927).
[3] Lund Medd Ser I, 135 (1933).

1. For the faintest Galaxies there is a selection in the observational material, because the present limit to the observation of separate stars on the fastest and longest exposed plates of Galaxies (between 19^m and 20^m) prevents us from obtaining so complete a sample of apparently fainter Galaxies as is possible when dealing with the nearest Galaxies.

2. The faintest m_{20} will be observed systematically too bright, because the principal corrections to be applied to them, that is the correction for agglomeration and for veil, act in a systematic way and make the stars too bright. Furthermore the statistical correction arising from the assumption of a constant value for m_{20}, that is from ignoring the (small) dispersion in this quantity, will also cause a slight systematic effect in m_{20}. The influence of these corrections will to a small extent be balanced by an absorption correction which will make nearly all estimated values of m_{20} too faint. Still m_{20} will on an average be too bright for faint Galaxies. A complete solution of the problem of correcting m_{20} is very complicated and can scarcely be attempted on the basis of computing the influence of the partial effects. It seems to be a better way when making estimates of m_{20}, to use plates of different scale and from different instruments and reduce the results to a certain standard. Part of the decrease in the difference $m_{20} - m_t$ will disappear when the average brightness of the twenty supergiants or m_{20} has been corrected with reference to the empirical material.

3. On the other hand, the values of m_t will be systematically too faint for very faint objects, because in this case the outer parts of the Galaxies in question are not recorded on photographic plates and the estimated total magnitude, even when on a POGSON scale, refers principally to the nuclear magnitude. From models showing the general distribution of light within a certain type of Galaxies an average correction can be computed.

Even so, the decrease in the difference $m_{20} - m_t$ will still be there, although not so pronounced. Now as we can write in general:

$$m_{20} - m_t = f(\mathfrak{M}_t, T),$$

where $\mathfrak{M}_t$ is the total mass and T an index giving the class of the Galaxies classified on morphological grounds, a grouping with regard to classes of m_t or m_{20} should, provided there is sufficient material available on an average, be independent of $\mathfrak{M}_t$ and T. On the other hand, the restricted amount of material available and the uncertainty in the morphological classification for fainter objects do not give possibility of a grouping which is entirely independent of the two parameters in question.

Nevertheless, it seems that no reasonable grouping and correcting of the material at hand can very well result in giving a set where the average value of $m_{20} - m_t$ increases, when fainter or more distant Galaxies are included. Thus a time-line grouping of the nearest Galaxies embracing 10^7 years does not indicate such a change in the average luminosity of the Galaxies as should result from the changes derived by ZINNER for the stars in our Galaxy or perhaps rather in our local stellar system.

It might be objected here that we do not know if the RUSSELL-diagram is a universal phenomenon or not. To this should be answered that the distribution of absolute magnitudes in globular clusters is in agreement with a RUSSELL-diagram. Furthermore, measurements of $\lambda_{eff.}$ for a considerable number of Galaxies on basis of plates secured at Upsala[1] and Mount Wilson give a fair

[1] Ap J 50, p. 376 (1919). The Mount Wilson material is measured and reduced to a considerable extent.

constancy for the effective wave lengths. If S_i is the spectral index, we have in a first approximation a linear relation between $\lambda_{\text{eff.}}$ and S_i:

$$\lambda_{\text{eff.}} = a + b S_i.$$

If n_i is the frequency of different spectral classes we have:

$$\lambda_{\text{eff.}} = a_1 + b_1 \sum_{i=1}^{n} n_i S_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} n_i.$$

Of course a certain Galaxy can be built up in such a way that $\lambda_{\text{eff.}}$ will be the same and still the elementary frequencies, n_i, very different from case to case. But if a certain Galaxy consisted of a much higher proportion of B stars than our own Galaxy, then to counterbalance this an unusual high proportion of K and M stars would be needed. In the total spectrum this would give rise to blend-effects, and inasmuch as no such effects have been observed, it seems not bold to conclude from the constancy of $\lambda_{\text{eff.}}$ for some 200 Galaxies that the nearest of them are built up with regard to their spectral composition after the same general model as our Galaxy and that the distribution of the absolute magnitudes in them, in a general way, will define a RUSSELL-diagram.

Finally, the globular clusters will also contribute towards the solution of the question of a possible secular change in the starlight. Using the data of SHAPLEY[1] corrected in such a way according to HUBBLE[2] that m_t is independent of distance there might seem to be a change in the wanted direction, but the march in the values should not be taken too seriously. A least squares solution will give a change of the order of magnitude of only $0^{m},35 \cdot 10^{-5}$, and, further, the corrections by HUBBLE can not claim to be absolutely final. Anyhow, the change in one year will be only of the order of magnitude of $0^{m},4 \cdot 10^{-5}$. Also in this case it seems that the secular changes found by ZINNER are not corroborated. Here the time-line is short, certainly not exceeding $2 \cdot 10^{-5}$ years, but, still, it is much larger than the basis time-line of 2000 years furnished by the photometric measurements and estimates.

It seems that the different time-lines furnished by the metagalactic clusters, the nearby Galaxies, and the globular clusters do not substantiate the suggestion that the absolute magnitudes of the stars change in such a rapid way as found by ZINNER in his consideration of existing photometric data. The conclusions given here are based upon the assumptions that there is a uniformity with regard to the spectral composition of different Galaxies, that the evolution train follows a RUSSELL-diagram, and that supergiants are not continually created in such numbers that the loss of light from the millions and millions of dwarfs growing fainter all the time will be counterbalanced. As to the first assumption it has been tried here to present reasons for its justification[3]. The second assumption can not be proved or disproved and the third touches the domains of theology.

The answer in the negative from the metagalactic world as to a possible secular decrease in the stellar light should by no means be taken as making further work along the line of ZINNER unnecessary. The possible changes in the light of the stars in our local system should be tested as soon as possible for instance by photo-electric measurements.

---

[1] Harv Obs Monographs No. 2 (1930).
[2] Mt Wilson Contr No. 452 (1932).
[3] See for a more extensive discussion. Lund Circ No. 8 (1933).

93b. The Constancy of the Light of the Red Stars. J. STEBBINS and C. M. HUFFER[1] have made a survey with a photoelectric photometer of 190 red stars of class M, and of 200 yellow stars of class G and K. The results are seen in the adjoined fourfold table.

Light	Spectral class	
	G3—K9	M0—N
Constant	199	128
Variable	1	62

Taking this table as an example of heterograde statistics the Bernouillean coefficient r_B is $+0,389 \pm 0,042$.

As a lower limit for the suspicious stars has been selected an average deviation of $\pm 0^m,025$.

The change of the variability proportion is progressive from M0 to M6. ADAMS has suggested that there should be an increasing tendency to variability when one passes from fainter to brighter absolute magnitudes and this seems also to be the case when there are enough stars to judge. It is also interesting to note that the spectral sequence of variable stars in M0 to M6 classes undoubtedly lies higher in the RUSSELL diagram than the corresponding sequence of non-variable stars. Between the M of the variables and the spectral index there is a real correlation. Thus r has been derived as $= +0,334 \pm 0,014$ from 66 cases.

The number of variables found by the authors was 51 and in addition there are eleven previously known variables and eleven suspected for variability. Inasmuch as the largest amplitudes of the stars examined in very few cases are as large as $0^m,70$ and in the majority of cases are much smaller, it seems plausible to assume that a considerable number of the red giants are variable with an amplitude below $0^m,05$, nay, that perhaps nearly all of these stars do not have a constant light.

94. The Total Magnitude of Stellar Agglomerations. Considerable progress can be reported as to the determinations of m_t of anagalactic objects. At the Harvard Observatory a determination of all galaxies brighter than $13^m,0$ has been performed[2]. The total number of objects is 1249 and the internal mean error is estimated to $\pm 0^m,17$. Furthermore, extensive series of m_t have been determined of which the most extensive one is that of 2778 total magnitudes in the Coma-Virgo super-cluster[3]. The present writer has estimated m_t of some 12000 small nebulae, mainly on basis of plates taken at Mount Wilson and at the Lick Observatory.

In the work of SHAPLEY and ADELAIDE AMES as well as in my own work, the estimates of m_t at first were based on direct comparison between nebulae and nearby stars with known magnitudes. Later on, we also tried to use plates where no photometric scale could be established by known stellar magnitudes. In such cases we had to make use of our experience of what will be the size and intensity of a 16^m, 17^m star and so forth with a given instrument and brand of plates, provided that average conditions are prevailing. Such a scale needs not necessarily be off very much but there is a danger that systematic errors will creep in. Later on, the Harvard observers and the present writer have applied the method of establishing the scale on basis of the course of the function $B(m, \beta)$, where this expression means the number of stars equal to, or brighter than m, at galactic latitude β.

A scale of comparison stars a, b, c, etc. of magnitudes m_1, m_2, m_3 etc. can be established on any plate by counting the number of stars per square degree, equal to, or brighter than a, b, and c respectively. From the course of the curves

[1] Publ Washburn Obs 15, Part 3 (1930).
[2] Harv Ann 88, No. 2 (1932).
[3] Harv Ann 88, No. 1 (1930).

$B(m, \beta)$, as established by SEARES[1] and coworkers or VAN RHIJN and coworkers[2], the magnitudes m_1, m_2, and m_3 are read off using the corresponding numbers. If not systematic errors are introduced when nebulae and stars are compared photometrically then the resulting nebular magnitudes should on an average be not far from the international scale. Our extensive experiences have shown us that when plates are used where the scale is so small that the dimensions of most nebular objects are sufficiently stellar for practical intercomparisons dependable results can be obtained from almost any good plate.

When dealing with plates of small field, care must be taken to secure normality of the star field and not to extend the scale to stars too well exposed, or to stars for which $B(m, \beta)$ can not be determined with accuracy.

Within the normal region of photographic density the nebulae can, of course, be compared inter se, which gives possibilities for checking. It is very advantageous to compare the smallest and faintest nebulae on a plate with the faintest stars because these are not far from each other in texture, nay, many times nearly impossible to distinguish from each other. It is also clear that the star-count method is very apt to give estimates of visual magnitudes.

In the dissertation by P. COLLINDER[3] the total magnitudes of 471 open clusters were determined by the author on basis of the FRANKLIN-ADAMS Charts, and by the present writer on basis of the FRANKLIN-ADAMS Plates. For the modifications in the method which enter in such a case reference is given to the said dissertation[4].

W. E. BERNHEIMER[5] has discussed the question as to the relation between the visual scale of m_t, established through the work of HOLETSCHEK, and the POGSON-scale. He shows that (by chance) the two scales coincide very nearly at least in the region $6^m,0$ to $10^m,5$, and that thus the corrections introduced by J. HOPMANN and generally accepted are unwarranted. In recent work the total magnitudes of fainter nebulae have been over-corrected. This conclusion is partly based upon series of estimates by W. E. BERNHEIMER and by K. GRAFF[6], both series reduced to the Harvard Photometry.

It seems that between 10^m and 13^m the galaxies have a spatial distribution nearly corresponding to that resulting from a constant spatial density, in which case the condition $B(m_t + 1)/B(m_t) = 3,98$ should be fulfilled. The apparently brightest galaxies are too many in comparison with the apparently fainter ones. This corresponds to the fact revealed from determinations of individual distances of galaxies that there is a pronounced clustering of galaxies within a distance of $1,5 \cdot 10^6$ light years.

Photographic m_t	$B(m_t)$
2,0	2
5,0	3
9,0	12
10,0	21
11,0	80
12,0	331
13,0	1025

b) Stellar Colours.

108a. Colour-Equivalents of Bright Stars. Using the colorimeter constructed by him, K. GRAFF[7] at Porto Cristo (Mallorca) has made determinations of 1116 colour-equivalents for all stars brighter than $5^m,10$ between $+90°$ and $-40°$ declination. The readings of the coloured wedge were so reduced that the

[1] Ap J 62, p. 320 (1925) = Mount Wilson Contr 301 and Intern Astr Union Transact 2, p. 96 (1925).
[2] Groningen Publ 43 (1929).
[3] Lund Ann No. 2 (1931).
[4] Lund Ann No. 2, pp. A 25—26, 39, 40 (1931).
[5] Lund Obs Circ No. 5 and No. 6 (1932).
[6] Mitt Sternw Wien No. 2, p. 86 (1932).
[7] Wien Sitzber Akad IIa 142, p. 387 (1933) = Mitt Sternw Wien No. 3, p. 117.

spectral classes of HDC were taken as abscissae and the readings as ordinates. The colour corresponding to A0 was designated a0 and so forth. Thus the zero point as well as the scale are determined by aid of the Harvard spectra.

These colours have been used by GRAFF[1] for investigation of the dependence of colour on galactic latitude. In the Milky Way, that is within the zone of $\pm 10°$ gal. lat., for 276 stars an average colour excess of $+1,2$ spectral subdivisions was found, whereas at the Milky Way pole 168 stars showed an average colour excess of $-1,1$. In intermediate galactic latitudes the average colour excess was practically zero, or $-0,1$. GRAFF does not assume that his results are proving the existence of a general absorption in the Milky Way plane but inclines toward the view that we are surrounded by an absorbing cloud.

108b. Infra-red Colour Indices. J. S. HALL[2] has used a caesium oxide photo-electric cell, CsO, cooled to approximately $-40°$ C for measuring the radiation in infra-red at $\lambda_{\text{eff.}}$ 7900 A. At this and lower temperatures an obnoxious dark current is much weaker than the photo-current. The cell was kept within a thermos bottle containing solid carbon dioxide ("dry ice"). The colour equation $(m_{cso} - m_v)$ is approximately $-0^m,8$ and with Wratten filters 89 and 87 it becomes $-1^m,2$ and $-1^m,4$, respectively.

For calibration purposes ζ Gem and stars in the Pleiades were observed. The maxima and minima of the variable show a phase difference between observations made in the blue and in the visual, the former being earlier.

In order to determine the relative colours the intensity of the stars was measured in three effective wave lengths, being approximately 7400 A (no filter), 7450 A (Filter 89) and 8600 A (Filter 87). Altogether 1240 observations of 347 stars were obtained. The stars are all north of the equator and brighter than $4^m,4$. The average mean error in one magnitude is $\pm 0^m,009$ and the average mean error in m_{7450} and m_{8600} are $\pm 0^m,017$, $\pm 0^m,023$, respectively.

There is a close relation between the colour indices determined by HALL and those by BOTTLINGER. Exceptions are stars of very early or late spectral class. The c-stars are obviously redder than the other stars of the same spectral class. The colour excesses of the early stars are not noticeably influenced by a possible scattering due to the presence of interstellar matter. The possibility of determining the absolute magnitude of giants later than F8 from their colour excess as observed in infra-red, looks promising. It seems also clear that very accurate spectral indices can be derived from the colour indices in question.

108c. Magnitudes in Red. W. BECKER[3] has determined magnitudes of 190 stars by aid of Agfa infra-red plates and Schott-Redfilter RG 1. The average mean error of a catalogue magnitude is not quite $\pm 0^m,03$. The isophotical wave lengths vary for the red magnitudes from 7026 A (B0 stars) to 7180 A (M0 stars). From the visual magnitudes of the RHP m_r^H, the photographic magnitudes of HERTZSPRUNG m_p^{He}, and the red magnitudes by BECKER m_r^B two colour indices $C_1 = m_r^B - m_p^{He}$ and $C_2 = m_r^B - m_r^H$, were formed. A discussion of these resulted in the following conclusions:

1. If the colour excesses agree for different spectral regions between violet and red then the excesses are small, as a rule, that is the star is normally coloured. This is especially the case for B stars.

2. If the star is abnormally coloured in a certain spectral region then the deviation from the respective normal is rather different for different spectral regions.

---

[1] Wien Sitzber Akad IIa 142, p. 285 (1933) = Mitt Sternw Wien No. 3, p. 105.
[2] Ap J 79, p. 145 (1934).
[3] Z f Ap 9, p. 79 (1934).

3. An excess in the m_r will have a parallel march with a small excess or a small deficit in the blue and vice versa.

4. The B, K, and M stars prefer definitely such a distribution of spectral intensity that in red colour excess they appear whiter than in blue or infra-red excess. Concerning the A, F, and G stars the contrary tendency is prevailing.

5. The c-character finds utterance in the continuous spectrum of stars earlier than cB8 through a strong red colouring in the blue and the red spectral region. In the A and F stars there is no such phenomenon present and in case of later classes there is only a strong red colouring in the blue region.

These conclusions indicate that the continuous spectrum of a star forms, so to say, an organic unit in such a way that there is a clearing transaction going on between the excess and the deficits of the radiation.

As to the question of a possible selective absorption BECKER does not arrive to any definite conclusion.

A comparison is also made with the red magnitudes of HALL[1] m_r^{H}. There is a deviation from the linear relation between the colour indices C^{B} and C^{H} which is demanded by the theory of the black radiation, but this deviation does not prove that there are deviations among the stars from the black body radiation laws.

The material that could be used is too small to permit a decision if the law of scattering is the RAYLEIGH one or of another form. It is clear from above that a star which in blue has a red colour excess (interpreted as absorption) also in infra-red generally deviates in the same sense whereby it is normal in red or has a negative colour excess. In spectral photometric work care must then be taken that the comparison stars used are of the same type as to there general colour behaviour as the "absorption" stars.

116a. Photovisual Magnitudes without Colour Filters. At the Bosscha Observatory, Lembang, Å. WALLENQUIST[2] has carried out an investigation as to magnitudes and colours of 674 stars in a region of 13° square, surrounding the open cluster Messier 7. The m_p were determined by means of a Harvard Region of standard stars[3]. Then a number of plates were secured on colour-sensitive plates, first by means of the usual filter method and then with the help of extra focal exposures and a central disc (TAMM's arrangement), and the results compared and discussed.

In accordance with STICKER[4] five pronounced maxima in the colour distribution were found. Then a detailed investigation of the colour and the magnitudes in Messier 7 was undertaken. A comparison of the colours of the cluster members with those of the surrounding stars showed that the colour of the former in general was whiter than that of the latter. The existence of a selective absorption was indicated, but a determination of the coefficient was impossible.

116b. Photographic Colour Indices. The values of C_p for 220 stars have been determined by H. NÖBEL[5]. For this work a monochromatic system was used in form of a simple crown glass lens. The method of TIKHOFF-TAMM[6] was applied and a half-grating was placed in front of the objective and used in such a way that half of the star image was weakened to a known amount of intensity. The plates were so exposed that the yellow wave lengths exhibited a measurable disc.

---

[1] Ap J 79, p. 145 (1934).
[2] Lembang Ann Bosscha Sterrenwacht III, 4e Ged (1931); also Dissertation Upsala.
[3] Harv Ann 85, No. 8 (1926).
[4] Bonn Veröff No. 23 (1930).
[5] Inaug.-Diss. Leipzig 1934.
[6] See Bd. V, Chapter 4, ciph. 116.

If h_b and h_y are the intensities of the blue and yellow images, respectively, and t the exposure time, then for each opacity curve used the equations:

$$h_b = a_1 \log t + b_1; \qquad h_y = a_2 \log t + b_2$$

are approximately valid. The constants b_1 and b_2 are dependent on the plate zero-points, and a_1 and a_2 are measurements of the grating constants. A neutral grating diminution is defined by: $a_1 = a_2$. In order to reduce the scale of blue images to that of yellow ones a multiplication should be made with the factor $n = a_2/a_1$. For the images of a certain opacity curve we have:

$$n\,h_b - h_y = C.$$

The accuracy of the method seemed at first to some extent to be dependent on the value of C itself but when 5 stars were excluded the march disappeared.

For a programme-star the average mean error should be $\pm 0^m,065$ and for the fundamental stars $\pm 0^m,032$. Comparisons were made with the colour indices of KING (K), BOTTLINGER (BECKERS new reduction) (B), and the gradients of SAMPSON (S). Furthermore comparisons were made with the colour indices of BECKER (Be), HERTZSPRUNG (H), OSTHOFF (O), ÖPIK (Oe) and SCHWARZSCHILD (Sch). Denoting by C_N the colour indices by NÖBEL and attributing as index to the other series the letters within parentheses we have the interrelations:

$$C_S = +0{,}74 - 3{,}642\, C_B + 0{,}782\, C_B^2, \qquad C_{Be} = +0{,}07 + 0{,}455\, C_H - 0{,}032\, m,$$
$$C_K = +0{,}36 + 2{,}416\, C_B - 0{,}791\, C_B^2, \qquad C_{Be} = -0{,}43 + 0{,}195\, C_O - 0{,}055\, m,$$
$$C_N = -0{,}24 + 1{,}921\, C_B - 0{,}396\, C_B^2, \qquad C_N = -0{,}97 + 0{,}357\, C_O - 0{,}133\, m,$$
$$C_S = +1{,}26 - 1{,}285\, C_K - 0{,}206\, C_K^2, \qquad C_{Be} = -0{,}02 + 0{,}487\, C_{Sch} - 0{,}007\, m,$$
$$C_S = +0{,}29 - 1{,}861\, C_N, \qquad C_{Be} = -0{,}20 + 0{,}421\, C_{Oe},$$
$$C_N = -0{,}51 + 0{,}696\, C_K + 0{,}099\, C_K^2$$

It seems that the method can compete in accuracy with most of the other photographic methods so far established. A principal advantage lies in its applicability in cases were no achromatic lens system is available.

128a. Change of Colour with Galactic Latitude. The extensive material collected by E. ÖPIK[1] has been used by E. A. KREIKEN[2] for an inquiry as to the relation between colour and spectral class for different galactic latitudes. From diagrams showing the relation between spectral class and mean values of C for different galactic latitudes and different values of M, it seems that for highly luminous stars a colour excess occurs in lower latitudes and that no such effect is indicated for the dwarf stars. The latter fact suggests that no appreciable systematic error depending on galactic latitudes affects the different sets of colour equivalents.

The numerical amount of the change of colour with M is computed and the mean values of C are corrected for this. Finally the following table is formed:

Spectral class	$M < +2{,}0$				$M > +2{,}0$				$M < 2{,}0$ (Supergiants excluded)			
	I—III	n	II—III	n	I—III	n	II—III	n	I—III	n	II—III	n
B0—B5	+0,10	57	+0,03	40					+0,10	57	+0,03	40
B8—A5	+0,04	50	+0,03	39					+0,04	50	+0,03	39
F0—F8	+0,04	29	+0,06	9	+0,02	40	+0,03	28	+0,01	24	+0,06	9
G0—G5	+0,05	29	−0,01	22	−0,04	20	−0,16	12	−0,05	19	−0,07	21
K0—K5	+0,02	107	+0,07	117	−0,08	15	−0,01	31	−0,02	95	+0,07	113
M	+0,03	32	+0,11	22					−0,11	17	−0,01	12

[1] Tartu Publ 27 No. 1 (1929).

[2] M N 91, p. 242 (1930).

The mean colour excess $\overline{C - \overline{C}}$ is formed here relatively to three galactic regions viz. I = 0° to 10° gal. lat.; II = 10° to 20° gal. lat., and III = 20° to 90° gal. lat.

It seems that there remains a small colour excess in the low latitudes which varies systematically with spectral class. KREIKEN is of opinion that no general conclusions can be drawn as to the existence of an eventual selective absorption in space.

130a. Effective Wave Lengths of Photovisual Magnitudes. HERTZSPRUNG[1] has used gratings in order to analyse spectroscopically in a direct way the spectral sensitiveness of erythrosinesilver plates and the selective absorption of filters used in connection with them. Two gratings were placed at right angles to each other in front of the 33 cm. refractor at Leiden. The gratings consisted of equal bars and spaces, and the constant was in the first case 0,4 mm. and in the second case 7,6 mm. The first grating served to give the spectra of the third order a proper dispersion for separation of the different wave lengths on the plate. The coarser grating served to fix the scale of magnitudes by the aid of the known difference in magnitude between the central image and the diffraction images of the first order as produced by this second grating.

The intensities of the third order spectra of the first grating were then measured. The difference between the $\lambda_{\text{eff.}}$ for white and yellow stars, calculated for different assumptions as to T, was found to be in fair accordance with earlier results[2].

130b. Proper Form of the Grating. H. BUCERIUS[3] has investigated the proper form of the objective grating in order that the condition:

$$J_n = J_0 \frac{\sin \frac{n \pi_0 l}{m}}{\frac{n \pi_0 l}{m}},$$

where J_n is the intensity of the spectrum of the order n, l is the space-distance, m the space and bar distance and J_0 is the intensity of the central image, should be fulfilled. A formula is derived from which the ratio m/l can be computed. With regard to the difficulties we have mentioned in our treatment of the determination of $\lambda_{\text{eff.}}$ it seems that a construction of such an objective grating should be worth while and probably improve the results obtainable with this method.

131a. Space Reddening. EMMA T. R. WILLIAMS[4] has made a comparison of the mean colours of the giants, intermediate stars and dwarfs as classified by O. STRUVE[5]. It is found that the giants of any spectral class are much reddened and the intermediates are reddened to a slight degree. The discussion suggests this to be an effect of space reddening and not of absolute magnitude. The reddening is found to be $+0^m,00038 \pm 0^m,00004$ per parsec.

131b. Colour Excess in O and B Stars. A discussion as to the physical interpretation of the colour excess in stars of early classes has been given by E. ÖPIK[6]. From an earlier investigation by the same author[7] the following table has been prepared. The probable deviation of the colour index has been corrected for the photometric error dispersion and thus contains, besides the true dispersion of colour for a certain spectrum, only the dispersion due to error in the spectral

[1] B A N 6, p. 59 (1930).
[2] Potsdam Publ No. 75 (1920).
[3] A N 246, p. 33 (1932).
[4] Ap J 75, p. 386 (1932).
[5] Ap J 74, p. 225 (1931).
[6] Harv Circ 359 (1931).
[7] Tartu Publ 27 No. 1, p. 49 (1929).

classification. This latter dispersion is necessarily small for early classes because the change in C is so small there.

Spectral class	$\bar{C}_m$	Probable dev.	n	Spectral class	C_m	Probable dev.	n
O	−0,27	±0m,115	12	B9	−0,18	±0m,059	12
B0	−0,22	±0 ,115	21	A0	−0,14	±0 ,070	87
B1	−0,22	±0 ,153	19	A2	−0,07	±0 ,051	66
B2	−0,24	±0 ,115	31	A3	+0,03	±0 ,049	25
B3	−0,30	±0 ,062	60	A5	+0,04	±0 ,026	35
B5	−0,25	±0 ,034	38	F0	+0,19	±0 ,043	45
B8	−0,24	±0 ,021	30				

The considerable unsteadiness in C of stars earlier than B3 is a noteworthy feature.

The depression in $\bar{C}$ in stars earlier than B3 is probably to be attributed to an abundance among them of stars having a considerable colour index.

131c. Systematic Errors in the Colours of Stars. In a search for evidence of irregularities in the distribution of colour index excesses over the sky J. GREENSTEIN[1] found that there exists a large systematic irregularity in the colour system by HERTZSPRUNG (ciph. 131).

The quantity $\Delta \frac{1}{T} = \frac{c_2}{T} - \frac{c_2}{\bar{T}}$, where T is the individual temperature and $\bar{T}$ the mean temperature of the corresponding spectral classes, was computed for the 734 stars in HERTZSPRUNG's catalogue. Positive values of $\Delta \frac{1}{T}$ indicate reddening of the star relative to the average value of its class.

The material at hand can not decide about a possible reddening of stars near the ecliptic. Stars in AR 0^h to 12^h were found to be apparently redder than those in the opposite half of the sky. There seems to be a possibility of a vague correlation existing between the mean AR of a group of stars and the time of the year when the group in question probably may have been observed. The winter stars are reddened and in April there seems to be a sharp drop to excessive blueness. Then follows a rather irregular and small reddening during the summer, when the stars appear to have their normal colour. The effect seems to be much accentuated for stars of later spectral classes but is, on the other hand, not entirely confined to them.

When the results of three of the main observers, OSTHOFF, KRÜGER, and KING, are analysed separately some other interesting features are traced. Whereas the European observers OSTHOFF and KRÜGER agree about the main march of the redness $\left(\Delta \frac{1}{T}\right)$ with AR the results of the American observers E. S. KING[2] and EMMA T. R. WILLIAMS go in the other direction. Although the observations of the latter involve essentially a measurement of temperature and thus the correlation between the colour-equivalents used and the visual colour can not be expected as very high, still it seems clear that the Harvard observers find a seasonal trend of color excess that differs very much from the result derived from HERTZSPRUNG's catalogue. It seems also that there exists in most of the comparisons a total average residual redness. This is probably due on account of an error in the zenith correction.

As possible explanations of the observed facts GREENSTEIN suggests the following alternatives. a. There might be a different course of seasonal change

[1] Harv. Bull. 876 (1930).

[2] For determination of C of this series the photographic magnitudes of the Henry Draper Catalogue and the m_v of the HRP have been used and also the extrafocal observations made in 1915 by KING as used by HERTZSPRUNG.

in atmospheric transparency in Harvard from that prevailing in Europe, possibly affecting stars of later classes more than stars of earlier classes. — b. The variability in redness may not be caused by the atmosphere. If so, there may exist real deviations from mean color of stars of a given class in different parts of the sky. At least in Orion there seems to be such a deviation. — c. Visual estimates of colour and photographic measurements of intensity in the blue-violet may not be comparable in sensivity to any distortion of spectral energy distribution. This might involve that extinction measurements carried through the year over the widest possible spectral region will show some definite variation due to changing water content, dustiness, formation of ice crystals etc. Similarly by extending the spectral region used we might expect to find a zenith absorption that varies clearly with spectral class.

The interpretation of these results may not yet be possible, but the results itself show how carefully we must be when using determinations of colour indices and call for the application of very accurate methods in magnitude and colour work.

133a. Establishment of m_λ. The need of a heterochromatic photometry begins now to be more and more recognized. CECILIA H. PAYNE[1] has thus determined the magnitudes of 106 stars in the Pleiades in ultra-violet, blue, yellow, orange, and red. For establishing the magnitude scale a grating was used in connection with filters. The $\lambda_{\text{eff.}}$ corresponding to the various combinations of plate and filter were deduced from the formula $\lambda_{\text{eff.}} = ag/2f$, where a is the linear separation between the two first order spectra, f the focal length, and $g = l + d$ the constant of the grating.

The grating represents the most serious difficulty encountered in work of this sort. The photometric constant of the grating must be determined separately for each night by means of stars of known m. In addition to errors in scale varying from night to night as a result of deposition of dew on the wires, the grating has undergone a continuous change of photometric constant, as a result of the rusting of the wires. The grating was so designed that the spectra of even order should be of zero intensity. So was also the case at the beginning of the work, but on more recent well exposed plates spectra of the fourth order are measurable and those of sixth order also can be seen.

The brightness, m_λ, is given for a black body from the relation:

$$m_\lambda = c_\lambda - 5\log R + 1{,}560/\lambda T + c_i,$$

where c_λ is a constant depending on the wave length, R the radius of the star, T the absolute temperature and c_i a quantity depending on T. Using the four effective wave lengths as subscripts, we obtain the relations:

$$m_{6336} - m_{3694} = 17620/T + c_1; \qquad m_{6016} - m_{3694} = 16630/T + c_3;$$

$$m_{6336} - m_{5480} = 3850/T + c_2; \qquad m_{5480} - m_{3694} = 13760/T + c_4.$$

If for m_p a mean value of 4250 A is adopted we have:

$$m_{6336} - m_p = 12080/T + c_5; \qquad m_{5480} - m_p = 8230/T + c_7;$$

$$m_{6016} - m_p = 11100/T + c_6; \qquad m_{3694} - m_p = 5530/T + c_8.$$

The 8 constants $c_1 - c_8$ are automatically set equal to zero for stars of mean colour index $= 0$ by the adjustment of the zero point.

From the measured $\lambda_{\text{eff.}}$ it was shown that the observed magnitude system is the one that would have been predicted theoretically.

---

[1] Harv Ann 89, No. 2 (1932).

Deviations from the expected magnitudes are found in the abnormal faintness of the blue magnitudes for stars near class A and in the abnormal faintness of the red for stars later than class K. These deficiencies can be attributed to known line or band absorption in the spectra.

When deriving a theoretical magnitude from a measured one caution must be used. If thus the m_{3694} had been deduced theoretically from m_{6336} an error of $0^m,4$ would have been introduced for some stars by the blue depression.

133b. General Remarks Concerning Photometry. The second part of the Yerkes Actinometry was published in 1931 by A. S. FAIRLEY[1]. The discussions by E. ZINNER[2] and by SEARES[3] as well as other evidence from observing in the polar zone seem to indicate that this second part does not compare in accuracy neither with the first part of the work nor with other modern sources. This does not exclude that the catalogue taken as a whole means a new valuable addition to our stock of photometric data, but it seems that a careful discussion if not a revision should be made in order that this catalogue can enter with its full value into future discussion and evaluation.

It seems that there are still certain difficulties to overcome in the branch of photographic photometry. In spite of the fact that we now have the well established polar scale it happens for instance that two experienced observers such as F. KÜSTNER[4] in Bonn and Å. WALLENQUIST[5] now in Lembang, Java, both using the Polar Sequence for establishing m_p in the open cluster Messier 35 systematically differ in their magnitudes by the amount:

$$m_{\text{Bonn}} - m_{\text{Wallenquist}} = +0^m,498 \pm 0^m,120.$$

The material of WALLENQUIST as far as concerns the polar comparisons was secured at Upsala and the instruments, methods, and exterior conditions (e. g. atmospheric extinction) were not altogether too different in Upsala and Bonn.

This might very well be an extreme case, but still it seems exceedingly important to explain how such a systematic difference can appear in two sets of first class determinations.

The question is so much more complicated as WALLENQUIST in an earlier paper had found the following average difference for a number of stars in the open cluster Messier 36 between the m_p as determined by himself at Upsala and by HOPMANN at Bonn:

$$m_{\text{Bonn}} - m_{\text{Wallenquist}} = -0^m,320 \pm 0^m,143.$$

WALLENQUIST points out that only one polar comparison was made at Bonn and suggests that the difference is a difference in the zero-point. Although this conclusion may not as it first seems be a self-evident one I agree with WALLENQUIST as to his interpretation of the two differences as expressing a shift in the zero-points. But even so we are far from an explanation of the oddity in question and the results above, even if taken as quite exceptional, are a memento to modern stellar photometry and further inquiry should not be forgotten.

When we turn over to the field of colour determination it seems that stellar astronomy to some extent has got its share of the general world depression. If

---

[1] Ap J 73, p. 125 (1931). [2] A N 245, p. 17 (1932).
[3] Int Astr Union Draft Rep Cambridge 1932, p. 107ff.
[4] Bonn Veröff No. 18 (1923).
[5] Lembang Bosscha Sterrenwacht Ann 3, 2e Ged (1929).

one of the photometric scales sometimes is off—and the result mentioned above seems not to be the only case—by an amount of $0^m,5$ or so, then the colour indices can not be very accurately determined either. I can not help the impression that the possibilities of the colour index method have sometimes been overestimated by enthusiastic students (including myself).

In the preceding chapter a critical review of the different methods of colour determination was given. Papers appearing during the latest three years have emphasized that criticism. The discussions by R. CHERUBIM[1] and V. OBERGUGGENBERGER[2] do perhaps not add very much to the earlier critics of the $\lambda_{eff.}$-method but the results given in their papers underline earlier conclusions by others and show that the establishment of a sequence for $\lambda_{eff.}$ is by no means approaching.

Still, I do not believe that the axe should be thrown into the sea. The $\lambda_{eff.}$-method as well as other methods for determining colour equivalents should not be dismissed. They will render good services at differential determinations (in clusters and stellar systems), at investigations of special groups (e.g. variable stars, double stars, and eclipsing binaries). Certainly they will also be of value because of their possibility of going ahead of spectrum analysis and, finally, they will prove to be of importance for surface objects. Much good for astronomy, no doubt, also will come out from determinations *en masse* such as those from Greenwich (Ciph. 126) or Lund (Ciph. 114) or that by KREIKEN[3], but very much care and considerable attention has to be given in such cases to the discovery and elimination of systematic errors. When for a decade ago it could be urged: "back to the direct estimates of colour", we have now the possibilities of turning our attention also to the radiation methods (photoelectric, thermo-couples and radiometer) which will furnish us with standards for accurate colours (see addition to Ciph. 180). But it seems well to point out that the direct estimates, especially when made in connection with powerful instruments, by no means have lost their importance, but that on the contrary they should be encouraged and welcomed.

If a forecast may be made it seems that the work in the nearest future as to the magnitudes and colours should go along the line of measuring what might be termed wave length magnitudes, that is values of m_λ or the magnitude for a certain rather narrow and in every case well defined spectral region, λ being the average wave length. Work along this line has already been started by HERTZSPRUNG, CECILIA PAYNE and others[4]. It might seem to be an endless task to measure m_λ accurately for the stars we know anything about at present but it can and should be done.

The growing importance of the spectral classes as standards for our conception as to stellar temperatures, absolute magnitudes and diameters calls for a second New HENRY DRAPER Catalogue. Not that the HDC in any way should be near its age of retirement but it seems well to outlay pretty soon the plan for a new standard as to the spectral classes — be it along the lines of Miss MAURY's classification or the one suggested by ADAMS and RUSSELL, or, along some other lines.

c) Absolute Magnitudes and Some Other Problems.

134—136. Trigonometric, Dynamic and Spectrographic Parallaxes. Considerable progress can be reported as to the determination of π_{tr}. Thus

[1] Gött Sternw Veröff Heft 9 (1929).
[2] Innsbruck Mitt No. 4 (1928).
[3] Diss 1933 (see Ciph. 128a).
[4] See ciph. 133a in this Appendix.

at the beginning of 1935 the following contributions at the leading parallax-observatories were noted in the catalogue of parallaxes kept at the Observatory of Lund as given in the adjoined table.

Observatory	n
Allegheny	1086
Leander McCormick	1075
Yale	1000
Cape	600
Greenwich	590
Mount Wilson	412
Yerkes	343
Sproul	250

The total number of stars for which the parallax has been measured by trigonometric methods amounted in the said catalogue to 3382.

The number of stars for which, so to say, individual determinations of spectrographic parallaxes exist is about 8700 according to the card record kept at the Observatory of Lund.

A general catalogue of stellar parallaxes has been published by F. SCHLESINGER and LOUISE JENKINS[1] in 1935. It contains all trigonometric, spectroscopic, and dynamic determinations, available through publication or correspondence at

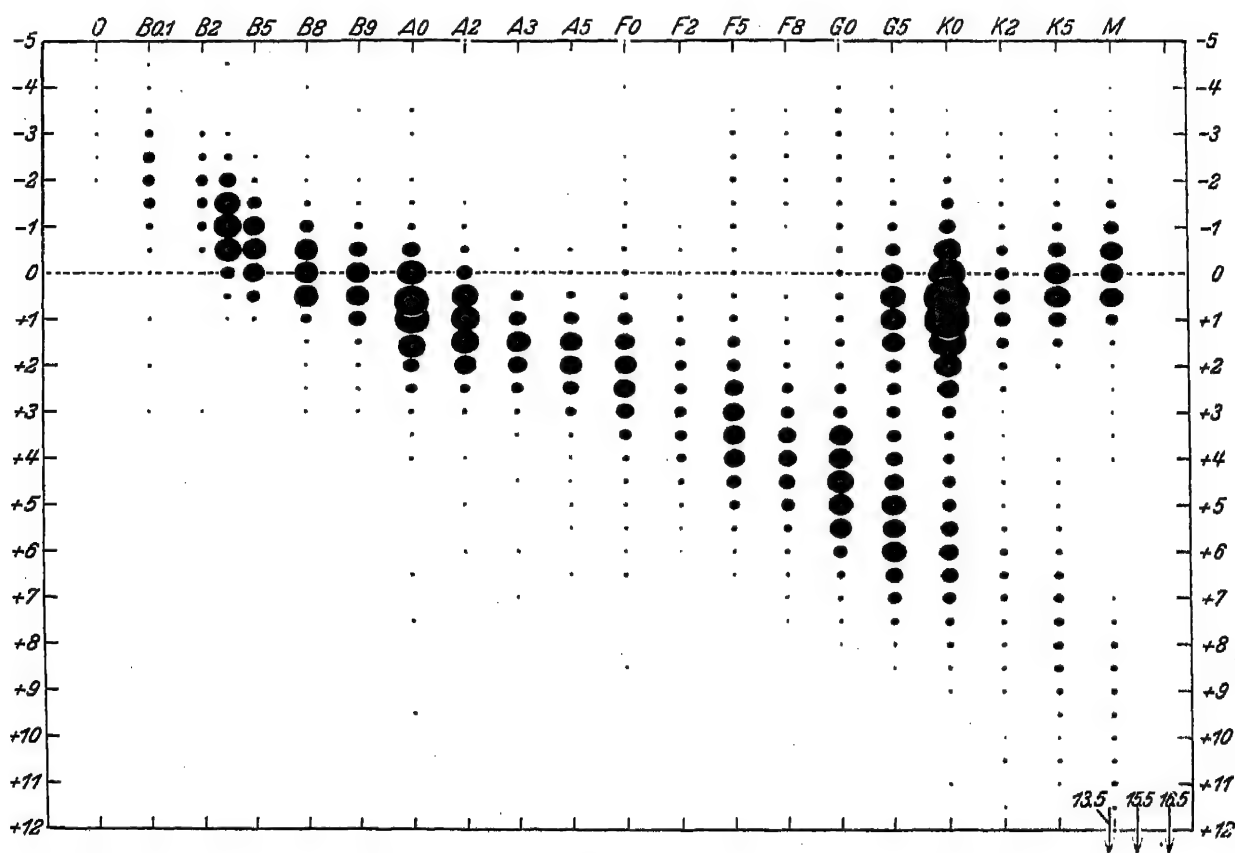



Fig. 2. RUSSELL-diagram constructed on basis of the material given by R. E. WILSON in A J 41, p. 169 (1931). Altogether parallaxes of 5651 stars of spectral classes Oe to Mb were used for the derivation of the absolute magnitudes. The areas of the black dots are proportional to the number of stars in the intervals selected of spectral class and absolute magnitude. The smallest dots stand for one star and the largest dot (spectral class K0, M between 0 and $+1$) represents 191 stars.

the beginning of 1935. Systematic errors have been omitted. For the present edition SCHLESINGER and JENKINS have compared anew each of the longer trigonometric series with every other and again with the new Mount Wilson spectroscopic values. The two sets of comparisons give practically the same results and lead to corrections for all stars in each series, whether the parallax appears in the First Edition (1924) or not.

[1] Yale University Observatory. General Catalogue of Stellar Parallaxes. Edition of 1935.

Rules are given for the adjustment of the mean errors. These corrections have been derived principally from comparing each series with every other series to find the average difference and from a comparison with the spectroscopic parallaxes. For this purpose the new Mount Wilson Catalogue of M_{sp} embracing 4179 stars has been used.

The Yale catalogue contains 7534 trigonometric and spectrographic parallaxes and about 2470 dynamic parallaxes. Since of these about 780 have been determined trigonometrically or spectrographically a total number of very nearly 9200 parallaxes is included in the catalogue.

Extensive discussions of the absolute magnitudes as derived from parallaxes have been published among others by R. E. WILSON[1], T. NICOLINI[2], and G. CECCHINI[3]. WILSON (fig. 2) discusses the distribution of 5651 absolute magnitudes and NICOLINI of about 2300 absolute magnitudes. In the latter case it is tried to correct negative parallaxes. CECCHINI makes an extensive discussion of the systematic errors in the parallaxes and gives a catalogue of 3975 parallaxes and absolute magnitudes. In the second part of his investigation the general properties of the π and the M are discussed and the general results are in good agreement with those by VAN RHIJN.

The discussion between D. BARBIER[4] and F. S. FINSEN[5] as to the computation of dynamic parallaxes contains many points of interest.

139a. The RUSSELL-Diagram. J. J. NASSAU and S. W. MCCUSKEY[6] have investigated the distribution of M as a function of spectral class. The trigonometric material available at the end of May 1933, embracing some 4000 determinations in all, has been used. The method of correcting the statistical distributions for the effect of a known probable error has been given by A. S. EDDINGTON[7] and used by NASSAU and MCCUSKEY for the purpose of eliminating the negative values which enter into the parallax determinations.

Suppose we have $u(m)\,dm$ as the observed number of stars between the magnitudes m and $m + dm$, and $v(m)\,dm$ as the true number. If the (probable) error of the observed magnitudes is $0{,}477/h$, the frequency of an error ε is proportional to $e^{-h^2\varepsilon^2}$. Then:

$$u(m) = \frac{h}{\sqrt{\pi_e}} \int_{-\infty}^{+\infty} v(m+\varepsilon)\, e^{-h^2\varepsilon^2}\, d\varepsilon\,,$$

for, of the stars having a true magnitude of $m + \varepsilon$, the proportion $\frac{h}{\sqrt{\pi_e}}\, e^{-h^2\varepsilon^2}$ will be subject to an error of measurement $-\varepsilon$ and will therefore be observed as of the magnitude m. Using TAYLOR's theorem and integrating term by term EDDINGTON finds:

$$v(m) = u(m) - \frac{1}{4h^2}\, u''(m) + \frac{1}{2!}\left(\frac{1}{4h^2}\right)^2 u^{\mathrm{IV}}(m) - \cdots$$

Although the series in some typical cases is divergent[8] EDDINGTON believes that the first few terms will suffice to give the approximate correction quite accurately.

---

[1] A J 41, p. 169 (1932).
[2] Pubbl d R Oss Astr Trieste 2, p. 7 (1931).
[3] Pubbl d R Oss Astr Merate (Como) No. 4 and 5 (1931).
[4] C R 192, p. 1635 (1931); J O 15, p. 3 (1932).
[5] M N 93, p. 24 (1932).
[6] M N 94, p. 564 (1934).
[7] M N 73, p. 359 (1913).
[8] See M N 73, p. 360 (1913).

NASSAU and McCUSKEY have used the formula $\varepsilon = \frac{1}{2h^2} \frac{\Delta y}{\Delta x} \frac{1}{y}$, where ε is the error in π_{tr}, y the ordinate of the smooth curve of parallax frequencies, Δy the average increment on either side of π_{tr}, and $h = 0{,}477$/the average prob. error of the group. Thus, the corrected π_{corr} is: $\pi_{corr} = \pi_{tr} + \varepsilon$.

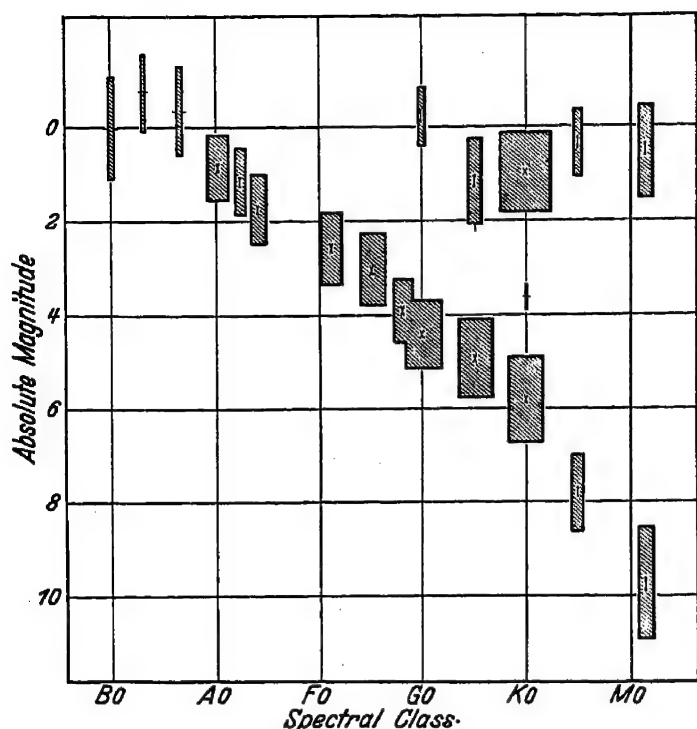



Fig. 3. RUSSELL-diagram constructed by NASSAU and McCUSKEY on basis of trigonometric parallaxes. The dispersion in the absolute magnitude is represented by the height of the rectangle whose width gives the relative number of determinations in the group.

The precision of the mean probable error is found from: a. the residuals in probable error about the arithmetic mean; b. from the constant of the Gaussian curve best fitting the observed frequency distribution of probable errors, and c. from the average number of plates n used per parallax determination according to (p.e. of p.e.)/p.e. $= 0{,}477/\sqrt{n-1}$.

The corrected relative parallaxes were converted to absolute values. From these the absolute magnitudes were derived and the RUSSELL-diagram as given in fig. 3 constructed. The two Gaussian distributions in the later classes corresponding to giants and dwarfs are seen. In case of G5—G8, and K0—K2 stars the presence of a third Gaussian distribution (faint giants) is shown. The values of the mean values M are in the two cases G5—G8 and K0—K2:

$$1^M{,}1, \quad 2^M{,}1, \quad 5^M{,}0$$

and $1^M{,}0$, $3^M{,}6$, $5^M{,}9$, respectively.

139b. A Special Spectral Branch in B8—F0. The existence of a peculiar branch of the spectral sequence in the interval B8—F0 has been proved by W. W. MORGAN[1] on basis of spectrum evidences. The A stars in HD marked peculiar are the c-stars not considered here; the Si-stars; the Sr-stars; the ones resembling α Andromedae; the ones resembling ϑ Aurigae; and the ones resembling α^2 Canum Venaticorum. Later ADAMS and JOY called attention to the strontium stars in which Cr II is unusually strong. MORGAN has examined these groups except the c-stars and the Si-stars on basis of spectrograms secured at the Yerkes Observatory. He suggests the following classification of the peculiar branch.

Typical star	Group	Spectral range
α Andromedae μ Leporis	Manganese	B8—A0
ϑ Aurigae	λ 4200	B9—A0
α^2 Can Ven	Europium	B9—F0
73 Draconis	Chromium	A0—F0
γ Equulei	Strontium	A2—F0

Each group of peculiar spectra within that branch is related to the groups of the next higher and lower effective excitation. As to the M of the different groups there are somewhat contradictory spectrum evidences. A comparison of the widths of the H-lines shows that these are considerably broadened in all the peculiar stars and are of about the same width as in normal dwarfs. From trigonometric parallaxes there is evidence that the stars in question do not possess either extremely high or extremely low luminosities.

[1] Ap J 77, p. 330 (1933).

139c. Russell-Diagram from Binaries. The frequency of binaries of different spectral classes and absolute magnitudes has been investigated by E. A. Kreiken[1] on basis of the material of binaries contained in the Greenwich Astrographic Zone by Groot[2] and of determinations of M by Lindblad[3] and Petersson[4]. From a Russell-diagram prepared from the material it seems that the relative frequencies of binaries increase from the right to the left and towards the bottom of the figure. Along the main series the frequencies are all larger than outside of it. The presence of giants as well as of dwarfs is suggested and the lines of equal frequencies seem to indicate certain restrictions to which the stars are subject during the course of their evolution. The influence of selection in the material owing to the change of the linear (absolute) value of the separation of the components corresponding to a certain apparent limit, was found to be negligible.

139d. Russell-Diagram from π_d and M_d. The material as to π_d, collected by H. N. Russell and Charlotte E. Moore[5] has been used by Å. Wallenquist[6] for construction of a Russell-diagram which exhibits the features well known from numerous modern investigations. The only difference is that the dispersion is somewhat larger than usual. This is to be expected as the assumption of an average value of $\sin^{-1} i$ in the formula for π_d necessarily introduces an extra dispersion in π_d and thus also in M_d.

142a. Spectrographic Parallaxes of B Stars. Among the contributions to the spectrographic parallaxes of stars of early classes should be mentioned the determinations by W. E. Rimmer[7] at the Canberra Observatory of parallaxes of 350 stars of spectral class B. The method of determining M employed is essentially the same as that established by Adams and Joy (ciph. 142) for the treatment of A and B stars. It was later modified by Edwards at the Norman Lockyer Observatory and was still further modified by Rimmer (ciph. 147).

151a. The Spectrophotometric Criteria of Stellar Luminosity. In an extensive paper B. Lindblad and E. Stenquist[8] have studied the correlation between the intrinsic brightness of the stars and certain characteristic features of their photographic spectra, which have previously been the subject of extensive researches referred in the Ciphers 151 and 152 of this Handbook.

In order to standardize the deflections determined in the selfregistering Koch-Goos photo-electric photometer of the Stockholm Observatory a device by Y. Öhman containing five standard densities was used. At suitable intervals these standard densities were registered at the side of the registrograms of the stellar spectra and all the readings reduced to certain mean values of the readings for the standard densities. If the measured intensities are expressed in magnitudes and denoted by m_λ, then this quantitity is put equal to $10\,k/\lambda + l$, where l is a constant and k defines the slope of the best straight line laid through the wave lengths 4400, 4260, 4215, 4140, and 4050 A (early classes) and 4360, 4260, 4180, 4140, and 4095 A (late classes), the values $1/\lambda$ being used as abscissae. The slope k is determined by means of least squares solutions. Interpreting k in terms of the constants of Planck's formula we get $k = c_2 \log e/4\,T + k_0$, or $k = 1553/T + k_0$, where the constant k_0 is depending on instrumental conditions.

---

[1] M N 90, p. 306 (1930). [2] M N 88, p. 51 (1927).
[3] Nova Acta Sc Upsala (IV) 6, No. 5 (1925) and ibidem Volumen extra ordinem 1926.
[4] Diss. Upsala No. 29 (1927); Medd Upsala No. 29 (1927).
[5] A J 39, p. 165 (1929).
[6] Lembang Ann Bosscha Sterrenwacht 4, No. 3 (1930).
[7] Canberra Commonwealth Observatory, Second Mem (1931).
[8] Stockh Astr Iakt Undersökn 11, No. 12 (1934).

In earlier work LINDBLAD has shown that the intensity or the development of the wings of the hydrogen-lines is a good criterion of luminosity for B and A stars. Later on ÖHMAN measured the harmonic mean intensities of the H-lines and proved the close connection between these intensities and the luminosity classes. As his densities are derived from widened spectra LINDBLAD and STENQUIST have investigated whether similar measurements of the H-lines can be made with advantage in the narrow spectra. At first it is shown that the measurements of line intensities are independent of the spectral image density. If $m_{H\gamma}$, m_{4400}, and m_{4260} are the magnitudes employed, the intensity of $H\gamma$ is defined by: $H\gamma_i = m_{H\gamma} - 0{,}5\,(m_{4400} + m_{4260})$, where the index i denotes a certain exposure. Further is $\mu_i = 0{,}5\,[m_{H\gamma} + 0{,}5\,(m_{4400} + m_{4260})]$ and the value of $dH\gamma/d\mu$ for the mid point $\mu = \frac{1}{2}(\mu_i + \mu_j)$ is defined as:

$$(H\gamma_i - H\gamma_j)/(\mu_i - \mu_j).$$

In combining different exposures (of the same star) the derivative $dH\gamma/d\mu$ and μ are computed and the values plotted in a diagram giving $dH\gamma/d\mu = f(\mu)$. It is seen from these diagrams that the derivative is independent of μ and very small and probably also independent of $H\gamma$. It can then be assumed that the intensities $H\gamma$ are independent of μ and also of the spectral image density. This conclusion does not apply to the same extent to $H\delta$ and the colour equivalent k. But, by chance, the critical intensities have been found to correspond very nearly to the limits of the linear part of the density curve.

When the different determinations of the intensities of the H-lines are compared, the agreement is good and neither systematic nor accidental errors can be large. The mean value of the mean error $\varepsilon_{H\gamma}$ is found to be about the same as in case of ÖHMAN. The values of k finally reduced compare favourably with the colour equivalent $m_{4415} - m_{3912}$ by ÖHMAN, and the relation is: $C = 2{,}9k + 0{,}09$.

The interrelations between the spectral classification and intensity of $H\gamma$, and k and g (the break of intensity at the G-band in late classes) are then investigated. It is found, among other facts, that k and g follow the effective temperature rather than the spectral class.

Then the cyanogen absorption as a criterion of stellar luminosity is studied in detail. The cyanogen equivalent "c" $= m_{4260} - m_{4180}$ is introduced and the relation between this quantity, reduced to a system, and M is then established for different spectral classes. From the smoothed curves for a measured reduced "c", named c_k, an inferred absolute magnitude M_i can be read. Then the relation between M_i and the true absolute magnitude M is investigated. The latter were derived from 1. trigonometric parallaxes, where $\pi_{tr} \geqq 6\varepsilon$ (ε = mean error); 2. spectrographic absolute M in the Mount Wilson lists, Norman Lockyer lists, and the Victoria list. Different determinations were united to a mean value which was reduced to the uniform system given by P. J. VAN RHIJN.

The coefficients of correlation r for M_i and M in the various groups of giants and dwarfs, calculated in the ordinary way, are given in the adjoined table A. It may be remarked here, that the coefficients of correlation between M and M_i for spectral groups where giants and dwarfs are taken together into one group, naturally are much larger and approach close to unity (cf. table B).

Table A.

Spectral class	σ_0	σ_i	r
gF8—G5	0,78	1,01	+0,59
dF5—G5	1,41	1,29	+0,50
gG8—K0	1,22	1,38	+0,57
dG8—K0	1,46	1,77	+0,58
gK2—K4	0,71	1,17	+0,11
dK2—K4	0,51	1,23	+0,09
gK5—M	0,66	1,14	+0,18
dK5—M	1,14	1,15	+0,88

Table B.

Spectral class	$\overline{M}$	$\overline{M}_i$	σ_0	σ_i	r
F5—G5	+1,9	+2,0	2,26	2,49	0,89
G8—K0	+1,8	+2,1	2,28	2,92	0,88
K2—K4	+1,5	+1,5	2,87	2,89	0,90
K5—M	+2,7	+2,7	4,59	4,63	0,97

The absolute magnitudes as read from the lines of regression with argument M_i are named M_r. It is clear that the regression between M_i and M will be the same as the regression between M_i and the true absolute magnitude, provided there is no hidden correlation between M_i and M, that is no correlation due to some other cause than the absolute magnitude itself. That there may exist an additional correlation between absolute magnitudes derived on basis of different spectrographic criteria is not entirely out of the question, but it is not possible at present to make any quantitative estimate of such an effect.

From the differences $M - M_r$ the mean deviation $(M - M_r)$ for the material, calculated as a mean error in the ordinary way, is $0^M,9$. If allowance is made for a mean error in M of $0^M,6$, the authors conclude that the mean error ε in M_r will be $\pm 0^M,7$.

Forming the differences $\Delta_1 = M - \overline{M}$, and $\Delta_2 = M_i - \overline{M}_i$ and assuming $\Delta_1 = \Delta + \varepsilon_1$, and $\Delta_2 = \Delta + \varepsilon_2$, where Δ is the true variation of the absolute magnitude from its mean value, it is clear that if no correlation exists between ε_1, ε_2 and Δ we then have $\overline{\Delta_1 \Delta_2} = \sigma^2$. For the coefficient of regression between M_i and M we get: $b = \overline{\Delta_1 \Delta_2}/\sigma_i^2 = \sigma^2/\sigma_i^2$, and since $\sigma_r = b\,\sigma_i$, we have $\sigma^2 = \sigma_i \sigma_r$, or, approximately $\sigma = 0,5\,(\sigma_i + \sigma_r)$, where σ is the true dispersion of the absolute magnitude within a certain group.

The true frequency curve should thus on the whole be intermediate between the frequency curves corresponding to σ_i and σ_r.

The regression lines of the various groups can be found directly from the observed frequency distribution in M_i. If δ is the mean error in M_i and σ_i the dispersion in this quantity for the group, the coefficient of regression, b, is, since $\sigma^2 = \sigma_i^2 - \delta^2$, equal to $1 - \delta^2/\sigma_i^2$ and hence: $\delta = \sigma_i \sqrt{1 - b}$.

The quantities σ_i and δ will be somewhat restricted by the limit imposed on the variation of M_i in the group by the division into giants and dwarfs which is based on M_i. The correlation between Δ and ε_2, resulting if the overlapping of the giant and dwarf distribution in M_i is considerable, has been ignored. This would correct b by a negative amount but the correction is small in the cases considered. The authors suggest on the other hand that the mean error of M in some groups might have been slightly underestimated.

When $\overline{M}$ is unknown the regression curve will have to be drawn through the point $M = M_i = \overline{M}_i$. When the giants and dwarfs really overlap slightly in M_i, the values $\overline{M}_i$ for the giants and for the dwarfs will be slightly displaced on account of the fixed boundary between the groups, which has to be defined at a certain M_i. The exclusion of some giant stars of a certain group for which M_i exceeds the limit will make both $\overline{M}_i$ and $\overline{M}$ decrease numerically, but the shift will follow the regression line, and make the change in $\overline{M}_i$ slightly larger than that in $\overline{M}$. By rules established the regression line would be placed slightly too low compared with the true regression line of the giant group. This effect will be counteracted by the inclusion of some dwarfs with M_i lower than the limit, which will make $\overline{M}_i$ increase and thereby shift the regression line upwards in the diagram. Here the change in $\overline{M}$ will be greater than in $\overline{M}_i$, and both processes combined will tend to make $\overline{M}$ numerically slightly larger than $\overline{M}_i$. The converse

effect will be true for the dwarfs. The authors add: "There would be no gain, however, insisting on the regression line following strictly this net increase or decrease of $\overline{M}$, even if this were possible. It is sufficient to correct $\overline{M}_i$ for its total shift from the mean of the original group, and to draw the regression line through the point $M = M_i = (\overline{M}_i)_{corr.}$, which should make it coincide with the true regression curve for the group. Calculations based on the observed distributions, assuming these to be normal distributions with the dispersion σ_i, show that the net correction to $\overline{M}_i$ will in ordinary circumstances be very small, scarcely attaining $0^m,1$. The effect can always be estimated in this way."

Then follows a study of the theory of the cyanogen absorption which can not be referred here. It is clear that "c" is not a pure indicator of the degree of cyanogen absorption as the two spectral regions around 4180 A and 4260 A are largely affected by absorption lines of other origin.

Finally, a catalogue of the M of 70 Pleiades stars and of 363 scattered stars is given.

151b. Luminosities of Advanced Dwarfs from Short Spectra. In order to determine M of advanced dwarfs J. RAMBERG[1] has used the variation of the neutral calcium line 4227 A as a criterion of absolute magnitude. The line appears in the class A0 and increases gradually in strength and is one of the most conspicuous features of the K and M stars. The depth of the line is defined by RAMBERG as equal to $m_{4227} - 0,5\ (m_{4260} + m_{4180})$. The spectra are classified from the quantities g, k and c, the former being the break of intensity at the G-band and the latter the colour equivalents studied by LINDBLAD and STENQUIST[2]. RAMBERG has applied his method to 21 faint members of the Hyades cluster and 11 scattered late class dwarfs. He finds the mean error in the absolute magnitudes of the Hyades clusters to be $\pm 0^M,36$.

151c. Absolute Magnitudes from Variations in Small Dispersion Spectra. Among the recent spectral classifications of Upsala reference should be given to that of E. STENQUIST[3]. The region investigated is situated in the southern galactic hemisphere and the coordinates of its centre are approximately $l = 104°$, and $b = -25°$. The spectral classes and luminosity classes have been determined for 1058 stars according to the scheme by LINDBLAD[4]. The A stars have been classified into LINDBLAD's luminosity classes, and for the stars of later classes the giant and dwarf characters have been determined using the cyanogen criterion.

The magnitudes have been determined from density measurements in a time scale of spectral images in the same way as followed by SCHALÉN[5]. The magnitudes are thought to be freed from magnitude equation and the zero-point is estimated to be accurate below $\pm 0^m,15$. The mean error of the apparent magnitudes is of the order of magnitude of $\pm 0^m,10$.

153a. Subsequent Researches by Y. ÖHMAN. In an extensive thesis ÖHMAN[6] has investigated spectrophotometrically 882 stars of classes B, A, and F in the Greenwich polar zone, 43 Pleiades stars, and 15 F stars scattered over the Northern Sky. Short prism spectra were used and the plate characteristics were determined according to the prism-crossed-by-grating method invented by HERTZSPRUNG[7]. The measurements have been performed by means of a

[1] Stockh Astr Iakt Undersökn 11, No. 13 (1934).
[2] Stockh Astr Iakt Undersökn 11, No. 12 (1934).
[3] Ark Mat Astr Fys 23A, No. 5 (1932) = Upsala Medd No. 54.
[4] Comp. ciph. 151 and 152 in Chapter 4.
[5] Comp. ciph. 174 in Chapter 4.
[6] Nova Acta Reg Soc Sc Upsal (IV) 7, No. 3 (1930) = Medd Astr Obs Upsala No. 48.
[7] A N 207, p. 75 (1918).

SCHILT photometer with a rectangular diaphragm about 20 A wide. By the measurements of the stronger spectral lines a measurement of the total absorption in the lines is obtained.

The density, D, from a galvanometer deflection, d, is found from the expression:

$$D = \log d_0 - \log d,$$

where d_0 is the deflection for the fog of the plate. The way that d varies can be expressed taking $d = f(x)$, where x is the variable length along the middle line of the spectrum. In case of a broad spectral line we thus may write:

$$\bar{d} = \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} f(x)\, dx .$$

The average value, $\bar{d}$, can be taken as the galvanometer deflection when setting on a line having the width $x_2 - x_1$. For converting this into light intensity, i, we may assume that from the characteristic curve $d = \chi(i)$ its conversion $i = \psi(d)$ can be derived. The intensity I corresponding to $\bar{d}$ is expressed by:

$$I = \psi\left[\frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} f(x)\, dx\right].$$

The apparent intensity distribution within the spectral image may also be expressed by $i = \varphi(x)$ and thus:

$$I = \psi\left(\frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} \chi\{\varphi(x)\}\, dx\right).$$

It is shown that the value of I can be made independent of the density in the straight line portion of the ordinary plate characteristic curve. This circumstance gives to the expression I a quite special meaning.

The straight line portion of the characteristic curve can be written:

$$D = D_0 + \gamma \log i ,$$

where γ is the gradation and D_0 a zero value. Replacing the density by the galvanometer deflection we get:

$$d = i^{-\gamma} d_0 10^{-D_0} = \chi(i) ,$$

or:

$$i = d^{-\frac{1}{\gamma}} (d_0 10^{-D_0})^{\frac{1}{\gamma}} = \psi(d) ,$$

and:

$$I = \left[\frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{[\varphi(x)]^{\gamma}}\right]^{-\frac{1}{\gamma}} .$$

This is thus the quantity measured in the straight line portion of the characteristic curve. If the gradation equals unity then I becomes the harmonic mean intensity of the spectral region measured.

Although the gradation enters into the line measurements these have a sound theoretical basis because of the fact that the expression for I varies very slowly with γ. Assuming the line contour to be an isosceles triangle with central depth of $1^m,19$, ÖHMAN finds the adjoined values for the absorption.

γ	Line absorption
1,0	$0^m,542$
1,2	0 ,553
1,4	0 ,564
1,6	0 ,575
1,8	0 ,586

It is not necessary to apply corrections according to varying gradation as the error seldom will exceed $0^m,03$.

The spectral lines studied are $H\gamma$, $H\delta$, and K, and the quantity $C_\lambda = m_{3912} - m_{4415}$ which has proved to be a good colour equivalent, though it deviates somewhat from a true Planckian gradient.

ÖHMAN discusses the influence of the plate both on account of the illumination of the night sky and the chemical fog itself. Granted the fog were uniform it could easily be corrected according to SCHWARZSCHILD's formula[1].

The following method was applied to eliminate automatically the variations in the galvanometer deflections arising from the varying thickness of the plate and the emulsion which are impossible to distinguish from real variations in the density of the fog. The density is measured relative to the density of the fog in the neighbourhood of the image by varying the intensity of the 6 V lamp to give the fog the standard reading of 3,00 mm on the scale. If the density D is proportional to the intensity, then the measurements are perfectly freed from the influence of fog. For faint densities the relation may be considered as linear but the line does not start from the origin, since the plate requires a certain amount of radiating energy before the straight line portion is reached, and thus a small error will remain. From experimental work ÖHMAN derives the errors given in the adjoined table for different values of the difference, Δm, between the magnitude of the fog and the true stellar magnitude of an image.

Δm	Error introduced by the fog	
	In case of rel. densities	When measuring abs. densities.
0,0	$-0^m,44$	$-0^m,75$
1,0	$-0\ ,21$	$-0\ ,37$
2,0	$-0\ ,08$	$-0\ ,16$
3,0	$-0\ ,03$	$-0\ ,08$
4,0	$-0\ ,01$	$-0\ ,03$

ÖHMAN makes a discussion of the errors affecting the measurements. The following sources of errors are considered. 1. Bad definition of the spectral image on account of poor focus, the situation of the image with regard to the centre of the plate, and unsteady weather conditions. 2. Longitudinal stripes in the spectrum and inclination of spectral lines. 3. Accidental plate errors and varying fog in different parts of the plate. 4. EBERHARD effect. 5. Stray light. 6. Faults in the adopted characteristic curve. 7. Imperfect adjustment of the plate and the analyzing beam of the photometer. 8. Fluctuations in the light of the photometer lamps and in the zeropoint of the thermopile-galvanometer system, and accidental variations of the galvanometer deflection (by induced electric currents, by mechanical vibration). 9. Errors in the settings and scale readings when measuring the plate.

The influence of source 1. is discussed at length and about the others some general remarks are given.

The internal mean error varies for the $H\gamma$ line from $\pm 0^m,038$ to $\pm 0^m,048$ for 309 stars and for the $H\delta$ line from $\pm 0^m,037$ to $\pm 0^m,048$ for 307 stars. For the K line (229 stars) a mean error of $\pm 0^m,052$ is found.

The diagram giving the relationship between hydrogen line intensity and colour shows a very characteristic shape. The points form a curve similar to a Gaussian error curve but abnormally steep on the high temperature side.

The intensity of the hydrogen lines has, together with the colour, established a good criterion of M for stars of classes B, A, and F. On the high temperature side increasing line intensity corresponds to decreasing luminosity, and on the low temperature side the opposite. For stars of maximum hydrogen line intensity increasing colour is accompanied by decreasing luminosity.

For the bright stars in the Pleiades cluster the relation between hydrogen intensity and luminosity deviates considerably from that valid for ordinary

[1] See Ciph. 77 in Chapter 4.

stars. It seems natural to assume that the physical structure of the Pleiades stars is different from that of stars in general. ÖHMAN believes that the stars in the Pleiades have a common origin and that the cluster has not been formed by an accumulation of stars. The application of spectroscopic criteria to stars in clusters may sometimes lead to errors[1].

Most of the B stars show an abnormally high colour. The reason for this seems to be a selective absorption in space appearing in low galactic latitudes. The absorption of the wave length 3912 A relative to the wave length 4415 A has been found to be $0^m,00019$ per parsec. (See ciph. 185 in Chapter 4.)

There is suggested a break or discontinuity in the spectral sequence at about A5. This break is noticeable as well in colour and star density as in luminosity and in the velocity distribution.

The relative intensity of $H\gamma$ and $H\delta$ shows a slight shift when proceeding from high temperature stars to low temperature stars.

The K line has been found to be a useful indicator of temperature though not so significant as has been generally believed.

The absolute magnitudes have been determined for most stars from the measured hydrogen line intensities and colours. For high luminosities the errors are rather large but diminish for smaller. Thus for $\overline{M} = -4^M,2$ ÖHMAN finds a mean error of $\pm 1^M,8$ but for $\overline{M} = -0^M,2$ only $\pm 0^M,5$.

154a. Spectral Photometry in Southern Selected Areas. In connection with the work at the Astronomical Station in La Paz, Bolivia, spectra were photographed of 1393 stars in 31 of the Southern S.A. The spectra have been recorded and measurements performed by F. BECKER and A. KOHLSCHÜTTER[2]. The following spectral features were measured: the absorptions $H\gamma$, $H\delta$, 4227 A, and the G-band, the intensity of the continuous spectrum at 4430, 4267, and 4095 A and, finally, the intensity of the cyanogen-band at 4160 A. The final catalogue gives the magnitudes m_{4430}, $m_{4267} - m_{4430}$, $m_{4045} - m_{4430}$ and the depths of the mentioned lines of absorption and the depth of the cyanogen-band, all expressed in magnitudes.

The intensity of the cyanogen-band and the two colour indices, no doubt, could be used for derivation of spectrographic parallaxes. Using known parallaxes F. BECKER[3] has recently published a determination of 533 spectrographic parallaxes in the spectral region G4—K2 of the Bonn spectral photometry. As luminosity indicator the intensity of the cyanogen-band was used.

156a. Reduction of M_{sp} to a Uniform System. P. J. VAN RHIJN[4] has reduced the principal series of absolute magnitudes to a uniform system. This system is based upon the π_{tr} and the $\pi_{m,\mu}$ of Gron Publ No 34 (1923), slightly corrected in accordance with some recent data. The π_{tr} have been reduced to the system of that publication by the application of the correction in Table III of Gron Publ No 37 (1925). The system of π_{tr} thus obtained is practically the same as that one of the Allegheny trigonometric parallaxes.

Between the observed spectrographic M, reduced to a uniform system, and the true absolute magnitude, there is a difference which is composed of two factors: 1. The accidental error arising from the observations of the line intensities from which the M is derived, and 2. The cosmic error of the spectrographic absolute M which, of course, is equal to the difference between the spectrographic M,

[1] The results valid for the Pleiades stars might also be interpreted along the lines followed by P. TEN BRUGGENCATE, thus by assumption of an absorption inside the cluster or by assumptions as to a considerable dispersion in the RUSSELL-diagram. See the monograph Sternhaufen by the same author, especially pp. 146—156.

[2] Bonn Veröff No. 27 (1933). [3] Z f Ap 10, p. 311 (1935). [4] M N 92, p. 744 (1932).

freed from the error 1., and the true M. This error is caused by the fact that other factors than the M have an influence upon the ratio of the line intensities. The two errors together, at least in the case of dwarf stars, are distributed normally.

The spectrographic criteria have been reduced to absolute magnitude by means of the condition that the mean spectroscopic criterion of stars of a given true absolute magnitude corresponds with absolute magnitude.

A. Trigonometric parallaxes. Suppose first that trigonometric parallaxes are used and that we deal with the Victoria parallaxes. The stars are divided into groups of M by means of the Mount Wilson values. The average values for Victoria, that is $\overline{M}_V$ and $\overline{\pi}_{tr}$, have been formed for each group and the mean absolute magnitude $\overline{M}_t$ has been derived from $\overline{\pi}_{tr}$. The correction to $\overline{M}_V$ is then: $\overline{M}_t - \overline{M}_V$. It is not possible to divide the stars into groups using M_V as argument, as in this case the accidental errors of the spectrographic M will not cancel out in the mean. If the errors of the Mount Wilson values and of the Victoria values are independent, the accidental error of M_V will practically be zero when divided up according to M_W.

Let $F(M)\,dM$ denote the distribution of the true M with known M_W and M_V. M_V and M_W are the absolute magnitudes of Victoria and Mount Wilson, respectively, reduced to a uniform system; $f(M_V - M)\,dM_V$ is the frequency of the Victoria absolute magnitudes of stars of true absolute magnitude M. Further $f(M_W - M)\,dM_W$ is the same frequency of the Mount Wilson absolute magnitudes.

Then the mean true $\overline{M}$ of stars, selected on the basis of M_W, is:

$$\overline{M} = \int_{-\infty}^{+\infty} M F(M)\, f(M_W - M)\, dM \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} F(M)\, f(M_W - M)\, dM\,.$$

The mean M_V of the same group is:

$$\overline{M}_V = \int_{-\infty}^{+\infty} M_V dM_V \int_{-\infty}^{+\infty} F(M)\, f(M_V - M)\, f(M_W - M)\, dM \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} dM_V \int_{-\infty}^{+\infty} F(M)\, f(M_V - M)\, f(M_W - M)\, dM\,.$$

The order of integration is then changed. Further we have, according to the underlying principle:

$$M = \int_{-\infty}^{+\infty} M_V f(M_V - M)\, dM_V \Big/ \int_{-\infty}^{+\infty} f(M_V - M)\, dM_V\,.$$

Thus $\overline{M}$ should be equal to $\overline{M}_V$.

The mean value of the trigonometric absolute magnitude for a certain group is:

$$\overline{M}_t = \overline{m} + 5 + 5\,\overline{\log \pi_t}\,.$$

In order to find $\overline{M}_t$ the following correction should be added to the quantities $\overline{m} + 5 + 5\,\overline{\log \pi_t}$:

$$5\,(\overline{\log \pi_t} - \log \overline{\pi}_t)\,.$$

B. Secular parallax. The way of grouping is the same as in A. The mean parallax of the group is computed according to the formula:

$$\overline{\pi} = \frac{4{,}74}{V_0}\, \frac{\sum v \sin\lambda}{\sum \sin^2\lambda}\,,$$

where v is the component of the proper motion in the direction of the antiapex of the solar motion, λ the angular distance from the apex, and V_0 the velocity of the Sun.

The proper motions have been corrected for systematic errors in μ_δ, as derived by Boss and JENKINS[1], and for the galactic rotation in accordance with OORT's formula[2], whereby the following constants have been adopted:

$$A/4{,}74 = +0'',0025; \quad B/4{,}74 = -0'',0035; \quad l_0 = 325°;$$
$$\Delta e + \Delta\lambda = +0'',0117; \quad \Delta p = +0'',0133.$$

Furthermore, V_0 is taken as 19,5 km/sec for F to M stars and as 16,0 km/sec for A stars.

C. In order to check the large negative corrections of the M_W and M_V of absolutely bright stars, the mean parallaxes have also been computed by means of the formula:

$$\bar{\pi} = 4{,}74\,\bar{\tau}/\overline{V},$$

where τ is the component of the proper motion perpendicular to the direction of the solar motion and V the radial velocity corrected for the Sun's motion.

D. Further the $\bar{\pi}_{m\mu b s}$, that is the mean parallaxes of determined apparent magnitude, proper motion, galactic latitude, and spectral class have been used. The values $m + 5 + 5\log\bar{\pi}_{m\mu b s}$ have been computed and mean values formed. The corresponding $\overline{M}$ has been found by applying the correction

$$5\,(\overline{\log \pi_{m\mu b s}} - \log \bar{\pi}_{m\mu b s})$$

which has been computed in Gron Publ No 34. The $\bar{\pi}_{m\mu}$ values have been taken from the same publication and corrected in the following way: 1. The distributions of the proper motions and radial velocities have been modified by correction for galactic rotation and precession. 2. The spectral classes used in Gron Publ No. 34 have been modified on account of the New HD Catalogue. 3. The secular parallaxes of the fainter Boss stars of given spectral class have been corrected in accordance with the data in the New HD Catalogue.

E. Corrections to spectrographic M have also been computed on basis of moving-cluster parallaxes.

F. When applying methods A and B the supposition was made that the errors in the two systems compared (e.g. M_W and M_V) were independent. This should be true for the line intensities but seems rather improbable for the absolute magnitudes. VAN RHIJN has therefore worked out another method not involving that supposition. The Mount Wilson corrections thus found are practically the same as those derived by methods A and B. In case of Victoria some appreciable corrections were found.

Systematic corrections have been derived for the Victoria Catalogue[3], Mount Wilson Catalogues[4], Norman Lockyer Catalogues[5], Harvard[6], Arcetri[7], Yerkes[8] and the Canberra[9] Catalogue. Table IV in VAN RHIJN's paper gives the adopted corrections ΔM to the catalogue values M.

VAN RHIJN has not considered the Upsala values. According to him for these "probably on account of the small dispersion of the spectra, the probable error of the absolute magnitudes is larger than for the other authorities".

158a. Relation between Colour Excess and Interstellar Calcium. In order to test out a possible relation or identity between the material responsible for scattering of the star light and the calcium atoms, C. T. ELVEY and T. G. MEHLIN[10]

---

[1] A J 37, p. 177 (1927). [2] B A N 4, p. 79 (1927). [3] Publ Victoria Obs 3, No. 1 (1924).
[4] Mt Wilson Contr. 199, 244, 262, and 319 (1921—1926).
[5] M N 84, p. 367 (1924); 85, p. 440 (1925); 87, pp. 364, 387 (1927); 88, p. 175 (1928); 90, p. 523 (1930); Mem R A S 62, p. 113 (1923); 64, p. 1 (1927).
[6] Harv Circ 228 (1921); 232 (1922); 243 (1923); 246 (1923).
[7] Arcetri Publ 42 (1925). [8] Ap J 64, p. 262 (1926).
[9] Canberra Commonwealth Observatory, Second Mem (1931). [10] Ap J 75, p. 354 (1932).

have determined the colours of 49 stars of class B in the Milky Way region in Cepheus. No correlation was found between the colour excesses and the interstellar calcium line K. Between colour excess and apparent magnitude (being an indicator of distance) the coefficient of correlation is $0{,}49 \pm 0{,}12$, thus on the limit to reality. From a comparison with the Milky Way structure it was found that the largest factor producing a reddening of the star light are the extensive clouds of material which are producing a partial obscuration of the stars behind them.

158b. Absolute Magnitudes of High Temperature Stars. J. A. PEARCE[1] has determined the absolute magnitudes of high temperature stars from the intensities of the interstellar calcium lines. The intensities of the interstellar K line were estimated in spectral classes O5 to B3 by means of an artificial spectrum of relative artificial steps. It was found that the intensities were direct functions of the stellar distances. The values in the adjoined table resulted.

Spectral class	$\overline{M}$	n
Wolf-Rayet	−2,77	6
O5−O9	−4,07	59
B0	−3,75	45
B1	−3,50	26
B2	−3,10	59
B3	−2,50	97

160a. Mean Parallaxes and Luminosity Function. SEARES[2] has used data by VAN MAANEN and WILLIS[3] on the proper motions of faint stars in order to establish a mean parallax formula[4] of the type $a + bH$, where $H = m + 5 \log \mu$ and $\log \overline{\pi} - \log \mu = a + b(H - 5)$. It is found that for $H > 7{,}5$ the coefficient b is so small that $\overline{\pi}$ is nearly independent of m, and that, on the average, $\overline{\pi} = \mu/15$. This result is in agreement with that in Mount Wilson Contrib No 273[5] and strengthens the conclusion therein stated relative to stars of very low luminosity. The frequencies of M continue to increase to 14^M, at least.

160b. Parallaxes of Stars of Different Apparent Magnitude and Galactic Latitude. A new determination of $\pi_{m\mu b}$ has been performed by P. J. VAN RHIJN and B. J. BOK[6].

The corrections mentioned in the review of VAN RHIJN's work as to the systematic corrections to the absolute magnitudes have been applied. Furthermore, the statistical[7] proper motions of the catalogues of GYLLENBERG[8] and of SCHLESINGER and IDA BARNEY[9] have been included together with the graphical proper motions of the stars in the zone −9°50′ to −14°10′ derived by PICKERING[10], and the mean proper motions of 10^m stars derived by ALDEN and VAN DE KAMP[11] and, finally, the mean proper motion of 13^m stars as determined by A. VAN MAANEN[12].

161a. The Stars of High Luminosity. These stars taken as the stars absolutely brighter than -2^M form a distinctive group being significant in itself and of fundamental importance in research work in other astronomical branches. Although comparatively few in the stellar system—the stars of high luminosity could be said to be the upper tens in the cosmic societies—these objects are numerous in our existing material. CECILIA PAYNE-GAPOSCHKIN surveys in her monograph[13] the results of the various investigations of 20000 stars of high luminosity.

[1] Publ A S P 44, p. 261 (1932). [2] Ap J 74, p. 320 (1931) = Mt Wilson Contr No. 438.
[3] Mt Wilson Contr No. 412 (1930). [4] See Handb d Astrophys V 1, p. 488 ff. (1932).
[5] See Handb d Astrophys V 1, p. 503 (1932).
[6] Publ Astr Lab Groningen No. 45 (1931).
[7] Proper motions derived on basis of two epochs are termed as "statistical".
[8] Lund Ann No. 1 (1926). [9] Yale Transactions Vol 7 (1930) and 9 (1933).
[10] Harv Ann 81, No. 1 (1923). [11] Publ McCormick Obs 4, p. 301 (1927).
[12] Not yet published. [13] The Stars of High Luminosity. Harv Monogr No. 3 (1930).

The main properties of stars of high luminosity are: large masses, very low densities and exceptionally high energy output per unit mass. The spatial infrequency of these stars has an important bearing upon their age and history. The low frequency suggests such explanations of the high luminosity stars as unlikely formation, ready disruption, brief duration, or a combination of the three different factors.

The high luminosity stars are in most cases isolated stars. They are in many cases related to diffuse nebulosities and are the leading stars in galactic open clusters and in globular clusters. From the total group of high luminosity stars it seems possible—perhaps doing at first additional survey work—to discern several skeletons to the Milky Way system, e.g. the system of early B stars.

166a. The Absolute Magnitudes of B Emission Stars. There is a considerable theoretical interest connected with this question. If the formation of the gaseous surface layers producing the emission spectra is caused by the radiative dissipation of stellar atmospheres it should be expected that the Be stars should be noticeably brighter than the absorption B stars. If, on the other hand, the rotational hypothesis is correct there should not be any considerable difference in $\overline{M}$.

The catalogue of P. MERRILL and CORA BURWELL[1] has been used by B. GERASIMOVIČ[2] for a determination of $\overline{M}_{Be} - \overline{M}_B$. The material and methods used are: 1. Secular parallaxes for 39 Be stars; 2. those of 19 stars in three galactic clusters; 3. the stars in the Scorpio-Centaurus moving clusters; 4. the galactic concentration, and finally: 5. the intensity of stationary calcium lines. The different values are collected in the adjoined small table. From this the mean value $\overline{M_{Be} - M_B} = -1^M{,}3$ is derived. Inasmuch as there are many undiscovered Be stars among the normal ones this value should be corrected by a value of $0^M{,}2$ and thus the final value of $\overline{M}_{Be} - \overline{M}_B$ should be $-1^M{,}5$ which does not speak in favour for the rotation theory.

	Method	$M_{Be} - M_B$
1	Secular parallaxes	$-1^M{,}5$
2	Pleiades	$-1,\ 2$
	h and χ Pers.	$-1\ ,0$
3	Scorpio-Cent.	$-0\ ,7$
4	Galactic concentration	$(-1\ ,5:)$
5	Stationary Ca-lines	$-1\ ,5$

170a. Subsequent Investigations by GYLLENBERG as to M and its Dispersion. In two extensive studies[3] of the stream motions of the stars and their properties GYLLENBERG has also given attention to the distribution of M and the dispersion in this quantity. From a number of new members of the Taurus moving cluster (141 stars are assumed to be members) a RUSSELL-diagram is constructed. The material of R. WILSON[4] as to 5651 stars is used for derivation of σ_M, and some effects of systematic character on the derived parameters of the frequency distribution are investigated. From the frequency of proper motions it is found that the distribution of the dispersion in M affects the form of the frequency curve of proper motions in a peculiar way. The dispersion σ_M is derived from the observed moments of the distribution of the angular proper motions. From a discussion of the Greenwich Catalogue of stars ($+24°$ to $+32°$) the values of the dispersion in absolute magnitude σ_M given in the adjoined table are derived.

Spectral class	σ_M	n
B0—B5	$\pm 0^M{,}32$	52
B8—B9	$\pm 0\ ,47$	967
F	$\pm 0\ ,44$	637
G	$\pm 0\ ,74$	480
K	$\pm 0\ ,73$	983
M	$\pm 0\ ,63$	80

These dispersions are smaller than those derived directly on basis of measured parallaxes but the results are substantiated from the investigations by GYLLENBERG concerning the stream motions among the stars.

[1] Ap J 73, p. 87 (1933) = Mt Wilson Contr 471. [2] C R Acad de Sc de l'URSS 23. VI (1934).
[3] Medd Lund Astr Obs (II) No. 57 (1931), and No. 68 (1934). [4] A J 41, p. 169 (1932).

In a special paper[1] the dispersion in M is investigated from the skewness σ_{MS} and the excess σ_{HE} of the proper motions of stars of $7^m,0$ to $8^m,4$ in the zone of Lund. The following table illustrates the result.

Area of AR	Spectral class B—A σ_{MS}	B—A σ_{HE}	B—A n	F—G σ_{MS}	F—G σ_{HE}	F—G n	K σ_{MS}	K σ_{HE}	K n
21^h to 3^h	$\pm 1^M,15$	$\pm 0^M,80$	195	$\pm 0^M,35$	$\pm 0^M,80$	250	$\pm 1^M,33$	$\pm 1^M,25$	218
3 to 9	± 1 ,09	± 0 ,81	230	± 0 ,95	± 0 ,92	244	± 1 ,02	± 0 ,89	218
9 to 15	—	—	40	± 0 ,42	± 0 ,98	183	± 0 ,60	± 0 ,45	158
15 to 21	± 1 ,31	± 0 ,86	275	(± 2 ,71)	± 0 ,85	200	± 0 ,71	± 0 ,60	253

In a later paper[2] the dispersion in M is derived from the spectrum-apparent magnitude-diagrams constructed by GYLLENBERG in Lund Medd Ser. II, No. 8 on basis of Boss and Cincinnati stars and Lund zones stars. The adjoined values of σ_M are derived. Applying corrections to σ_M on account of uneven distribution in the sky and of the dependence of $\bar{\pi}$ on the distance from the point of convergence of the stream the final mean value of the dispersion $\pm 0^M,88 \pm 0^M,042$ is derived.

Spectral class	σ_M	n
A	$1^M,06 \pm 0^M,05$	190
A	1 ,35 ± 0 ,18	27
A	1 ,20 ± 0 ,13	44
F0	1 ,21 ± 0 ,12	52
F0—F2	1 ,10 ± 0 ,21	14
F5	1 ,19 ± 0 ,16	27

172a. Distribution of *M* from the Distribution of Angular and Linear Velocities. STRÖMBERG[3] has developed a method for the purpose of finding the frequency distribution of M with high accuracy and with the greatest possible resolution how complex this distribution may be. The method avoids the use of analytical distribution functions as well as means and dispersions and higher moments and is inductive and entirely numerical. As the matter is rather complicated and cannot be explained in a shorter way than STRÖMBERG does we refer the reader to the original paper.

In a following paper STRÖMBERG[4] applies the method to K and M stars brighter than $5^m,99$. The τ-components of the proper motions in P.G.C. were used together with existing determinations of radial velocities. The material was divided into three spectral groups: K0—K2, K3—K9, M0—M9, embracing 659, 330, and 253 stars, respectively. Among stars of the first group the absolute magnitude distribution shows four distinct maxima of frequency occuring at $-1^M,8$, $+0^M,2$, $+2^M,9$, and $+6^M,7$. The proportions of these stars are 0,09, 0,78, 0,12, 0,01, respectively. STRÖMBERG terms these stars supergiants, ordinary giants, subgiants, and dwarfs.

In the interval K3—K9 there are three distinct maxima of frequency at $-2^M,4$, $-0^M,1$, and the third rather indeterminate between $+4^M$ and $+9^M$. The proportions of the groups are 0,19, 0,78, and 0,03, respectively.

As to the M stars only supergiants and ordinary giants occur having maxima of frequency at $-1^M,6$, and $-0^M,1$ and proportions 0,44 and 0,56, respectively.

In the next paper STRÖMBERG[5] outlines a method for deriving the distribution of M within a group of stars from the distribution of the reduced υ-components and of the radial velocities.

[1] Lund Medd Ser. I, No. 138 (1933).
[2] Lund Circ No. 12 (1935).
[3] Ap J 71, p. 163 (1930) = Mt Wilson Contr 395.
[4] Ap J 71, p. 175 (1930) = Mt Wilson Contr 396.
[5] Ap J 72, p. 111 (1930) = Mt Wilson Contr 410.

If the distance of a certain star is r and v is the v-component (counted positive towards the antiapex), V_0 the solar velocity relative to the group, λ the angular distance from the Sun's apex and ε the linear peculiar tangential velocity, counted in the same direction as v, then we have the relation:

$$4{,}738\, r v = V_0 \sin\lambda + \varepsilon.$$

Introducing M and m, we get:

$$47{,}38\, v\, 10^{0{,}2(m-M)} = V_0 \sin\lambda + \varepsilon = \mu_1.$$

There exist direct correlations between v and μ_1, M and ε, V_0 and ε, ε and λ, and also indirect correlations arising from those here mentioned.

If the stars are so numerous that within the spectral interval considered they may be subdivided according to M by some approximate criterion logarithms of both sides of the equation above are taken and x and y introduced as follows:

$$x = \log v + 0{,}2m = \log v'; \qquad y = \log\mu_1 - 1{,}6756.$$

Then we obtain the second fundamental equation:

$$x = 0{,}2M + y = M' + y,$$

where M' and y may be regarded as independent variates, since the range in M is limited.

When this formula is compared with those valid for the τ-components there are several differences to be noted, of which the most essential one is that the distributions of positive and negative values of v and μ, respectively, are not similar, as are those of positive and negative τ and the peculiar velocities V', respectively. In general the number of negative values of v and μ is smaller than the number of positive values. But a positive or negative value of v must correspond to a positive or negative value, respectively, of μ_1, whatever is the distance or absolute magnitude of the star.

A separate discussion of positive and negative values will be prohibited by the small number of the latter. Thus the values have been grouped together without regard to sign, which is permissible since the change in M is numerically the same for positive or negative v.

If the stars are grouped into zones for which $\sin\lambda$ has the same value also the radial velocities should be divided up according to the different zones, but here we can use velocities for stars in two zones the one of which has an angular distance from the apex of $\lambda \pm 90°$, according as λ is $\lesseqgtr 90°$, while the other is at the same distance from the anti-apex. In most cases the stars are not numerous enough for a subdivision according to M and λ. Then stars of different λ have to be combined but the dispersion in x can be reduced by dividing with $\sin\lambda$. The equation above will then read:

$$\frac{47{,}38\, v\, 10^{0{,}2m}\, 10^{-0{,}2M}}{\sin\lambda} = V_0 + \frac{\varepsilon}{\sin\lambda} = \mu_2.$$

The form of the equation prohibits values of $\sin\lambda$ under a certain limit, say, 0,5. In practice it has been found that $30° < \lambda < 120°$ should give practical limits for λ.

Taking as before the logarithms of both sides of the equation we have:

$$x = \log|v| + 0{,}2m - \log\sin\lambda, \qquad y = \log|\mu_2| - 1{,}6756,$$

and:

$$x = 0{,}2M + y = M' + y.$$

It is essential for the derivation of the distribution of y to know if ε and $\sin\lambda$ are correlated. The distribution of $\varepsilon/\sin\lambda$ is statistically taken equivalent

to that of $V'/\cos\lambda_1$, where λ_1 is the distance of a radial velocity star from the apex and the sign of V' and $\cos\lambda_1$ are disregarded. When the correlation between ε and $\sin\lambda$ is inappreciable the distributions of $\varepsilon = V'$ and of $\sin\lambda$ are derived separately. From a combination of the two probabilities the distribution of y can be derived. The correlation between $|\varepsilon|$ and $\sin\lambda_1$ for the proper motion stars is the same as that between $|V'|$ and $|\cos\lambda|$ for the radial velocities stars. Scatter diagrams will in most cases decide if there is an appreciable correlation or not.

A summary of the results for stars brighter than 6^m and for eleven subdivisions of the spectral interval B0—M continued in four separate papers[1] was given by STRÖMBERG in a subsequent publication[2]. The diagram in fig. 4 will give a fair idea of the principal results in the said papers. The diagram reveals the existence of the giant and dwarf series and suggests the possible existence of three other series. Of these the faint giant series branching off at class F, and running parallel to the line of normal giants certainly is not so well established. The same might be said concerning the group of bright giants which should be distinct from the supergiants proper and are found to exist among the stars of all spectral classes except A0. STRÖMBERG points out that even if the bright giants sometimes appear to merge with the supergiants their existence is always indicated by the relative abundance of stars brighter than the normal giants, which in the earlier classes at least can not be accounted for by the relatively small number of known c-stars. Among the earliest B stars their existence is indicated by a bulge on the principal group.

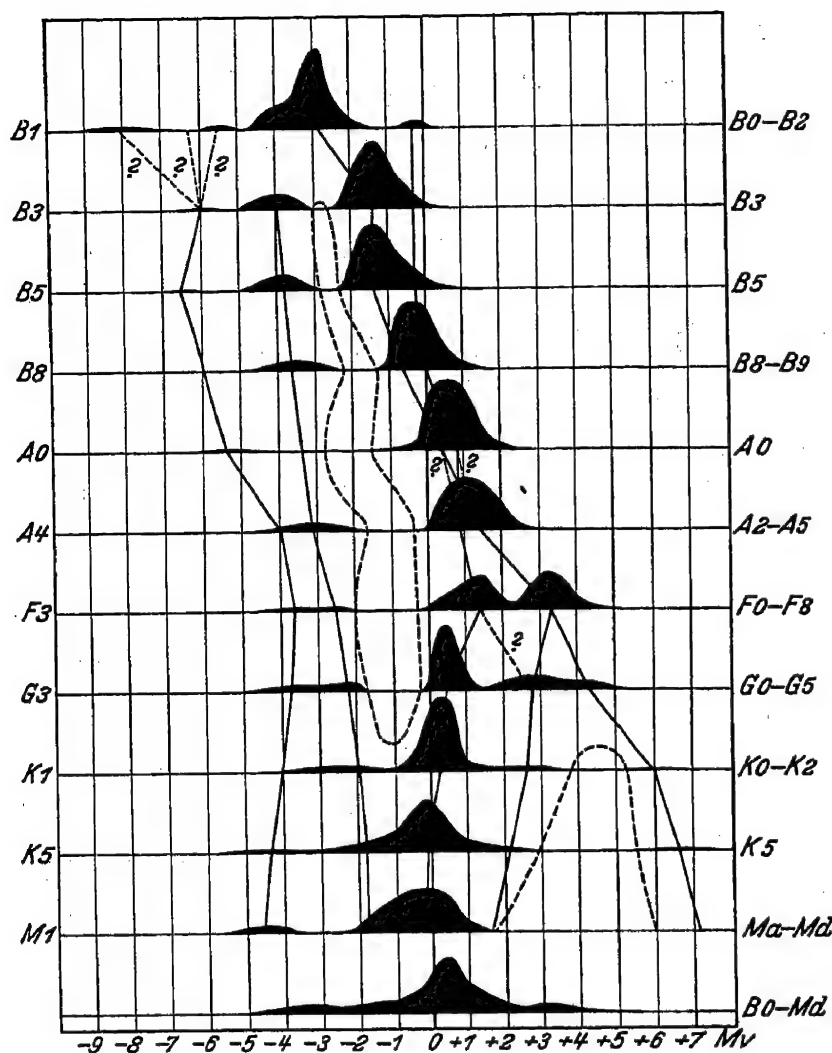



Fig. 4. Distribution of visual absolute magnitudes among stars brighter than the sixth apparent magnitude. The closed and the curved dash-line indicate the gaps between normal giants and main sequence stars, on the one hand, and supergiants and bright giants, on the other hand, and the deficiency of stars of later types intermediate in luminosity between giants and dwarfs. The full drawn lines indicate the probable course of the different evolution trains among stars.

The supergiants do not appear in the B8—B9 classes although here seven known c-stars are included. It seems clear that for this part of the luminosity curve no high accuracy can be expected.

---

[1] Ap J 72, p. 117 (1930) = Mt Wilson Contr 411; Ap J 73, p. 40 (1931) = Mt Wilson Contr 418; Ap J 74, p. 110 (1931) = Mt Wilson Contr 430; Ap J 74, p. 342 (1931) = Mt Wilson Contr 440.

[2] Ap J 75, p. 115 (1932) = Mt Wilson Contr 442.

The following table gives the main results.

Spectral class	Mean absolute magnitude						n
	Super-giants	Bright giants	Normal giants	Faint giants	Main series	All	
B0—B2	$-8^M,?$ / $-5,5?$ } $-6?$	$-4^M,0$	$-0^M,3$		$-2,9$	$-3,3$	124
B3	$-6,0$	$-4,0$	$-0,3:$		$-1,4$	$-1,9$	246
B5	$-6,5?$	$-3,8$	$-0,3:$		$-1,4$	$-1,6$	152
B8, B9		$-3,6$	$0,0:$		$-0,7:$	$-0,7$	351
A0	$-5,4$		$+0,8:$		$+0,4$	$+0,4$	416
A2—A5	$-4,0$	$-3,1$	$+0,8:$		$+1,4$	$+0,5$	558
F0—F8	$-3,6:$	$-2,5:$	$+1,4$	$+3,3$	$+3,3$	$+1,7$	544
G0—G5	$-3,7:$	$-2,2:$	$+0,4$	$+2,7:$	$+4,3$	$+0,7$	405
K0—K2	$-4,1:$	$-2,0:$	$+0,2$	$+2,6:$	$+6,0$	$+0,1$	1022
K5	$-4,3$	$-1,8:$	$-0,1$	$+2,1?$	$+6,6$	$-0,4$	186
Ma—Md	$-4,6$	$-1,6?$	$-0,2$	$+1,6?$		$-0,8$	188

The visual magnitudes were also reduced to bolometric magnitudes.

STRÖMBERG points out that the question of the evolution of the stars is nowadays "clouded in more mystery than ever". The main series might be an evolutionary chain but the other chains are all characterized by a minimum of absolute magnitude at F. This feature will be very difficult to understand on basis of uniform evolution. STRÖMBERG also says that we must not overlook the possibility that the stars do not necessary evolve by a continuous change in temperature. "The stars may have to pass through more or less unstable stages, characterized by pulsations, explosions, or fissions, and then settle down to equilibrium with a surface temperature quite different from that of the previous equilibrium state."

In a critical note by J. SCHILT[1] as to the method of STRÖMBERG it is pointed out that applying the integral equation in question extreme care must be used. Although STRÖMBERG's method has the advantage of giving everything that can be obtained from proper motions and radial velocities, there is a danger if not proper weighting of the data can be made that details are obtained which have no inherent significance.

Another criticism of STRÖMBERG's results has been presented by L. GRATTON[2]. As starting point the author mentions that the two distributions compared by STRÖMBERG are noticeably different on account of the ellipsoidal character of the velocity distribution and that preference should be given to the natural values of the proper motions and radial velocities instead of the logarithms because then a natural discrimination between positive and negative v is possible. GRATTON develops a modified method and applies it to the case of determining the frequency distribution of the K stars. For the K0—K2 stars between $5^m,0$ and $5^m,8$ GRATTON finds in agreement with STRÖMBERG a well established maximum between $+0^M,2$ and $+0^M,3$. But the other two maxima are not present in GRATTON's curve and there is no agreement in the general form of the two curves.

Finally GRATTON checks his results by aid of trigonometric parallaxes and constructs a general luminosity function for the K stars. He finds no gap between giants and dwarfs.

STRÖMBERG[3] has published a note dealing with GRATTON's criticism. He points out the similarity of the two methods and agrees with GRATTON and OORT[4] as to their calling attention to the fact that the method is not quite new.

[1] M N 92, p. 137 (1931).
[2] B A N 7, p. 85 (1933).
[3] M N 94, p. 68 (1933).
[4] B A N 6, p. 239 (1932).

Thus VAN RHIJN has used a set of linear algebraic equations in determining the distribution of parallaxes of stars (compare Ciph. 156a in this Appendix) and SEARES' has also used an equivalent method.

STRÖMBERG thinks it is not fair to compare the distribution of stars between $5^m,0-5^m,8$ with the distribution of all stars brighter than $6^m,0$ but finds the agreement better than might be expected. He adds: "the fact that I found three fairly distinct groups denoted by the terms "supergiants", "ordinary giants", and "faint giants", was due to the circumstance that I actually solved the integral equation, whereas GRATTON tried a slightly modified error curve which seems to fit the observations sufficiently well". STRÖMBERG admits that GRATTON's modification of the method means an improvement, especially in case of the $\dot{\tau}$-components, but points out that he actually corrected for the effect of a non-spherical distribution. GRATTON replies to STRÖMBERG's criticism in a further paper[1].

Fig. 5. RUSSELL-diagram derived by the Harvard authors using the method by STRÖMBERG. The material consisted of the BOSS stars for which the distribution of the absolute magnitudes of different spectral classes were derived using the total proper motions. The four gaps in the figure are thought by the Harvard authors to be real.

E. ÖPIK, M. OLMSTED, G. MAULBETSCH, and L. BARNES[2] have discussed the theoretical basis of the method used by STRÖMBERG and recomputed the distribution of M for the BOSS stars.

The authors believe that by using separately the τ- and v-components, instead of total proper motion, the advantages of a more refined treatment are lost through obtaining a larger statistical uncertainty. Even when the results for τ and v are combined, the results are inferior to those obtained from total proper motions alone. The "cosmical error" is larger when computed as the mean of two values than the error in case of total proper motion.

The main results are illustrated in the RUSSELL-diagram given in fig. 5. The wellknown region of avoidance for intermediate M in late classes, as denoted by H in the diagram, is an interesting feature of the said diagram. The region of greatest frequency of the giant branch $b - c - d$ joins the main sequence between the classes G0 and A5. There are also four gaps x, y, z, v, which are sufficiently large in width as compared with the statistical resolution to make it probable that these gaps should be real. The authors suggest that instead of one there exist five superposed RUSSELL-diagrams. The nomenclature for these

[1] M N 94, p. 467 (1934). [2] Harv Circ 381 (1933).

branches, denoted b, c, d, e, f in the diagram, is suggested as follows: b = faint giant, c = normal giant, d = bright giant, e = first supergiant, f = second supergiant branch. These branches have, however, very little in common with the corresponding classes in STRÖMBERG's nomenclature. Among other differences in the results reached by the Harvard authors and STRÖMBERG may be mentioned that the former find in general a smaller number of supergiants than the latter.

B. P. GERASIMOVIČ[1] has applied the method of STRÖMBERG to the early B stars. The material consisted of proper motions compiled by GERASIMOVIČ from PGC and six other sources, reduced to the Boss system[2] and corrected for μ_δ error, and of radial velocities. The difficulties when applying the method to the B stars are mainly the change of $\overline{M}$ from B5 to B0, unexcluded orbital motions in the radial velocities, and, finally, the possible influence of absorption in the (reduced) τ-components.

It was found that the B0—B2 and B3 stars can be dissected into three distributions with apparent maxima and B5 into four maxima.

Spectral class	Apparent maxima		
B0—B2	$-2^M,6$	$-1^M,6$	$-0^M,1$
B3	$-1\ ,1$	$-0\ ,1$	$(+1\ ,0)$
B5	$-1\ ,9$	$-0\ ,8$	$+0\ ,4, +1,9$

GERASIMOVIČ points out that the errors of the spectrum classification in HDC should not be forgotten. Thus among fainter so called B0—B2 stars there may be a not negligible number of O stars. He also warns against being too keen in supposing an actual division into supergiants, giants, subgiants or so.

172b. Effect of Preferential Motion on Mean Parallax. A. FLETCHER[3] has investigated the effect of neglecting preferential motion in deriving a mean parallax from peculiar motions. The quantities $\bar{\tau}$ and $\overline{V}$ in the formula $\bar{\pi} = 4{,}74\,\bar{\tau}/\overline{V}$ are both too high if preferential motion is present. FLETCHER assumes that the velocity ellipsoid is a prolate spheroid, having its major axis parallel to the galactic plane. When the stars are uniformly distributed over the sky, then $\bar{\tau}$ and V will be exaggerated in about the same ratio, so $\bar{\pi}$ will not change materially. The total effect on π depends upon the angle between the directions of solar and of preferential motion. When the stars show a strong galactic concentration the exaggeration of V is considerably increased and that of $\bar{\tau}$ is usually somewhat diminished, so that the value of $\bar{\pi}$ will almost always come out too low. The corresponding correction in $\overline{M}$ will reach about $+0^M,5$ for stars having a fairly high galactic concentration.

As to the radial velocities these will be exaggerated in a small region of the sky by the factor $f = (a^2 \sin x + c^2 \cos^2 x)^{\frac{1}{2}}/a = (1 + \sinh^2 p \cos^2 x)^{\frac{1}{2}}$, where thus $\cosh p = c/a$, and c and a are the major and minor axes of the velocity spheroid, respectively, and x the angle of the centre of the region from the vertex. The average value of f in case of maximum galactic concentration, if the stars are uniformly distributed on the galactic circle and the vertices too lie on that circle, is:

$$f_c = \frac{1}{2\pi_c}\int_0^{2\pi_c} (1 + \sinh^2 p \cos^2 x)^{\frac{1}{2}}\, dx = 2\pi_c^{-1} E\, c/a,$$

where $\cos\theta = a/c$ and E is the complete elliptic integral of the second kind having the modulus $\sin\theta$.

[1] M N 91, p. 537 (1931). [2] See Ciph. 166 in Chapter 4 in this Handbook.
[3] M N 92, p. 780 (1932).

In case of uniform distribution we have:

$$\bar{f}_u = \tfrac{1}{2}[c/a + p/\sinh p],$$

as has been earlier shown by EDDINGTON[1].

c/a	$\bar{e}_u$	$\bar{e}_c$
1,0	0,00	0,00
1,2	0,07	0,10
1,4	0,14	0,21
1,6	0,22	0,32
1,8	0,30	0,43
2,0	0,38	0,54
2,2	0,46	0,66

The adjoined table gives the mean exaggerations $e = f - 1$.

In the case of cross proper motion it is found:

$$f' = (1 + \sinh^2 p \sin^2\gamma \sin^2\psi)^{\frac{1}{2}},$$

where γ is angular distance Apex o→ Vertex and ψ the angle Vertex, Apex and centre of the region considered. This formula holds for every distance distribution of the stars, provided that there are in each shell of distance enough stars to furnish a fair value of $\bar{\tau}$ for the shell; f' depends for given p and γ only on ψ. The value $\bar{f}'$ can be found only when the stars of each region have the same mean value of proper motion freed from parallactic motion perpendicular to the direction Region o→ Vertex. It seems reasonable to suppose this to be case when the stars are uniformly distributed over the sky and also when they are uniformly distributed on the galactic circle. Other possible cases are not considered in FLETCHER's paper. In the case of uniform distribution over the sky the mean factor of exaggeration is:

$$\bar{f}' = \frac{1}{2\pi_c}\int_0^{2\pi_c} (1 + \sinh^2 p \sin^2\gamma \sin^2\psi)^{\frac{1}{2}}\, d\psi = 2\pi_c^{-1} E \sec\theta,$$

where $\operatorname{tg}\theta = \sinh p \sin\gamma$. The following table contains the results for $e'_u = f'_u - 1$.

c/a	e'_u		
	$\gamma = 35°$	$\gamma = 45°$	$\gamma = 55°$
1,0	0,00	0,00	0,00
1,2	0,04	0,05	0,07
1,4	0,07	0,11	0,15
1,6	0,12	0,17	0,22
1,8	0,16	0,24	0,31
2,0	0,21	0,31	0,39
2,2	0,26	0,38	0,48

Next the case is considered when the stars are distributed uniformly on the galactic circle. If Vertex o→ Apex makes an angle α with the galactic circle at the Vertex and the region is on the galactic circle we have:

$$\cos\alpha \cos\gamma = \sin\gamma \cot x - \sin\alpha \cot\psi,$$

and:

$$\bar{f}'_c = \frac{1}{2\pi_c}\int_0^{2\pi_c} (1 + \sinh^2 p \sin^2\gamma \sin^2\psi)^{\frac{1}{2}}\, dx.$$

This elliptic integral can be reduced in the usual way. If not great accuracy is required a method of approximation used and explained by FLETCHER can be applied.

FLETCHER selects the value of cross motion when $\gamma = 45°$, in the uniform case, and in the case of strongest concentration, and $\alpha = 35°$. Than the correction $\Delta\overline{M}$ to be added to $\overline{M}$ is computed in the ordinary way. The following table gives the results.

c/a	e_u	e'_u $\gamma = 45°$	$\bar{e}_c$	e'_c $\alpha = 35°$	ΔM $\gamma = 45°$
1,0	0,00	0,00	0,00	0,00	+0,0
1,2	0,07	0,05	0,10	0,04	0,1
1,4	0,14	0,11	0,21	0,09	0,2
1,6	0,22	0,17	0,32	0,14	0,3
1,8	0,30	0,24	0,43	0,19	0,4
2,0	0,38	0,31	0,54	0,25	0,5
2,2	0,46	0,38	0,66	0,31	0,5

[1] Stellar Movements, p. 157 (1914).

173a. Subsequent Researches by Schalén. In a second paper SCHALÉN[1] has investigated the distribution of stars in the four galactic regions dealt with in an earlier paper[2]. The second paper concerns the distribution of stars to $m_p = 10{,}5$ of classes A5 to M. The magnitudes have been determined for about 3700 stars applying the same method as in the first paper and the absolute magnitude has been determined for G—M giants and dwarfs by means of the cyanogen criterion or estimated for the other stars from average M. A discussion of the determined M shows that the F0—F5 stars have about the same absolute magnitude as have the gG5—gK2 stars. This follows from their distribution in relation to dark nebulae and their galactic concentration.

174a. The Distribution of Magnitudes and Spectral Classes in Dark Nebulae. When comparisons are made between a normal field and a field covering a dark nebula the effect of the absorption ought to be shown through a displacement of the frequencies of $a(m)$. From the work of F. BECKER[3] it is evident that when the stars of a certain area are grouped according to spectral classes and apparent magnitudes the frequencies of B and A stars very rapidly undergo a diminishing with decreasing intensity. The contrary is true for late classes, and for the G class there is, ceteris paribus, a strong increase in frequency.

In the Coal Sack H. BRÜCK[4] has classified 224 stars, presumably within the dark nebula, and investigated the distribution of $a(m)$ with regard to different spectral classes. A comparison with the KAPTEYN Area 194 revealed the unexpected fact that no effect of the kind mentioned above was present and that nothing was speaking in favour for the existence of an absorption in the Coal Sack. If the absorption was there, the B8—A4 stars of magnitudes $11^m{,}1$—$11^m{,}5$, should be five times as frequent as in Area 194. As is seen from the following table there is no such effect seen. (C.S. gives the relative frequencies inside the Coal Sack and 194 those inside the Area 194.)

Apparent Magnitude	B8—A4		A5—F1		F2—F8		F9—G4		G5—G8		G9—K4	
	C.S.	194	C.S.	194	C.S.	194	C.S.	194	C.S.	194	C.S.	194
$10^m{,}1$—$11^m{,}0$	0,45	0,48	0,08	0,19	0,08	0,14	0,15	0,08	0,06	0,04	0,18	0,07
11 ,1—12 ,0	0,14	0,12	0,14	0,12	0,29	0,32	0,21	0,31	0,13	0,07	0,09	0,06
12 ,1—12 ,5	0,06		0,00		0,41		0,47		0,00		0,06	

Of course, it might be possible that the Area 194 is not a normal one. But is seems that the frequency of B8—A4 stars is only about 15 per cent larger in that Area than in No. 193.

Finally, it was tried to estimate the size of a possible selective absorption in the Coal Sack. The opacity of the spectra near the $H\gamma$ and the $H\varepsilon$ regions were estimated and compared for 129 stars in the Coal Sack and for about 400 stars in the normal area. No colour excess was found so far and it is concluded that if present it should be smaller than $0^m{,}2$ to $0^m{,}3$.

179a. The Question of the Distribution of the Total Light of the Stars of Different Magnitudes. This question has been discussed now and then, because from a knowledge of that distribution it would be possible to compute the intensity distribution in the Milky Way. J. PLASSMANN[5] has made use for that purpose of the star numbers $a(m)$ in BD, but could not reach a very satisfactory result because the BD as containing only $a(m)$ down to $a(9{,}2)$, or so, cannot give

[1] Nova Acta Reg Soc Sc Upsal (IV) 8, No. 1 (1932) = Upsala Medd No. 55.
[2] See Ciph. 173 in Band V, Chapter 4.
[3] Sitzber Preuss Akad d Wiss, Phys-Math Kl 1930 XII, 1932 XI; Z f Ap 5, p. 274 (1932); 6, p. 198 (1933).
[4] Z f Ap 8, p. 75 (1934).
[5] Himmelskunde p. 442 (1913).

a good picture of the Milky Way. F. H. SEARES, P. J. VAN RHIJN, MARY JOYNER and MYRTLE RICHMOND[1] have used the average numbers of $a(m)$ for a computation of the total light of the stars. PANNEKOEK[2] has treated the star numbers in the large star cloud in Sagittarius.

K. F. BOTTLINGER[3] has made use of the star numbers given in Mount Wilson Contr 301. Let $A(m)$ be the number of stars brighter or equal to m and $dA(m)/dm = a(m)$. If the last quantity, thus being the number of stars of a certain magnitude, is multiplied with the intensity corresponding to m we have as the total intensity of stars of magnitude m:

$$I(m) = \frac{a(m)}{2{,}512^{m-m_0}} = \frac{a(m)}{[0{,}4]^{m-m_0}}.$$

Here m_0 is selected as the magnitude of a star taken as intensity unit. If a summation is made over all magnitudes we have:

$$I_t = \int_{-\infty}^{+\infty} I(m)\, dm,$$

and if the stars visible for the unaided eye are excluded:

$$I_f = \int_{+5,5}^{+\infty} I(m)\, dm.$$

The computed intensities were found to have a maximum at 13^m for galactic latitude $b = 0°$, at 10^m for $b = 30°$, and at 8^m for $b = 90°$. In the galactic clouds the maximum intensity is about 15^m. The Sagittarius cloud has its maximum at $15^m,5$. BOTTLINGER quotes the Mount Wilson result[4] as to the integrated spectrum of the cloud and assigns to the brightest stars $\overline{M} = +4$. This seems to me somewhat too low and assuming $\overline{M} = +3{,}0$ the distance will be 10300 light years, which is shorter than usual but in better agreement with present views than the low value of BOTTLINGER.

The same treatment can, of course, be given to the absolute magnitudes in order to obtain spatial luminosities. The distributions of such luminosities have been computed by BOTTLINGER for the nearby stars, three globular clusters, the Scorpio-Centaurus moving cluster, the Pleiades, h and χ Persei, and the both Magellanic Clouds. It seems from these computations that the stars absolutely fainter than $+6^M$ contribute very little to the total intensity. From the extrapolated star numbers in the Magellanic Clouds the total absolute magnitudes are derived on basis of the commonly adopted parallaxes by SHAPLEY. The photographic total absolute magnitudes $M_p^t = -15{,}6$ and $-16{,}2$ for the Large and the Small Cloud, respectively, are derived. These compare favourably with the direct estimates of the total magnitudes of the clouds.

180a. Colour Index from Photoelectric Measurements. An important extension of the measurements of photoelectric colour indices by BOTTLINGER and GUTHNICK has been made by W. BECKER[5]. The author observed 662 colour indices of 356 stars, so the totals of the Berlin-Babelsberg determinations now number 1465 and 738, respectively. At the observations it was necessary to use another colour-screen than that used by BOTTLINGER. Thus

---

[1] Mt Wilson Contr 301, p. 54 (1925).
[2] B A N 4, p. 39 (1927).
[3] Z f Ap 4, p. 370 (1932).
[4] Publ A S P 39, p. 368 (1927).
[5] Berlin-Babelsberg Veröffentl 10, H. 3 (1933). Z f Ap 5, p. 101 (1932). This first paper has the title: Lichtelektrische Farbenindizes von 738 Sternen. I. Beobachtungen und Katalog, and the second: Statistische Untersuchungen auf Grund lichtelektrischer Farbenindizes von 738 Sternen.

a reduction of the indices of the latter to that of the former proved to be necessary. The method of least squares yielded the relation curve:

$$C_{\text{Beck.}} = +0^{\text{m}},5013 + 1,0826\, C_{\text{Bottl.}}$$

Because of the importance of transforming the photoelectric indices to photographic ones a comparison was made between $C_{\text{Beck.}}$ and the colour indices as derived by SCHNELLER[1] from a comparison between the m_p by HERTZSPRUNG (Ciph. 67) and m_v by ZINNER (Ciph. 40). This comparison yielded the relation-curve:

$$C_{\text{Schnell.}} = +0^{\text{m}},400 + 2,439\, C_{\text{Beck.}} - 0,430\, C^2_{\text{Beck.}}$$

A comparison was also made with the colour indices by KING:

$$C_{\text{King.}} = +0^{\text{m}},326 + 2,037\, C_{\text{Beck.}} - 0,530\, C^2_{\text{Beck.}}$$

A sudden change in the sensibility of the cells took place and necessitated a slight non-linear correction to the different colour indices. This correction varied between $+0^{\text{m}},029$ for white stars and $-0^{\text{m}},098$ for red stars. BECKER interprets this sensibility change as a phenomenon of decreptitude of the cells.

The extinction was reinvestigated and only slight changes in relation to the numbers of BOTTLINGER were found. The maximum extinction correction of BOTTLINGER's system amounted only to $+0^{\text{m}},03$. The narrow scale of photoelectric C has the advantage over other methods of smaller influence of the atmospherical extinction.

No seasonal trend in the colour indices was found.

Finally, the material was tested for an eventual magnitude equation. Only in case of O6—B6 such an equation was found to be present and interpreted by BECKER as a distance-effect.

The average mean error of a complete C was found to be, in agreement with BOTTLINGER's results, $\pm 0^{\text{m}},012$. If the material was divided into different spectral classes, a linear march in the values was found, as may be seen from the adjoined table.

Spectral class	ε	n
O6—B6	$\pm 0^{\text{m}},0104$	74
B9—A5	$\pm 0\ ,0114$	48
A6—G4	$\pm 0\ ,0121$	67
G5—M6	$\pm 0\ ,0138$	77

As possible explanations of that interesting phenomenon BECKER mentions a greater range in the extinction factors of the red stars in comparison with the white ones, or, an actual change in the colours of the stars, which change increases with increasing redness.

The colour-spectral diagram showed the same features as the corresponding diagram in BOTTLINGER's investigation. A division into giants and dwarfs can not very well be made on basis of the colours earlier than F6. For the later classes BECKER finds:

Spectral class	C_{giants}	n	C_{dwarfs}	n	$\frac{C_{\text{giants}} - C_{\text{dwarfs}}}{C_{\text{giants}}}$
F8	$+0^{\text{m}},195$	2	$+0^{\text{m}},100$	5	0,49
G0	,259	3	,120	13	0,54
G2	,286	3	,156	8	0,45
G4	,307	4	,196	1	0,36
G6	,339	16	,243	12	0,28
G8	,386	11	,292	2	0,24
K0	,466	19	,320	4	0,31
K2	,536	13	,368	2	0,31
K6	,701	7	,423	1	0,40
K8	,760	8	,467	1	0,39

[1] A N 249, p. 243 (1933).

The dispersions σ_s of C in the different spectral classes has a minimum value in class A and increases towards the violet and red end as is illustrated by the adjoined table.

Spectral class	σ_s
O8—B2	$\pm 0^m,054$
B3—A5	0 ,035
A6—F6	0 ,025
F7—K9	0 ,073
M0—M6	$\pm$0 ,100

Rather remarkable is the behaviour of the c-stars. For them, in the classes B0—B8 the colour excess $C - \bar{C}$ has an average value of $+0^m,121$, in the classes B9—F8 the same quantity is very small and negative, in F9—G7: $+0^m,069$, and in K2—M3: $+0^m,213$.

In the detailed investigation of the connection between M and C it was found most advantageous to group $C - \bar{C}$ for the different spectral groups as a function of M. The fact that the effect of luminosity in the different spectral classes depends upon the effective spectral interval of C indicates that we have not to deal with any pure effect of temperature in the sense of the theory of ionization by SAHA. The spectral classes B, A and F contribute considerably to $\Delta C/\Delta M$ because the intensities of the H-lines are a function of M. BECKER finds that when using the intensities of $H\gamma$ as typical for hydrogen-absorption the influence in C of this absorption in the spectral class A5 will be $+0^M,035$. Then $\Delta C/\Delta M = 0^M,0045$. The actual observed effect is $0^M,037$ in the said interval. Now that the temperature should then be the dominating factor, the dependence of T upon hydrogen-absorption can be eliminated. Finally, as residual effects of temperature $\Delta C/\Delta M = 0^M,022$ and $0^M,021$ were found for B and A stars, respectively.

It seems that $\Delta C/\Delta M$ can be used for grouping stars into giants and dwarfs, but that the dispersion might be too large to allow a determination of M in individual cases.

The C of BOTTLINGER had been used by P. VAN DE KAMP for a determination of $\Delta C/\Delta r$ where r is the distance in parsecs. The value $\Delta C/\Delta r = +0^M,000128$ was found. BECKER's discussion using the extended material gave $\Delta C/\Delta r = +0^M,000095$. The difference is mainly due to the exclusion of the c-stars in the latter case. When the colour excess is grouped according to the galactic latitude a remarkable increase is found in $C - \bar{C}$ for latitudes larger than 40°. BECKER says that an influence of the dark clouds studied by J. G. HAGEN is not very likely, because, if so, the question will arise why the matter in the Galaxy should excercise a selective absorption but not influence the human eye as dark nebulae.

Finally, the effect of an uneven distribution of the absorbing material was investigated. If $C - \bar{C}$ is plotted in a galactic projection a number of areas can be distinguished having positive or negative or no determined excesses.

The "white" areas defined by O, B, A, and F stars are free from influence in $C - \bar{C}$ for a distance up to 600 parsecs. The "mixed" and the "red" areas, on the other hand, show definite influences of the said kind. Thus:

$$\Delta C/\Delta r = 0^M,000131 \text{ ("mixed" areas)}; \quad \Delta C/\Delta r = 0^M,000104 \text{ ("red" areas)}.$$

The difference between the two kinds of areas might be explained by assuming that in direction of the latter selectively absorbing cosmical matter is situated in comparative nearness of the solar system.

It had been pointed out by O. STRUVE that there is a correlation between the intensity of the stationary lines of calcium and the colour excess. From the extended material BECKER finds the results given in the adjoined table.

Intensity Ca+	$\overline{C - C}$	n
0,5	$-0^M,012$	3
1,5	−0 ,005	15
2,5	−0 ,001	11
3,5	+0 ,001	5
4,5	+0 ,019	8
5,5	+0 ,023	7
7,0	+0 ,024	6

The dispersion is $\pm 0^m,033$ and thus considerable. A smoothing-out process gives:

$$\frac{\Delta C}{\Delta \mathrm{Int\ Ca^+}} = 0^M,0054 .$$

There seems not to be any relation between the intensity of the Ca^+ lines and the "white", "mixed", and "red" areas. Thus the distribution of interstellar Ca^+ and the selective absorbing material is not equal. This might support the opinion held by O. STRUVE, J. S. PLASKETT and PEARCE that the interstellar Ca^+ has a rather uniform distribution. A grouping of the $C - \bar{C}$ and the intensity of Ca^+ according to distance and the three kinds of areas shows that for "mixed" and "red" areas the redness of C and the intensity of Ca^+ increases whereas in white areas only the latter increases. It thus seems that the correlation above is spurious and arises through overlapping of two of the distance effects which in reality have nothing to do with each other.

180b. Photoelectric *C* from Yerkes. Among other photoelectric determinations of C those by C. T. ELVEY[1] should be mentioned. Using the photoelectric photometer attached to the 40-inch telescope of the Yerkes Observatory this author determined 153 colour indices. The $\lambda_{\mathrm{eff.}}$ for the yellow and blue magnitudes are 5100 A and 3850 A. The scale of colour is 3,2 times that of K. F. BOTTLINGER. A comparison with the values of BOTTLINGER suggested a mean error of $\pm 0^m,055$ in the Yerkes determinations.

When plotting the stars in a galactic diagram it was noted that most of the stars with large positive colour excesses are near the galactic plane. The spread of the colour of B stars is very large. ELVEY divides up the causes of reddening of the star light into two classes. In the first class are the causes which are intimately connected with the star itself viz.: a. Stars do not radiate as black bodies; b. Absorption by lines and bands in the stellar atmospheres; c. Scattering by an extended atmosphere. In the second class is scattering of light, after it has left the star, by material such as nebulosity and cosmic dust.

The question a. has never received a complete answer. All observations in this connection have to be corrected for scattering and absorption of the starlight after it leaves the atmospheres. In comparing stars of the same spectral subdivision it seems that no very large deviations in the continuous background should be expected. If the colour indices indicate temperatures there are early B stars that have a temperature of A and F stars. But CECILIA PAYNE[2] has shown that the low temperatures are inadequate to produce the corresponding spectra by thermal ionization. Then it seems that other causes will give the main contribution to the reddening of starlight.

As to the influence of spectral lines ELVEY points out that the influence of the hydrogen lines on the colours of stars has perhaps not been fully appreciated. ELVEY and O. STRUVE[3] have shown that the wings of the H-lines are much more extensive than has been thought earlier. These lines will have very little effect upon a star observed through a yellow filter but would influence quite appreciably a star observed through a blue filter. The effective wave length for the filter used (3850 A, between $H\eta$ and $H\zeta$) will make few stars not to be influenced because the overlapping of wings of the lines has not begun here.

An extensive stellar atmosphere would tend to produce scattering of the light coming from the photosphere. Such an extensive atmosphere may be caused by very rapid rotation of the stars. O. STRUVE[4] has shown that the emission lines in B stars may be caused by rapid rotation. A star with narrow single emission

[1] Ap J 74, p. 298 (1931).
[2] Stars of High Luminosity, p. 114 (1930).
[3] Ap J 72, p. 277 (1930).
[4] Ap J 73, p. 94 (1931).

lines is one that is rotating rapidly around an axis in the line of sight. The stars with wide emission lines are probably rotating around an axis perpendicular to the line of sight. We observe in this case the star through a nebulous shell. Thus we might expect to find the stars with broad emission lines to be redder than those of the same spectral class having narrow lines.

When, finally, discussing the possibility of a selective scattering of light in interstellar space, ELVEY remarks that the photoelectric colour indices of early classes are not so well fitted for a study of that question because in this case several other factors become increasingly more important for these stars. The distances are not known with much accuracy because the stars are too far away for determinations of trigonometric parallaxes and the spectrographic methods are statistical and subject to considerable doubt. The criterion in these methods is the width of the spectral lines and this undoubtedly reflects the amount of rotation of the star as has been shown by O. STRUVE[1].

ELVEY finds from a correlation of the colour excess with m of the measured stars that a colour excess of $0^m,2$ per magnitude is indicated. There is also found a certain qualitative agreement with the results of R. TRÜMPLER[2].

184a. Space Reddening from the Colours of B Stars. J. STEBBINS and C. M. HUFFER[3] at the Washburn Observatory have determined photoelectric colour indices of 733 B stars mostly brighter than $m_v = 7^m,5$. Blue and yellow filters with effective wave lengths of about 4260 A and 4770 A were used. Furthermore 110 stars of classes A to M in galactic latitudes higher then 10° were measured for purposes of having standards of comparison.

The colours agree well with those of BOTTLINGER[4] and of ELVEY and MEHLIN[5]. In the former case there is a linear relation between the colour indices by BOTTLINGER, C_B, and those by the Washburn observers, C_W:

$$C_W = +0^m,65 + 1,24\, C_B\,.$$

The precision of the measures is found satisfactory. The mean error of the adopted colour indices varies from $\pm 0^m,015$ to $\pm 0^m,030$. The colour equation, that is the difference between A0 and K0, is $0^m,74$.

When discussing the reddening the authors assume that the effect is due simply to RAYLEIGH scattering. The material is charted according to colour excess and compared with the zone of avoidance of anagalactic nebulae as established by E. P. HUBBLE. From a comparison of the different diagrams it is found that in Cygnus, Lyra, Lacerta, Pleiades, and Orion there is no reddening, but in Aquila, the P Cygni region, Cepheus, Cassiopeia, near the Perseus cluster, Perseus-Taurus and Auriga there is strong reddening. It is by no means the case that the areas of strong reddening appear dark in the sky. The material causing the reddening may be behind the star clouds, or, what is more likely, in the spaces between the stars. Since the apparent reddening follows closely the line of the Milky Way it is reasonable to look for the largest effect of colourisation not where there are apparently few stars but where there are many. In the regions of apparently strong obscurations the authors did not find reddened B stars.

A definite dependence between colour excess and galactic longitude is found. In the whole region from $l = 110°$ to $l = 200°$ there are no stars with colour excesses greater than $+0^m,30$. For a further test of the variation of the space reddening the stars within 5° of the galactic equator were grouped in sections of 20° of longitude and on basis of mean M the average $\overline{\Delta C} = \overline{C - C}$

[1] Obs 54, p. 80 (1931). [2] See Ciph. 24 in the Chapter „Die Milchstrasse" in this volume.
[3] Publ Washburn Obs 15, Part 5 (1934).
[4] Berlin-Babelsberg Veröff 3, Heft 4 (1923). [5] Ap J 75, p. 354 (1932).

was determined. The space reddening is computed according to the formula $C_1 = \sum \Delta C / \sum r$, where r are the distances in parsecs, or $C_2 = 1/n \sum \Delta C/r$. The values of C_1 and C_2 are given in the following table.

l	C_1	C_2	Prob. error	n
350°	$+0^m,00067$	$+0^m,00068$	$\pm 0^m,00007$	6
10	+0 ,00024	+0 ,00021	+0 ,00010	5
30	+0 ,00018	+0 ,00015	+0 ,00002	33
50	+0 ,00027	+0 ,00023	+0 ,00003	42
70	+0 ,00031	+0 ,00035	+0 ,00003	36
90	+0 ,00043	+0 ,00051	+0 ,00006	26
110	+0 ,00040	+0 ,00047	+0 ,00004	24
130	+0 ,00025	+0 ,00024	+0 ,00003	19
150	+0 ,00029	+0 ,00034	+0 ,00005	22
170	+0 ,00010	+0 ,00008	+0 ,00002	31
190	+0 ,00014	+0 ,00016	+0 ,00004	18
Mean	+0 ,00028	+0 ,00030		

With a rather doubtful conversion of scale these values correspond to a total photographic absorption of $0^m,00040$ to $0^m,00172$ with a mean of $0^m,00112$ per parsec.

If our galaxy is presumed to be a spiral stellar system the distribution of the observed B stars suggests a clear space or lane inclined about 40° to a radius from the center. There seems not to be any connection between the dark galactic layer and the local system of B stars.

The colours of the B stars are in good agreement with the results from globular clusters. The reddest stars are in the zone of avoidance of the clusters and still larger reddening is anticipated for fainter B stars near the galactic center. It is probable that many of the globular clusters assumed to be beyond the nucleus are actually on this side of the center of the system.

There exists practically no correlation between the colour excesses of our B stars and the intensities of interstellar calcium lines in their spectra. The calcium cloud is not condensed into as thin a layer near the galactic plane as the material which causes the space reddening.

The amount of the absorption for B stars out to a thousand parsecs demands a reduction in the inferred distances of objects near the galactic plane. However, the spotted nature of the space reddening makes this correction uncertain; the maximum value of absorption found is about 2^m.

The evidence from B stars as well as from open and globular clusters and from anagalactic objects all agree in establishing the presence of a thin stratum of absorbing material near the galactic plane. This absorbing layer may be quite similar to the dark lanes known from other galaxies viewed edge-on.

184b. Colour Criteria in Early Stars. S. L. Thorndike[1] has investigated the question of the distribution of interstellar scattering matter as shown by colours of early classes of stars. For that purpose 78 stars of classes Oe5, B0, B1, B2, and A0 were determined for colour by a spectrophotometric method. The magnitudes of the following four wave lengths were determined: 3862, 4280, 5260, and 5820 A, and the three "colour criteria": $C_1 = m_{4280} - m_{5260}$, $C_2 = m_{3862} - m_{5820}$, and $C_3 = m_{4280} - m_{5820}$ were defined. Then the influence of atmospheric absorption was corrected for, and the errors of the different criteria determined. Further, C_2 and C_3 were reduced to C_1, and, finally, the average value C was formed according to the equation:

$$C = 0{,}227\, C_1 + 0{,}248\, C_2 + 0{,}183\, C_3 .$$

[1] Lick Bull 17, p. 9 (1934).

The plots of colour against galactic latitude, apparent magnitude and other attributes for early spectral classes show only vaguely the pronounced correlations to be expected on the supposition that a continuous stratum of scattering matter lies along the galactic plane.

THORNDIKE is of opinion that the simple hypothesis of a uniform absorption is untrue in the respects that stars of the same spectral subdivision are of widely scattered intrinsic colours but the interstellar matter producing colour excesses is not uniformly distributed.

The early class stars appear to be redder, on the average, than the class A0 stars. Inasmuch as the former stars must be hotter than the latter and thus also intrinsically bluer it seems that very few early class stars fail to show effects of selective scattering.

On the other hand there is a general trend to be anticipated present in the material on the basis of TRUMPLER's hypothesis that there is an absorption in the galactic layers. Thus the redness increases with decreasing apparent brightness, and a decrease of redness with increasing distance from the plane of the Milky Way appears to be present. The correlation between colour and distance from the Milky Way plane is very low. THORNDIKE has correlated the star richness of the fields where his objects occur with redness but does not find any correlation. When the objects appear to be surrounded by dark nebulosity the stars are bluer than the average.

THORNDIKE also draws the conclusion from his work that the diffuse matter producing interstellar scattering occurs in irregular clouds associated with the entire galactic system rather than with the local cluster.

As a summary of the many different investigations as to a selective absorption we overtake the adjoined table mainly from a paper by W. GLEISSBERG[1].

Authority	Wave length λ_1	Wave length λ_2	$\frac{dC}{dr}$
SCHALÉN	4400	—	0^m,00050
BOK	4400	—	0 ,00040
SCHALÉN	4400	5600	0 ,00030
BOTTLINGER	4220	4570	0 ,00013
BECKER	4220	4570	0 ,00014
ELVEY	3850	5100	0 ,00049
SLOCUM	4400	5600	0 ,00034
VAN DE KAMP	4400	5600	0 ,000355
WILLIAMS	3850	5100	0 ,00058
ZUG	4300	6260	0 ,00036
STEBBINS and HUFFER	4260	4770	0 ,00028
ÖHMAN	3912	4415	0 ,00019

But even if the agreement is good it seems premature to conclude that the existence of the selective absorption, although strongly indicated, is definitely established.

d) The Diameters of the Stars.

193a. Diameters of Bright Southern Stars. At the Lembang Observatory Å. WALLENQUIST[2] has used the colorimeter by WILSING for a determination of the reciprocal temperature for 113 bright southern stars. Using known parallaxes the following values for the mean linear diameter were found for ordinary giants:

Spectral class	Mean diameter	c_2/T	n
B—A	2,7 ☉	$\leq$ 1,49	15
A—F	3,8	1,50—1,99	9
F—G	9,6	2,00—2,49	7
G—K	13,9	2,50—2,99	12
K	19,0	$\geq$ 3,00	38

[1] Istanbul Arch Soc Turque Sc Phys et Naturelles No. 1 (1935).
[2] Lembang, Bossche Sterrenwacht. Ann 5, Part 4 (1935).

e) The Densities of the Stars.

204a. Densities of Visual Binary Stars. J. GABOVITŠ and E. ÖPIK[1] have computed the densities of visual binary stars on the basis of the relations which can be established between the orbital elements and the surface brightness as derived from the spectral class (See Chapter 4, Ciph. 204). The method is the same as the one developed by E. ÖPIK in 1916[2]. The best individual values of T can be obtained from colour indices which have been standardized with the aid of spectral photometric determinations of the temperature. Using the data of ÖPIK[3] it is found:

$$c_2/T = 1{,}47\,C + 1{,}82\,,$$

where C is the colour index in the system established by ÖPIK[4] on basis of a number of modern sources.

In case of M stars, the absorption by the TiO bands will affect considerably the visual magnitude and only slightly the photographic magnitude. The outcome of this will be that the colour index is derived smaller than it would be if there were no TiO absorption. The surface brightness therefore will be overestimated.

As m_p is not influenced by the TiO absorption to any considerable degree the true effective temperature is computed from the formula:

$$m_p - m_{bol} = 36100/T + 10\log T - 43{,}40\,,$$

where m_{bol} is the bolometric magnitude according to PETTIT and NICHOLSON, and m_p the photographic magnitude in the colour system established by ÖPIK[4]. The constant term is determined from K stars in the list of PETTIT and NICHOLSON[5]. After having found the "true" temperature, T', of a star of class M the "ideal" colour, C', is computed from the next last formula above by substituting in this for T the "true" temperature T'. The TiO correction, ΔC, is then: $\Delta C = C' - C$.

The size of the correction is shown in the adjoined small table.

Correction in the colour index C due to the effect of TiO bands.

Spectral class	Mean correction ΔC	n
M0	$+0^m{,}14$	3
M1	0, 15	1
M2	0, 25	6
M3	0, 48	3
M4	0, 70	3
M5	1, 32	3
M6	1, 47	2

When the densities for stars of the M dwarf class are computed it is found that the TiO correction brings down the densities of these red dwarfs from the usually accepted, abnormally high values, to the "normal" densities of the other dwarfs. The unexpected result is illustrated in the following table.

Star	Spectral class	m_v	Colour index	ΔC	C'	ϱ	ϱ'
η Cassiopeiae B . .	M0	7,4	$1^m{,}34$	$0^m{,}08$	1,42	1,64☉	1,05☉
μ Herculis B . . .	M3	10,2	1 ,34	0 ,48	1,82	26,5	2,06
Krueger 60 A . . .	M3	9,3	1 ,34	0 ,48	1,82	54,5	4,22
Krueger 60 B . . .	M4	10,8	1 ,45	0 ,79	2,24	165	2,50
o^2 Eridani C	M5	11,0	1 ,45	1 ,17	2,62	150	0,30

Densities were derived by the authors for altogether 166 stars. The main results as to the dependence of density upon spectral class are given in the following table.

---

[1] Publ Obs Astr Tartu 28, No. 3 (1935).
[2] Ap J 44, p. 292 (1916).
[3] Ap J 81, p. 177 (1935).
[4] Publ Obs Astr Tartu 27 part 1 (1929).
[5] Ap J 68, p. 279 (1928) = Mt Wilson Contr 369.

Spectral class	Arithmetic mean density	Dispersion in arithmetic mean density	n	Geometric mean density	n
B3	0,005 ⊙	±0,0010 ⊙	2	0,071 ⊙	2
A0—A2	0,218	0,138	21	0,12	21
A3—A7	0,510	0,469	10	0,35	10
F0—F3	0,232	0,076	25	0,19	24
F4—F6	0,691	0,753	29	0,57	28
F7—G1	0,730	0,925	34	0,61	31
G2—G6	1,378	2,848	12	1,77	13
G7—K1	1,440	3,998	10	1,87	9
K2—K6	1,546	3,455	13	1,23	13
M0—M5	2,187	6,406	6	1,66	6

Between the absolute magnitude (and hence the mass) and the density there is a decided correlation. Thus the present writer has found: $r = +0{,}726 \pm 0{,}037$ and if the five outstanding cases, for which the values of $\log \varrho$ are $> 4{,}00$ or $< -2{,}40$ are excluded: $r = +0{,}690 \pm 0{,}041$. This is a much higher correlation than the corresponding one existing in case of eclipsing spectroscopic binaries (See this Appendix Ciph. 244b.) Using the whole material the following formula is found as giving the most probable value of ϱ for given M:

$$\varrho = e^{0{,}26528\,M - 1{,}3611}.$$

207a. Densities of Eclipsing Binary Stars. In an extensive monographic treatment of the eclipsing binaries S. GAPOSCHKIN[1] has investigated the properties of 349 pairs. Of the general results the following should be mentioned. With increasing period the duration of eclipse, expressed with the period as a unit, decreases, and with increasing period the depth of the primary minimum increases. There is a non-linear relation between the period and the ratio r_f/r_b of the radii. The excentricity of the system increases with increasing period. Between the ratio of the axes b/a of the stars and the spectral class there is a complicated relation but on an average the ratio decreases when the spectral class advances towards "lateness".

$\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_B$	Length of period
4,2 ⊙	$> 2^d{,}30$
2,4	0,75 to 2,30
1,5	$\leqq 0{,}75$

GAPOSCHKIN found the general relation between total mass and period, P, which is shown in the adjoined table.

The usual formulae for deriving the densities of the components were then changed into a series of formulae where the individual masses for the groups of different periods were introduced by aid of the mass values derived above and the mass-ratios as derived from the difference in magnitude between the components. I have used the data in the table of GAPOSCHKIN and derived the following mean values of the densities for the different spectral groups:

Spectral class	Mean density of brighter component ϱ_b	Dispersion in ϱ_b	Mean density of fainter component ϱ_f	Dispersion in ϱ_f	n
B0—B5	0,094 ⊙	±0,095 ⊙	0,089 ⊙	±0,069 ⊙	9
B8—A2	0,172	0,125	0,419	0,946	14
A3—A8	0,171	0,137	0,173	0,207	14
A9—F2	0,335	0,289	0,198	0,219	34
F6—G5	0,407	0,439	0,186	0,359	80
G6—K2	0,491	0,409	0,198	0,368	40
K3—K5	0,492	0,288	0,079	0,087	16
K6—M0	1,296	0,981	0,903	1,134	5
M1—M6	0,004	0,002	0,003	0,003	2

[1] Berlin-Babelsberg Veröffentl Bd. 9, Heft 5 (1932).

A number of the spectral classes in this table have been computed on basis of the difference in magnitude between the components, colours and so forth. It seems that the results in the table corroborate the results reached in earlier investigations.

The results as to the densities for stars having actually classified spectra are given in the adjoined small table.

Spectral class	Mean density	Ratio: Density of brighter / Density of fainter	n
O8—B0	0,009 ⊙	0,7	3
B1—B3	0,074	1,0	10
B4—B8	0,18	3,3	7
B9—A3	0,27	5,0	11
A4—F5	0,57	2,5	8
F6—G3	1,9	1,2	3
K—M	1,4	0,8	1

There is an indication that the densities of the fainter components follow the general course in the spectral density-diagram, that is, from comparatively high densities in the classes A0 to F5 they pass over to low densities in the classes B0 to B5 but also define a secondary branch of stars of comparatively low density running from spectral classes G0 to G5 to the classes A0 to F5.

f) The Masses of the Stars.

210a. Determination of Mass-Ratios of Visual Binaries. By means of plates secured with the 40-inch refractor of the Yerkes Observatory R. C. Huffer[1]

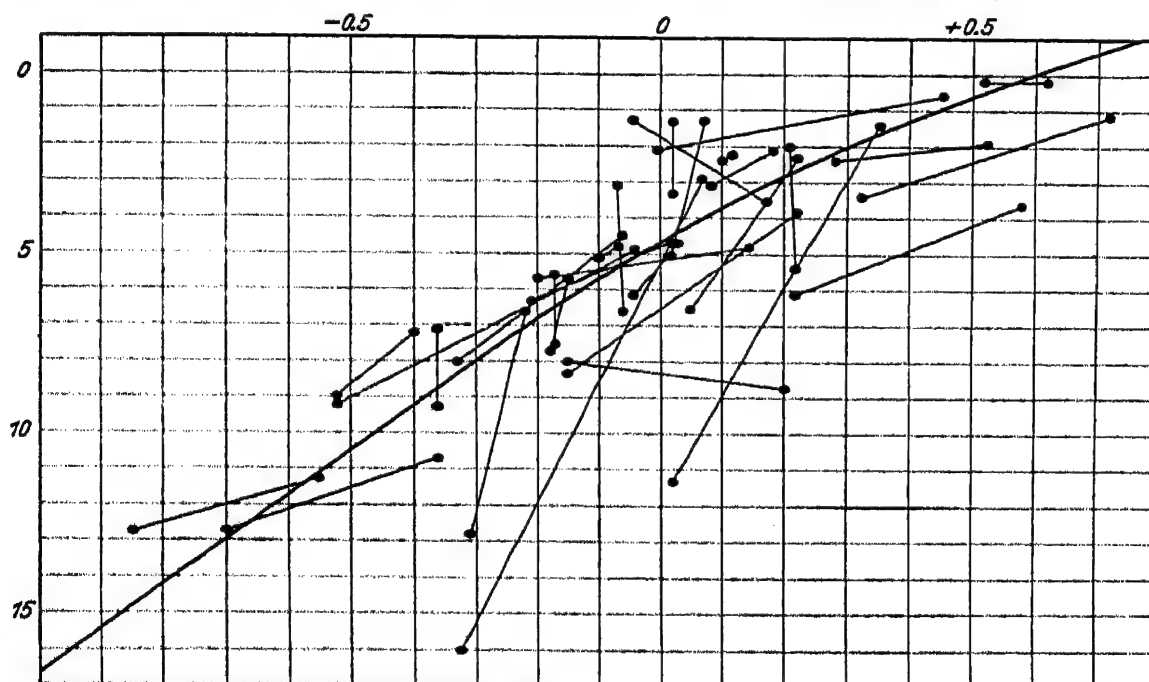



Fig. 6. Mass-luminosity relation as derived by Huffer from the material of separate stellar masses on basis of existing determinations of the mass-ratios in visual binaries. The ordinates are absolute visual magnitudes and the abscissae are logarithms of masses. The full drawn curve represents Eddington's mass-luminosity relation. The straight lines join the two components of a physical pair.

has determined the mass-ratios of 17 binaries. The conditional equation used has the form:

$$\mu_x t + k_x - r_x \frac{\mathfrak{M}_2}{\mathfrak{M}_2 + \mathfrak{M}_1} = m_x ,$$

where μ_x is the proper motion component in the direction x, k_x an additional constant, r_x the separation of the two components in x, and m_x the measured position of the brighter star, when correction for parallax has been made.

[1] Ap J 80, p. 269 (1934).

The results have been combined with other determinations and the masses determined for 29 pairs for which good mass-ratios are known. The plot given in fig. 6 shows several interesting deviations from the mass-luminosity diagram generally accepted.

239a. Distribution of Mass-Ratios in Double Stars. G. SHAJN[1] has investigated the distribution of the mass-ratios in double stars. Earlier SHAJN had investigated 342 pairs for which both spectra were known. In order to increase the material and to avoid some selection as to distance between the components also pairs exhibiting only one spectrum but with known proper motion were included. Thus the material used in the investigation embraced 1497 pairs. The $\overline{M}$ for different spectral classes and the bolometric differences $\Delta(M_B - M_A)$ were computed. The following condensed table will show the principal results:

	Spectral class of system	$\overline{M}_A$	M_B	$\Delta(M_B-M_A)$ Bolometric difference	Mass $\mathfrak{M}_A$	$\mathfrak{M}_B$	$\mathfrak{M}_B/\mathfrak{M}_A$	n
Giants	M	$-1^M,0$	$+3^M,1$	$+5^M,9$	12,6 ⊙	1,4 ⊙	0,11	15
	K0—K5	−0 ,3	+3 ,2	+5 ,6	7,9	1,3	0,16	109
	G0—G5	−0 ,2	+2 ,1	+2 ,8	4,4	1,8	0,43	78
	F2—F8	+0 ,1	+1 ,8	+1 ,9	3,5	2,0	0,56	166
	O—B1	−3 ,7	+0 ,3	+4 ,0	27,8	4,6	0,17	13
	B5	+0 ,8	+2 ,6	+1 ,8	2,9	1,7	0,60	22
Main series	B2—B3	−1 ,0	+1 ,2	+2 ,2	6,3	2,9	0,46	38
	B8—A5	+0 ,9	+2 ,6	+1 ,7	2,7	1,6	0,61	511
	F0—F8	+4 ,0	+5 ,1	+1 ,2	1,1	0,9	0,82	245
	G0—G5	+5 ,1	+6 ,2	+1 ,0	0,9	0,7	0,78	221
	K0—M	+6 ,2	+7 ,5	+1 ,1	0,9	0,7	0,78	79

The reduced proper motions were used as a means of discriminating the pairs into giants and dwarfs. The mean mass ratios of the different spectral groups were then derived on basis of the theory of radiative equilibrium.

It seems that the mass-ratio progresses towards unity in the giant sequence and the main series, separately, when advancing along the spectral sequence. The B stars cannot, as to their mass-ratios, be considered as an intermediate state in the sequence $M_g \circ\!\!\rightarrow A \circ\!\!\rightarrow M_d$.

The distribution of $\Delta(M_B - M_A)$ is found to differ radically in giant systems on the one hand and dwarf systems on the other.

The increase of the mass-ratio for the systems presumably furthest advanced is a general behaviour of visual binaries, eclipsing binaries, and to a smaller degree of spectroscopic binaries.

In order to find the possible cause of the said increase SHAJN makes use of JEANS' approximate formula[2] $d\mathfrak{M}/dt = -\alpha\,\mathfrak{M}^3$. From the integrated value of $\mathfrak{M}$ as given in Chapter 4, Ciph. 235 the relation between the mass-ratios, f_0 and f_1, for two different epochs is found as:

$$f_1^2 = \frac{f_0^2(1 + \mathfrak{M}_A^2 t)}{1 + f_0^2 \mathfrak{M}_A^2 t},$$

where $\mathfrak{M}_A$ is the mass of the primary at the earlier epoch, and t is expressed in $7{,}7 \cdot 10^{12}$ years as a unit. This is the time required for a star to pass from infinitely large mass to solar mass.

It is clear from the formula that the mass-ratio increases with time. If $\mathfrak{M}_A$ at the start is 10 ⊙ the adjoined small table gives the values of f at different epochs.

t	f 0,1	0,3	0,6	0,9
0,2	0,42	0,82	0,96	0,99
0,4	0,54	0,89	0,98	1,00
0,6	0,62	0,93	0,99	1,00
0,8	0,67	0,94	0,99	1,00
1,0	0,71	0,95	0,99	1,00

[1] R A J 6, p. 211 (1929).

[2] See Chapter 4, Ciph. 235. SHAJN attributes this formula wrongly to EDDINGTON.

According to this the mass-ratio shall approach unity with time, no matter how large the original value was. Thus M and K giants should be of rather recent origin, about $0{,}23 \cdot 10^{12}$ years old. Since the components of a close binary may be considered as members of a coeval system it should be possible to find the mass of the secondary with which it started. SHAJN concludes that the mass of the secondary in systems of classes M and K could not at the start surpass $1{,}8\odot$ and $1{,}4\odot$, respectively, even if the primary at the same time had an infinitely large mass.

SHAJN puts forth reasons for the opinion that the secondary in pairs of classes K and M often is a white star of low absolute magnitude. Here we might have some transition to white dwarfs.

In a subsequent paper SHAJN[1] answers the criticism of KREIKEN[2] as to the results by H. VOGT and SHAJN concerning the decrease of Δm, that is increase of the mass-ratio with advancing spectral class. KREIKEN thinks that when proceeding along the sequence $M_g \circ\!\!\rightarrow A \circ\!\!\rightarrow M_d$ we take into account stars of ever increasing M and, consequently, of ever increasing m. Thus with increasing m an ever increasing percentage of large Δm will escape observation and thus $\overline{\Delta m}$ must decrease its value.

242a. Masses and Luminosities of Spectroscopic Binaries determined by the Mass-Luminosity Relation. The masses and luminosities of the components of sixty-two spectroscopic binaries have been derived by R. M. PETRIE[3] from the observed mass-ratios and absolute magnitudes by the application of the mass-luminosity relation.

If the designations used in Chapter 4, Ciph. 232 and the following ones are used the determination of the masses rests upon the three equations:

$$M_{\text{bol}} = -\frac{7}{2}\log\mathfrak{M} - \frac{15}{4}\log(1-\beta) - 2\log(T_e/5200) - 0{,}28\,,$$

$$1-\beta = 0{,}00421\,\mu^4\beta^4\mathfrak{M}^2\,; \qquad \mathfrak{M}_A/\mathfrak{M}_B = K_B/K_A\,.$$

The error in derived mass due to the errors in the parallaxes has been investigated and it is found that for $\mathfrak{M} = 10\odot$, an error of 15% causes an error of the same amount in the mass and that an error of 40% also causes an error of the same amount in the mass. For $1\odot$ and parallax errors of 15% and 40%, the corresponding errors in mass are 8% and 22%. The effect of an erroneous temperature is also investigated; for $\mathfrak{M} = 10\odot$, assuming an error in classification of one spectral number, the temperature errors in mass are 12% (B0 stars), 6% (A0 stars), and 2% (F0 and G0 stars). For $\mathfrak{M} = 1\odot$ the figures run as follows: 7% (B0 stars), 4% (A0 stars) and 1% (F0 and G0 stars).

Thus the last error is not very important and the first one is not extremely high. On an average the mass should be accurate within 30% and thus the method should be one of the best so far established for the derivation of stellar masses.

The values of the average masses as found from the material of PETRIE are given in the adjoined small table.

Spectral class	Mean mass	n
B0—B5	$6{,}35\odot$	21
B8—B9	2,64	9
A0—A5	2,20	32
F0—F5	1,39	34
F6—G5	1,19	8

It seems that the masses for the B0—B5 stars come out too low. Certain cases of deviation from the mass-luminosity relation are indicated in the present material.

A by-product of the investigation is the value of $\sin^3 i$. The mean value of this quantity is found to be 0,809 which agrees very closely with the value of KREIKEN of 0,797.[4]

[1] A N 240, p. 305 (1930). [2] A N 238, p. 373 (1930).
[3] Publ Obs Univ of Michigan, 5, No. 13 (1934). [4] M N 89, p. 589 (1929).

244a. Spectra and Masses of Eclipsing Binaries. A study of the spectra of eclipsing binaries has been performed by A. B. WYSE[1] by aid of the 36-inch refractor at Mount Hamilton. Spectral classes have been determined for both components of 25 pairs and the results as to 28 systems, studied by other investigators, have also been included in the discussion.

The spectra of eclipsing binary stars are in general very similar to ordinary stellar spectra. Four secondaries and two primaries have hydrogen emission lines, while for two additional secondaries $H\alpha$ is probably bright. It does not seem probable that some of the emission lines arise, in the nature of a flash spectrum, from the chromosphere of star A, or B, or both.

Densities of 23 pairs with known masses and radii have been computed, and for the remaining 30 pairs hypothetical densities have been computed. The two sets of data show a wide range for each spectral class. Early stars have normal densities for their spectral class and several of the late class stars have characteristic dwarf densities. Many of the lower temperature stars, and especially so the secondaries, have low or intermediate densities and their luminosities are intermediate between dwarfs and giants. WYSE inclines to the view that the densities of the eclipsing binaries are, in some respects, not typical for stars in general. From unpublished evidence the present writer doubts that many actual differences will be traced in the distribution of the two kinds of stars.

On the other hand, the distribution of M seems not to be quite the same for eclipsing stars and for ordinary stars. The mean slope along the main series, $\Delta M/\Delta S$, for the mid-point S = F5 is for the former $0^M,7$, whereas this quantity for the latter is $1^M,7$. This is also substantiated from calculations which have resulted in the adjoined small table, assuming the primary has an A spectrum. Since the secondaries invariably are larger than the primaries in the material at hand it follows that either the primaries fall below the main series, or, else, the secondaries fall above.

Spectral class of fainter component	r_f/r_b
F0	0,8
G0	0,6
K0	0,4

244b. Relation between Stellar Mass, Diameter and Density in Eclipsing Binaries. K. LUNDMARK[2] has used 39 primaries of spectroscopic eclipsing binaries for which the bolometric absolute magnitudes M range from $-7^M,6$ to $+8^M,6$, the masses from 36 ☉ to 0,2 ☉, the diameters from 24 ☉ to 0,3 ☉, and the densities from 0,0004 ☉ to 2,2 ☉. The following coefficients of correlation r were found:

Variates	r	$\varepsilon(r)$
M and Mass	−0,851	±0,084
Mass and diameter . . .	+0,802	±0,096
Mass and density	−0,520	±0,137

The relatively low value for the relation between mass and density is rather unexpected. The result that the size of the star is the determining factor in the mass may prove to be of considerable practical consequence, as the linear diameters of the stars can be determined with a fair accuracy and thus it should be possible to determine mean values of stellar masses and the dispersions around the means statistically in a rather direct way.

244c. Determination of Masses of Eclipsing Binaries. In earlier work it was assumed that the mass of each component was equal to 1 ☉. An improvement

[1] Lick Bull 17, p. 37 (1934).   [2] Lund Obs Circ No. 5. (1932).

was made by S. GAPOSCHKIN[1] who found that in spectroscopic binaries the sum of the masses is positively correlated with the period. On the basis of another indication of correlation between the mass ratio and the period he has derived the ratio $\mathfrak{M}_B/\mathfrak{M}_A$ from the ratio of luminosities. The connection between the correlated quantities is, however, not so marked that any high accuracy of the computed values can be expected. E. HOLMBERG[2] has computed the masses of eclipsing binaries in the following way. The probable value of $\log(\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_B)$ is obtained from the formula:

$$\log(\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_B) = -1{,}97 \log S + 0{,}30 \log P + 1{,}14,$$

where S is the spectral index (for B0 = 1,0, for A0 = 2,0 and so forth), and P the period in days. The probable value of $\mathfrak{M}_B/(\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_B)$ is computed according to the formula:

$$\mathfrak{M}_B/(\mathfrak{M}_A + \mathfrak{M}_B) = +0{,}47\, L_A - 0{,}02\, S + 0{,}35,$$

where L_A is the luminosity of the brighter star.

By means of these formulae established from 39 spectroscopic eclipsing binaries the masses and orbit radii of 211 eclipsing binaries have been computed.

The correlation between mass and diameter found by LUNDMARK has been recomputed on basis of an enlarged and improved material. Thus HOLMBERG found:

$$r_{\mathfrak{M},R} = +0{,}859 \pm 0{,}027 \text{ (49 pairs)},$$

and the probable mass value:

$$\mathfrak{M} = 1{,}819\, R - 1{,}496.$$

The masses range from 36 ☉ to 0,003 ☉ and the radii from 24 ☉ to 0,60 ☉.

The high value of this correlation may partly be explained as due to a certain selection of spectral class. The large majority of spectroscopic eclipsing binaries are of earlier spectral classes, the average being A5. In these classes the density is small and does not vary much while in the later classes it gradually increases. The distribution of spectroscopic binaries according to spectral class may be seen from the adjoined table.

Spectral class	Mean density	Dispersion in the density	n
O and B . . .	0,07	±0,06	31
A0—A4	0,20	±0,14	18
A5—A9	0,25	±0,16	8
F	0,53	±0,58	12
G	0,69	±0,89	11

In classes O and B some two thirds of the material have a density between 0,01 ☉ and 0,13 ☉. In class G the corresponding values lie between 0,0 ☉ and 1,6 ☉. Thus we should expect a linear relation between the mass and the cube of the radius. However, the density decreases as the volume of the star increases and we thus obtain a linear relation between mass and radius.

If the high value of $r_{\mathfrak{M},R}$ is partly due to spectral class, by dividing the spectroscopic eclipsing binaries into two groups different values of $r_{\mathfrak{M},R}$ should be obtained. The following table shows this to be the case.

Spectral class	Coefficient of correlation (r)	$\overline{\mathfrak{M}}$	$\overline{R}$	n
O, B, A . . .	+0,876 ± 0,029	6,662	4,168	63
F, G, K, M .	+0,584 ± 0,122	0,961	2,058	29

[1] Berlin-Babelsberg Veröff 9, Heft 5 (1932).
[2] Lund Medd Ser. II, No. 71 (1934).

This computation has also been extended to non-spectroscopic eclipsing binaries as is seen from the following table.

Group of objects	Coefficient of correlation (r)	$\overline{\mathfrak{M}}$	$\overline{R}$	n
All stars U-hyp.	+0,242 ± ,048	2,012	3,632	387
All stars D-hyp.	+0,266 + ,050	2,071	3,800	340
Brighter comp. U-hyp. . .	+0,437 + ,058	2,315	2,890	195
Brighter comp. D-hyp. . .	+0,393 + ,065	2,701	3,127	169
Fainter comp. U-hyp. . .	+0,418 + ,059	1,347	4,332	195
Fainter comp. D-hyp. . .	+0,356 + ,067	1,322	4,157	169

The U-hypothesis assumes that there is a uniform distribution of brightness over the area of the star considered, whereas the D-hypothesis assumes a complete darkening at the limb.

244d. The Masses Computed from the EINSTEIN-Shift. In case of 39 stars of classes O—B8, K. F. BOTTLINGER[1] has derived the mass from the relativistic formula: $\Delta V = 0{,}65\, \mathfrak{M}/R$, where $\mathfrak{M}$ and R are the mass and radius, respectively,

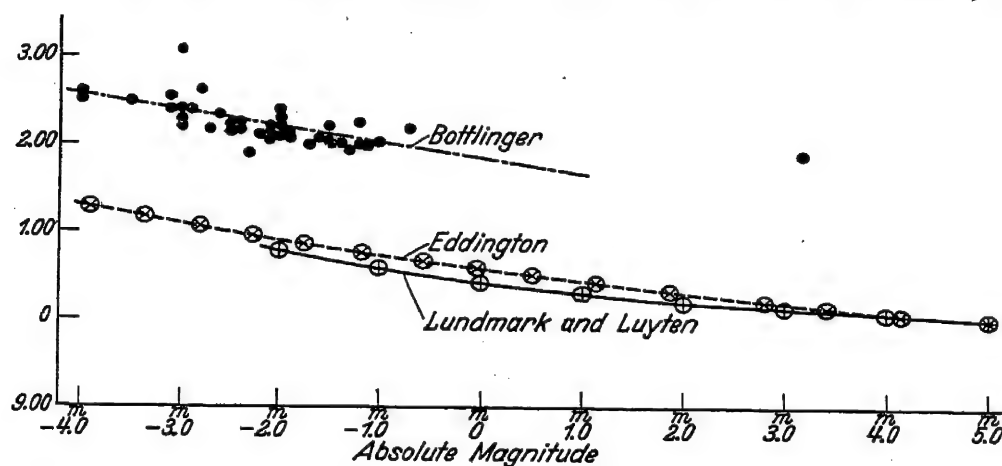



Fig. 7. The mass-luminosity relation as derived by EDDINGTON and by LUNDMARK and LUYTEN compared with the corresponding relation in the case of BOTTLINGER's group of O and B stars. Ordinates are logarithms of stellar mass. The curve passing through the black dots representing BOTTLINGER's material is the regression-line giving the most probable value of mass for given absolute magnitude.

expressed in ⊙ as units, and ΔV the redshift in the radial velocity. This shift can not be determined for individual stars except in a very few cases. For 286 B stars BOTTLINGER has subtracted the solar motion component as well as the galactic rotation component. Of these stars 39 did show a positive residual velocity larger than 10 km./sec. Inasmuch as the peculiar velocities in case of the B stars are very small they can be ignored in the present case and the residual velocity is thus taken equal to ΔV.

The computed masses range from 78 ⊙ to 1200 ⊙ but the absolute magnitudes are not as a rule exceptionally high.

BOTTLINGER did not notice that there is a correlation between the masses and the absolute magnitudes. The present writer has found: $r_{\log \mathfrak{M}, M} = -0{,}496 \pm 0{,}119$ and $r_{\log \mathfrak{M}, R} = +0{,}616 \pm 0{,}099$.

Since no assumption is made in the derivation of $\mathfrak{M}$ as to the existence of a mass-luminosity relation it seems rather remarkable that such a relation is present. This fact might be taken as showing the reality of the computed mass values. This conclusion is also substantiated by the intimate correlation between

[1] Berlin-Babelsberg Veröff 8, Heft 5 (1931).

the masses and the diameters computed by application of ordinary methods. Furthermore, some of the stars are leading stars in open clusters and it is significant that the massive star BD + 6° 1309 also has proved to be a member of a hitherto not recognized coarse open galactic cluster[1].

The mass-luminosity relation in case of BOTTLINGER's group of O and B stars is illustrated in fig. 7. The march of the ordinarily accepted curve in this part of the spectral sequence is very little known but it does not seem likely that the material of BOTTLINGER has its homestead in the ordinary branch of the mass-luminosity curve; it defines probably an upper branch, perhaps also one of the many extra branches possibly existing among the massive stars.

244e. Giant Branch of Low Masses. E. W. PIKE[2] has extended the giant series to low masses. It has long been known that the secondaries of certain eclipsing pairs are abnormally tenuous for their known masses. The giant series has not been distinguished from the main series below about $\mathfrak{M} = 2\odot$ by luminosity or spectral class, but on basis of density it appears that this series, instead of merging into the main one, preserves its identity to masses as low as $\frac{1}{4}\odot$. The data given are based altogether upon 54 pairs of eclipsing and visual pairs.

244f. The Investigations by J. MEURERS. The general relations between effective temperature T, luminosity, and mass of the stars have been investigated by J. MEURERS[3]. The author introduces a general mass-luminosity relation of the form $L = c(\mathfrak{M})\mathfrak{M}^{\mu} T_e^{\nu}$, where μ and ν are arbitrary real numbers. The relation of EDDINGTON will then be a special case of the general relation of MEURERS. The general function $c(\mathfrak{M})$ will be changeable from star to star. It is found that all relations, where the inequalities: $\mu > 1{,}90 - 0{,}31\,\nu$, $\mu > 1$, $4 > \nu$ are valid, behave in the region of the main series as the relation of EDDINGTON.

By means of this relation it is possible to make a prediction of the distribution of normal giants in the mass-luminosity diagram.

---

[1] Lund Obs Circ No. 1 (1931).
[2] A J 41, p. 73 (1931).
[3] Bonn Veröff No. 28 (1934).

Band V.

Chapter 5.

Stellar Clusters.

By

H. SHAPLEY-Cambridge, Mass.

Introductory Remarks. The varied activity in the field of star clusters during the past five years has resulted in many publications, and it is not possible to summarize every contribution in the following pages. All the more important papers are mentioned, and some account is also given of unpublished researches that are known to the author. A few routine catalogues of the magnitudes in star clusters are not reported, and attention is now called only in passing to the eventually very useful catalogues of the positions of cluster stars by KÜSTNER[1], SCHLESINGER[2], and BARNARD[3]. Some of the communications on the brighter groups (Hyades, Pleiades, Praesepe, Coma) which deal with photometric or spectroscopic problems, rather than with the cluster systems as such, are not summarized in the present supplement. A general discussion of moving clusters was published by BERTAUD in the Bulletin of the Astronomical Society of France for 1933.

c) On the Spectral Composition of Clusters.

14. Spectra in Individual Galactic Clusters. Attention has been paid of late not so much to the classification of spectra but to the colors, effective wave lengths, magnitudes, and spectrophotometry of the stars in galactic clusters. This is, indeed, the most active phase of cluster work at the present time. The spectra of several hundred stars, however, as classified by TRUMPLER on his Lick Observatory plates, have now been published by ZUG for twenty three galactic clusters[4]; he has determined also the color indices and color excesses for the same stars. In an extensive study SCHWASSMANN has reclassified stars in and around the Pleiades, and discussed the relations between spectra, magnitudes, and colors[5]; he obtains a parallax of 0″,006, in sufficient agreement with earlier photometric values.

Several other of the more important studies of colors and spectral characteristics are summarized in the following paragraphs.

A heterochromatic study of the magnitudes of members of the Pleiades cluster and of intermingled field stars has been published by Miss PAYNE[6]. The resulting colors have been discussed by BARBIER from the standpoint of RAYLEIGH scattering within the cluster[7]; ÖHMAN, in a spectrophotometric analysis, examines the continuous hydrogen absorption in the spectra of the brighter Pleiades, and

---

[1] Veröff Sternw Bonn No. 26 (1933).
[2] A J 43, p. 97 and 161 (1934); 44, p. 21 (1934).
[3] Publ Yerkes Obs 6 (1931).
[4] Lick Bull 16, p. 119 (1933).
[5] Hamburg Mitt 6, No. 31 (1930).
[6] Harv Ann 89, No. 2 (1932).
[7] C R 196, p. 1868 (1933); see also STRUVE, ELVEY, and KEENAN, Ap J 77, p. 274 (1933); STRASSL, Z f Ap 5, p. 205 (1932).

finds it a criterion of absolute magnitude[1]. BERNHEIMER[2] goes further with the discussion of Miss PAYNE's magnitudes, and considers also the spectral data provided by SCHWASSMANN's work. He has also treated, in his series of studies on galactic clusters, the anomalies in the spectrum-luminosity arrays, with special reference to Praesepe[3].

Effective wave lengths and photographic magnitudes for 1821 stars in Praesepe, based on Mount Wilson plates, have been published by VANDERLINDEN from the Royal Observatory of Belgium[4]; he makes a detailed analysis of the relation of spectral type to effective wave length[5]. A comparable study of Messier 67 by VANDERLINDEN is nearing completion. A similar study has been completed for Messier 37 by RAMBERG[6], who obtains a high correlation between his effective wave lengths and the color indices of VON ZEIPEL's well known investigation of this rich galactic cluster. Color indices determined from effective wave lengths and photographic magnitudes have also been determined and discussed for the galactic group Messier 34 by CHERUBIM at Göttingen[7], and at Leiden by OOSTERHOFF for the double cluster, h and χ Persei[8].

The extensive study of galactic clusters at Harvard by Mrs. RIEKE[9] has involved the measurement of hydrogen line intensities for nearly three thousand early type stars in some fifty clusters[10]. For a large number of clusters she finds that all of the early type stars over an area ten times that usually accepted for the clusters are physical members of the systems. Luminosity curves for B and A type stars are compared with those obtained by VAN RHIJN[11] and MALMQUIST[12]. It is not possible to determine the maximum of the luminosity curve for B stars from these data; for B8—A0 stars it is between +1 and +2, or later (in good agreement with VAN RHIJN's results). The dispersion, especially for early B stars, is considerably greater than that found by either VAN RHIJN or MALMQUIST. Some members of h and χ Persei and N.G.C. 6231 are as bright as absolute magnitude —6. Separate luminosity curves are given for Messier 7 and N.G.C. 3532. Both clusters are composed chiefly of stars later than B8, and both of them are observed to absolute magnitudes fainter than +3. The members of Messier 7 seem to be high luminosity stars, while N.G.C. 3532 is composed chiefly of stars of low luminosity[13].

In a series of important papers on various galactic clusters, WALLENQUIST has reported on the colors, magnitudes, and space distribution of cluster stars[14]. The work has been carried on for northern clusters at Upsala, and for southern clusters at the Bosscha Observatory (Java). Using the method of VON ZEIPEL and LINDGREN, he has attempted to determine the mass-ratios for groups of cluster stars in ten galactic and two globular clusters, and finds satisfactory agreement with EDDINGTON's mass-luminosity relation[15].

---

[1] Stockh Astr Iakt och Undersökn 11, No. 10 (1933). [2] Z f Ap 9, p. 123 (1934).

[3] BERNHEIMER and REIMER, Untersuchung des galaktischen Sternhaufens N.G.C. 2632 (Praesepe). Wien Akad d Wiss Math-naturwiss Kl IIa 143, p. 453 (1934); see also BERNHEIMER, Z f Ap 9, p. 134 (1934).

[4] Gembloux. 1933.

[5] See also STROBEL, Visuelle und photographische Helligkeiten von 218 Praesepe-Sternen. A N 253, p. 173 (1934).

[6] Lund Medd Ser. II, No. 70 (1934). [7] Veröff Sternw Göttingen 9 (1929).

[8] Thesis. Leiden 1933. [9] Carol J. ANGER. [10] Harv Circ 397 (1935).

[11] Groningen Publ 38 (1925); also in press. [12] Lund Medd Ser. II, No. 32 (1924).

[13] Cf. also ANGER, Harv Bull 882 and 883 (1931); 892 (1933).

[14] E.g., Lembang Ann III, 3 (1931); IV, 5 (1933); V, 3 (1932); Upsala Medd No. 56 (1932).

[15] See also STICKER, Über die Farbenhäufigkeitsfunktion in Sternhaufen. Z f Ap 1, pp. 174 and 274 (1930).

JUNGKVIST at Upsala has analysed magnitudes, colors, and spectra of 74 stars in the galactic cluster N.G.C. 752 ($\beta = -23°$), and 126 stars in the neighborhood of this cluster[1]; the stars of a given spectral class in the cluster are bluer than the neighboring stars, in agreement with SCHWASSMANN's result on the Pleiades[2], indicating the probable absence of intervening light absorption in this direction, and possibly indicating an inherent difference between cluster and non-cluster stars. SCHALÉN has discussed in three notes his own work and that of TRUMPLER, ANGER, and WALLENQUIST, on N.G.C. 663, where anomalous colors appear[3].

Uncommonly bright stars are frequently encountered in open clusters, for instance, the super-giant blue stars in the Large Magellanic Cloud[4]. By inference, these bright stars are also uncommonly massive. The massive binary star B.D. $+6°1309$ is probably a member of the open galactic cluster N.G.C. 2244, according to LUNDMARK[5]; the total mass is estimated at 160 solar masses, spectral class Oep[6]. The white dwarf, VAN MAANEN 1166, in h Persei, which has been studied as to color or spectrum by PARVULESCO[7], OOSTERHOFF[8], and ÖHMAN[9], is certainly a foreground star, probably comparable in luminosity, as in spectrum, with Comp. o_2 Eridani.

d) Variable Stars in Star Clusters.

16. A Summary of Known Variables. To the summarizing table and the notes published in Volume V, Chapter 5, of the Handbuch der Astrophysik, page 719, we can now make the following additions[10]:

N.G.C. 362.—Of the fourteen known variables in this cluster at the edge of the Small Magellanic Cloud, Miss SAWYER has found that six are cluster type variables, three are classical Cepheids, and one is a variable with a period of 105 days[11].

N.G.C. 2419.—Of the twenty six variables, BAADE writes that twenty three are of the cluster type, which yield a modulus of 19,24, the faintest value on record for a globular cluster[12].

N.G.C. 5139 = ω Centauri.—In recent letters HERTZSPRUNG reports that VAN GENT has discovered thirty one new variables, and the periods are being rediscussed, on the basis of Johannesburg plates, of the variables that are not too near the center of the cluster; Bailey number 78 is an eclipsing star, and Bailey number 6 may be of the same type, with a relatively long period; Bailey number 65, a cluster type variable, appears to have a period of only ninety minutes[13].

N.G.C. 5272.—GUTHNICK has made a special study of the reddish variable Bailey number 95 in Messier 3; it is not as yet clear whether the star is a long period eclipsing binary of the Zeta Aurigae type, a variable of the R Coronae type, or an irregular variable of some other kind. A minimum in 1933 of fifty four days duration had a constant minimum magnitude for twenty five days, and showed a range of nearly a magnitude[14].

N.G.C. 6121.—An investigation of the thirty three known variables in Messier 4 by Miss SAWYER[15] yields accurate periods for nineteen cluster type stars,

[1] Upsala Medd No. 52 (1931). [2] Loc. cit.
[3] Upsala Medd Nos. 37, 49, and 53 (1928/31). [4] Ciph. 40a, below.
[5] Lund Circ 1, p. 13 (1931). [6] PLASKETT, M N 82, p. 447 (1922).
[7] B A 3, p. 393 (1923). [8] B A N 6, p. 39 (1930). [9] M N 92, p. 71 (1931).
[10] Cf. also VAN GENT, B A N 7, p. 31 (1933), for a discussion of a few cluster variables, mostly found by BAILEY, in N.G.C. 6723; and GROSSE, A N 249, p. 389 (1933), on the distribution of the absolute magnitudes of variable stars in five globular clusters.
[11] Harv Circ 366 (1931). [12] Letter of January 30, 1935. [13] B A N 7, p. 83 (1933).
[14] Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1933, XXIV. [15] Loc. cit.

seventeen of which show constant periods over an interval of twenty thousand epochs; one interesting star appears to have a period of $1^d,10$, and to be of nearly the same magnitude as the cluster variables. In a subsequent investigation, HOGG and Miss SAWYER[1] find two new variables, with ranges of half a magnitude, six probable variables, with ranges of three or four tenths, and they suspect eight others of slight variation; all of these stars are of the same photographic brightness as the thirty three previously known.

N.G.C. 6218 and 6254.—The neighboring clusters Messier 10 and Messier 12 have been examined on Victoria plates by Miss SAWYER[2], who finds them of the "variable poor" type; in each one star is suspected of variability.

N.G.C. 6229.—BAADE has found twenty new variables[3].

N.G.C. 6397.—Miss SAWYER finds that of the only two known variables, one is a typical long period variable (perhaps a field star), and one a peculiar variable with RV Tauri characteristics[4].

N.G.C. 6402.—Messier 14, some ten degrees from Messier 10, is found to be exceedingly rich in variables; Miss SAWYER has marked approximately fifty to date.

N.G.C. 6934.—Miss SAWYER reports the discovery of approximately fifty variables; none were known heretofore in this cluster.

N.G.C. 7078.—The periods of a number of the variable stars in Messier 15 have been studied and revised by Miss WEMPLE and Miss LEVY of Wellesley College[5].

N.G.C. 7089.—To the eleven variables previously known, Miss SAWYER, after extensive search, has been able to add only six new variables; the periods have been found for all (thirteen cluster type variables and four classical Cepheids).

In a re-examination of the data on all classical Cepheids known in globular clusters in 1931, Miss SAWYER has considered the variables in N.G.C. 362, 5139, 5272, 5904, 6121, 6205, 6397, 6656, 7078, and 7089. The five long period variables associated with globular clusters have an absolute photographic magnitude, in the mean, of about $-1,5$; on a bolometric period-luminosity relation the long period variables would continue the curve for Cepheids[6].

OOSTERHOFF has found and studied one eclipsing variable star in each of the galactic clusters N.G.C. 3532 and N.G.C. 4103[7]; it will, of course, be difficult to prove definitely their physical membership in the clusters. Cluster type variables, as well as classical Cepheids and typical long period stars, are still undiscovered in galactic clusters.

f) The Forms of Clusters.

24. The Structure of Galactic Clusters. The stability of moving clusters has been investigated in detail by Dr. B. J. BOK[8], who has extended the work in this field by Sir JAMES JEANS[9]. It is found that clusters in the neighborhood of the sun with an average density smaller than 0,093 solar masses per cubic parsec will probably be unstable. The changes in the dimensions of a galactic cluster through the combined influence of random encounters and galactic tidal forces is examined, and it is found that if we accept the theory of galactic rotation, JEANS' theorem that a rapidly moving cluster will be flattened in its direction of motion no longer holds. It is shown that the Taurus cluster will disintegrate in less than three thousand million years, the system in the progress of dis-

[1] Publ A S P 44, p. 258 (1932).
[2] Letter of February 27, 1935.
[3] Letter of June 14, 1933.
[4] Harv Circ 366 (1931).
[5] Harv Bull 889 (1932); 893 (1933).
[6] Harv Circ 366 (1931).
[7] B A N 7, p. 71 (1933).
[8] Harv Circ 384 (1934).
[9] Cf. M N 82, p. 132 (1922).

integration becoming highly flattened in the direction perpendicular to the galactic plane. The higher density in the Pleiades will insure their existence as a cluster for a period ten times that of the life of the Hyades cluster. The general analysis bears on the age of the galaxy, and on the stability of a Local Cluster and of the Magellanic Clouds.

The motions of stars in nebulous matter has been considered by HIRAYAMA under idealized conditions and simplifying assumptions; in a preliminary paper[1] he examines the possibility that stars captured by nebulosity will form a globular cluster, or under special conditions an open cluster.

The radial velocities of galactic clusters measured at the Lick Observatory have been used by Miss HAYFORD in a study of the rotation of the galaxy[2].

An extensive analysis of the positions and motions of stars in the Pleiades, in progress at the Leiden Observatory, has led HERTZSPRUNG to the conclusion that a first trace of internal proper motions is now apparent — motions of the order of $\pm 0'',001$ annually, corresponding to a total mass of the Pleiades of a few hundred times the mass of our sun[3].

g) The Transparency of Space.

27a. On the Absorption of Light in the Galactic System. It was pointed out in a note appended (page 773) to Chapter 5 of Volume V of the Handbuch that important investigations at several observatories on the distribution, colors, and spectra of stars and clusters of stars were contributing rapidly to our knowledge of the reddening and obstruction of light in interstellar space, and to considerable modifications of the distances of clusters and the dimensions of the galactic system. Major contributions have emanated from the Lick, Mount Wilson, Stockholm, Upsala, McCormick, and Harvard Observatories. The paper by ZUG, An Investigation of Color Excess in Galactic Star Clusters[4], sufficiently summarizes the literature up to 1933. It is not yet clear whether a general, more or less uniform absorption exists along the galactic plane, or whether the color excesses are mostly associated with well recognized dark clouds, such as those in Taurus and Ophiuchus and along the whole Great Rift of the Milky Way. STEBBINS and ZUG have shown that the reddening effect depends strongly on galactic longitude; this is indicated also by the Mount Wilson and Harvard studies of the distribution of external galaxies, and by the work at Upsala, Stockholm, Harvard, and elsewhere on the colors in galactic clusters. The papers on color indices summarized in Ciph. 14 contribute numerous valuable observations to the problem of space absorption.

h) The Distances and Dimensions of Clusters.

30. The Photographic Period-Luminosity Curve. Two contributions have been made recently to the form of the period-luminosity curve. The first, by Miss SAWYER[5], involves a discussion of the periods and relative luminosities of the classical Cepheids in globular clusters. The second deals with the relation of period to apparent magnitude for Cepheid variables in the Large Magellanic Cloud[6]. A difference is found in the slope of the curve for the two Magellanic Clouds; it is attributed provisionally to errors in the standard magnitude sequences in the Large Cloud.

---

[1] Tokyo Proc Imper Acad 7, p. 182 (1931).
[2] Lick Bull 16, p. 53 (1932).
[3] B A N 7, p. 187 (1934).
[4] Lick Bull 16, p. 119 (1933).
[5] Harv Circ 366 (1931).
[6] M N 94, p. 802 (1934).

The zero point of the period-luminosity curve has been the subject of several investigations. One of the most important is the derivation by Mrs. Bok and Miss Boyd of the proper motions of forty three cluster type variables on the basis of Harvard photographs[1]. They discuss their material and the earlier proper motions derived by Wilson and Luyten for fifteen other cluster type Cepheids of the galaxy, and derive a mean photographic absolute median magnitude of $+0{,}08 \pm 0{,}15$ (p. e.). This value indicates that there is at present no reason to change the value now in current use[2].

Fletcher has discussed the material derived by Mrs. Bok and Miss Boyd, using another type of analysis, and obtains a somewhat fainter zero point and a larger probable error[3].

The proper motions of classical Cepheids have been discussed anew by Gerasimovič[4], who also shows that his results, when corrected to allow for light absorption[5], are in essential agreement with the data derived from cluster type Cepheids[6].

32a. New Measures of Angular Diameters and Apparent Magnitudes of Globular Clusters. The diameters and magnitudes discussed in Section 32 of the chapter on stellar clusters in the Handbuch (Volume V, p. 744) were derived from direct estimates on Bruce plates and small scale plates of the Harvard patrol. It was recognized that the diameters refer to the nuclei of the clusters and the magnitudes are on a very open and non-conventional scale; but the results, nevertheless, could be used satisfactorily to determine the relative distances of the clusters. More definitive results are now becoming available.

a) Angular diameters. The angular diameters of more than ninety per cent of the known globular clusters have now been measured on photographs of suitable exposure and scale with the use of the Moll microphotometer of the Harvard Observatory[7]. The photographs for the clusters of larger diameter were made with cameras of the Ross type, aperture three inches, focal length twenty one inches; for the smaller clusters the plates were chiefly made with cameras of about double this focal length. Tracings are made in the north-south and east-west directions. Most of the new mean diameters are from three to eight times the values heretofore published.

b) Integrated apparent magnitudes. In addition to some scattered measures of the total visual or photographic magnitudes of globular star clusters, a few serious attempts have been made to put the photometry of these difficult objects on a standard and accurate scale. Hubble[8] has made an attempt to calibrate the provisional open magnitude scale of Shapley and Sawyer, which was, in fact, a series of relative brightnesses rather than a Pogson magnitude scale. Nabokov[9] has continued his investigations of the visual and photographic integrated magnitudes of globular clusters[10].

The most valuable recently published contribution to the subject, however, is the study by Vyssotsky and Williams of the color indices and integrated magnitudes of fifteen bright globular clusters[11]. They find provisionally:

Shapley-Sawyer	4	5	6	7
Vyssotsky-Williams	6,6	7,1	7,6	8,1
Hubble	7,8	8,4	8,8	9,2

[1] Harv Bull 893 (1933). [2] Shapley, Star Clusters, p. 151. 1930. [3] M N 95, p. 56 (1934).
[4] A J 41, p. 17 (1931). Cf. also Naturwiss 19, p. 704 (1931); Lund Circ 4, p. 67 (1931); Kipper, A N 241, p. 250 (1931); and Nordström, Lund Circ 2, p. 27 (1931).
[5] Obs 57, p. 22 (1934). [6] Cf. also Nassau, A J 44, p. 33 (1934).
[7] Harv Bull, in press, 1935. [8] Mt Wilson Contr 452 (1932).
[9] A N 241, p. 289 (1930). [10] See also Parenago, R A J 7, p. 37 (1930).
[11] Ap J 77, p. 301 (1933).

The systematic difference of 1,2 magnitudes between the scale of VYSSOTSKY and WILLIAMS and that of HUBBLE's revision is accounted for by BERNHEIMER[1], who revises and extends the HOLETSCHEK magnitudes which HUBBLE had used in his study.

With a Schraffierkassette and the ten-inch triplet of Mount Wilson, W. H. CHRISTIE is determining the integrated photographic magnitudes of all globular clusters within reach of his equipment[2].

34. Parallaxes of Galactic Clusters. LINDBLAD and his associates at the Stockholm Observatory have continued the investigation and use of spectro-photometric methods for determining absolute magnitudes, with emphasis on the availability of cyanogen band intensities[3]. For faint members of the Hyades cluster, RAMBERG finds that the intensities of both the calcium line λ 4227 and the G band are usefully correlated with the absolute magnitude for late type stars; ÖHMAN has, for early type stars, correlated magnitude with continuous hydrogen absorption and BALMER line intensities[4].

Spectroscopic parallaxes for about 2700 early type stars in fifty four galactic clusters have been determined at Harvard by Mrs. RIEKE, on the basis of hydrogen line intensity[5]. The diagrams showing the relation of line intensity to apparent magnitude are given in detail for all the clusters. The zero point of absolute magnitudes is obtained from moving clusters. A method of measurement by visual comparison with a scale made up of graded exposures on the Pleiades and on a few super-giant stars has been developed. The measuring errors seem to be comparable with those found by ÖHMAN in measuring carefully standardized plates with the SCHILT photometer. Because of the small dispersion of the absolute magnitudes for line intensity (probable error about $0^m,2$) and the lack of systematic differences between clusters, the parallaxes based on line intensity are superior to those derived on the basis of spectral class. The uncertainty in the correction for space absorption[6] leads Mrs. RIEKE to postpone a full discussion of the distances of the clusters for a later paper[7].

35. The Radial Velocities of Globular Clusters. To the list of radial velocities of globular clusters published in the Handbuch (Vol. V, p. 749), we may now add the values determined by HUMASON[8] with the 100-inch reflector at Mount Wilson for the following objects:

N.G.C.	Velocity	Spectrum
6440	−175 km/sec	G3
6981	−180	G5
7006	−350	G3

The uncertainty of the velocities is estimated at 50 km/sec.

In a recent paper, EDMONDSON[9] has computed from all available data the apex of the solar motion with respect to the globular clusters, obtaining the values $\alpha = 325° \pm 6°$, $\delta = 54° \pm 8°$, $V = 270 \pm 42$ km/sec. These values are in agreement with the hypothesis that the sun is moving in a nearly circular orbit around the galactic center, and that the solar motion with respect to the clusters is mainly the effect of this orbital motion. He finds further that the

[1] V J S 68, p. 320 (1933); Lund Circ No. 5 and No. 6 (1932).
[2] Letter, 1935.
[3] E. g. LINDBLAD and STENQUIST, Stockh Astr Iakt och Undersökn 11, No. 12 (1934); RAMBERG, ib. No. 13 (1934); ÖHMAN, Stockh Medd No. 10 (1932).
[4] Ciph. 14, above. [5] Harv Circ 397 (1935). [6] Ciph. 27a.
[7] See also ANGER, Harv Circ 362 (1931); 372 (1932).
[8] Publ A S P 46, p. 357 (1934).
[9] Read at December, 1934, meeting of American Astronomical Society. To be published in A J, late 1935.

observed radial velocities of the globular clusters are consistent with the hypothesis that the clusters are also revolving about the galactic center in circular orbits. From somewhat less extensive data MANSON[1] concludes that there is no indication that the globular clusters participate in galactic rotation[2].

The radial velocities of globular clusters have been discussed by TEN BRUGGENCATE[3] from the standpoint of the "ZWICKY interpretation" of the "red-shift", and he finds some evidence for a correlation between red-shift (corrected for solar motion) and galactic latitude.

i) Star Clusters in the Magellanic Clouds.

40a. New Investigations of Clusters in the Large Magellanic Cloud. A number of researches on the Large Magellanic Cloud by CANNON, HOFFLEIT, MAYALL, McCUSKEY, MOHR, MUSSELLS, PARASKEVOPOULOS, and SHAPLEY are in progress at the Harvard Observatory; problems of variable stars, luminosity curves, radial velocities, spectral classes, nebulae, and clusters are involved. But only the results referring to clusters and dimensions of the Cloud are considered in the following paragraphs.

a) Maximum luminosities of cluster stars. A photometric investigation of the individual stars in 166 open clusters in the Large Cloud[4] has led to the significant but disappointing result that the parallaxes of galactic clusters are likely to be highly uncertain when based on an assumed mean absolute magnitude for the brighter stars, or on the use of the RUSSELL diagram method. The maximum absolute luminosity of the cluster stars is found to vary greatly from system to system; the observed values of the "fifth brightest" stars range from -5 to 0 absolute magnitude, and even fainter. In the frequency curve of the "fifth brightest" stars there are indefinite maxima at $-3{,}0$ and $-1{,}0$. The angular diameters show a pronounced maximum at $0',8$, but again there is wide dispersion and diameters range up to nearly ten times the mean value. There are, in fact, fifteen large irregular cluster systems in the Cloud that can well be labelled "sub-clouds", the largest being more than $40'$ in longest diameter. In view of these results in a neighboring galaxy, it appears that apparent magnitudes and apparent diameters are poor criteria of distance; spectroscopic methods such as developed by Mrs. RIEKE[5] appear to be more dependable.

b) Ninety four new clusters. A search on long exposure Bruce plates on the environs of the Large Magellanic Cloud has resulted in the discovery of ninety four clusters[6]. Of these, nine are suspected of being globular clusters, though they are too faint for certain discrimination. They are listed in section d) below. Twenty six of the objects are given in the New General Catalogue, five in the Index Catalogue, and sixty three have not before been recorded. These outlying clusters are at distances from the center of the Cloud much greater than the formerly accepted bounds of the system. In fact, they increase the dimensions of the Cloud by seventy five per cent. Densitometer tracings on small scale plates and star counts in surrounding regions indicate clearly that the Cloud extends to the distances at which these clusters are found, and bear out the evidence from the clusters that the Cloud is more than twelve degrees, or eighteen thousand light years, in diameter. It should be noted that these clusters, mainly of the open type, give no evidence of concentration to a plane (unless

[1] Publ Amer Astr Soc 7, p. 32 (1931).

[2] PERRINE, Publ Amer Astr Soc 8, p. 63 (1934), is also working on radial velocities of globular clusters.

[3] Mt Wilson Comm No. 108 (1930).

[4] Harv Bull 884 (1931).

[5] Ciph. 34, above.

[6] MOHR, Harv Bull 895 (1934).

it be the plane of the sky), such as that noted in the distribution of similar clusters in the galactic system; it may be that the Large Cloud is flattened in a plane nearly perpendicular to the line of sight.

c) The distribution of outlying supergiant stars. The study by S. W. McCUSKEY[1] of the distribution of stars to the fourteenth apparent photographic magnitude in the vicinity of the Large Cloud brings to light remarkable results. The work is based on series of plates made at the southern station with the 8-inch Bache telescope, and calibrated with sequences of the Harvard Standard Regions. The following tabulation gives the diameter deduced for the Cloud in different zones of declination, as shown through the excess of stars of various apparent magnitudes. These excesses, which refer to supergiant stars with absolute photographic magnitudes —3 to —6, inclusive, are obtained after corrections have been made for the galactic concentration of the field stars. The declination of the center of the Cloud is —69°.

Diameter of the Large Magellanic Cloud.

δ	m = 11	12	13	14
—67°,2	13°,7	13°,5	11°,7	9°,6
—70 ,8	10 ,7	10 ,9	10 ,7	11 ,0
—74 ,4	6 ,1	6 ,9	5 ,9	6 ,1

The results indicate that for these scattered, massive, high luminosity stars the diameter of the Cloud is also approximately as large as it is shown to be by clusters and the distribution of much fainter stars. In fact, the diameter appears to be greater for the most luminous objects than for the somewhat fainter supergiants.

d) New globular clusters. In addition to the eight globular clusters originally recognized as belonging to the Large Magellanic Cloud, twenty three objects have been tabulated as accepted or suspected globular clusters[2]. All but one of these objects bear N.G.C. numbers. The new clusters are listed in the accompanying table, together with provisional magnitudes. Asterisks indicate the less certain objects. The magnitudes are considerably fainter than those of the eight clusters originally published. The mean for the twenty three is 12,70. The mean for the eight first given, on a revised and more homogeneous basis, is 11,15, with values ranging from 9,8 to 11,9. The mean for all thirty one clusters is 12,30. It is significant that the absolute magnitudes range from —3,6 to —7,3, in comparison with the values of —4 to —7 given by HUBBLE for probably

New Globular Clusters in the Large Magellanic Cloud.

N.G.C.	R.A. (1900)	Dec. (1900)	Mag.	N.G.C.	R.A. (1900)	Dec. (1900)	Mag.
1466	3h 45m,0	—71° 59′,2	13,3	2172*	6h 0 ,6	—68° 38′,9	12,5
1868*	5 13 ,9	—64 3 ,9	13,0	2177*	6 1 ,6	—67 43 ,8	13,5
2107	5 44 ,4	—70 41 ,3	11,4	2190	6 3 ,9	—74 42 ,7	13,4
2121	5 49 ,6	—71 30 ,1	12,4	2193*	6 5 ,9	—65 4 ,5	13,2
2120	5 49 ,9	—63 42 ,1	13,0	2209*	6 11 ,1	—73 48 ,6	13,0
2133	5 52 ,9	—71 11 ,9	12,2	2213*	6 12 ,1	—71 30 ,2	12,8
2134	5 53 ,3	—71 7 ,5	11,0	2210*	6 12 ,3	—69 5 ,7	12,5
2154*	5 57 ,8	—67 15 ,9	13,0	2214*	6 13 ,4	—68 14 ,0	11,5
2155*	5 58 ,3	—65 28 ,6	13,5	....	6 15 ,3	—69 47 ,4	12,0
2161	5 58 ,4	—74 21 ,3	13,5	2249*	6 26 ,4	—68 51 ,5	13,5
2159*	5 58 ,6	—68 38 ,0	12,5	2257	6 29 ,6	—64 15 ,1	12,4
2162	5 59 ,8	—63 43 ,3	12,9				

[1] Harv Circ 401 (1935).
[2] SHAPLEY and MOHR, Harv Bull 889 (1932); 895 (1934).

similar objects in the Andromeda Nebula[1]. The frequency of photographic integrated magnitudes for the thirty one clusters is as follows:

] 10,0	1	11,6—12,0	3
10,1—10,5	0	12,1—12,5	6
10,6—11,0	3	12,6—13,0	6
11,1—11,5	5	13,1—13,5	7

40 b. Globular Clusters in Other Systems. LUNDMARK pointed out several years ago that the objects that "have been termed 'nebulous stars' by RITCHEY, soft stars in the spiral arms, are certainly, as pointed out earlier, in several cases globular but in more cases open clusters, and sometimes agglomerations of a few luminous stars . . ."[2] On the assumption that such objects might be globular clusters comparable in absolute luminosity with those connected with the galactic system, the great distance and the external nature of the Andromeda Nebula were deduced in 1917[3]. HUBBLE[4] has more recently listed the positions and estimated the magnitudes of one hundred and forty of these nebulous objects in Andromeda, tentatively identifying them as globular clusters associated with the great Nebula[5]. The average absolute magnitude in HUBBLE's list is fainter than that of galactic globular clusters, but is in fair agreement with the average value for the clusters in the Large Magellanic Cloud identified as probably globular by Miss MOHR[6]. Long exposure photographs with Harvard telescopes considerably extend both the number and the area of distribution of these apparent globular clusters in the Andromeda Nebula; all of HUBBLE's objects are identified on the Harvard plates, but the new determinations of magnitudes remain unpublished.

A study at Harvard of the Small Magellanic Cloud and its environs on long exposure Bruce plates shows perhaps ten objects that resemble the clusters of the Andromeda Nebula[7]. A few appear definitely to be outlying globular systems, but others clearly are concentrated open clusters, perhaps nebulous; as for the Large Cloud and the Andromeda Nebula, these new clusters greatly extend the heretofore recognized limits of the Small Cloud.

In several of the brighter galaxies, such as Messier 33 and Messier 101[8], objects that may well be globular clusters are observed throughout the spiral structures. Outlying clusters may be a common property in the structure of galaxies. Counts of faint stars, densitometer work, and the study of outlying variable stars tend to indicate for our own galaxy as well as for these external systems that the regions populated by outlying clusters are also sparsely populated with stars[9].

j) Dimensions of the Galaxy.

44 a. Globular Clusters and the Dimensions of the Galaxy. A few years ago too little was known of the amount and distribution of light scattering and obstructing material in the galaxy to make it possible to correct the distances of clusters for light absorption even qualitatively. Moreover, the apparently total absence of space reddening for several individual clusters indicated that in high and intermediate galactic latitudes (and occasionally even in very low latitudes) the correction would be small. Much further work on space reddening is now available (see Ciph. 27a above) and it is known, especially through the

[1] Mt Wilson Contr 452 (1932).
[2] Publ A S P 42, p. 28 (1930).
[3] Publ A S P 29, p. 216 (1917).
[4] Mt Wilson Contr 452 (1932).
[5] See also discussion by REYNOLDS, Obs 55, p. 301 (1932).
[6] Ciph. 40 a, above.
[7] MOHR, Harv Bull 899 (1935).
[8] HUBBLE, loc. cit., page 25 (1932).
[9] SHAPLEY, M N 94, p. 791 (1934).

work of STEBBINS[1], VAN DE KAMP[2], and VYSSOTSKY and WILLIAMS[3], that the distances of many if not most of the globular clusters must be considerably reduced from the uncorrected values published in the Handbuch. STEBBINS has shown that the total system of globular clusters may be much more nearly spherical than was previously supposed, as a result of the large corrections for low latitude clusters; he, VAN DE KAMP, and others re-determine the distance to the center of the system of clusters (presumably the same as the center of the galactic system) as of the order of thirty five thousand light years (which is in agreement with current deductions from galactic rotation observations). It should be noted that because of the absorption in low galactic regions we can no longer assume that our catalogues contain the most remote globular clusters in the direction of the galactic center. The clusters, therefore, whether globular or galactic, can give us only a minimum value for galactic dimensions or for the distance to the center.

When the difficulty of measuring galactic dimensions through the use of photometric methods on variable stars and clusters in low latitudes was fully recognized, some ten years ago, an extensive program was inaugurated at the Harvard Observatory for the investigation of the distances of individual galactic stars that lie in latitudes sufficiently high to be free of deleterious effects of space absorption. The work on high latitude clusters, and especially on the colors and distribution of external galaxies, has shown that in galactic latitudes higher than $\pm 30°$ we can depend on photometric methods for determining the space distribution of cluster type Cepheids, and thus slowly discover the extent of the galactic system. Preliminary results have been summarized by SHAPLEY in Monthly Notices, Volume 94, p. 791 (1934). By using the presence of numerous external galaxies as a criterion of essential space transparency, we are able to bring such surveys into latitudes as low as $\pm 15°$ in some longitudes. The extent of the galactic system in the anti-center direction is thus found to be not less than ten thousand parsecs; the thickness at right angles to the galactic plane appears to be not less than twenty five thousand parsecs, although the density of stars at great distances from the plane is exceedingly low. There is some evidence that the galactic system, like the Andromeda Nebula[4], may be essentially spherical in its envelope of scattered cluster type variables and globular clusters, although the overwhelming majority of the stars is confined to the highly flattened stratum along the galactic plane.

It is possible, of course, that some of the most remote cluster type Cepheids are essentially intergalactic, or are possibly common members of the local supergalaxy, which includes the Andromeda nebulae, the Magellanic Clouds, N.G.C. 6822, the galactic system, and possibly two or three others. This independence of our galaxy may also hold for some of the remotest globular clusters. The most distant isolated globular cluster now known is N.G.C. 2419, in the constellation of the Lynx. In a direction apparently quite free of absorbing matter, BAADE finds its distance to be about 70000 parsecs, and suggests that it may be considered an intergalactic tramp.

Appendix A. Notes on the Catalogue of Globular Clusters.

In preceeding paragraphs of this supplement to the chapter on stellar clusters, attention has been called to new work on the angular diameters and integrated magnitudes of the globular clusters catalogued in Appendix A. Some additions have also been cited to the published values of integrated spectral

[1] Wash Nat Ac Proc 19, p. 222 (1933).
[2] A J 42, pp. 97 and 161 (1932/33).
[3] Ap J 77, p. 301 (1933).
[4] Harv Bull 895 (1934).

class and the number of known variable stars. We may hope eventually to correct the apparent distances through allowance for light absorption, but the irregularities in the distribution of absorbing material are so great and as yet so imperfectly known that distances revised on the assumption of a galactic absorbing layer of uniform optical thickness[1] can inspire little confidence. In time we may be able to correct the catalogued distances through further studies of color-spectrum relations and close analyses of angular diameters[2].

For a few globular clusters new material is available, as follows:

N.G.C. 2419.—From unpublished investigations by BAADE, based on magnitudes of variable stars and of the brightest non-variable stars, the revised modulus is 19,21.

N.G.C. 5694.—New to the catalogue; galactic coordinates, longitude 299°, latitude +29°; announced by LAMPLAND and TOMBAUGH[3]; diameter 3′,3 on a Harvard Bruce plate, on which the object was independently discovered in 1929 by Miss M. E. MUSSELLS. BAADE, who finds no variables, reports class VIII, and a mean modulus of 17,92, derived from the magnitudes of the brighter stars.

N.G.C. 6426, 6712, 6760.—BAADE reports that these three objects, previously questioned as to type, are certainly globular clusters; two variable stars, probably of the cluster type, are found in N.G.C. 6426.

N.G.C. 4147.—Revised modulus, 16,52, is based on a further study of variable stars by BAADE[4]; its class should be much earlier, possibly class III.

[1] Cf. VAN DE KAMP, A J 42, p. 161 (1933).
[2] VAN RHIJN, B A N 4, p. 123 (1928).
[3] A N 246, p. 171 (1932).
[4] A N 239, p. 353 (1930).

Band V.

Chapter 6.

The Nebulae.

By

Heber D. Curtis - Ann Arbor, Michigan.

With 1 illustration.

Introduction. Research in the nebular field during the years 1932—1934 has maintained a very high level both in productiveness and in variety. During this interval, nearly every subdivision of the subject has been the subject of detailed analysis, or has received notable observational accretions.

Passing over numerous valuable investigations that may be classified as minor in the sense only that they refer to subordinate areas in the larger pattern, it may be of service at this point to outline the progress of the past few years in advances or additions of larger scope.

1. The distribution of objects of the spiral class has reached a much more final form through the work of Hubble, Mayall, Shapley and Ames, and others. The number of objects accessible to large reflectors is now believed to be well over 100000000.

2. Principally through the work of Humason, the number of radial velocities of the spirals now stands at 179, almost double the number known in 1932.

3. The spectrum of the planetaries has been extended into the violet by Wright, and practically every line, old or new, in this spectrum has now been identified and classified by Bowen or others. Notable additions to our knowledge of the size and space distribution of the planetaries have been made by Vorontsov-Velyaminov, Zanstra, and others.

4. A very interesting new Extended Theory of Relativity, still on trial, with possible contacts with the recession of the spirals, has been advanced by Milne.

5. Additions to the theories of the structure of the spirals have been made by Vogt and others (space-expansion), and by Wellmann (mass-energy interchange).

In the following brief conspectus of such additions to our knowledge of the nebular field, only the more important papers have been referred to.

b) The Diffuse Nebulae.

7. Physical Characteristics of Diffuse Nebulae. H. Müller and L. Hufnagel have made an exceedingly thorough and detailed investigation of the characteristics of the occulting clouds in the region of the North America Nebula[1]. The first cloud extends over a distance of from 240 to 650 l.y. and absorbs about 0,6 magn. fairly regularly. The second cloud is behind and roughly in line with the first, with limits of distance approximately 2000 and 2600 l.y.; this cloud is more irregular in absorption areas, occulting by amounts that range from 0,2 to perhaps 2,3 magn. The size of the particles composing the clouds is set at from 60 to 70 $\mu\mu$, with a central cloud density of about $0{,}5 \cdot 10^{-25}$ g cm^{-3}. The total volume of the clouds is approximately $1{,}7 \cdot 10^{8}$ l.y.^{3}, with a mass about

[1] Untersuchungen über absorbierende Wolken beim Nordamerikanebel unter Benutzung von Farbenindizes schwacher Sterne. Z f Ap 9, p. 331 (1935).

300 ⊙. VON KLÜBER[1] finds an absorption of about 1 magn. for the dark nebulosity in Taurus. BERNHEIMER has discussed several hundred dark patches in 598 (M. 33), and draws analogies with similar phenomena in our galaxy.

R. MÜLLER, from an investigation of an area of about 4,2 square degrees including the Southern Coal-Sack, finds that this occulting cosmic cloud has a nearly uniform absorption of 1 magn., and that its distance can scarcely be greater than 490 l.y. JUNG has published a very thorough and detailed investigation of the theory of the existence of dark absorbing matter in space[2].

9. Cosmic Clouds[3]. HAIDRICH has continued his attempts to photograph the cosmic clouds, and thinks that success will finally be secured through the use of a suitable sensitizer. He notes the discovery of a photographically detectable calcium cloud in Cassiopeia. GRAFF discusses observations of a large and very faint brown or reddish cloud veil over part of Orion; it covers about 250 sq. degrees, and its distance is estimated at 1300 l.y.

BECKER had suggested as a test region for the reality of HAGEN's cosmic clouds that about UW Draconis which shows densities of II—III close to UW, density IV to the north and south, and density V to the east. HAGEN had himself suggested as a test object the cloud of density IV—V near X Cancri. These regions were tested with a photo-electric photometer attached to the 40-inch refractor at Yerkes by ELVEY and RUDNICK. The differences in sky brightness thus found were very slight; the region near UW Draconis given as of density II—III, was found slightly brighter (2% ± 1%) than the region which BECKER gave as of density V. The observations about X Cancri showed a slight variation in brightness of sky background, with probable errors nearly as large as the variations.

On the other hand, BECKER has repeated HAGEN's sweeps over a region of about 900 sq. degrees, between 18h and 20h in α, and from $+20°$ to $-15°$ in δ. The observations were made with a refractor of 33 cm. aperture and 5,5 m. focal length at the Vatican Observatory, Castle Gandolfo. While there are differences, the general agreement of BECKER's localities of obscuration with those found by HAGEN is fairly good. No decision could be made as to whether the fainter obscuration steps were effects of contrast or not, but BECKER states that for the denser steps IV—V he always had the impression of a definite phenomenon.

c) The Planetary Nebulae.

24. Distances and Dimensions of the Planetary Nebulae[4]. By combining values derived from recent proper motions of the planetaries secured by VAN MAANEN and from three treatments of the galactic rotation, corroborated by data secured by ZANSTRA's method where available, VORONTSOV-VELYAMINOV adopts a mean abs. magn. of planetary nuclei as +0,2, and finds that the nuclear abs. magn. is strongly correlated with the adopted temperatures. With this value

[1] Sternabzählungen im Dunkelnebel im Taurus. Z f Ap 6, p. 259 (1933); W. E. BERNHEIMER, On the occurrence of dark matter in the Triangulum spiral M. 33. Lund Förhandl I, No. 5 (1931).

[2] Über den Dunkelnebel „Kohlensack". Z f Ap 8, p. 66 (1934); B. P. GERASIMOVIČ, Remarks on dark nebulae. Ap J 78, p. 298 (1933); B. JUNG, Über die Existenzmöglichkeit absorbierender Materie im Kosmos. Z f Ap 9, p. 1 (1934).

[3] K. HAIDRICH, Versuche zur photographischen Darstellung der Hagenschen Nebelwolken. A N 245, p. 337 (1932); Eine photographisch erfaßbare Kalziumwolke in der Cassiopeia. A N 252, p. 305 (1934); K. GRAFF, Eine rote Wolke im Orion. Sitzber Akad d Wiss Wien IIa 142, p. 279 (1933); C. T. ELVEY and P. RUDNICK, Note on the sky brightnesses of two regions of Hagen's cosmic clouds. Ap J 78, p. 156 (1933); FR. BECKER, Zur Frage der visuell beobachteten „kosmischen Nebelwolken". Z f Ap 9, p. 160 (1934).

[4] VORONTSOV-VELYAMINOV, Space distribution of planetary nebulae. Z f Ap 8, p. 195 (1933); General catalogue of planetary nebulae. RAJ 11, p. 40 (1934); A. VAN MAANEN, The proper motions of twenty-one planetary nebulae. Ap J 77, p. 186 (1933); C. M. ANDERSON, The proper motions of thirty-three planetary nebulae. Lick Bull 17, p. 21 (1934).

of M for the nuclei, he tabulates the distances, space coördinates, and linear dimensions of 119 planetaries, about 92% of all that are known.

The mean distance of these objects is 9260 l.y., with a range from 590 l.y. (7293) to 29700 l.y. (6620).

The mean diameter is 1,18 l.y. with a range from 0,02 l.y. (II 2553) to 15 l.y. (I 1295). The dispersion for the phot. abs. magn. is 7,0 magn., and but 2,9 magn. for the bolometric. Assuming that the nuclei have a mass equal to that of the sun, he derives a very large range of densities, from 3 g/cm^3 to $9 \cdot 10^5$ g/cm^3; that is,—from stars of moderately high density, to cases where the density is hundreds of times greater than that attributed to the white dwarfs. He notes that the proper motions seem to be systematically measured too large.

The mean proper motion for VAN MAANEN's twenty-one planetaries is 0″,007, and the corresponding mean parallax = 0″,0007 (mean distance, 4660 l.y.). From these results there is derived a mean abs. magn. of +1,9 for the nuclei, and a mean bolometric abs. magn. of —0.8.

ANDERSON has found closely similar results from measures made on eighty-eight pairs of plates taken with the Crossley Reflector. His mean space motion is 0″,0117, and the mean parallax 0″,007, giving a mean distance only one-tenth of that derived by VAN MAANEN. The mean abs. phot. magn. of the nuclei is +0,9, and the mean linear diameter 1,8 l.y., a value close to that found by VORONTSOV-VELYAMINOV. On the average, planetaries in low galactic latitudes are found to be more distant than those in high latitudes, and small objects more distant than large ones.

25. Planetary Spectra. Thanks to the identification of new lines by WRIGHT, STOY, and others, and to the work of analysis carried out by BOWEN and others (full references to the literature will be found in BOWEN's paper[1]), our knowledge of the nebular spectrum and mechanisms of excitation is much more complete than two years ago. The following Table is intended to supplant Table 7 of the Handbuch V/2, pp. 813—814.

Table 1. The Spectrum of the Planetary Nebulae.

λ I.A.	Source	Series Designation	Intensity	Class
3025	O III	$3s\,^3P_1 - 3p\,^3P_2$	—	P
3047	O III	$3s\,^3P_2 - 3p\,^3P_2$	—	P
3118	O III	$3p\,^3S - 3d\,^3P_1$	—	P
3133,0	O III	$3p\,^3S - 3d\,^3P_2$	—	P
3188	He I	$2s\,^3S - 4p\,^3P$	—	Pr
3203,1	He II	$3\,^2S, P, D - 5\,^2S, P, D, F$	—	Pr
3299	O III	$3s\,^3P_0 - 3p\,^3S$	—	P
3312,1	O III	$3s\,^3P_1 - 3p\,^3S$	1	P
3340,9	O III	$3s\,^3P_2 - 3p\,^3S$	—	P
3342	Ne III	$^1D - ^1S$	—	F
3345,8	Ne V	$^3P_1 - ^1D$	8	F
3425,8	Ne V	$^3P_2 - ^1D$	20	F
3428,5	O III	$3p\,^3P_1 - 3d\,^3P_2$	—	P
3444,1	O III	$3p\,^3P_2 - 3d\,^3P_2$	8	P
3704	H I	$2\,^2S, P - 16\,^2S, P, D$	—	P
	He I	$2p\,^3P - 7d\,^3D$	—	P
3712	H I	$2\,^2S, P - 15\,^2S, P, D$	—	Pr
3722	H I	$2\,^2S, P - 14\,^2S, P, D$	—	Pr
3726,16	O II	$^4S - ^2D_{1^1/_2}$	50	F
3728,91	O II	$^4S - ^2D_{2^1/_2}$	30	F
3734	H I	$2\,^2S, P - 13\,^2S, P, D$	—	Pr
3750	H I	$2\,^2S, P - 12\,^2S, P, D$	3	Pr
3759	O III	$3s\,^3P_2 - 3p\,^3D_3$	4	P
3771	H I	$2\,^2S, P - 11\,^2S, P, D$	4	Pr

[1] The spectrum and composition of the gaseous nebulae. Ap J 81, p. 1 (1935).

Table 1 (Continued).

λ I.A.	Source	Series Designation	Intensity	Class
3798	H I	$2\,^2S, P - 10\,^2S, P, D$	5	Pr
3820	He I	$2p\,^3P - 6d\,^3D$	1	Pr
3835,5	H I	$2\,^2S, P - 9\,^2S, P, D$	8	Pr
3868,74	Ne III	$^3P_2 - {}^1D$	70	F
3888,96	H I	$2\,^2S, P - 8\,^2S, P, D$	10	Pr
	He I	$2s\,^3S - 3p\,^3P$		Pr
3935	Ca II	$4s\,^2S - 4p\,^2P_{1^1/_2}$	—	Pr
3964,8	He I	$2s\,^1S - 4p\,^1P$	5	Pr
3967,51	Ne III	$^3P_1 - {}^1D$	70	F
3970,08	H I	$2\,^2S, P - 7\,^2S, P, D$	30	Pr
4009	He I	$2p\,^1P - 7d\,^1D$	1—	Pr
4026,2	He I	$2p\,^3P - 5d\,^3D$	1	Pr
	He II	$4\,^2S, P, D, F - 13\,^2S, P, D, F, G$		Pr
4068,62	S II	$^4S - {}^2P_{1^1/_2}$	20	F
4076,22	S II	$^4S - {}^2P_{^1/_2}$	2	F
4097,3	N III	$3s\,^2S - 3\,^2P_{1^1/_2}$	1	P
4104,74	H I	$2\,^2S, P - 6\,^2S, P, D$	70	Pr
4120,6	He I	$2p\,^3P - 5s\,^3S$	1	Pr
4144,0	He I	$2p\,^1P - 6d\,^1D$	1	Pr
4200	He II	$4\,^2S, P, D, F - 11\,^2S, P, D, F, G$	1	Pr
4267,1	C II	$3d\,^2D - 4f\,^2F$	5	Pr
4340,6	H I	$2\,^2S, P - 5\,^2S, P, D$	90	Pr
4363,21	O III	$^1D - {}^1S$	80	F
4388,0	He I	$2p\,^1P - 5d\,^1D$	5	Pr
4416	O II	$2s\,^2P - 3p\,^2D$	1—	Pr
4471,54	He I	$2p\,^3P - 4d\,^3D$	8	Pr
4541,4	He II	$4\,^2S, P, D, F - 9\,^2S, P, D, F, G$	2	Pr
4634,1	N III	$3p\,^2P_{^1/_2} - 3d\,^2D_{1^1/_2}$	2	P
4640,9	N III	$3p\,^2P_{1^1/_2} - 3d\,^2D_{2^1/_2}$	8	P
4649,2	C III	$3s\,^3S - 3p\,^3P$	1	Pr
	O II	$3s\,^4P_{2^1/_2} - 3p\,^4D_{3^1/_2}$		Pr
4658,2	—	—	2	—
4685,76	He II	$3\,^2S, P, D - 4\,^2S, P, D, F$	90	Pr
4711,4 ?	A IV	$^4S - {}^2D_{2^1/_2}$	10	F
4712,6	He I	$2p\,^3P - 4s\,^3S$	8	Pr
4725,5 ?	Ne IV	$^2D_{1^1/_2} - {}^2P_{^1/_2}$	4	F
4740,2 ?	A IV	$^4S - {}^2D_{1^1/_2}$	20	F
4861,32	H I	$2\,^2S, P - 4\,^2S, P, D$	80	Pr
4922,2	He I	$2p\,^1P - 4d\,^1D$	2	Pr
4958,91	O III	$^3P_1 - {}^1D$	200	F
5006,84	O III	$^3P_2 - {}^1D$	800	F
5017	He I	$2s\,^1S - 3p\,^1P$	1—	Pr
5411,3	He II	$4\,^2S, P, D, F - 7\,^2S, P, D, F, G$	—	Pr
5577,350	O I	$^1D - {}^1S$	—	F
5655	—	—	1—	—
5737	—	—	1	—
5754,8	N II	$^1D - {}^1S$	4	F
5875,7	He I	$2p\,^3P - 3d\,^3D$	8	Pr
6302	O I	$^3P_2 - {}^1D$	5	F
6313	A V	$^3P_1 - {}^1D$	2	F
6364	O I	$^3P_1 - {}^1D$	2	F
6548,1	N II	$^3P_1 - {}^1D$	10	F
6562,79	H I	$2\,^2S, P - 3\,^2S, P, D$	100	Pr
6583,6	N II	$^3P_2 - {}^1D$	30	F
6677	He I	$2p\,^1P - 3d\,^1D$	1	Pr
6716	S II	$^4S - {}^2D_{2^1/_2}$	—	F
6730	S II	$^4S - {}^2D_{1^1/_2}$	1—	F
7009 ?	—	—	—	—
7065	He I	$2p\,^3P - 3s\,^3S$	—	Pr
7135,6	A III	$^3P_2 - {}^1D$	—	F
7319,9	O II	$^2D_{2^1/_2} - {}^2P_{1^1/_2}$	—	F
7330,4	O II	$^2D_{1^1/_2} - {}^2P_{1^1/_2}$	—	F

In the above table, the final column contains BOWEN's assignment of the atomic mechanism producing the line, as follows:

1. P is applied to permitted lines of O III and N III. These are held to arise from the near coincidence of the $(2p)^2\,{}^3P_2 - 2p\,3d\,{}^3P_2$ transition of O III at 303,799 A with the resonance line of He II at 303,780 A. A part at least of the intensity of the permitted N III lines may have its source in the near coincidence of $2p\,{}^2P_2 - 3d\,{}^2D_{2,3}$ (374,441 A) of N III with one of the lines, $(2p)^2\,{}^3P_2 - 2p\,3s\,{}^3P_1$ (374,386 A), of the resonance multiplet of O III which is emitted immediately after the nebular O III lines have been radiated.

2. Pr = other permitted lines excited by the ionization of atoms of wave-lengths shorter than those corresponding to the ionization potential. Additional luminosity is produced by ionization or excitation arising from secondary radiation.

3. F = Excitation by secondary electrons ejected by the primary mechanism, regarded as practically the sole source of excitation of the "forbidden" lines.

All elements save H and He are very rare in nebulosity. N, O, Ne, and S are definitely present, and quite certainly also A, C, and Ca II. "It appears, therefore, that all of the permitted and forbidden lines of elements other than H and He are strong in the nebulae not because of a large abundance of these elements but because certain more or less chance relationships enable a few of these heavier elements to make use of large sources of energy that are not available to the much more abundant H and He" (BOWEN).

32a. Planetary Theories. R. H. STOY[1] has derived a new method of determining the temperatures of the nuclei of the planetaries through a formula involving the relative intensities of spectral lines. His temperatures are in general lower than those found by ZANSTRA and BERMAN.

ZANSTRA[2] has considered in detail the hypothesis that the planetary is the result of a nova-like explosion. With the assumption of velocity gradients in the receding matter, this is shown to fit observation fairly well, and the mass of the shell will be several times that of the sun.

CILLIÉ has investigated the planetaries 6826 and 2392 with measurements made on plates taken at Victoria[3]. He finds:

6826	Class O5	Temp. 30000°	r.v. +54 km./sec.
2392	„ O7	„ 26000	—

The velocity in 6826 is interpreted as due to the relativity gravitational red-shift, not indicated in 2392. The lines are narrower than in ordinary white dwarfs, so little support is found for this suggestion as to planetary nuclei, made by ZANSTRA and MILNE.

d) The Spirals.

35. Apparent Distribution of the Spirals[4]. Notable extensions have been made during the past two years in the number of faint objects recorded and classified in part. SHAPLEY has described the progress of the survey now under

[1] The temperatures of the nuclei of planetary nebulae. MN 93, p. 588 (1933).

[2] The expansion hypothesis for planetary nebulae. MN 94, p. 131 (1933).

[3] The nuclei of two planetary nebulae. MN 94, p. 48 (1933).

[4] Seventy six thousand faint galaxies. Harv Bull No. 889, p. 1 (1932); A photometric investigation of Wolf's cluster of nebulae in Coma. Harv Bull No. 896, p. 3 (1934); Note on a first search for a metagalactic gradient. Harv Bull No. 894, p. 5 (1934); Note on the distribution of remote galaxies and faint stars. Harv Bull No. 890, p. 1 (1932); H. SHAPLEY and A. AMES, Photometric survey of the nearer extragalactic nebulae. Harv Bull No. 887, p. 1 (1932); Harv Ann 88, part 2 (1932); Extension of the Coma-Virgo supergalaxy. Harv Bull No. 880, p. 1 (1930); Second note on the relative number of spiral and elliptical nebulae. Harv Bull No. 876, p. 39 (1930); B. J. BOK, The apparent clustering of external galaxies. Harv Bull No. 895, p. 1 (1934).

way with the Bruce telescope in South Africa which has for its purpose the covering of the entire southern sky with exposures three hours or more in length. The limiting magnitude has been found to be $18{,}2 \pm 0{,}2$; the number of such objects for the entire sky is estimated to exceed 300000. About 76000 new objects have been recorded; positions have been determined for 8900, magnitudes have been estimated for 4100, and 4650 have been classified. The photometric survey of SHAPLEY and AMES including all objects brighter than the 13th ph. magn. gave 1025 objects; 700 of these showed spiral structure; more than 200 were classified as spheroidal; the remainder were irregular.

The most comprehensive and "final" determination of the number and distribution of accessible objects of the spiral class is due to HUBBLE[1]. This excellent research, based upon 765 plates taken in about equal numbers by the 100-inch and 60-inch reflectors, must be regarded as supplanting and superseding all previous investigations in this field. "At present about eighty thousand nebulae have been identified on Mount Wilson photographs, of which some sixty thousand are on plates in the writer's collection. Of the latter, about three-fourths were observed under the standard conditions adopted for the present investigation."

All counts were reduced to the standard conditions adopted, namely,—the number of objects that should be recorded on excellent one-hour exposures at the zenith with Eastman 40 plates by the 100-inch and 60-inch reflectors. Every precaution was taken to reduce all plates to this uniform system. Corrections were applied for atmospheric extinction, for quality of images, for coma (plate-edge effect), for a latitude effect, for length of exposure, and for the red shift. The final value for the number of spirals per square degree to magn. m is,

$$\log N_m = 0{,}6m - 9{,}12.$$

Adopting a threshold identification magn. of 20,0, and neglecting the obscuration in regions near the galactic plane, this formula gives 31000000 as the number of spirals over the entire sky accessible with the telescopes employed in one-hour exposures. The number of spirals accessible to the 100-inch with longer exposure times must be well over 10^8.

HUBBLE's more important conclusions are:

1. There is a very definite zone of avoidance, roughly bisected by the galactic plane, and in general from 10° to 20° wide. From this zone several great flares extend to higher latitudes (cf. Figure 1). No spirals are found in the heart of the Milky Way.

2. There is no conspicuous systematic variation in longitude. This finding definitely opposes the irregular longitude variation postulated by SEARES.

3. There is a definite variation in latitude closelv approximating a cosecant law.

4. The frequency distribution of $\log N$ approximates a Gaussian error-curve.

5. The two caps, northern and southern, are similar, and the distributions agree within the uncertainties of the data.

6. With allowance for the effect of the red shift, the rate of increase of $\log N$ with exposure time suggests uniform distribution in depth.

7. The mean mass of a spiral is taken as $6 \cdot 10^8$ or $10^9 \odot$, depending upon the adoption of $-13{,}8$ or $-14{,}5$ as the absolute magnitude. The resulting density of matter in space is then close to 10^{-30} g/cm³.

---

[1] The distribution of extra-galactic nebulae. Ap J 79, p. 8 (1934); Mt Wilson Contr No. 485.

8. On the grand scale, the tendency to cluster averages out. The counts with large reflectors conform rather closely with the theory of sampling for a homogeneous population. Statistically uniform distribution appears to be a general characteristic of the observable region as a whole.

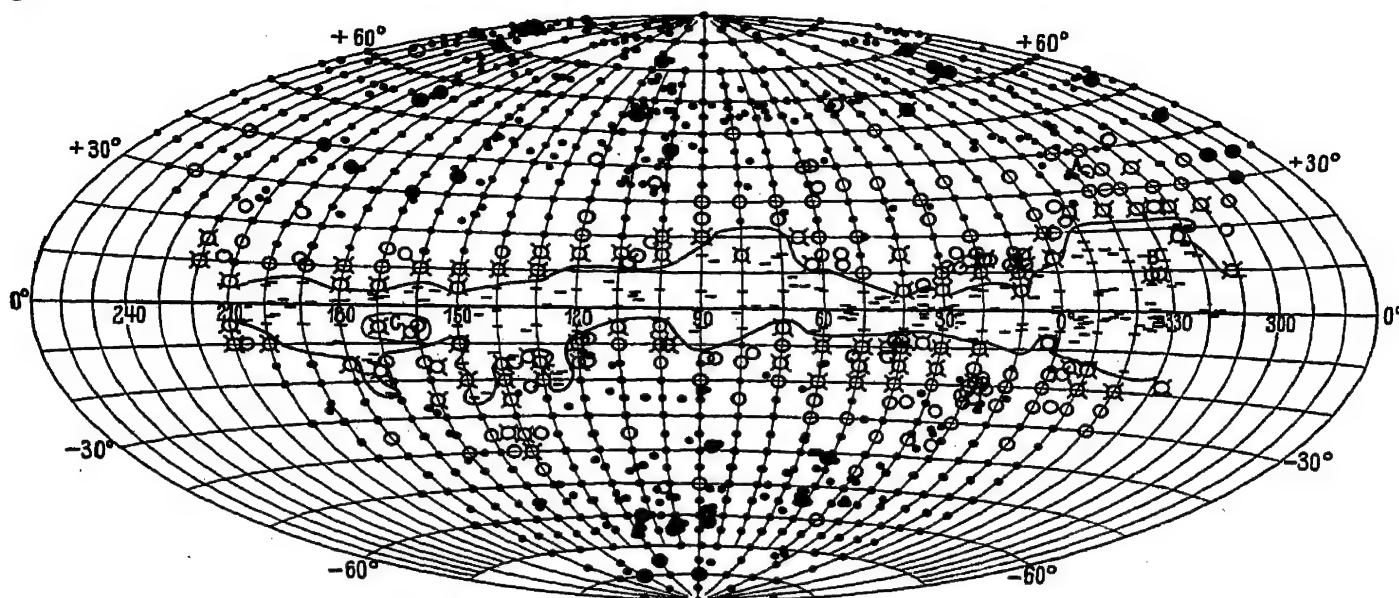



Figure 1. (HUBBLE). Distribution of extra-galactic nebulae.
Small dots represent normal distribution ($\log N = 1.63$—2.22); large disks and circles represent excesses ($\log N = 2.23$—2.52) and deficiencies ($\log N = 1.33$—1.62); crosses are added where $\log N > 2.52$ or < 1.33; dashes represent fields with no nebulae.

The final conclusion given above has been attacked by SHAPLEY and by BOK (loc. cit.), who regard the large clusters of spirals indicated in the Harvard surveys as confirming the existence of a widespread non-uniformity in the distribution of external galaxies.

Results agreeing in every essential respect with those of HUBBLE have been derived by MAYALL[1]. MAYALL's distribution was based upon counts of about 15000 objects on 489 plates. Corrections were applied for zenith distance, plate quality, exposure time, and extra-axial aberrations.

The hypothesis of a uniform spatial distribution as modified by red-shift was tested and found to be consistent with the nebular counts. The distribution of $\log N$ (number of nebulae reduced to standard conditions) was close to the normal error curve. No variation with galactic latitude could be established from the Crossley plates examined. The apparent limiting magnitude of the system of objects counted was 19,0 pg.; this, with the assumption of $-13{,}8$ as the mean abs. magn., would refer the reduced counts to a distance of 10^8 l.y. Out to this distance, it was estimated that nearly 5 million spirals could be photographed with the Crossley, were there no galactic obscuration. The average distance between galaxies was placed at about 10^6 l.y.

50. The Radial Velocities of the Spirals. Aided by the extreme rapidity of the Rayton lens, work on the radial velocities of the spirals has made rapid progress during the past two years at Mt. Wilson in the hands of HUMASON and SMITH. 90 new velocities and 1 revision of an earlier value have been most courteously sent on to the writer by Dr. HUMASON in advance of publication. The following table then supersedes Table 14, Handbuch V/2, p. 856. Similar changes would be required in Table 16, p. 873, but sufficient data are not yet available with regard to the apparent diameters of the new objects measured by HUMASON to warrant the attempt at an extension.

[1] A study of the distribution of extra-galactic nebulae based on plates taken with the Crossley Reflector. Lick Bull 16, p. 177 (1934).

Table 2.

N.G.C. No.	Galactic *l*	Galactic *b*	Rad. vel. km./sec.	Author	Spectral class	Allocation
68	83°,10	−32°,14	+ 5700	Hum	G3	Group A
69	83 ,11	−32 ,16	+ 6700	Hum	G0	Group A
71	83 ,13	−32 ,14	+ 6600	Hum	G3	Group A
72	83 ,14	−32 ,16	+ 7000	Hum	G7	Group A
Anon[1]	83 ,17	−32 ,17	+ 6800	Hum	G3	Group A
80	82 ,71	−39 ,86	+ 5600	Hum	G5	Group B
83	82 ,79	−39 ,79	+ 6500	Hum	G3	Group B
157	82 ,25	−70 ,79	+ 1800	Hum	G4	Isolated
160	87 ,30	−38 ,54	+ 2600	Hum	G8	Isolated
205	88 ,98	−20 ,85	− 300	Hum		Isolated
221	89 ,44	−21 ,68	− 185	S		Isolated
224	89 ,45	−21 ,27	− 220	S+	G8LL	Isolated
278	91 ,13	−14 ,97	+ 650	S		Isolated
379	95 ,32	−29 ,79	+ 5500	Hum	G6	Pisces Cluster
380	95 ,33	−29 ,83	+ 4400	Hum	G5	Pisces Cluster
383	95 ,32	−29 ,90	+ 4500	Hum	G3	Pisces Cluster
384	95 ,38	−30 ,01	+ 4500	Hum	G5	Pisces Cluster
385	95 ,38	−29 ,98	+ 4900	Hum	G5	Pisces Cluster
404	95 ,45	−26 ,57	− 25	S		Isolated
584	119 ,03	−66 ,87	+ 1800	S		Isolated
598	102 ,12	−30 ,73	− 70	P		Isolated
628	107 ,63	−44 ,98	+ 600	Hum	G2	Isolated
681	134 ,56	−67 ,20	+ 2100	Hum	G5	Isolated
720	142 ,50	−69 ,02	+ 1800	Hum	G4	Isolated
772	113 ,13	−40 ,17	+ 2200	Hum	G4	Isolated
936	137 ,35	−53 ,99	+ 1300	S		Isolated
1023	113 ,13	−18 ,23	+ 300	S		Isolated
1068	140 ,66	−50 ,61	+ 920	S+	G5LL	Isolated
1084	150 ,83	−55 ,13	+ 1500	Hum	F8	Isolated
1087	142 ,24	−50 ,31	+ 1850	Hum	F8	Isolated
1270	118 ,42	−12 ,40	+ 4800	Hum	G4	Perseus Cluster
1273	118 ,45	−12 ,31	+ 5800	Hum	G5	Perseus Cluster
1275	118 ,54	−12 ,29	+ 5200	Hum	G+P	Perseus Cluster
1277	118 ,52	−12 ,23	+ 5200	Hum	G3	Perseus Cluster
1332	179 ,47	−52 ,91	+ 1400	Hum	G2	Isolated
1400	177 ,11	−49 ,11	+ 500	Hum	G5	Isolated
1407	177 ,05	−48 ,92	+ 2000	Hum	G5	Isolated
I 342	105 ,62	+11 ,28	− 25	Hum	F8	Isolated
Anon[2]	160 ,35	−24 ,96	+ 4600	Hum	G7	Isolated
1700	171 ,35	−26 ,13	+ 800	P		Isolated
Anon[3]	149 ,78	+19 ,68	+24000	Hum	G2	Gemini Cluster
Anon[4]	149 ,92	+19 ,80	+23000	Hum	G3	Gemini Cluster
2403	117 ,63	+30 ,14	+ 125	Hum	F8	Isolated
2562	170 ,18	+30 ,07	+ 5100	Hum	G4	Cancer Cluster
2563	170 ,26	+30 ,10	+ 4800	Hum	G4	Cancer Cluster
2655	101 ,74	+33 ,31	+ 1350	Hum	G2e	Isolated
2681	134 ,34	+40 ,93	+ 700	San		Isolated
2683	157 ,95	+40 ,23	+ 400	S+		Isolated
2768	122 ,27	+41 ,62	+ 1400	Hum	G3	Isolated
2775	191 ,38	+35 ,35	+ 1100	Hum	G3	Isolated
2787	110 ,77	+38 ,87	+ 700	Hum	G5	Isolated
2841	133 ,83	+45 ,40	+ 600	S		Isolated
2859	157 ,59	+46 ,87	+ 1500	Hum	G3	Isolated
2903	176 ,66	+46 ,04	+ 350	Hum	F2	Isolated
2950	121 ,84	+45 ,71	+ 1500	Hum	G4	Isolated

(Continued.)

N.G.C. No.	Galactic l	Galactic b	Rad. vel. km./sec.	Author	Spectral class	Allocation
2985	105°,65	+39°,39	+ 1050	Hum	G3	Isolated
3031	108 ,68	+41 ,68	— 30	S	KLL	Isolated
3034	107 ,98	+41 ,32	+ 290	S	KLL	Isolated
3115	216 ,33	+37 ,77	+ 600	S		Isolated
3147	102 ,88	+40 ,11	+ 2600	Hum	G5	Isolated
3193	181 ,16	+56 ,38	+ 1300	Hum	G3	Isolated
3227	185 ,96	+57 ,74	+ 1150	Hum	G+P	Isolated
Anon[5]	200 ,92	+53 ,58	+19600	Hum	G5	Leo Cluster
3344	178 ,24	+62 ,72	+ 550	Hum	G0e	Isolated
3351	202 ,95	+57 ,59	+ 675	Hum	F5	Isolated
3368	203 ,49	+58 ,21	+ 940	S		Isolated
3377	200 ,19	+59 ,58	+ 650	Hum	G2e	Isolated
3379	202 ,55	+58 ,86	+ 810	S+		Isolated
3384	202 ,58	+58 ,98	+ 850	Hum	G0	Isolated
3412	201 ,96	+59 ,94	+ 950	Hum	G0	Isolated
3414	172 ,01	+64 ,90	+ 1450	Hum	G7	Isolated
Anon[6]	115 ,34	+55 ,07	+19000	Hum	G0	Isolated?
Anon[7]	115 ,30	+55 ,13	+42000	Hum	G2	Urs. Maj. II Cluster
3486	169 ,90	+66 ,98	+ 1250	Hum	G3	Isolated
3489	203 ,67	+62 ,13	+ 600	S		Isolated?
3521	224 ,89	+53 ,65	+ 730	S		Isolated
3610	109 ,46	+55 ,27	+ 1850	Hum	G2	Isolated
3623	211 ,16	+65 ,32	+ 800	S		Isolated
3627	211 ,83	+65 ,50	+ 650	S		Isolated
3726	120 ,72	+65 ,91	+ 1150	Hum	F8	Isolated
Anon[8]	106 ,14	+59 ,85	+15400	Hum	G4	Ursa Maj. I Cluster
4051	113 ,24	+70 ,99	+ 650	S		Isolated
4111	113 ,58	+72 ,61	+ 800	S		Isolated
4151	118 ,56	+76 ,08	+ 960	S+		Isolated
4192	238 ,36	+75 ,52	+ 1150	Hum	G2	Virgo Cluster
4214	123 ,14	+79 ,18	+ 300	S		Isolated
4216	243 ,09	+74 ,17	+ 50	Hum	G3	Virgo Cluster
4258	102 ,52	+69 ,51	+ 500	S		Isolated
4261	253 ,06	+67 ,54	+ 2300	Hum	G5	Virgo Cluster
4267	246 ,79	+74 ,19	+ 1200	Hum	G5	Virgo Cluster
4281	253 ,96	+67 ,18	+ 2900	Hum	G3	Virgo Cluster
4303	255 ,45	+66 ,38	+ 1900	Hum	G0	Virgo Cluster
4321	245 ,11	+77 ,30	+ 1650	Hum	F5	Virgo Cluster
4365	255 ,43	+69 ,29	+ 1200	Hum	G3	Virgo Cluster
4374	251 ,24	+74 ,71	+ 1050	Hum	G4	Virgo Cluster
4382	243 ,00	+79 ,71	+ 500	S		Virgo Cluster
4394	243 ,59	+79 ,78	+ 850	Hum	G4	Virgo Cluster
4421	249 ,92	+77 ,31	+ 1300	Sm	G5	Virgo Cluster
4429	254 ,67	+73 ,13	+ 1300	Hum	G5	Virgo Cluster
4435	253 ,38	+75 ,07	+ 950	Hum	G3	Virgo Cluster
4442	256 ,41	+71 ,91	+ 650	Hum	G5	Virgo Cluster
4449	100 ,19	+73 ,03	+ 200	S		Isolated
4450	248 ,94	+78 ,96	+ 2100	Hum	G3	Virgo Cluster
4458	254 ,41	+75 ,31	+ 300	Sm	G5	Virgo Cluster
4464	258 ,36	+70 ,36	+ 850	Sm	G5	Virgo Cluster
4467	258 ,56	+70 ,21	+ 1600	Sm	G5	Virgo Cluster
4472	258 ,76	+70 ,22	+ 850	S		Virgo Cluster
4473	255 ,04	+75 ,54	+ 2300	Sm	G8	Virgo Cluster
4477	255 ,04	+75 ,76	+ 1300	Hum	G5	Virgo Cluster
4478	256 ,42	+74 ,50	+ 1550	Sm	G5	Virgo Cluster

(Continued.)

N.G.C. No.	Galactic		Rad. vel. km./sec.	Author	Spectral class	Allocation
	l	b				
Anon [9]	256°,51	+74°,67	+ 1400	Sm	G3	Virgo Cluster
4486	256 ,85	+74 ,58	+ 800	S		Virgo Cluster
4492	259 ,60	+70 ,35	+ 1600	Sm	G3	Virgo Cluster
4526	261 ,98	+70 ,08	+ 580	S		Virgo Cluster
4551	261 ,30	+74 ,65	+ 1000	Sm	G5	Virgo Cluster
4565	216 ,94	+87°,60	+ 1100	S		Isolated
4594	267 ,92	+50 ,90	+ 1140	S+		Isolated
4621	267 ,30	+74 ,18	+ 500	Hum	G6	Virgo Cluster
4649	268 ,78	+74 ,10	+ 1090	S		Virgo Cluster
4725	303 ,29	+87 ,70	+ 1000	Hum	G3	Isolated
4736	85 ,12	+76 ,28	+ 290	S	GLL	Isolated
4826	295 ,48	+83 ,63	+ 150	S	GLL	Isolated
4853	3 ,52	+86 ,98	+ 7600	Hum	G1	Coma Ber. Cluster
4860	12 ,98	+86 ,81	+ 7900	Hum	G3	Coma Ber. Cluster
4865	12 ,00	+86 ,78	+ 5000	Hum	G3	Coma Ber. Cluster
4872	9 ,63	+86 ,71	+ 6900	Hum	G3	Coma Ber. Cluster
4874	9 ,56	+86 ,71	+ 7000	Hum	G4	Coma Ber. Cluster
4881	14 ,18	+86 ,57	+ 6900	Hum	G3	Coma Ber. Cluster
4884	9 ,60	+86 ,62	+ 6700	Hum	G3	Coma Ber. Cluster
4895	13 ,25	+86 ,51	+ 8500	Hum	G4	Coma Ber. Cluster
II 4045	11 ,09	+86 ,42	+ 6600	Hum	G1	Coma Ber. Cluster
5005	61 ,81	+78 ,94	+ 900	S		Isolated
5055	68 ,48	+74 ,11	+ 450	S		Isolated
5194	68 ,81	+68 ,38	+ 250	S	GLL	Isolated
5236	283 ,12	+31 ,34	+ 500	S		Isolated
5253	283 ,34	+29 ,47	+ 450	Hum	Pd	Isolated
5322	75 ,82	+55 ,48	+ 1900	Hum	G5	Isolated
5457	67 ,15	+59 ,54	+ 300	Hum	G+P	Isolated
5566	318 ,18	+57 ,29	+ 1550	Hum	G5	Isolated
Anon [10]	16 ,36	+66 ,25	+39200	Hum	G7	Boötes Cluster
5746	323 ,47	+51 ,60	+ 1850	Hum	G5	Isolated
5846	328 ,67	+47 ,39	+ 1700	Hum	G5	Isolated
5866	57 ,92	+52 ,01	+ 650	S		Isolated
5907	57 ,58	+50 ,60	+ 400	Hum	G2	Isolated
Anon [11]	9 ,73	+55 ,08	+21000	Hum	G2	Cor. Bor. Cluster
5982	59 ,30	+46 ,48	+ 2900	Hum	G4	Isolated
5985	59 ,18	+46 ,38	+ 2600	Hum	G4	Isolated
6181	4 ,52	+37 ,78	+ 2500	Hum	G2	Isolated
6340	70 ,45	+33 ,19	+ 2100	Sm	G8	Isolated
6359	57 ,82	+34 ,18	+ 3000	Hum	G3	Isolated
6384	357 ,87	+19 ,31	+ 1450	Hum	G8	Isolated
6574	9 ,70	+14 ,03	+ 2550	Hum	G3	Isolated
6658	19 ,31	+12 ,60	+ 4100	Hum	G3	Isolated
6661	19 ,42	+12 ,48	+ 3900	Hum	G5	Isolated
6702	42 ,30	+18 ,93	+ 2250	Hum	G4	Isolated
6703	42 ,17	+18 ,81	+ 2000	Hum	G3	Isolated
6710	24 ,61	+10 ,87	+ 5100	Hum	G3	Isolated
6822	353 ,12	−19 ,87	− 150	Hum	Pd	Isolated
6824	55 ,96	+14 ,90	+ 3200	Hum	G4	Isolated
6946	63 ,12	+11 ,30	− 150	Hum	G0e	Isolated
7171	11 ,83	−49 ,28	+ 2600	Hum	G3	Isolated
7177	43 ,76	−29 ,79	+ 1200	Hum	G2	Isolated
7217	54 ,71	−20 ,29	+ 1050	Hum	G4	Isolated
7242	59 ,71	−16 ,39	+ 5000	Hum	G3	Isolated
7331	61 ,97	−21 ,13	+ 500	S		Isolated

(Continued.)

NGC No.	Galactic		Rad. vel. km./sec.	Author	Spectral class	Allocation
	l	b				
7332	55°,88	−30 ,23	+ 1300	Hum	G4	Isolated
7343	62 ,08	−21 ,60	+ 1200	Hum	G2	Isolated
7448	56 ,40	−39 ,68	+ 2300	Hum	G3	Isolated
7457	64 ,66	−27 ,28	+ 500	Hum	G2	Isolated
7611	56 ,66	−48 ,92	+ 3400	Hum	G2	Pegasus Cluster
7616	58 ,27	−47 ,15	+ 3900	Hum	G1	Pegasus Cluster
7619	56 ,98	−48 ,88	+ 3800	Hum	G3	Pegasus Cluster
7623	57 ,20	−48 ,74	+ 3800	Hum	G2	Pegasus Cluster
7626	57 ,14	−48 ,92	+ 3700	Hum	G3	Pegasus Cluster
7727	41 ,57	−68 ,52	+ 1800	Hum	G5	Isolated
7741	73 ,22	−34 ,50	+ 275	Hum	F0e	Isolated
7814	75 ,60	−45 ,26	+ 1000	Hum	G3	Isolated
L. Cl.	246	−33	+ 280	Wils		Local
S. Cl.	268	−45	+ 170	Wils		Local

Notes to Table.

The successive columns are as follows:

Column 1. The N.G.C. number.

Columns 2 and 3. The galactic coördinates. Since the appearance of the Handbuch, the excellent tables by J. OHLSSON have been published as No. 3 of the Lund Annals (1932). These give the galactic coördinates for every degree in α and δ to hundredths of a degree in l and b. OHLSSON's Tables employ the PICKERING position of the north galactic pole at $\alpha = 12^h\,40^m$; $\delta = +28°$, with the origin at the ascending node on the equator for 1900.0. The galactic coördinates in Table 2 have accordingly, in the interest of uniformity, been recomputed for 1900 for the PICKERING-OHLSSON pole and origin. The computation was carried out to 0°,001, and then rounded to 0°,01, checking by OHLSSON.

Column 4. The radial velocity.

Column 5. The authority for the velocity. This is not always the observer; for example, the plates of 4192, 4374, 4853, 4860, 6702, 6703, 7217, 7242, and 7626 were obtained by PEASE. In this column, Hum = HUMASON; S = SLIPHER; S+ = SLIPHER and others; P = PEASE; San = SANFORD; Sm = SINCLAIR SMITH; Wils = WILSON.

Column 6. The spectral class, when known. Values standing alone are as assigned by HUMASON; when followed by LL, they are from LUNDMARK and LINDBLAD.

Column 7. The allocation of the object as isolated, or as belonging to a cluster group.

Note 1. Anonymous. 1′,3 fol., 0′,3 S. of N.G.C. 72.

Note 2. Anonymous. α (1900) = $4^h\,35^m\,27^s$; δ (1900) = +4° 4′,5. Position by HUMASON.

Note 3. Anonymous. 0′,5 E., 2′,9 S. of BD +35° 1555.

Note 4. Anonymous. 10′,5 E. 7′,6 S. of BD +35° 1555.

Note 5. One of the brightest spirals in CHRISTIE's Cluster in Leo; $\alpha = 10^h\,22^m\,25^s$; δ = +10° 59′,2 (1900).

Note 6. Anonymus. 7′,1 W., 5′,3 S. of BD +57° 1299.

Note 7. Anonymous. 10′,6 W., 3′,8 S. of BD +57° 1299.

Note 8. Brightest object (No. 24) in BAADE's Ursa Major Cluster; $\alpha = 11^h\,41^m\,42^s$; δ = +56° 18′,0 (1900). Corrected velocity by HUMASON.

Note 9. Anonymous. 4′,0 W., 6′,1 N. of N.G.C. 4486.

Note 10. Anonymous. 0′,9 E. and 6!1 S. of N.G.C. 5672.

Note 11. Anonymous. 11′,0 W., and 8′,5 N. of BD +28° 2427.

Of the 179 velocities in this table, 170 indicate recession (+); only 9 show moderate velocities of approach (mean, −128 km./sec.). The average of the positive velocities is 3270 km./sec.; the mean of all 3100 km./sec.

The data for clusters of galaxies are now considerably more complete, and are assembled in the following table. Most of the data are from HUMASON's paper in Ap J 74, p. 43; the distance for objects observed since is found from the relation: $D = V/170$, where D is in units of 10^6 l.y.

Table 3. Clusters of Galaxies.

Cluster	Distance	No. in cl.	No. observ.	Mean vel. km./sec.	Mean ph. magn.	Dia. of cl.
Virgo	$6{,}0 \cdot 10^6$ l.y.	(500)	30	1190	12,5	12°
Pegasus . . .	23,5	100	5	3720	15,5	1
Pisces. . . .	24,0	20	5	4760	15,4	0,5
Cancer . . .	29,5	150	2	4950	16,0	1,5
Perseus . . .	36,0	500	4	5250	16,4	2,0
Group B . .	36,0	—	2	6050	—	—
Group A. . .	38,6	—	5	6560	—	—
Coma Ber. .	45,0	800	9	7010	17,0	1,7
Urs. Maj. I .	90	300	1	15400	18,0	0,7
Leo.	105	400	1	19600	19,0	0,6
Cor. Bor. . .	125	—	1	21000	—	—
Gemini . . .	135	—	2	23000	—	—
Boötes . . .	230	—	1	39200	—	—
Urs. Maj. II.	247	—	1	42000	—	—

Too little is as yet known as to the actual space occupied and the number of galaxies in these clusters to warrant any certain conclusions as to density of distribution. From the data available, however, the density of distribution seems to be definitely larger than in our own part of space. The distance apart of the galaxies in the Virgo, Coma Berenices, and Leo clusters is of the order of $1{,}2 \cdot 10^5$ l.y.; this is approximately the distance of the Magellanic Clouds, and the distance to the nearest spirals is about 8 times this. A cluster of 400 galaxies at this mean distance apart, and at a distance of 10^9 l.y., if such exists, would have an apparent diameter of only $4' \pm$. As the average galaxy at this distance would subtend only about 1/2000 of the area mentioned, most of the objects would be still easily separated, though some overlapping might occur.

With the greater number of objects now available, a rough estimate can be made of the probable scatter or range of velocities within a cluster of galaxies, thus giving some idea of the magnitude of the peculiar velocities of the spirals in such clusters; this motus peculiaris appears to be from 2000 to 3000 km./sec. in the nearer galactic clusters, though nothing is known as to such range within the more remote clusters with extreme apparent velocity of recession.

It is to be hoped that the large amount of new material secured in this field by HUMASON will be employed in the near future for a revision of the agreement between the Distance-Diameter and Distance-Velocity correlations. Upon such an agreement depends the decision between the recession as a measure of distance and the validity of theories of an expanding or oscillating universe.

56. Distances and Dimensions of the Spirals[1]. HUBBLE, REYNOLDS, and others have maintained that the elliptical objects average less than one-half the diameter of the true spirals. SHAPLEY has found that the use of the microphotometer adds 30% or more to the observed diameters, especially for the spheroidal objects. A study of 85 bright spirals in the Virgo Cluster gave the following results:

Mean diameter for 55 spirals	4″,8
Mean diameter for 30 elliptical.	3,9
Ratio: spiral to spheroidal	1,23

The greater relative size of the true spirals heretofore accepted has thus been largely removed.

[1] J. H. REYNOLDS, The spatial distribution of the extra-galactic nebulae within a radius of 4000 kiloparsecs. M N 94, p. 196 (1934); H. SHAPLEY, Four notes on the diameters of galaxies. Harv Bull No. 895 (1934); J. STEBBINS and A. E. WHITFORD, The diameter of the Andromeda Nebula. Wash Nat Ac Proc 20, p. 93 (1934).

The work of STEBBINS and SHAPLEY has very materially increased our values for the apparent size of the Andromeda spiral:

	Microph. SHAPLEY	Ph. elec. STEBBINS	Old Values
Length of major axis	270′	450′	160′
Length of minor axis	230		40

224 (Andromeda) thus is shown to be a galaxy of dimensions closely comparable to those of our own Milky Way.

64a. Theories of Spiral Structure. The past few years have witnessed the appearance of a number of theoretical treatments of the problem of the origin and shape of the spiral whorls. That of WELLMANN[1] has a number of points of novelty, though based in part on JEANS' work on a lenticular, sharp-edged rotating figure of equilibrium. Influenced by EDDINGTON's assumption as to the rate of expansion of the universe, WELLMANN adopts the "short time-scale" and postulates an age of the order of 10^{10} years for both the spirals and their constituent stars.

The primary cause of the spiral form is held to arise from the gradual loss of the mass of the component stars through the radiation of energy in accordance with the relation, $M = E/c^2$. This loss of mass causes a gradual expansion of the galaxy, each component body moving outward in a very close spiral, with the concave side in the direction of rotation. As a rotation period of the order of 10^7 years is postulated, and with the adopted total span of life, it is held that the spirals must have performed about 10^3 revolutions in order to reach their present form. The general progression of spiral evolution is found to follow quite closely the allocation of age-types by HUBBLE. There will arise a "lag" in the motion about the nucleus that will increase with increasing distance, this lag being a measure of the difference between the original motion as a rigid body and the motions of the individual component stars in slowly receding close spiral orbits. As more than two complete spiral whorls are rarely found, for the formation of which some 10^3 revolutions have been necessary, the process of evolution is a long and gradual one. The resulting spiral structure will have a rotation in the direction of the convex side of the spiral arms.

WELLMANN's hypothesis may be regarded as a quasi-combination of some principles of WILCZYNSKI's gravitational spiral with the recession of individual components in close spiral orbits through the loss of mass by radiation. The calculated numerical results show a fairly close agreement with the observed forms of early, intermediate, and late spirals. The form, in general, is very close to the logarithmic spiral; for HUBBLE's class Sc the deviation from the formula $r = 0{,}39\, e^{0{,}224\,\Delta}$ is everywhere less than 0,03.

WELLMANN's theory agrees well with the spectrographic rotation results of PEASE and SLIPHER, and with the theoretical results of BROWN. Reasons for the formation of the two diametrically opposed whorls, or spirals of the barred type, still seem insufficiently convincing. The clear-cut localization of the

[1] Zur Entstehung der Spiralnebel. Z f Ap 9, p. 47 (1934); E. REICHENBÄCHER, Die Gestalt der Spiralarme. Z f Ap 7, p. 309 (1933); Die Symmetrie der Spiralen. Z f Ap 7, p. 364 (1933); H. VOGT, Die Expansion des Universums und ihr Einfluß auf die Entwicklung von kosmischen Objekten. A N 245, p. 281 (1932); Über das in den Spiralnebeln geltende Kraftgesetz. A N 246, p. 345 (1932); Bemerkung zur Dynamik der Spiralnebel. A N 247, p. 169 (1932); H. LAMBRECHT, Untersuchungen zur Theorie der Spiralnebel. A N 254, p. 113 (1934); B. LINDBLAD, Orientation of the planes of spiral nebulae inferred from dark lanes of occulting matter. Stockh Ark Mat Astr Fys 24A, No. 21, p. 1 (1934); B. M. PEEK, The formation of spiral arms. M N 92, p. 707 (1932); Spiral arms as envelopes. M N 93, p. 152 (1933); S. G. HACKER, On Vogt's suggestion of the law of force in spiral nebulae. A J 42, p. 46 (1932).

phenomena of the whorls appears to require that the nuclear points at which release to the spiral orbits took place must have remained relatively fixed in the nuclear structure over long periods of time, comparable to the total life of the spiral.

Treatments adopting in general JEANS' suggestion of the tidal action of another body or the rest of the universe for the start of the opposed spiral arms, but accepting a relativistic expansion as the primary cause of the arms, are due to REICHENBÄCHER, LAMBRECHT, and PEEK. REICHENBÄCHER calculates curves closely similar to a logarithmic spiral, and maintains that the radius of curvature of space may be noticeably smaller within a spiral than in outside space. PEEK's first paper derived curves close to the logarithmic spiral, and adopted a total life-duration of the order of 10^8 years, a limitation that is withdrawn in his second paper.

VOGT has pointed out that his theory of the formation of the spiral arms through a cosmic repulsion or expansion effect does **not** presuppose a turning point at a moderate distance from the nucleus. Objections to VOGT's theory have been voiced by HACKER, on the ground that it does not permit quite one-half a revolution in the spiral arms (a form very rarely observed) and that, in addition, the calculated curves are quite different from those observed.

LAMBRECHT, however, in a thoroughgoing treatment that assembles and discusses all pertinent observational data as a preliminary, extends the expansion theory of spiral formation, employing the more complete formula,

$$\Phi' = \int_a^r \left(\frac{G^{1/2} M^{1/2}}{h\, a^{3/2}} - \frac{1}{r^2}\right) \left(\frac{2GM}{r h^2} + \frac{\alpha^2 r^2}{h^2} - \frac{1}{r^2} \pm \frac{k r^2}{h^2} + C\right)^{-1/2} dr\,.$$

The numerical values employed for 224 (Andromeda) are:

$$a = 2 \cdot 10^{22}\ \text{cm.},$$
$$M = 2 \cdot 10^{42}\ \text{g.},$$
$$\alpha = 4{,}08 \cdot 10^{-17}\ \text{cm./sec.},$$
$$G = 6{,}66 \cdot 10^{-8}.$$

h, k, and C are constants whose values are chosen so as to make the constant spiral angle 15°. The integrated curve shows a very close resemblance to those photographed in 224; the spiral arms are traced out to a rotation from the initial value of 320°, and the period of the process to this point is determined as $2{,}2 \cdot 10^{11}$ years. Using the ROCHE limit as $R = 2{,}28\, r_0$, and the Coma Cluster of galaxies as an example of space density and distribution, it is calculated that there would be one tidal approach to this limit of distance in about 10^{10} years. Attempts to derive the masses of four spirals on the basis of the value of α used for Andromeda are not very successful, being about 10^2 smaller than the masses found by other methods.

From an examination of the apparent whorls of dark matter accompanying the luminous arms of such an object as 5194 (M. 51) LINDBLAD believes that this occulting matter lies on the inner side of the whorl. Accordingly he comes to the somewhat revolutionary conclusion, in which, perhaps, but few may wish to follow him, that the side of a spiral showing dark lanes more prominently (in general, also, the intrinsically fainter side) is the side **farther** from us, while the brighter half on that side of the major axis of the inclined object that shows no lanes is the **nearer** to the observer. From this he postulates, using the spectrographic rotation results of PEASE and SLIPHER, that the spiral arms are asymptotic, and present their **concave** sides in the direction of rotation.

KEENAN has discussed the mean areal brightness[1] of objects of the elliptical class employing the data given by the catalogues of SHAPLEY and AMES. He found an increase of surface brightness with decreasing apparent area. REIMER regards this result as paradoxical, and attributes much of the discrepancy to the difference in the axial ratios between the catalogues of SHAPLEY and AMES and that of WIRTZ. He finds that the mean calculated areal brightness of elliptical objects is in fact constant, and bears no relation to distance.

71. An Expanding Relativity Universe. A very large number of researches have been published during the past two years, both on subsidiary fields of the theory of relativity, as well on questions relating to expanding or oscillating relativity universes. No attempt will be made here to give detailed references to this large mass of theory; such references are easily available in the Astronomische Jahresbericht and other bibliographical aids. The attempt will rather be made to outline any significant changes or additions that have been made since 1932.

Many students of the field feel that any decision as to the validity of any particular function of expansion or oscillation of the external universe is a question that still "rests on the knees of the gods". Attention has already been called to the fact that a thorough-going correlation between radial velocities of the spirals, nearly doubled numerically through the work of HUMASON, and their apparent diameters is urgently needed for the strengthening of the Velocity-Distance Correlation. In fact, such a correlation may still have uncertainties until the number of spiral velocities is several fold greater than the 179 now available.

The late W. DE SITTER saw very clearly the various possibilities that would result from varying assumptions as to curvature of space or sign of the cosmological constant, and the following short table is taken from his book[2].

λ	Curvature of space		
	Negative	Zero	Positive
Negative	Oscillating	Oscillating	Oscillating
Zero	Expanding	Expanding	Oscillating
Positive	Expanding	Expanding	Oscillating or Expanding

"We do not know to which of the three possible families our own universe belongs, and there is nothing in our observational data to guide us in making the choice." (DE SITTER.)

EDDINGTON[3], however, still holds to his expanding universe of 1932. This has the following characteristics:

1. The cosmical constant is positive, and very small; $\lambda = 9{,}8 \cdot 10^{-55}$ cm.$^{-2}$.
2. The curvature of space is positive.
3. HUBBLE's velocity-distance relation, namely, $D = V/170$ km./sec., where D is in units of 10^6 l.y., is taken as the rate of expansion. The universe is at present doubling its radius every $1{,}3 \cdot 10^9$ years.
4. Initial radius of the universe, $1{,}07 \cdot 10^9$ l.y.
5. Initial density of matter in universe, $1{,}05 \cdot 10^{-27}$ g./cm^3.
6. Number of protons in the universe, $1{,}29 \cdot 10^{79}$.

"In a universe doubling its radius every 1300 million years, it is evident that the long time-scale of billions of years (the Eng. billion = Amer. trillion = 10^{12})

---

[1] Note on the surface brightness of elliptical nebulae. Ap J 77, p. 283 (1933); J. P. REIMER, Über die Flächenhelligkeit elliptischer Nebel. Z f Ap 8, p. 374 (1934).

[2] Kosmos, XII + 138 pp. Cambridge 1932.

[3] The expanding universe, 7 + 180 pp. Cambridge 1933.

is altogether incongruous ... Astronomical history may be said to begin when the first condensations were fully formed and the galaxies separated from one another; but by this time the expansion must have been well under way. It is difficult to allow much more than 10^{10} years between then and now." (EDDINGTON.)

The same author has been quoted (interviews in the American daily press) as saying that if the geological and biological time-scales did not agree with this particular type of an expanding relativity universe, they would have to be shortened. There are few scientists who would be willing to follow this dictum, or the shorter time-scale implicitly demanded in the quotation given.

DE SITTER, in one of his latest papers[1], has attempted to show that the difficulties attributed to such a shorter time-scale are apparent rather than real. While observation can afford no data for a choice between the nine possibilities tabulated above, he adopts an expanding universe of the first type. He rejects the concept of a universe that could have started from a mathematical point at the time $t = t_0$ and substitutes for it the near approach of all galaxies for a short interval of time near $t = t_0$. This minimum distance and epoch will be different for each pair of galaxies, and the velocities, though very large, will not be rigorously equal to the velocity of light, and are also individually different. The dimensions of the galaxies themselves are not directly affected. He thus rejects any idea of a "creation" or "explosion" at the time t_0, and substitutes for it the postulate that this is a relatively unimportant epoch in the life and path of a galaxy. He is thus able to assume for the time t_0 a moderate multiple of 10^9 years in the past, while retaining for the stars themselves a total life of the order of 10^{12} to 10^{14} years as required by the mass-luminosity relation and other modern theories of stellar duration.

DE SITTER's abandonment of a universal "time of beginning" is of considerable interest, and removes objections based upon the unbelievably short time-scale demanded by those ardent relativists who regard HUBBLE's increase of recession with distance (170 km./sec. per 10^6 l.y.) as the fixed and ultimate measure of the expansion of the universe. Apparently, however, it substitutes for a universe expanding everywhere, a somewhat random universe of individual, localized, and non-simultaneous recessions from a state of close approach.

"Astronomical observations give us no means whatever to decide which of these possible solutions corresponds to the actual universe. The choice must, as Sir ARTHUR EDDINGTON says, depend on aesthetical considerations... Personally I have, like EDDINGTON, a strong dislike to a periodic universe, but that is a purely personal idiosyncrasy, not based on any physical or astronomical data." (DE SITTER, loc. cit.)

A recent development of the highest interest has been the publication of MILNE's new theory of relativity, to which he has given the name,—"The Extended Theory of Relativity"[2]. A considerable body of literature has already

[1] On the expanding universe and the time-scale. M N 93, p. 628 (1933).

[2] World structure and the expansion of the universe. Z f Ap 6, p. 1 (1933). This is MILNE's chief paper on the theory; Remarks on world structure. M N 93, p. 668 (1933); World relations and the "cosmical constant". M N 94, p. 3 (1933); Note on H. P. ROBERTSON's paper on world structure. Z f Ap 7, p. 180 (1933); Newtonian expanding universe. Q J Math Oxford 5, p. 64 (1934); E. A. MILNE and W. H. MCCREA, Newtonian universes and the curvature of space. Q J Math Oxford 5, p. 73 (1934); G. C. MCVITTIE, Remarks on the geodesics of expanding space-time. M N 94, p. 476 (1933); Milne's theory of the expansion of the universe, Nat 131, p. 533 (1933); A. G. WALKER, Distance in an expanding universe. M N 94, p. 159 (1934); H. DINGLE, On E. A. Milne's theory of world structure and the expansion of the universe. Z f Ap 7, p. 167 (1933); H. F. ROBERTSON, On E. A. Milne's theory of world structure. Z f Ap 7, p. 153 (1933); W. O. KERMACK and W. H. MCCREA, On Milne's theory of world structure. M N 93, p. 519 (1933).

appeared on the theory. Some features of his theory have been, and are still being attacked; the present time is doubtless "too close to the origin" to enable a decision to be made as to the ultimate validity and lasting value of the new theory. This is not the place to give the mathematical details of MILNE's theory; the treatment will be limited to a brief resumé of the points of novelty of the new theory, and a statement of the cause assigned for the recession of the spirals.

1. MILNE's fundamental postulate is an extension of the idea of the non-preferential character of a given location in space. The universe looks the same to any two observers, or, at the least, it can be made to look the same by giving one observer the proper velocity. "The universe must appear the same to all observers. Or, not only the laws of nature, but the events occurring in nature, the world itself, must appear the same to all observers, wherever they be, provided their space-frames and time-scales are similarly oriented to the events which are the subject of observation." "The world then appears to be centered around the observer wherever he be, provided he assumes a velocity equal to that of the matter in his own neighborhood, i.e., provided he choose his frame of reference so that he is at rest with regard to his immediate surroundings. The world is then perfectly ego-centric at all points and its unfolding history appears the same from all points." "The apparently contra-relativistic idea of a concentration of matter towards one particular region of space is an effect created by the observer... An observer is necessary in order to describe 'what is'."

2. Flat Euclidean space is postulated.

3. Gravitation is apparently a reality, while it did not exist in the older theory.

4. Gravitation has an effect on light.

5. The velocity of light is not intrinsically constant.

6. The spirals with the greatest velocities have reached the greatest distances from us.

The idea that the progression of recession of the spirals is due simply to the fact that those with highest velocities have now reached the greatest distance is due originally, in the opinion of the writer, to KEIVIN BURNS (unpublished). MILNE's treatment of this theory may be outlined as follows, using quotations for the most part.

"Consider the kinematics of a swarm of particles which move in straight lines, each with a uniform velocity, without collisions ... Let them possess an entirely arbitrary (not necessarily random) velocity distribution, the velocity distribution not being necessarily the same at different points. In the Euclidean space and Newtonian time of any given observer, let the particles have a density distribution which is such that at a given time $t = 0$ the particles occupy a sphere S of radius r_0, center $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Outside the sphere space is to be empty ...

Let us examine the subsequent motion of the system. At any point of the surface of S, the outward moving particles will move into the empty space outside. The faster moving particles will gain on the slower, and at any later time t the fastest moving particles will form an expanding spherical frontier-zone, which will be followed by and partly overlapped by the next fastest, and so on. The inward moving particles will move inwards, traverse a chord of the sphere, emerge at the other side and then move outwards. The same will hold good for any starting point.

After the lapse of sufficient time all the faster moving particles will be moving outwards, and their velocities will be predominantly motions of recession, approximately directed away from the center $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$. Only the

very slowly moving ones will be moving inwards, namely those which started in an inward direction, not too near the center and are still approaching the center.

Provided the original velocity-distribution was a continuous one and included the velocity zero, the original sphere will always be occupied, however long the time . . .

Thus statistically we have an expansion phenomenon, a systematic recession for all save very near particles and a velocity-distance proportionality law . . . The result holds good even if the system originally fills infinite Euclidean space . . . The essential aspect of the problem is that the system is unenclosed and has an infinite continuum in which to expand."

Many will be unable to accept this explanation as adequate for the observed recession of the spirals. For if the system is infinite, whatever the original distribution of the particles, and assuming only that the velocities form some sort of a continuous progression, the situation at any origin after the lapse of any great period of time must be essentially the same as it was at the start. If we admit the validity of the process for any large sphere of the continuum, it must be surrounded by similar structures, and as many particles as move beyond the surface of the origin sphere will be replaced by similar particles coming in from without. That is,—it would appear that expansion effects of the sort observed can be observed only if limited to a finite volume of space and without re-entries from surrounding parts of space. There seems to be a fundamental paradox in this element of MILNE's theory in that the universe can look the same to all different observers only if it is infinite; the postulated expansion effect can occur only if it is finite.

Band V.

Kapitel 7.

Die Milchstraße.

Von

B. LINDBLAD-Stockholm.

c) Die Photographie der Milchstraße.

7. Die photographischen Arbeiten einzelner Forscher. Auf dem Gebiet der photographischen Milchstraßenbeschreibung erschien in den letzten Jahren ein vorzüglicher Beitrag in dem von F. E. ROSS und M. R. CALVERT ausgearbeiteten „Atlas of the Milky Way“[1], der nach Aufnahmen in den Jahren 1930 und 1931 auf den Sternwarten Flagstaff und Mount Wilson die Milchstraße zwischen den galaktischen Längen 310° und 90° (etwa Sagittarius-Cepheus) abbildet. Die Negative sind mit einem von ROSS gerechneten, bildstreckenden Objektiv von 5 Zoll Öffnung und 35 Zoll Fokallänge gemacht worden. Die im Atlas gegebenen Reproduktionen stammen von sekundären Negativplatten. Diese Negative, wie auch die primären Positive, wurden durch Kontaktkopieren auf EASTMAN-Process-Platten hergestellt. Die Reproduktionen haben das Format 33 × 33 cm, und der Durchmesser des Feldes in Bogenmaß beträgt nicht weniger als 21°. Die Schärfe der Abbildung und die Fülle an Einzelheiten sind außerordentlich. — Die Autoren beabsichtigen, in einem zweiten Teil des Werkes in ähnlicher Weise die Milchstraße von Cygnus bis Argo zu geben.

f) Die astrophysikalisch-statistischen Ergebnisse über die Natur der Milchstraße.

16. Die galaktische Konzentration der Sterne und die effektive Sterngröße des Milchstraßenlichts. K. F. BOTTLINGER[2] hat das Gesamtlicht der Sterne für einzelne Größenklassen in verschiedenen galaktischen Zonen, wie auch in einigen Sternwolken und Sternleeren, hergeleitet, in guter Übereinstimmung mit unseren früher in Ziff. 16 gegebenen Resultaten. Die Lichtverteilung nach absoluter Größe innerhalb eines Raumgebiets wird in ähnlicher Weise untersucht. Gemäß der Luminositätsfunktion unserer Umgebung liegt das Lichtmaximum bei $+1^M$ (visuell) und $+2^M$ (phot.). Die Lichtverteilung nach absoluter Größe in einigen Sternhaufen gibt Lichtmaxima in viel helleren Größen. Die totale Leuchtdichte in unserer Nähe

$$J = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi(M)}{2{,}512^{M-M_0}}\, dM\,,$$

wo $\varphi(M)$ die Luminositätsfunktion ist, beträgt etwa 0,3 Sterne der Größe 0^M per 1000 Kubikparsek. Unter Annahme dieser Leuchtdichte werden die Dimensionen des homogenen typischen Sternsystems berechnet, und zwar für verschiedene Annahmen über die interstellare Absorption.

[1] The University of Chicago Press. Chicago (1934).

[2] Z f Ap 4, S. 370 (1932).

18. Übersicht der allgemeinen statistischen Untersuchungen über die Verteilung der Sterne im Raume. Die Frage nach dem Einfluß der interstellaren Absorption des Lichts auf die aus den Sternzahlen ermittelte räumliche Dichtigkeitsverteilung verlangt gegenwärtig eingehende Behandlung, da es nunmehr sichergestellt scheint (vgl. Ziff. 24), daß wir wenigstens in einer engen Schicht um die zentrale galaktische Ebene herum mit einer erheblichen Absorption zu rechnen haben. Wie in den Gleichungen (4), (5) und (12) gezeigt, können wir ohne weiteres formal den Einfluß der Absorption in den stellarstatistischen Gleichungen berücksichtigen. Wenn wir von den SCHWARZSCHILDschen Gleichungen (13) ausgehen, können wir mit SEARES[1] folgendermaßen vorgehen. Wir setzen

$$m = m_0 - 5A(r), \tag{33}$$

wo m_0 die beobachtete, m die für die interstellare Absorption, durch $A(r)$ definiert, korrigierte scheinbare Größe ist. Wenn wir die neue Variable r_0 durch

$$\log r_0 = A + \log r \tag{34}$$

einführen, bekommen wir in einfacher Weise die mit der ersten Gleichung (13) analoge

$$a(m_0) = \omega \int_0^\infty D_0(r_0)\,\varphi(M)\,r_0^2\,dr_0\,. \tag{35}$$

Wenn $D_0(r_0)$ ermittelt worden ist, bekommen wir die wahre Dichtigkeitsverteilung

$$D(r) = D_0(r\,10^A)\,10^{3A}\left(1 + \frac{r}{\text{Mod.}}\frac{dA}{dr}\right), \tag{36}$$

was mit SEELIGERS gemäß (4) erhaltener Gleichung

$$D(r) = \Delta\left[\frac{r}{\psi^{1/2}}\right]\frac{\psi(r) - \frac{1}{2}r\,\psi'(r)}{[\psi(r)]^{5/2}}, \tag{37}$$

wo

$$\psi(r) = 10^{-2A}, \tag{38}$$

identisch ist.

Wenn für D_0 die Form

$$\log D_0(r_0) = h + k(\log r_0) + l(\log r_0)^2 \tag{39}$$

angenommen wird, bekommen wir

$$\left.\begin{aligned}\log D(r) &= h + k(\log r + A) + l(\log r + A)^2 + 3A + B\\ &= \log D_0(r) + KA + lA^2 + B,\end{aligned}\right\} \tag{40}$$

wo

$$K = 3 + k + 2l\log r, \qquad B = \log\left(1 + \frac{r}{\text{Mod.}}\frac{dA}{dr}\right), \qquad \text{Mod.} = 0{,}4343\,. \tag{41}$$

Für Entfernungen unter der Grenze, die durch $\log r = -k/2l$ gegeben wird und gewöhnlich unterhalb 100 Parsek fällt, setzen wir

$$D_0(r_0) = \alpha\,e^{-\beta r_0} \tag{42}$$

und bekommen dann

$$\log D(r) = 10^A \log D_0(r) + 3A + B. \tag{43}$$

SEARES diskutiert gewisse Formen von $A(r)$ und die daraus resultierende Funktion $D(r)$, unter Benutzung der vorher ohne Absorption ermittelten Dichtigkeitsverteilung (D_0 oben entsprechend), die aus dem Mount Wilson-Material der Selected Areas stammt und in unserer Tabelle 11 wiedergegeben worden ist.

[1] Mt Wilson Contr 428 = Ap J 74, S. 91 (1931).

Die Resultate gelten für zwei Richtungen in der Milchstraßenebene, bestimmt durch die galaktische Länge L_0 des galaktischen Zentrums in Sagittarius und die entgegengesetzte Richtung $180° + L_0$. Diejenigen Resultate, die für unsere Diskussion von besonderer Bedeutung sind, werden in Tabelle 30 wiedergegeben. Die zweite und die fünfte Kolumne geben die Dichtigkeit ohne Absorption, $D_0(r)$. SEARES benutzt zuerst den TRÜMPLERschen Wert des photographischen Extinktionskoeffizienten (Ziff. 24), $0^m,67$ per Kiloparsek. Die entsprechende wahre Dichtigkeitsfunktion wird in Tabelle 30 mit D_1 bezeichnet. Die Absorptionsfunktion ist hier $A = \varepsilon_1 r$, wo $\varepsilon_1 = 0,0001340$. Es wird dann in den folgenden Rechnungen die Absorption proportional teils der wahren, teils der scheinbaren Dichtigkeit gesetzt. Im ersteren Falle, der uns hier besonders interessiert, wird

$$A = \varepsilon_2 \int^r D(r)\,dr, \tag{44}$$

wo $\varepsilon_2 = 0,0000848$ gesetzt wird, was einer Absorption $\Delta m = 0^m,57$ für den ersten Kiloparsek in der Richtung L_0, $0^m,26$ für dasselbe Intervall in der Richtung $180° + L_0$, entspricht. Das wahre Verteilungsgesetz in diesem Falle wird mit D_2 bezeichnet.

Tabelle 30.

r (Parsek)	$L = L_0$			$L = 180° + L_0$			r (Parsek)	$L = L_0$			$L = 180° + L_0$		
	D_0	D_1	D_2	D_0	D_1	D_2		D_0	D_1	D_2	D_0	D_1	D_2
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	3000	0,35	3,98	—	0,08	0,67	0,13
100	0,99	1,10	1,05	0,93	1,05	1,00	4000	0,27	4,79	—	0,06	0,72	0,094
200	0,96	1,20	1,10	0,76	0,96	0,89	5000	0,21	5,37	—	0,045	0,74	0,083
300	0,92	1,30	1,15	0,65	0,89	0,79	6000	0,17	5,62	—	0,03	0,78	—
400	0,87	1,40	1,22	0,55	0,83	0,69	7000	0,14	5,50	—	0,025	0,78	—
500	0,82	1,51	1,29	0,47	0,79	0,58	8000	0,11	5,13	—	0,02	0,74	—
1000	0,70	2,09	1,93	0,28	0,68	0,39	9000	0,10	4,47	—	0,02	0,70	—
1500	—	—	6,30	—	—	0,28	10000	0,09	3,63	—	0,01	0,51	—
2000	0,49	3,09	—	0,14	0,65	0,20	20000	0,03	2,40	—	—	—	—

Im Falle D_1 hat die Lösung für L_0 ein Maximum in der Entfernung 6000 Parsek, die nicht allzuviel von unseren aus anderen Quellen stammenden Vorstellungen über die Zentrumsentfernung abweicht (Ziff. 33). Im Falle D_2 steigt die Dichtigkeit in der Zentrumsrichtung sehr schnell für $r > 1000$ Parsek. In der entgegengesetzten Richtung nimmt die Dichtigkeit in beiden Fällen ab. Die von der Rotationstheorie (im Falle einer ellipsoidischen Approximation für die Geschwindigkeitsverteilung) geforderte Abnahme, etwa einem Faktor 2 für eine Distanz von 1000 Parsek entsprechend (Ziff. 30), liegt offenbar nicht weit von der Lösung D_2; die schnelle Zunahme in der Zentrumsrichtung jenseits der Entfernung 1000 Parsek wäre mit der durch die Theorie geforderten sehr großen Masse des Systems (Ziff. 33) in Einklang. Es scheint daher, daß die hier angenommene Extinktionsfunktion für das betreffende Material vielleicht nicht weit von der richtigen liegt. SEARES selbst ist der Ansicht, daß die Extinktion doch noch zu hoch vorausgesetzt worden ist. Ein dem Fall D_1 entsprechender, in allen Richtungen der galaktischen Ebene gleichförmiger Absorptionskoeffizient von $0^m,67$ scheint jedenfalls ausgeschlossen, da die Dichtigkeit dann auch für $L = 90° + L_0$ und $270° + L_0$ mit der Entfernung steigen würde.

Daß eine nur mäßige Absorption in dem betreffenden Material angedeutet ist, kann jedoch kaum befremden, wenn wir bedenken, daß die zugrunde liegenden Sternzahlen doch gewissermaßen in ihrer Abhängigkeit von der Breite innerhalb eines gewissen Intervalls geglättet worden sind. Die Anzahl der Selected Areas, die in der Zentrallinie der Milchstraße liegen, ist ja verhältnismäßig klein. Wenn

wir genügend Material aus einer sehr engen Zone um diese Zentrallinie herum zur Verfügung hätten, scheint es wohl möglich, daß wir im Mittel noch größere Absorptionsbeträge in Rechnung ziehen müßten (Ziff. 24).

J. H. OORT[1] hat gezeigt (Ziff. 30), daß für höhere galaktische Breiten ($|B| > 20°$) die Sternzahlen von SEARES, ohne irgendwelche Absorptionseffekte einzuführen, gute Übereinstimmung mit der vom Standpunkte der Rotationstheorie verlangten Dichtigkeitsverteilung ergeben.

In der Zentralzone der Milchstraße haben wir gewiß, wie auch SEARES stark hervorhebt, mit einer großen Variation der Absorption zu rechnen. K. F. BOTTLINGER[2] hat gezeigt, daß, wenn man, statt eine kontinuierliche Absorption einzuführen, annimmt, daß pro Entfernungseinheit ein gewisser Prozentsatz von Sternen durch diskontinuierlich verteilte Wolken ausgelöscht werde, man einen ganz anderen Verlauf der Sternzahlen als bei der kontinuierlichen Absorption erhält. BOTTLINGER behandelt zunächst den Einfluß der Absorption bei konstanter absoluter Helligkeit der betreffenden Sterne. Wenn der kontinuierliche Absorptionskoeffizient mit k bezeichnet wird und wir außerdem annehmen, daß in der Entfernungseinheit der Bruchteil $\varkappa$ aller in größerer Entfernung liegenden Sterne durch Wolken einfach ausgelöscht wird, so bekommt man für die Sternzahlen sukzessiver Größenklassen im Raumwinkel ω bei gleichförmiger räumlicher Dichtigkeit

$$\left.\begin{aligned} a''(m) &= \frac{C\omega}{5\log e}\, r^3 \left(1 + \frac{kr}{2}\right)^{-1} e^{-\varkappa r}, \\ m &= M - 5 + 5\log r + 2{,}5 \log e \cdot kr. \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

Für endliches $\varkappa$ hat $a''(m)$ in einer gewissen Entfernung ein Maximum, und sinkt von diesem Punkt sehr schnell ab, während $a''(m)$ im Falle $\varkappa = 0$ immer wächst.

F. H. SEARES[3] und B. J. BOK[4] haben numerische Methoden zur Bestimmung der Dichtigkeitsfunktion ausgearbeitet. In beiden Fällen wird für einen gewissen Raumwinkel die Dichtigkeit in sukzessiven Kugelschalen mit logarithmisch wachsendem Radius in Betracht gezogen. In SEARES' Methode werden als Unbekannte die aufeinanderfolgenden Werte für das Verhältnis zwischen den Dichten benachbarter Kugelschalen eingeführt. Wenn diese mit $d_0, d_2, \ldots$ für $\log r = 0{,}0, 0{,}2, \ldots$, und die Beiträge sukzessiver Schalen zu der Funktion $a(m)$ in leicht verständlicher Weise mit $n_{-1}, n_1, n_3, \ldots$ bezeichnet werden, weiter mit σ das Volumenverhältnis der Schalen, so weist SEARES nach, daß

$$\frac{a(m+1)}{\sigma\, a(m)} = \frac{n_{-1} d_0 + n_1 d_2 + n_3 d_4 + \cdots}{n_{-1} + n_1 + n_3 + \cdots} = \delta_m. \tag{46}$$

Das Verhältnis der Sternzahlen dividiert durch σ ist also gleich dem gewogenen Mittel δ_m der relativen Dichten d_s für diejenigen Kugelschalen, die zur Anzahl der Sterne von der Größe m beitragen. Die Methode kann für eine veränderliche Luminositätsfunktion benutzt werden. In unserer Nähe findet SEARES, wenn eine konstante Leuchtkraftfunktion vorausgesetzt wird, eine schnelle Abnahme der Anzahl Sterne pro Kubikparsek von 0,166 nahe der Sonne bis zu 0,044 in der Entfernung 125 Parsek. Dies wird als ein scheinbarer Effekt gedeutet, der auf einer Variation der Luminositätsverteilung mit der Entfernung beruht. Die Anzahl der sehr hellen Sterne sinkt mit steigender Entfernung, was besonders durch die Verteilung der Heliumsterne in unserer Umgebung erklärt wird. Der

[1] B A N 6, S. 249 (1932). [2] Z f Ap 5, S. 50 (1932).
[3] Mt Wilson Contr 436, 437, 438 = Ap J 74, S. 268, 312, 320 (1931).
[4] Harv Circ 371 (1931).

Entfernungseffekt beruht teils auf der Anhäufung großer Gruppen von diesen Sternen in unserer Nähe, teils auf der allgemeinen Anordnung dieser Sterne in einem sehr dünnen, gegen die Milchstraße etwas geneigten Stratum. Die allgemeine langsame Abnahme der Dichte für größere Entfernungen kann natürlich in großen Zügen durch Absorption erklärt werden, wie oben auseinandergesetzt worden ist.

BOK benutzt ein ursprünglich von KAPTEYN gegebenes Schema, wo für den Fall konstanter Dichte die Sternzahlen für sukzessive Größen m in Intervallen von $\log \pi$ gemäß VAN RHIJNS Luminositätskurve der photographischen absoluten Größen gegeben sind. Korrektionsfaktoren α_k für die Dichte sukzessiver Schalen werden als Unbekannte eingeführt, um die beobachteten Sternzahlen $a(m)$ darzustellen. Aus dem Gleichungssystem für die verschiedenen Größenklassen werden die α_k in sukzessiven Näherungen erhalten. Eine Absorption des Lichts im interstellaren Medium, wie auch eine Variation der Luminositätsfunktion kann leicht in Rücksicht gezogen werden. BOK hebt hervor, daß es unmöglich ist, in den vorhandenen Sternzählungen zwischen den Effekten variierender Dichte und Absorption zu unterscheiden. Wenn wir aber mit einem konstanten Absorptionskoeffizienten rechnen wollen, so kommen wir für verschiedene Werte dieses Koeffizienten zu mehr oder weniger annehmbaren Dichtigkeitsverteilungen. Es scheint offenbar, daß wirkliche Dichtigkeitsgradienten in unserer Nähe vorkommen. Ein allgemeiner Koeffizient von $0^m,4$ pro Kiloparsek gibt ein ziemlich ausgeprägtes „lokales System" mit einem Durchmesser von etwa 500 Parsek. Die Dichte des allgemeinen galaktischen Feldes in unserer Nähe ist etwa 0,3 der Dichte nahe der Sonne. Das lokale System scheint in der Richtung 90° vom galaktischen Zentrum verlängert, was einen Effekt der inneren Scherung durch differentielle Rotation (Ziff. 31) bedeuten kann. Gemäß unseren Überlegungen oben und in Ziff. 24 scheint es zwar möglich, teils daß die Absorption in einer engen Schicht um die Zentralebene herum erheblich höher sein kann, teils daß die Scheidung des „lokalen Systems" von den inneren Regionen des großen Systems (gegen das Zentrum hin) gewissermaßen scheinbar und vielleicht wesentlich durch eine in dieser Richtung durchschnittlich größere Absorption beeinflußt worden ist. Eine endgültige Entscheidung über die diesbezüglichen Fragen scheint gegenwärtig nicht möglich.

19. Die Verteilungsgesetze verschiedener Spektraltypen. Die Resultate der Potsdamer Spektraldurchmusterung in den Selected Areas des Südhimmels sind von F. BECKER[1] weiter diskutiert worden. Die spektrale Verteilung der Sterne 9. bis 12. photographischer Größe in 43 Eichfeldern wird nach den Argumenten scheinbare Helligkeit und galaktische Breite untersucht. Unter der Annahme folgender mittleren absoluten Helligkeiten, wenn in den späteren Typen die Riesen durch das Zyankriterium aus der Statistik entfernt worden sind,

B8—A4 . . .	$+1^m,0$	F9—G4 . . .	$+5^m,7$
A5—F1 . . .	2 ,6	G5—G8 . . .	6 ,7
F2—F8 . . .	4 ,4	G9—K4 . .	7 ,4

berechnet BECKER die räumliche Verteilung der Sterne einiger Felder, und zwar ohne irgend eine Absorption in Rechnung zu ziehen. Die Größe der Felder beträgt je 16 Quadratgrad. Besonders für mittlere und höhere galaktische Breiten zeigt die von BECKER berechnete Dichtigkeitsfunktion einen sehr charakteristischen Verlauf von großem Interesse. Die Abnahme der Dichtigkeit mit der Entfernung von der Milchstraßenebene scheint in der Hauptserie ziemlich gleichmäßig

[1] Sitzber Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1932 XI; Z f Ap 5, S. 274 (1932); 6, S. 198 (1933); Das lokale Sternsystem. Ergeb d exakt Naturwiss XI, S. 1. Berlin: Julius Springer 1932.

zu sein. Wir haben eine äquatoriale Schicht maximaler Sterndichte von nur 100 bis 150 Parsek Dicke. Außerhalb dieser Schicht sinkt die Sterndichte rasch ab; greifen wir z. B. die Gruppe F2—F8 heraus, so beträgt die Verteilungsdichte in den beiden Feldern 168 und 184 in 300 Parsek Entfernung, d. h. in 200 Parsek Distanz von der galaktischen Ebene, nur noch ein Zehntel der Dichte in 50 Parsek Distanz von dieser Ebene. Für die Selected Areas von sehr geringer galaktischer Breite (Nr. 172, 180, 193, 194) tritt eine Abnahme der Dichtigkeit erst in der Entfernung von etwa 600 Parsek auf, die aber so stark ausgeprägt ist, daß es BECKER unmöglich scheint, dieselbe der Einwirkung einer Absorption zuzuschreiben. Er zieht daher die Vorstellung eines weitgestreckten „lokalen Systems" zur Erklärung heran. Mit Rücksicht auf die Resultate der letzten Jahre über die Bedeutung der Absorption muß wohl jedoch dieser Schluß mit Vorsicht aufgenommen werden. LINDBLAD[1] hebt hervor, daß das Eichfeld Nr. 180, das die Koordinaten $L = 309°$, $B = -1°$ hat und das einzige unter den obenerwähnten ist, das nahe in der Zentrumsrichtung des großen Systems liegt, wahrscheinlich erheblich durch heterogene Verdunklung durch Ausläufer der großen mittleren Absorptionsschicht der Milchstraße in dieser Himmelsgegend beeinflußt wird. Schwierigkeiten einer exakten Statistik in solchen Richtungen liegen auch in dem Umstand, daß die B- und A-Sterne, auf welchen die betreffenden Resultate beruhen, in einer sehr dünnen Schicht angeordnet sind, so daß man auch deswegen Himmelsgebiete von sehr kleinem Raumwinkel, vielleicht sogar von kleinerem als dem von BECKER benutzten, für sich behandeln muß, um repräsentative Resultate für die großen Entfernungen zu bekommen.

E. STENQUIST[2] hat mit Hilfe der spektralphotometrischen Kriterien die Dichtigkeitsverteilung in der Richtung $L = 104°$, $B = -25°$ untersucht und mit LINDBLADS und PETERSSONS früher erwähnten, in ähnlicher Weise hergeleiteten Resultaten für nördliche galaktische Breiten verglichen. Die Übereinstimmung ist sehr gut, wenn wir in Rücksicht ziehen, daß die Sonne etwas nördlich von der zentralen galaktischen Ebene liegt. Es wird bestätigt, daß die Dichte der A-Sterne viel schneller als die Dichte der Riesensterne von späten Typen mit der Entfernung von der Milchstraßenebene abnimmt. Für die A-Sterne folgt die von STENQUIST gefundene Dichtigkeitsverteilung im Entfernungsintervall 130 bis 350 Parsek sehr genau der Formel $D(r) = 0{,}488 \cdot e^{-0{,}000\,013\,58\,r^2}$.

K. G. MALMQUIST und L. HUFNAGEL[3] haben die räumliche Verteilung der A-Sterne im DRAPER-Katalog nach einer Methode von MALMQUIST[4] untersucht. Das Prinzip dieser Methode, bei welcher die Dichtigkeitsfunktion $a(m)$ und die Luminositätsfunktion $\varphi_m(M)$ für die gegebene scheinbare Größe m in direkter Weise gebildet wird, ist in Ziff. 18 näher beschrieben worden. Die Analyse wird zuerst für die CHARLIERschen Areale, dann auch für eine feinere Einteilung der galaktischen Zonen ausgeführt. Die Untersuchung umfaßt die Sterne innerhalb 150 Parsek, und es wird gezeigt, daß die Struktur der Verteilung innerhalb dieses Radius in der galaktischen Ebene sehr verschieden ist. Eine Region großer Dichte, die die Sonne umgibt, erstreckt sich durch das betrachtete Feld hindurch mit mächtigen Ausläufern in den Richtungen gegen Cygnus und gegen Carina, von uns aus gesehen. Die Regionen von kleiner Dichte sind wenigstens in einigen Fällen, besonders in Taurus und Ophiuchus, wahrscheinlich durch dunkle Materie hervorgerufen. Ein Vergleich mit PANNEKOEKS Resultaten zeigt im ganzen gute Übereinstimmung. Die schnelle Abnahme der Dichte mit der Entfernung von

[1] V J S 68, S. 46 (1933).
[2] Ark Mat Astr Fys 23A, Nr. 5 = Upsala Medd 54 (1932).
[3] Stockh Astr Iakt och Unders 11, Nr. 9 (1933).
[4] Ark Mat Astr Fys 19A, Nr. 6 = Lund Medd 106 (1925).

der Milchstraßenebene steht in guter Übereinstimmung mit den Resultaten von LINDBLAD, PETERSSON und STENQUIST, wenn eine auch aus anderen Gründen plausible Korrektion von $+0^m,6$ an die absoluten Größen angebracht wird.

20. Die galaktische Verteilung spezieller Objekte von großer absoluter Leuchtkraft. Von besonderer Bedeutung für unsere Auffassung von dem Bau des Sternsystems in großen Zügen ist eine Revision der räumlichen Verteilung der Kugelhaufen auf Grund unserer jetzigen Kenntnis der Absorption des Lichts in einer zentralen Milchstraßenschicht (Ziff. 24). Diese Schicht kann wenigstens in einer ersten Approximation so eng angenommen werden, daß wir die meisten bekannten Kugelhaufen ganz außerhalb der Schicht annehmen können. Die für Absorption korrigierte Entfernung r' wird dann

$$\log r' = \log r - 0{,}1\, C \operatorname{cosec} |B| , \tag{47}$$

wo C die optische Dicke des Stratums ist. VAN DE KAMP[1] zeigt, daß C-Werte von etwa $0^m,4$ bis $0^m,6$ genügen, um die von SHAPLEY gefundene an Kugelhaufen leere Milchstraßenzone zu erklären. Die entsprechende Entfernung des Zentralpunktes des Haufensystems beträgt 7 bis 9 Kiloparsek. VAN DE KAMP erhält aus der Verteilung der extragalaktischen Nebel als wahrscheinlichsten Wert $C = 0^m,8$ und berechnet mit diesem die individuellen Entfernungen, was die Zentrumsentfernung von 5,5 Kiloparsek gibt. Er berechnet aber auch die durchschnittliche Dichteverteilung für verschiedene Werte von C. Das mit einem Wert von C zwischen $0^m,6$ und $1^m,0$ revidierte System zeigt eine ziemlich ausgeprägte sphärische Symmetrie in bezug auf den Zentralpunkt; die räumliche Dichte variiert in großen Zügen umgekehrt proportional der dritten Potenz der Zentrumsentfernung. Ohne Zweifel sind viele Haufen in der Zentralzone der Milchstraße durch die Absorption uns ganz verborgen.

J. STEBBINS[2] rechnet mit der optischen Dicke $C = 0^m,324$, was zufälligerweise nahe mit dem Mittelwert von C, welcher aus der „differentiellen optischen Dicke", $c_n + c_s$, nach STEBBINS und nach VYSSOTSKY-WILLIAMS gemäß SCHALÉNS Theorie berechnet worden ist (Ziff. 24), übereinstimmt. Die entsprechende Zentrumsentfernung ist 10 Kiloparsek, in guter Übereinstimmung mit Resultaten nach anderen Methoden (Ziff. 31 und 33).

Es scheint in der Tat wohl möglich, wie in Ziff. 24 näher auseinandergesetzt wird, daß die optische Dicke im Falle der extragalaktischen Nebel vielleicht etwas größer als für die Kugelhaufen ausfallen wird, da die letztere Klasse von Objekten doch in näherem Kontakt mit dem allgemeinen Milchstraßenstratum steht und eine endliche Absorptionswirkung durch sehr verdünnte Staubwolken in erheblicher Entfernung von der galaktischen Ebene denkbar ist.

In der Beurteilung der hier berechneten Werte der Zentrumsentfernung müssen wir aber auch in Rücksicht nehmen, daß die „period-luminosity-curve" der δ Cephei-Sterne, auf der die Schätzung der absoluten Entfernungen beruht, gewissermaßen von der Absorption in der Milchstraßenebene beeinflußt wird. Bei einer genauen Revision der erwähnten Kurve muß die Absorption in Rechnung gezogen werden.

Die Verteilung nach galaktischer Länge und Periode von 692 δ Cephei-Veränderlichen wird von K. LUNDMARK[3] gegeben. Während die kurzperiodischen sich gegen $L = 300° - 330°$ konzentrieren, liegt das Häufigkeitsmaximum bei längerer Periode in der Richtung gegen $L = 240° - 270°$. Die Verteilung der kurzperiodischen δ Cephei-Veränderlichen, die sich, wie vorher erwähnt, bis zu sehr

[1] A J 42, S. 97, 161 (1933).
[2] Mt Wilson Comm 111 = Wash Nat Ac Proc 19, S. 222 (1933).
[3] V J S 68, S. 369 (1933).

großen Entfernungen von der galaktischen Ebene verstreuen, wird von A. H. JOY[1] und H. SHAPLEY[2] diskutiert. H. VAN GENT[3] gibt die Verteilung nach der Entfernung von Veränderlichen dieser Klasse in einem Felde bei $L = 327°$, $B = -18°,5$, also nahe dem galaktischen Zentrum. Über die Cepheiden der großen MAGELLANschen Wolke berichten H. SHAPLEY und J. MOHR[4].

21. Die Entfernung der Sonne von der Symmetrieebene der Milchstraße. Die Ergebnisse für die Totalabsorption der Milchstraßenschicht geben uns eine neue Methode, die Entfernung der Sonne von der zentralen galaktischen Ebene zu berechnen. Im Bezeichnungssystem von Ziff. 24 haben wir, wenn wir die betreffende Entfernung, nach Norden hin positiv gerechnet, mit d bezeichnen,

$$d = \frac{C_s - C_n}{2k}, \qquad d = \frac{c_s - c_n}{2\Delta}. \tag{48}$$

Die absoluten optischen Dicken C_n und C_s geben gegenwärtig sehr wenig Auskunft. Während VAN DE KAMP positive Werte für $C_s - C_n$ findet, ist nach HUBBLE die Differenz nur sehr klein. Übrigens kennen wir k noch nicht mit gewünschter Exaktheit. STEBBINS' Resultate für die differentielle Verdunklung $c_s - c_n = 0^m,0089$, $\Delta = 0^m,00028$, geben $d = 16$ Parsek, also einen etwas kleineren Wert als unseren als wahrscheinlich besten gegebenen $d = 34 \pm 11$ Parsek (GERASIMOVIČ und LUYTEN, δ Cephei-Sterne).

22. Spezielle Untersuchungen der Sternleeren und Sternwolken der Milchstraße. Die η Carinae-Region ist eingehend von B. J. BOK[5] untersucht worden. Er bestimmt die photographischen und photovisuellen Größen für 111 Sterne von bekanntem Spektraltypus und macht ausführliche Sternzählungen auf Harvard-Platten bis zu etwa der Größe 16^m phot. Mit Hilfe von langexponierten Platten hat er auch eine Photometrie des hellen Nebels bewerkstelligt. Die Analyse der im Nebel eingehüllten Sterne gibt für die Entfernung des Nebels 1100 Parsek. In einem Teil des umgebenden Feldes ergibt außerdem die statistische Behandlung der Sternzählungsresultate die wahrscheinliche Existenz eines Dunkelnebels in etwa derselben Entfernung. Kein allgemeiner Farbexzeß wird für die B-Sterne im untersuchten Feld gefunden, was vielleicht eine durchschnittlich kleine interstellare Absorption in dieser Richtung andeutet. In der Tat ergibt sich hier mit kleinen photographischen Absorptionskoeffizienten eine Sterndichte, die für weite Entfernungsintervalle die Dichte in der Sonnennähe ein paarmal übertrifft. Dies ist natürlich mit dem Umstand in Verbindung zu setzen, daß die η Carinae-Region eine der hellsten der ganzen Milchstraße ist. — BOK entwickelt auch eine Theorie für die Konstitution des hellen Nebels und berechnet die Totaldichte des Wasserstoffs zu $2 \cdot 10^{-22}$ g/cm^3.

Eine Bestimmung absoluter Größen für 239 B- und A-Sterne auf Grund der Intensität der Wasserstofflinien, die von CAROL J. ANGER[6] in der η Carinae-Region ausgeführt worden ist, ergibt eine starke Konzentration in der Entfernung 250 Parsek, eine weniger ausgeprägte in 650 Parsek, und weiter eine wahrscheinliche Konzentration sehr heller Sterne in 1100 bis 1200 Parsek.

C. SCHALÉN[7] hat seine früher referierten Untersuchungen über helle und dunkle Partien in Cygnus ($L = 43°$), Cepheus ($L = 70°$), Cassiopeia ($L = 98°$) und Auriga ($L = 134°$) fortgesetzt, wobei die früher publizierten Resultate der

[1] Publ A S P 44, S. 240 (1932).
[2] Wash Nat Ac Proc 19, S. 29 (1933) = Harv Reprint 81.
[3] B A N 7, S. 21 (1933).
[4] Wash Nat Ac Proc 19, S. 995 (1933) = Harv Reprint 101.
[5] A Study of the η Carinae Region. Inaug.-Diss. Groningen 1932.
[6] Harv Circ 373 (1932).
[7] Nova Acta Reg Soc Sc Upsal (IV) 8, Nr. 1 (1932) = Upsala Medd 55.

B- und A-Sterne für die Spektraltypen F bis M weiter geprüft und ausgebaut werden. Es wird in mehreren Fällen die wirkliche räumliche Ausdehnung gewisser Dunkelnebel, also das allmähliche Zunehmen des Verdunkelungseffekts mit der Entfernung in dem betreffenden Himmelsareal, bestimmt. Die Ausdehnung der untersuchten Regionen in galaktischer Breite macht es möglich, gewissermaßen die wahre galaktische Konzentration der verschiedenen Spektraltypen zu beurteilen. SCHALÉN findet, daß in einem Querschnitt senkrecht zur Milchstraße die Linien konstanter Dichte in niedriger galaktischer Breite für die F8—dG0-Sterne steiler verlaufen als für die F0—F5-Sterne und wieder für die letztgenannte Gruppe steiler als für die B8—A0-Sterne. Dieser Umstand, wie auch die Abhängigkeit der Dichte von der Entfernung in der Milchstraßenebene (unter Annahme eines Absorptionskoeffizienten von $0^m,5$ pro Kiloparsek) deutet an, daß wir in unserer relativen Nähe (Entfernungen <400 Parsek) eine allgemeine Abnahme der Sterndichtigkeit in den betreffenden Richtungen der Milchstraßenebene haben, die nicht durch Absorption allein erklärt werden kann, da wir in solchem Falle für unsere unmittelbare Umgebung Koeffizienten von 5^m bis 6^m pro Kiloparsek in Rechnung stellen müßten. Wenn wir nicht zu der Vorstellung eines geschlossenen lokalen Systems Zuflucht nehmen wollen, müssen wir wenigstens die wahrscheinliche Existenz einer mehr oder weniger lockeren Anhäufung in der Sonnennähe zugeben. Aus SCHALÉNS Linien konstanter Dichte in der Milchstraßenebene können wir ablesen, daß der mittlere Dichtegradient von der Sonne her in eine Richtung zwischen η Carinae ($L = 254°$) und dem Zentrum des Milchstraßensystems ($L = 327°$) zeigt, was offenbar gut mit Evidenz von anderer Art übereinstimmt (vgl. Ziff. 18, 19 und die eben referierten Resultate für die η Carinae-Gegend).

ROLF MÜLLER[1] hat die Dunkelnebel bei ϑ Ophiuchi, ϱ Ophiuchi und ξ Ophiuchi in eingehender Weise durch genaue Abzählung der Sterne nach ihrer photographischen Helligkeit untersucht. Zur Bestimmung des Absorptionseffekts in den verschiedenen Größenklassen benutzt er VON DER PAHLENS[2] Methode bei der Behandlung der UNSÖLDschen Zählungen beim südlichen Kohlensack. Denken wir uns z. B. die galaktische Zone zwischen den Breiten $+20°$ und $-20°$, die N Sterne einer betrachteten Größe enthalten mag, in n Felder von dem Areal des untersuchten Gebietes aufgeteilt. Die Anzahl Felder, die eine Sternzahl p enthalten, sei mit t_p bezeichnet. Die a priori wahrscheinlichste Verteilung t_p wird gegeben durch den Ausdruck

$$t_p = \frac{\left(\frac{N}{n}\right)^p n\, e^{-\frac{N}{n}}}{p!}\,; \tag{49}$$

t_p wird ein Maximum für

$$p = \frac{N}{n} - \frac{1}{2}. \tag{50}$$

Die wahrscheinlichste Sternzahl ohne Absorption ist also praktisch durch $p = N/n$ gegeben. Außerdem kann man zur Beurteilung der Genauigkeit die Werte von p angeben, die einem gegebenen kleinen Wert von t_p entsprechen.

In der Dunkelregion um ϑ Ophiuchi herum findet MÜLLER zwei Dunkelwolken in den Entfernungen 100 und 250 Parsek, die einen Gesamtbetrag an Absorption von 4^m geben. Die Gegend um ϑ Ophiuchi ist noch sternärmer als die Umgebung des galaktischen Pols. Die Dunkelnebel, die die hellen Nebelschleier bei ϱ Ophiuchi umgeben, beginnen in der Entfernung von etwa 100 bis

[1] Z f Ap 3, S. 261, 369 (1931); 4, S. 365 (1932).

[2] Über die Wahrscheinlichkeiten von Sternverteilungen. Diss. Göttingen 1909; A N 238, S. 271 (1930).

150 Parsek. Die Totalabsorption beträgt etwa $2^m,8$. Die mittlere Entfernung beträgt vielleicht 450 bis 500 Parsek. Bei ξ Ophiuchi ist die mittlere abschirmende Wirkung geringer, etwa $0^m,9$; die äußerste Entfernung des trüben Materials dürfte nur etwa 200 Parsek betragen.

HELMUT MÜLLER[1] hatte schon früher in Zusammenhang mit einer ausführlichen Diskussion des Problems der Dunkelwolken auf die wahrscheinlich große Ausdehnung der Ophiuchuswolken in radialer Richtung geschlossen. Für das Taurusgebiet findet er die Eigenbewegungen schwacher Sterne in verdunkelten Regionen durchschnittlich größer als in normalen Gebieten.

H. VON KLÜBER[2] hat den großen Dunkelnebel in Taurus in einem Gebiet um etwa 4^h30^m, $+28°$ herum näher untersucht. Zwei ausgeprägte Leeren und drei Vergleichsfelder werden bis zur phot. Grenzgröße $14^m,4$ ausgezählt. Der Vergleich der Leeren mit den Vergleichsfeldern ergibt eine Absorption von etwa einer Größenklasse. Wenn als Vergleich die mittleren Sternzahlen pro Flächeneinheit in den galaktischen Zonen $10° < |B| < 20°$ nach VON DER PAHLENS Methode herangezogen werden, ergibt sich in den Leeren eine Absorption von fast $2^m,5$, in ziemlich guter Übereinstimmung mit den Resultaten von PANNEKOEK und von SCHALÉN für Nebel in dieser Gegend. An einer lokalen Stelle stärkster Absorption steigt diese auf einen Betrag von etwa 3^m bis 4^m. Die Absorption beginnt nach PANNEKOEK und SCHALÉN in etwa 120 bis 140 Parsek Entfernung, nach VON KLÜBER ist die volle Absorption in 300 bis 400 Parsek Entfernung wirksam.

Der Dunkelnebel in Taurus bei 3^h31^m, $+31°$ ist von P. TH. SHAJN[3] untersucht worden. Er findet einen Trübungsgrad von $2^m,5$, der bei $m_{ph} = 14$ seinen vollen Betrag erreicht.

HELMUT MÜLLER und L. HUFNAGEL[4] haben in dem Gebiet des Nordamerikanebels und in den östlich angrenzenden dunklen Partien photovisuelle und photographische Helligkeiten bis zur Größe 14,2 (photovisuell) von rund 8000 Sternen abgeleitet. Die Sternzahlen und mittleren Farben für Gebiete von verschiedenem Trübungsgrad werden zur Feststellung der Absorptionseffekte studiert. Es ist von Bedeutung, die scheinbare Größe für Absorption zu korrigieren, wenn die mittlere Farbe als Funktion der scheinbaren Helligkeit untersucht wird. Sonst bleibt der selektive Effekt leicht systematisch verborgen, was in WOLFS Behandlung der Farbenindizes beim Nebel N.G.C. 6960 geschehen ist. Die Farbenindizes werden dann in Spektraltypus umgerechnet (was allerdings eine Unsicherheit in den späten Typen wegen der Abhängigkeit der Farbe von der absoluten Größe einschließt). Die auf Grund gewisser Annahmen über Dichte- und Luminositätsfunktion vorausberechneten Sternzahlen für sukzessive Spektralgruppen werden mit den Abzählungen in Gebieten von verschiedener Absorption verglichen. Es ergibt sich die Existenz von zwei hintereinander liegenden Wolken, eine zwischen 75 und 200 Parsek, die eine Trübung von $0^m,6$ ausübt, die andere zwischen 600 und 800 Parsek mit zentraler Totalabsorption von $1^m,8$. Die zweite Wolke zeigt eine deutliche Rötung; die selektive Absorption dürfte etwa 15% der Totalabsorption betragen. Die erste Wolke absorbiert vielleicht nicht selektiv.

W. BAADE[5] sucht die Entfernung der großen Sternwolke in Cygnus aus drei Gruppen von Sternen, Verdunkelungsveränderlichen, langperiodischen Veränderlichen und frühen B-Sternen zu bestimmen. Er findet für den Modulus $m - M$ in den drei Fällen $12^m,51 \pm 0,15$, $13^m,0 \pm 0,2$ und $12^m,7$. Es wurde

[1] Z f Ap 2, S. 254 (1931).
[2] Z f Ap 6, S. 259 (1933).
[3] Poulkovo Circ 11 (1934).
[4] Z f Ap 9, S. 331 (1935).
[5] Mt Wilson Contr 493 = Ap J 79, S. 475 (1934).

ein Farbenexzeß in der Wolke von $0^m,25$ gefunden, woraus, wenn RAYLEIGH-Diffusion vorausgesetzt wird, eine maximale Entfernung der Wolke von 2630 Parsek hergeleitet wird.

24. Die Absorption des Lichts im interstellaren Raum. Auf dem für die Stellarstatistik überaus wichtigen Gebiet der interstellaren Extinktion sind in den letzten Jahren erhebliche Fortschritte gemacht worden, wenngleich wir in dieser schwierigen Frage noch kaum über die Pionierarbeiten hinausgekommen sind. Wir können die betreffenden Arbeiten nach verschiedenen Gesichtspunkten einordnen. Es wird die absolute Extinktion in einer gewissen Wellenlänge gesucht, wie auch der differentielle Farbeffekt, d. h. die Veränderung der Absorption mit der Wellenlänge. Man sucht vor allem den Extinktionskoeffizienten in der unmittelbaren Umgebung der zentralen galaktischen Ebene zu bestimmen, aber andererseits auch die totale Extinktion des Lichts bei senkrechter Inzidenz gegen die Milchstraßenebene, was wir als die optische Dicke der Milchstraße bezeichnen können. Diese letztere Größe ist von wesentlicher Bedeutung für die Verdunklungseffekte in der Flächenhelligkeit und in der scheinbaren Verteilung der extragalaktischen Nebel, wie auch für die auf photometrischer Grundlage ermittelten Entfernungen der Kugelhaufen (vgl. Ziff. 20).

Die Verdunklungseffekte bei den Nebeln können zur Bestimmung der optischen Dicke benutzt werden. Im Falle der Flächenhelligkeit ist dies ohne weiteres klar. Wenn die scheinbare Verteilung herangezogen wird, setzen wir voraus, daß die wahre Verteilung der Nebel über die Himmelskugel keine Korrelation mit der galaktischen Breite besitzt, und daß die Verteilung im Raume ziemlich gleichförmig ist. Wenn N die beobachtete Anzahl Nebel pro Einheitsfläche des Himmels ist und vorausgesetzt wird, daß die Extinktion in einer trüben Schicht, deren Dichtigkeit mit genügender Approximation als nur von der Entfernung von der galaktischen Ebene abhängig angesehen werden kann, setzen wir

$$\log N = A - \begin{cases} 0{,}6\,C_n \operatorname{cosec} B_n, \\ 0{,}6\,C_s \operatorname{cosec} B_s, \end{cases} \tag{51}$$

wo B_n und B_s nördliche bzw. südliche galaktische Breite ist, und wo A, C_n, C_s Konstanten sind. Die optische Dicke C ist gleich $C_n + C_s$.

C. WIRTZ[1] suchte einen Effekt der galaktischen Breite auf die mittlere visuelle Flächenhelligkeit der Nebel, aber er fand keine ausgeprägte Relation. E. F. CARPENTER[2] und J. DUFAY[3] haben aber eine gewisse Abnahme der Helligkeit mit abnehmender Breite gefunden. CARPENTER findet eine approximativ gleichförmige Helligkeit bis zu etwa der Breite 30° bis 40°, wo eine Abnahme beginnt, die bei 20° etwa eine halbe Größenklasse beträgt. DUFAY findet eine erheblich kleinere Verdunklung, die eine visuelle optische Dicke der Milchstraße von etwa $+0^m,14 \pm 0,15$ gibt, während CARPENTERS Resultat $+0^m,56 \pm 0,14$ entspricht[4].

Aus der Verteilung der extragalaktischen Nebel im Durchmusterungskatalog von SHAPLEY und AMES (Objekte heller als 13^m) nach galaktischer Breite bekommt VAN DE KAMP[5] für die optische Dicke der Milchstraße im photographischen Gebiet den Wert $0^m,8 \pm 0,2$. Das Material der Selected-Area-Durchmusterung von SEARES und FATH gab den erheblich größeren Wert $1^m,4$. HUBBLE[6] ermittelt aber aus einem weit größeren Material von 44000 Nebeln die optische Dicke $0^m,5$ mit einer Unsicherheit von etwa $0^m,1$. VAN DE KAMP[7]

---

[1] Lund Medd Ser. II, Nr. 29 (1923).
[2] Publ Amer Astron Soc 7, S. 25 (1931).
[3] C R 196, S. 101 (1933).
[4] Cf. E. WILLIAMS, Ap J 79, S. 403 (1934).
[5] A J 42, S. 97 (1932).
[6] Mt Wilson Contr 485 = Ap J 79, S. 8 (1934).
[7] A J 42, S. 161 (1933).

zeigt die Bedeutung der Absorption für die räumliche Verteilung der Kugelhaufen (Ziff. 20).

Entsprechende Resultate für die differentielle Extinktion haben STEBBINS[1] sowie VYSSOTSKY und WILLIAMS[2] aus Farbenbestimmungen für Kugelhaufen ermittelt. STEBBINS benutzt eine photoelektrische Zelle mit zwei Farbfiltern, die Spektralgebiete um Empfindlichkeitsmaxima bei λ 4300 und λ 4800 herum ausschneiden. Der entsprechende Farbenindex sei mit I bezeichnet. Wir setzen dann

$$I = a + \begin{cases} c_n \operatorname{cosec} B_n, \\ c_s \operatorname{cosec} B_s. \end{cases} \tag{52}$$

Die differentielle optische Dicke ist also $c_n + c_s$. STEBBINS erhält

$$c_n = 0^m{,}0312, \quad c_s = 0^m{,}0223, \quad c_n + c_s = 0^m{,}0535.$$

In der Arbeit „Space Reddening in the Galaxy from the Colours of 733 B-Stars" haben STEBBINS und HUFFER[3] einen mittleren differentiellen Extinktionskoeffizienten von $0^m{,}28$ per 1000 Parsek in ihrem Farbsystem ermittelt. Dies gibt für die Kugelhaufen eine effektive Dicke h des absorbierenden Stratums von etwa 200 Parsek.

VYSSOTSKY und WILLIAMS haben die Farbenindizes von 15 Kugelhaufen bestimmt. Für die Abhängigkeit von der Breite wurde erhalten

$$I = +0^m{,}56 + 0{,}055 \operatorname{cosec} |B|.$$

Der wahre Farbenindex für die Haufen beträgt $+0^m{,}56 \pm 0{,}05$, die differentielle optische Dicke im gewöhnlichen Farbenindexsystem beträgt $+0^m{,}11 \pm 0{,}02$.

Wir wollen jetzt dieses Resultat mit dem oben gegebenen Wert für die absolute optische Dicke der Milchstraße vergleichen. HUBBLES Wert $0^m{,}5$ wurde unter partieller Beseitigung gewisser Gegenden von großer Verdunklung hergeleitet, während einige der Kugelhaufen im Material von STEBBINS und von VYSSOTSKY und WILLIAMS eben in solchen Gegenden sich befinden. E. WILLIAMS[4] hat daher für den Fall, daß alle Regionen, außer denen, in welchen keine Nebel gefunden worden sind, eingeschlossen werden, den Wert $0^m{,}61 \pm 0{,}15$ ermittelt. Auch wenn wir bei HUBBLES kleinerem Wert stehenbleiben, gibt der Vergleich mit STEBBINS' differentiellen Effekten einen großen Wert, etwa $2^m{,}5$ per Kiloparsek, für den absoluten photographischen Absorptionskoeffizienten in den Schichten nahe der galaktischen Ebene. Wenn die aktiven Schichten in beiden Fällen genau dieselben wären, sollten nämlich offenbar die Extinktionskoeffizienten proportional den respektiven optischen Dicken sein. Auf einen erheblich kleineren Wert, $1^m{,}4$ per Kiloparsek, kommt man, wenn man in ähnlicher Weise VYSSOTSKYS und WILLIAMS' Wert für die differentielle optische Dicke im gewöhnlichen Farbenindexsystem und den unten berechneten mittleren Wert für den differentiellen Absorptionskoeffizienten, $0^m{,}30$ per Kiloparsek, benutzt. Da der so ermittelte absolute Extinktionskoeffizient jedoch etwas zu groß scheint, ist es möglich, daß in der Tat die totale Masse der aktiven Schichten, d. h. die effektive Dicke, im Falle der extragalaktischen Nebel nicht unwesentlich mächtiger ist als im Falle der Kugelhaufen. Die trübe Materie wäre dann zwar sehr stark gegen die galaktische Ebene konzentriert, aber in ihrem integrierten Effekt noch in ziemlich weiten Entfernungen von der galaktischen Ebene merkbar. Eine Bestimmung der absoluten Extinktionskoeffizienten auf dem skizzierten Wege der optischen Dicken wird voraussichtlich erst gelingen, wenn die Farbexzesse

---

[1] Wash Nat Ac Proc 19, S. 222 (1933) = Mt Wilson Comm Nr. 111.
[2] Ap J 77, S. 301 (1933).
[3] Washburn Obs Publ 15, Teil 5 (1934).
[4] Ap J 79, S. 395 (1934).

der Nebel in ihrer Abhängigkeit von der galaktischen Breite ermittelt worden sind, so daß wir sicher sind, daß Verdunklung und Farbeffekt durchaus auf ein und dasselbe trübe Medium sich beziehen.

Der absolute Extinktionskoeffizient ist in der Tat seiner Natur nach weit schwieriger zu bestimmen als der Koeffizient des differentiellen Effekts. Wie früher auseinandergesetzt worden ist, haben SCHALÉN, TRÜMPLER, BOTTLINGER und SCHNELLER auf verschiedenen Wegen photographische Koeffizienten von $0^m,5$, $0^m,67$ und 2^m pro Kiloparsek ermittelt. Es kann bemerkt werden, daß SCHALÉNS Resultat für verhältnismäßig helle Gegenden gilt, und daß daher ein mittlerer Effekt für Gebiete von verschiedener Verdunklung längs dem galaktischen Gürtel einem größeren Koeffizienten entsprechen wird. Aus einer Analyse von allgemeinen Sternzählungen in galaktischen Gegenden und der daraus ermittelten Dichtigkeitsverteilung unter verschiedenen Annahmen über die Absorption findet BOK[1] als wahrscheinlichsten Wert $0^m,4$ per Kiloparsek, also nahe dem von SCHALÉN aus der Verteilung von hellen B- und A-Sternen ermittelten. Einen wichtigen Weg eröffnet auch ein Studium der differentiellen Rotation der Milchstraße für entfernte Objekte. In einer vorläufigen Mitteilung über die differentielle Rotation der δ Cephei-Veränderlichen hat A. H. JOY[2] einen photographischen Koeffizienten von $0^m,85$ gegeben.

Die Frage nach der Beziehung zwischen absolutem und selektivem Trübungseffekt führt direkt zur Frage nach einer physikalischen Theorie der Extinktion hin. Die Annahme gasförmiger Materie führt zu sehr großen effektiven Massen, besonders für die Dunkelwolken von größerer Trübung. Viel wahrscheinlicher ist, daß wir es mit sehr kleinen festen Partikeln zu tun haben. W. GLEISSBERG[3] hat für den Transmissionskoeffizienten $p(\lambda)$ des interstellaren Raumes das RAYLEIGHsche Gesetz

$$p(\lambda) = p_0 e^{-\beta\lambda^{-4}} \tag{53}$$

angenommen, während C. SCHALÉN[4] (vgl. Ziff. 22) die allgemeinere Theorie von MIE über die Absorption des Lichts durch kolloidale Metallpartikel verwendet hat. Der effektive Partikeldurchmesser für gewisse Dunkelwolken wird aus dem Verhältnis der totalen Absorptionskoeffizienten für zwei Wellenlängen berechnet. Der errechnete Partikeldurchmesser d ist von der Größenordnung 75 bis 90 $\mu\mu$. Für die helleren Gegenden in Auriga und Cygnus berechnet SCHALÉN aus einer totalen Absorption von $0^m,5$ per Kiloparsek und einer differentiellen Absorption zwischen λ 3950 und 4400 von $0^m,1$ einen Partikeldurchmesser von etwa 50 $\mu\mu$. Die mittlere Dichtigkeit der betreffenden Materie wird etwa $0,4 \cdot 10^{-26}$ g per cm^3. Wenn wir umgekehrt im Falle der interstellaren Absorption von einer gewissen angenommenen Partikelgröße ausgehen, können wir aus den differentiellen Effekten verschiedener Farbsysteme absolute Extinktionskoeffizienten berechnen und noch einen Vergleich zwischen den in verschiedenen Systemen beobachteten differentiellen Effekten anstellen. SCHALÉN hat für Eisenpartikel verschiedener Größe das Verhältnis der Absorptionskoeffizienten für gewisse Wellenlängen berechnet, und auf Grund dieser Resultate, die er freundlichst mitgeteilt hat, sind im folgenden einige beobachtete differentielle Koeffizienten miteinander verglichen und die absoluten Extinktionskoeffizienten für λ 4400 A berechnet worden. Für die Größe der Partikel (Eisen) ist hier durchweg 50 $\mu\mu$ angenommen worden. Ein so ermittelter Absolutwert der Absorption ist daher gewissermaßen von hypothetischer Natur, aber besonders eine in dieser Weise vorgenommene Koordination der in verschiedenen Farbensystemen beobachteten differentiellen

[1] Harv Circ 371 (1931). [2] Publ A S P 45, S. 202 (1933).
[3] A N 246, S. 329 (1932); 248, S. 317 (1933); 249, S. 373 (1933).
[4] K Svenska Vet Akad Handl Tredje Serien 13, Nr. 2 (1934) = Upsala Medd 58.

Effekte mag doch von Interesse sein. Eine oft vorgenommene Reduktion, bei der der differentielle Absorptionseffekt ohne weiteres als ein Temperatureffekt behandelt wird, indem der Effekt einfach proportional der Farbendifferenz zwischen gewissen Spektralklassen in der Harvard-Serie angenommen wird, hat wenig Berechtigung. Da das Verhältnis zwischen absolutem und differentiellem Effekt für d zwischen 20 und 50 $\mu\mu$ ziemlich konstant ist, für größere Partikel aber bis zu etwa $d = 150\,\mu\mu$ schnell wächst, ist es ziemlich wahrscheinlich, daß die Rechnung gewissermaßen einem Minimum der absoluten Absorption entspricht. Es ist auch sehr wohl möglich, wie gleich unten näher besprochen wird, daß der mittlere Durchmesser d allmählich wächst, und damit auch das Verhältnis zwischen absolutem und differentiellem Effekt, wenn wir zu mächtigeren und dichteren Wolkenbildungen übergehen. Wir bezeichnen im folgenden den Koeffizienten des differentiellen Effekts mit Δ, den des absoluten mit k, per Kiloparsek gerechnet.

Man hat für das Verhältnis zwischen den absoluten Absorptionskoeffizienten für zwei Wellenlängen λ_1 und λ_2

$$\frac{k_{\lambda_1}}{k_{\lambda_2}} = \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 \frac{I m_{\lambda_1}}{I m_{\lambda_2}}. \tag{54}$$

Die Größe Im_λ für Eisenpartikel von 50 $\mu\mu$ Durchmesser wird kurz in Tabelle 31 nach SCHALÉNS Berechnung gegeben.

Tabelle 31.

λ	4000	4500	5000	5500	6000 A
Im_λ	0,100	0,065	0,044	0,030	0,022

Da

$$\Delta_{\lambda_2}^{\lambda_1} = k_{\lambda_1} - k_{\lambda_2}, \tag{55}$$

so finden wir, wenn $k_{\lambda_1}/k_{\lambda_2} = f$,

$$\Delta_{\lambda_2}^{\lambda_1} = \frac{f-1}{f} k_{\lambda_1} = (f-1)\, k_{\lambda_2}. \tag{56}$$

Für die Wellenlängen λ 4400 und 5500 A ist z. B. $f = 1{,}50$, und daher $\Delta_{5500}^{4400} = 0{,}33\, k_{4400} = 0{,}50\, k_{5500}$. Für das Verhältnis zwischen zwei differentiellen Effekten Δ' und Δ ergibt sich

$$\frac{\Delta'}{\Delta} = \frac{f'-1}{f-1} \frac{k_{\lambda_2'}}{k_{\lambda_2}}. \tag{57}$$

TRÜMPLERS[1] Wert für galaktische Sternhaufen, $\Delta = +0^m{,}32$ im System des gewöhnlichen Farbenindex (die effektiven Wellenlängen hier zu λ 4300 und λ 5600 angenommen), gibt $\Delta_{5500}^{4400} = 0^m{,}27$, $k_{4400} = 0{,}83$. VAN DE KAMPS[2] Wert $\Delta = 0^m{,}33$ für B- und A-Sterne ist mit TRÜMPLERS praktisch identisch. So auch das Resultat von L. T. SLOCUM[3], $\Delta = +0^m{,}34$, aus Farbenbestimmungen in einigen der Selected Areas.

Y. ÖHMAN[4] hat den differentiellen Effekt für die Wellenlängen λ 3915 und λ 4415 bestimmt. Der Koeffizient $\Delta = 0^m{,}19$ gibt $\Delta_{5500}^{4400} = 0^m{,}29$, $k_{4400} = 0^m{,}88$.

W. BECKER[5], der die auf der Sternwarte Berlin-Babelsberg von BOTTLINGER und BECKER ausgeführten, sehr genauen lichtelektrischen Farbenbestimmungen für 738 Sterne bearbeitet hat, gibt $\Delta = 0^m{,}095$ für die Wellenlängen λ 4250 und λ 4750. Man erhält hieraus $\Delta_{5500}^{4400} = 0^m{,}17$, $k_{4400} = 0^m{,}52$.

[1] Lick Bull 14, S. 154 (1930). [2] A J 40, S. 145 (1930).
[3] Lick Bull 15, S. 123 (1931).
[4] Nova Acta Reg Soc Sc Upsal (IX) 7, Nr. 13 (1930) = Upsala Medd 48.
[5] Z f Ap 5, S. 101 (1932).

E. WILLIAMS[1] findet aus ELVEYS[2] lichtelektrischen Farbenbestimmungen (λ 3850 und λ 5100) $\Delta = +0^m,58$. Dies gibt $\Delta^{4400}_{5500} = 0^m,40$, $k_{4400} = 1^m,24$.

W. GLEISSBERG hat in einer oben referierten Arbeit aus ELVEYS Material $\Delta = +0^m,49$ ermittelt, was $\Delta^{4400}_{5500} = 0^m,34$, $k_{4400} = 1^m,05$ gibt.

R. S. ZUG[3] bekommt für galaktische Sternhaufen $\Delta = 0^m,36$ für die Wellenlängen λ 4300 und λ 6200. Dies entspricht $\Delta^{4400}_{5500} = 0^m,23$, $k_{4400} = 0^m,71$.

CH. WESTGATE[4] hat aus der Relation zwischen Farbe (in ELVEYS System) und Intensität der Ca$^+$-Linien $\Delta = +0^m,34$ gefunden, was $\Delta^{4400}_{5500} = 0^m,24$, $k_{4400} = 0^m,73$ entspricht.

C. SCHALÉNS oben erwähnte Resultate für hellere Gegenden in Auriga und Cygnus geben $\Delta^{4400}_{5500} = 0^m,17$, $k_{4400} = 0^m,50$.

J. J. RAIMOND JR.[5] findet für die differentielle Extinktion der verschiedenen Spektraltypen im Farbenindexsystem Mt. Wilson photographisch — Harvard visuell $\Delta = +0^m,50$. Wenn wir die effektiven Wellenlängen λ 4400 und λ 5500 annehmen, bekommen wir $k_{4400} = 1^m,53$.

STEBBINS' und HUFFERS mittlerer Wert $\Delta = +0^m,28$, der als für die Wellenlängen λ 4260 und λ 4770 gültig angenommen werden kann, gibt $\Delta^{4400}_{5500} = 0^m,48$, $k_{4400} = 1^m,46$. Tabelle 32 gibt die Variation des Koeffizienten mit der galaktischen Länge. n ist die betreffende Anzahl Sterne, aus der Δ bestimmt worden ist. Wie man sieht, ist Δ ein Minimum für $L = 170°$, also für die Richtung weg vom Milchstraßenzentrum. Die letzte Kolumne gibt k_{4400} nach SCHALÉN für $d = 50\,\mu\mu$. Die im Falle der Kugelhaufen wirksame optische Dicke (photographisch) des Milchstraßenstratums, die der „differentiellen Dicke" in STEBBINS' System $c_n + c_s = 0^m,0535$ entspricht, wäre nach dieser Theorie $C = 0^m,28$. Gemäß VYSSOTSKYS und WILLIAMS' Wert $c_n + c_s = 0^m,11$ im gewöhnlichen Farbenindexsystem hätten wir $C = 0^m,34$. Als Mittelwert ergibt sich also $C = 0^m,31$ (vgl. Ziff. 20).

Tabelle 32.

L	Δ^{4260}_{4770}	n	Δ^{4400}_{5500}	k_{4400}	L	Δ^{4260}_{4770}	n	Δ^{4400}_{5500}	k_{4400}
350°	+0,67	6	+1,15	+3,51	110°	+0,40	24	+0,69	+2,10
10	,24	5	0,41	1,26	130	,25	19	,43	1,31
30	,18	33	,31	0,94	150	,29	22	,50	1,52
50	,27	42	,46	1,42	170	,10	31	,17	0,53
70	,31	36	,53	1,63	190	,14	18	,24	0,73
90	,43	26	,74	2,25					

Es ist offenbar, daß die ermittelten Werte für Δ^{4400}_{5500} der verschiedenen Systeme im ganzen gut miteinander übereinstimmen, was an sich für die approximative Richtigkeit der Methode spricht. Der mittlere Wert für Δ^{4400}_{5500} wird $0^m,30 \pm 0,03$ (m.F.). (Wir sollten eigentlich in Rücksicht gezogen haben, daß die hier ermittelten Werte von k im allgemeinen etwas größer sind als diejenigen, die in den eben erwähnten Bestimmungen von Δ bei der Berechnung der mittleren Entfernungen der betreffenden Sterne angenommen worden sind. Wegen der Unsicherheit von k haben wir jedoch hier von irgendeiner Korrektion der gegebenen Werte von Δ abgesehen.) Die hypothetische Grundlage der Berechnung von k muß immer beachtet bleiben. Wir müssen erkennen, daß wir noch weit davon entfernt sind, den absoluten Absorptionskoeffizienten in der Milchstraßenschicht festgestellt zu haben. Nach den obigen Resultaten können wir nur die Vermutung hegen, daß die Absorption im photographischen Gebiet

[1] Publ McCormick Obs 5, Nr. 5 (1932) = Ap J 75, S. 189.
[2] Ap J 74, S. 298 (1931).
[3] Lick Bull 16, S. 119 (1933).
[4] Ap J 78, S. 65 (1933).
[5] Groningen Publ Nr. 46 (1934).

etwa 1^m per Kiloparsek beträgt, daß sie in helleren Gegenden der Milchstraße wahrscheinlich viel kleiner ist, dagegen in Gebieten von merklicher Trübung weit größer. Der Umstand, daß die Absorption sehr variabel ist und einen Höchstbetrag in einer sehr engen Zone um die galaktische Zentralebene herum erreicht, ist für die aus den Sternzahlen ermittelte allgemeine Dichtigkeitsverteilung von großer Bedeutung (vgl. Ziff. 18).

Im allgemeinen besteht wohl in Gegenden verschiedener Trübung eine positive Korrelation zwischen Totalabsorption und Verfärbung. Es scheint jedoch möglich, daß die Verfärbung bei stärkerer Absorption nicht in derselben Proportion wächst, was nach SCHALÉNs Theorie auf eine Veränderung des effektiven Durchmessers der Partikel zurückzuführen wäre. SCHALÉN findet für die Dunkelwolken in Cepheus und Auriga die selektive Absorption zwischen λ 3950 und λ 4400 gleich etwa $^1/_{10}$ der Totalabsorption bei λ 4400. Dies gibt d von der Größe 75 bis 90 $\mu\mu$. MÜLLERS und HUFNAGELS[1] Untersuchungen beim „Nordamerikanebel" geben eine differentielle Absorption zwischen λ 4400 und λ 5500 gleich ungefähr 15 bis 20% der Totalabsorption bei der letzteren Wellenlänge. Dies gibt für d etwa 110 bis 120 $\mu\mu$. Nach H. BRÜCK[2] besteht im „Kohlensack" nur kleine selektive Absorption, wenngleich die photographische Extinktion sehr groß ist. Nach SCHALÉN wäre dies durch eine Anhäufung von Partikeln mit $d \geqq 120\ \mu\mu$ zu erklären. G. SHAJN[3] zeigt, daß große Verfärbung für in diffuse Nebel eingehüllte Sterne im allgemeinen der selektiven kosmischen Absorption zugeschrieben werden kann. Der durch die einhüllenden Nebel verursachte Farbenexzeß scheint ziemlich klein zu sein.

W. GLEISSBERG, der, wie oben bemerkt, für den Transmissionskoeffizienten $p(\lambda)$ des interstellaren Raumes das RAYLEIGHsche Gesetz angenommen hat, findet aus den obenerwähnten differentiellen Extinktionskoeffizienten sowie auch aus den absoluten Absorptionskoeffizienten von SCHALÉN und BOK für den Koeffizienten β im Exponenten $\beta\lambda^{-4}$ sehr nahe übereinstimmende Werte, die zwischen $0{,}014 \cdot 10^{-16}$ und $0{,}023 \cdot 10^{-16}$ cm^4 (pro Kiloparsek) liegen[4]. Eine Untersuchung über die galaktische Verfärbung auf Grund der GRAFFschen Farbenexzesse[5] führte aber zu einem viel größeren Wert $\beta = 0{,}054 \cdot 10^{-16}$.

Die Relation zwischen der allgemeinen interstellaren Absorption und den Kalziumwolken ist besonders von W. BECKER[6], ELVEY und MEHLIN[7], CH. WESTGATE[8], STEBBINS und HUFFER[9], E. G. WILLIAMS[10] untersucht worden. Zwar besteht eine positive Korrelation zwischen Verfärbung und Intensität der interstellaren Kalziumlinien wegen des in beiden Fällen wirksamen Entfernungseffektes, in der Variation von Gegend zu Gegend scheint aber die Korrelation sehr unbedeutend zu sein.

Wenn die Absorption durch kleine Partikel verursacht wird, entsteht die interessante und wichtige Frage, inwieweit diese Partikel vom Strahlungsdruck beeinflußt werden. E. SCHOENBERG und B. JUNG[11] haben diese Frage eingehend diskutiert. Neuere Resultate finden sich in einer Arbeit von B. JUNG[12], der die Existenzmöglichkeit absorbierender Materie im Kosmos näher bespricht. Das Verhältnis zwischen Strahlungsdruck und Gravitation wird für Sterne von hoher Temperatur und großer absoluter Leuchtkraft innerhalb weiter Grenzen der Partikelgröße sehr beträchtlich. Aus den Massen und Leuchtkräften der Sterne

[1] Z f Ap 9, S. 331 (1935).
[2] Z f Ap 8, S. 75 (1934).
[3] Z f Ap 8, S. 168 (1934).
[4] Arch Soc Turque Sc Phys et Nat Nr. 1, S. 8 (1935).
[5] Mitt Wiener Sternw Nr. 3, S. 117 (1933).
[6] Vgl. Anm. 5, S. 577.
[7] Ap J 75, S. 354 (1932).
[8] Vgl. Anm. 4, S. 578.
[9] Vgl. Anm. 3, S. 575.
[10] Mt Wilson Contr 487 = Ap J 79, S. 280 (1934).
[11] A N 247, S. 413 (1933).
[12] Z f Ap 9, S. 1 (1934).

innerhalb 15 Parsek wird berechnet, daß für einen Partikeldurchmesser zwischen etwa 0,01 und 2 μ der Strahlungsdruck gegen die Gravitation überwiegt. Partikel in diesem Intervall werden also im Mittel von den Sternen fortgestoßen, wenngleich natürlich die mittlere Beschleunigung weit von der Nachbarschaft einzelner Sterne sehr klein bleiben muß.

Wir können aber hier auch in Rücksicht ziehen, daß vielleicht die Partikelgröße nicht notwendig als konstant anzusehen ist. Da die Temperatur der Partikel weit von den Sternen unbedeutend über dem absoluten Nullpunkt liegen wird, können wir mit LINDBLAD[1] annehmen, daß eine Kondensation des interstellaren Gases auf die Partikel stattfindet. Wenn wir mit EDDINGTON[2] eine Temperatur des interstellaren Gases von 10000°, weiter ein mittleres Atomgewicht von 50 und eine Dichte der kleinen Partikel gleich 5 voraussetzen, bekommen wir für die Masse m einer solchen im Anfang als unendlich klein angesehenen Partikel nach der Zeit von t Jahren, wenn ϱ die Dichte des Gases ist, approximativ

$$m = 10^{36} (\varrho t)^3 \text{ g}. \qquad (58)$$

Mit $\varrho = 10^{-26}$, was etwa der Dichte des interstellaren Gases gemäß GERASIMOVIČ und STRUVE entspricht und auch gut mit der Größenordnung der räumlichen Verteilungsdichte der interstellaren Partikel nach SCHALÉN paßt, bekommen wir in 10^9 Jahren Partikel von der Größe 10^{-15} g, also eine Größe, die den SCHALÉNschen Partikeln entspricht. Nach dieser Auffassung wäre offenbar, wenigstens in etwas dichteren Regionen, das Stadium, in welchem die Partikel merklich vom Strahlungsdruck beeinflußt werden, ein vorübergehendes. Weiter bekommen wir gemäß dieser Theorie, vom Strahlungsdruck abgesehen, einen natürlichen Ausgangspunkt zur Erklärung der Sedimentation der Partikel gegen die galaktische Ebene. Da die Partikel nur kleine Geschwindigkeiten gegen die mittlere Bewegung des Gases bekommen werden und die letztere wahrscheinlich nahe der zirkularen Bewegung in der Milchstraßenebene um den Schwerpunkt des Sternsystems herum folgt, werden die Partikel auch sehr nahe mit den zirkularen Bewegungen in derselben Ebene einfallen. Wir müssen daher eine sehr starke galaktische Konzentration der Partikel erwarten.

g) Die Dynamik der Milchstraße.

29. Einheitliche Theorie des Milchstraßensystems. Wenn wir die früher in Ziff. 29 definierten Größen I_1, I_2 und Z_0^2 eines Sterns als mit der Zeit nur sehr langsam veränderlich betrachten[3], haben wir für die a priori wahrscheinlichste Frequenz innerhalb eines Elements $R\,dR\,d\theta\,dz\,d\Pi\,d\Theta\,dZ$ eine Funktion $f(I_1, I_2, Z_0^2)$ anzusetzen. Wir können, wie früher auseinandergesetzt, eine solche Frequenzfunktion als eine Folge einer im Augenblick noch fortschreitenden Mischung der freien Partikel, die sich längs den Flächen $I_1 =$ konst., $I_2 =$ konst., $Z_0^2 =$ konst. bewegen, ansehen, aber auch die Hypothese aufstellen, daß die Initialbedingungen in dem Bildungsprozeß der Sterne über eine solche Fläche großenteils nahe identisch gewesen sind. Die in vielen Fällen wohl ausgeprägten Veränderungen der Parameter der Geschwindigkeitsverteilung mit der physischen Natur der betrachteten Objekte sind mit großer Wahrscheinlichkeit im wesentlichen auf die Initialbedingungen zurückzuführen (vgl. Ziff. 34).

Da an unserem Orte die Geschwindigkeitsverteilung einer Gruppe von Objekten sich leidlich durch einen ellipsoidischen Ansatz beschreiben läßt, so ist die diesem Ansatz entsprechende Funktionsform $f(I_1, I_2, Z_0^2)$ von besonderem

[1] M N 95, S. 12 (1934); Nature 135, S. 133 (1935).
[2] The Internal Constitution of the Stars, S. 371. 1926.
[3] Vgl. B. LINDBLAD, M N 95, S. 12 (1934).

Interesse (Ziff. 30). Wir setzen dann mit den vorher gebrauchten Bezeichnungen, wo wir nur die Konstanten ϑ und k neu hinzufügen,

$$f = C e^{-\vartheta\left[I_1 + \frac{1}{2p}(I_2 - M)^2 + k Z_0^2\right]} = \frac{\nu}{(2\pi)^{3/2}\,\alpha\beta\gamma}\, e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\Pi^2}{\alpha^2} + \frac{(\Theta - \Theta_0)^2}{\beta^2} + \frac{Z^2}{\gamma^2}\right]}, \tag{77}$$

wo $\alpha = 1/\sqrt{2\vartheta} =$ konst., $\gamma = \alpha/\sqrt{1+k} =$ konst. Wir haben weiter

$$\Theta_0 = \frac{MR}{R^2 + 2p}, \qquad \frac{\beta^2}{\alpha^2} = \frac{2p}{R^2 + 2p}. \tag{78}$$

Für die räumliche Dichte der betreffenden Sterne als Funktion der Raumkoordinaten R und z bekommen wir den folgenden Ausdruck, der etwas allgemeiner ist als unser vorher gegebener (52),

$$\left.\begin{aligned} \log\nu &= \log[C(2\pi)^{3/2}\alpha\beta_0\gamma] + \log\frac{\alpha R_0}{[\beta_0^2 R_0^2 + (\alpha^2 - \beta_0^2) R^2]^{1/2}} \\ &+ \left\{\frac{1}{\alpha^2} V_g + \frac{1}{\gamma^2}(V - V_g) - \frac{1}{2}\,\frac{(\alpha R_0 \Theta_0^{(0)})^2}{(\alpha^2 - \beta_0^2)[\beta_0^2 R_0^2 + (\alpha^2 - \beta_0^2) R^2]}\right\}\log e\,. \end{aligned}\right\} \tag{79}$$

Hier sind β_0 und $\Theta_0^{(0)}$ die für unseren Ort geltenden Werte von β und Θ_0; weiter ist $V_g(R) = V(R, 0)$, also die Potentialfunktion in der galaktischen Ebene, $z = 0$. [In (52) sind β_0, $\Theta_0^{(0)}$ und V_g mit β, Θ_0 und V bezeichnet.]

Da der Bewegungszustand im Sternsystem sicher nicht in strengem Sinne als stationär zu betrachten ist, so kann das Verteilungsgesetz nach der Rotationstheorie in ihrer mehr schematischen Form eine strengere Gültigkeit nur nach einer Art Mittelbildung über größere Gebiete des Systems beanspruchen. Wenn wir z. B. die Verhältnisse unserer näheren Umgebung betrachten, begegnen wir gewissen Abweichungen von den Forderungen der Theorie, die wir gewissermaßen als zufällig betrachten können. Es sind jedoch Versuche gemacht worden, die Theorie selbst zu verallgemeinern. Wir haben schon vorher (Ziff. 34) die Arbeiten in dieser Richtung von MINEUR und ROSENHAGEN erwähnt. K. PILOWSKI[1] hat durch formales Einführen einer säkularen Massenabnahme bzw. einer allgemeinen Abstoßungskraft den mittleren K-Effekt, die Abweichung des Vertex von der Richtung nach dem galaktischen Zentrum und die Abweichung der Asymmetrierichtung von der zur Zentrumsrichtung senkrechten Linie zu erklären versucht. Er hat auch den Einfluß einer allgemeinen Expansion des galaktischen Bewegungsfeldes auf die differentiellen Bewegungen in Radialgeschwindigkeit und Eigenbewegung ermittelt. In prinzipiell ähnliche Richtung geht eine Arbeit von K. OGRODNIKOFF[2], der das Strömungsfeld der B-Sterne untersucht. Wenn wir die Komponente u, v der mittleren Bewegung der Sterne im Punkte (x, y) der galaktischen Ebene mit $u(x, y)$ und $v(x, y)$ bezeichnen, können wir formal

$$\left.\begin{aligned} u &= u_0 + \frac{\partial u}{\partial x} x + \frac{\partial u}{\partial y} y \\ v &= v_0 + \frac{\partial v}{\partial x} x + \frac{\partial v}{\partial y} y \end{aligned}\right\} \tag{80}$$

ansetzen, wo u_0, v_0 die mittleren Bewegungskomponenten im Zentrum des betrachteten Gebiets (Sonnenort) darstellen. Die entsprechenden differentiellen Effekte in radialer und transversaler Richtung relativ zum Sonnenort lassen sich dann schreiben

$$\left.\begin{aligned} W &= r(B' + A\sin 2\lambda + C\cos 2\lambda), \\ T &= r(B - C\sin 2\lambda + A\cos 2\lambda), \end{aligned}\right\} \tag{81}$$

[1] Z f Ap 3, S. 53, 279, 291 (1931). [2] Z f Ap 4, S. 190 (1932).

wo λ eine Längenkoordinate in der galaktischen Ebene ist, und

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right), \quad & B &= -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right), \\ C &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}\right), \quad & B' &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right). \end{aligned}\right\} \tag{82}$$

Vom Standpunkt der Rotationstheorie liegt eine Verallgemeinerung der OORTschen Formel der differentiellen Rotation vor allem in dem Expansionsterm rB' in den Radialgeschwindigkeiten. Zu den in derselben Arbeit gegebenen Erwägungen über die Vertexrichtung der Sternströmung hat BOTTLINGER[1] einige Bemerkungen gemacht, die OGRODNIKOFF[2] zu einer Erwiderung veranlaßten. PILOWSKIS und OGRODNIKOFFS Gesichtspunkte sind von E. A. MILNE[3] aufgenommen und ausführlich entwickelt worden. STOKES' Methode, die allgemeine Deformation eines infinitesimalen Flüssigkeitselements zu analysieren, wird auf das Sternsystem übertragen, und die allgemeinen differentiellen Effekte erster Ordnung werden in dieser Weise rein kinematisch ermittelt. Das Resultat gibt für jede Ebene durch den Sonnenort mit den OGRODNIKOFFschen Formeln (81) und (82) oben analoge Formeln. Wenn die galaktische Ebene als Symmetrieebene betrachtet wird, bekommen wir für die differentiellen Effekte die Formeln (83). W ist der Radialeffekt und T der transversale Effekt parallel zur galaktischen Ebene. (Das Bezeichnungssystem ist das sonst von uns benutzte, mit der Ausnahme, daß galaktische Länge und Breite hier mit l, b bezeichnet werden.)

$$\left.\begin{aligned} W &= r\cos^2 b\,[B' + A\sin 2(l - l_0')], \\ T &= r\cos b\,\;[B + A\cos 2(l - l_0')]. \end{aligned}\right\} \tag{83}$$

Wenn l_0 die wahre Zentrumsrichtung ist, so wird die Winkelgeschwindigkeit der Rotation

$$\omega = B - A\cos 2(l_0' - l_0), \tag{84}$$

und man hat weiter für die mittleren linearen Bewegungen Θ_0 in der Rotationsrichtung und Π_0 längs dem Radiusvektor des großen Systems

$$\left.\begin{aligned} \Theta_0 &= \omega R = R[B - A\cos 2(l_0' - l_0)], \quad & \Pi_0 &= R[B' + A\sin 2(l_0' - l_0)], \\ \frac{\partial \Theta_0}{\partial R} &= B + A\cos 2(l_0' - l_0); \quad & \frac{\partial \Pi_0}{\partial R} &= B' - A\sin 2(l_0' - l_0). \end{aligned}\right\} \tag{85}$$

Wenn wir mit der OORTschen Formel vergleichen, ist ersichtlich, daß eine Expansion sich teils durch die Konstante B', teils durch eine Abweichung der Länge l_0' von der wahren Zentrumsrichtung l_0 bemerkbar machen würde. — PILOWSKI betont, daß die von ihm zur Erklärung der Vertexverschiebung postulierte Expansion zunächst rein kinematisch aufgefaßt werden kann, weist aber auf die allgemeine Expansion der Spiralnebel (gemäß der VOGTschen Erklärung dieser Gebilde) als eine möglicherweise analoge Erscheinung hin. OGRODNIKOFF ist geneigt, seine Resultate als Stütze der vorher (Ziff. 34) besprochenen Theorie von FREUNDLICH und VON DER PAHLEN zu deuten. Nach MILNE[4] ist eine Expansion des Sternsystems gemäß seiner Welttheorie zu erwarten.

O. HECKMANN und H. STRASSL[5] haben eine Theorie ausgebildet, die auf kleine Raumgebiete zugeschnitten wird. Die Stationaritätsbedingung wird fallengelassen, und alle sechs Konstanten der Bewegung einer Partikel werden zur Bildung der Frequenzfunktion benutzt. Durch geeignete Annahmen über die

---

[1] Z f Ap 6, S. 150 (1933).
[2] Z f Ap 6, S. 154 (1933).
[3] M N 95, S. 560 (1935).
[4] Relativity, Gravitation and World-Structure, S. 198, 279. 1935.
[5] Gött Veröff Nr. 41 (1934); Nr. 43 (1935).

Potentialfunktion gelingt es, die GAUSSsche Form der Geschwindigkeitsverteilung, deren Parameter hier jedoch zum Teil von der Zeit abhängig werden, beizubehalten. Besonders für die beobachtete Vertexabweichung ist dies von Bedeutung. Die Theorie wird zunächst eingehend auf die von MINEUR und GUINTINI[1] ermittelte Massenströmung der B-Sterne in unserer Umgebung angewandt.

S. W. SHIVESHWARKAR[2] hat die Vertexrichtung der Sternströmung in ihrer Abhängigkeit von den charakteristischen Koeffizienten der differentiellen Expansion und Rotation gegeben, allerdings unter der in diesem Falle sehr speziellen Annahme einer streng ellipsoidischen Geschwindigkeitsverteilung in der Umgebung der Sonne.

B. LINDBLAD[3] hat die Bedeutung gewisser bei starken radialen Dichtegradienten auftretenden, zur Kreisbewegung asymptotischen Bahnen für die allgemeine Theorie der Sternströmung gezeigt. Es ist möglich anzunehmen, daß z. B. die Taurus- und Ursa Major-Strömungen in unserer Nähe Bahnen dieser Art verfolgen. Wir können mit Hilfe dieser Bahnformen besser verstehen, warum die dritte Achse des Geschwindigkeitsellipsoides kleiner ausfällt als die Achse in der Richtung des Radiusvektors vom Zentrum. Sowohl die Abweichung der Vertexrichtung der Sternströmung von der Zentrumsrichtung wie auch z. B. die einseitige Verteilung der Geschwindigkeitsvektoren der Schnelläufer finden hier eine einfache Erklärung. Auch das Auftreten eines scheinbaren „lokalen" Systems mit einer Ausdehnung wesentlich in der gegen den Radiusvektor senkrechten Richtung läßt sich von diesem Standpunkte ohne Schwierigkeit verstehen.

Die Existenz einer allgemeinen Expansion scheint wohl gegenwärtig sehr unsicher, da für Heliumsterne und Kalziumwolken gemäß den Resultaten von PLASKETT und PEARCE (l. c. Ziff. 31) der K-Term eher mit steigender Entfernung abzunehmen scheint, also im weiteren Raume ein Ansatz rB' für die Expansion erfahrungsgemäß sehr wenig begründet ist. Es scheint auch, daß die späteren Spektraltypen vielleicht einen negativen Wert von B' aufweisen.

31. Differentielle Rotationseffekte in den beobachteten Geschwindigkeiten. PHYLLIS HAYFORD[4] hat die differentiellen galaktischen Rotationseffekte in Radialgeschwindigkeit und Eigenbewegung bis zum harmonischen Term 6. Ordnung in galaktischer Länge entwickelt. Die Koeffizienten A_n und B_n der Terme n-ter Ordnung in Radialgeschwindigkeit und in Eigenbewegung in galaktischer Länge

$$A_n \cos B \sin n (L - L_0) \quad \text{bzw.} \quad B_n \cos n (L - L_0)\,,$$

werden ihrerseits nach Potenzen von $\varrho = \frac{r \cos B}{R_0}$, wo R_0 unsere Entfernung vom Milchstraßenzentrum bezeichnet, entwickelt. Eine Analyse der Radialgeschwindigkeiten für offene Sternhaufen gab für den OORTschen Koeffizienten A ($rA = A_2$ in dem Bezeichnungssystem oben) den Wert $+0{,}009$. Wenn weiter die ziemlich groß gefundenen Werte von A_3 und A_4 als Zeugnisse einer relativ kleinen Zentrumsentfernung R_0 gedeutet wurden, konnte R_0 aus den Längen, für welche der Effekt verschwindet, berechnet werden. Es ergab sich aber in dieser Weise aus dem vorhandenen Material ein Wert R_0 von nur 1800 Parsek.

Die exakten Ausdrücke für die differentielle Rotation wurden von K. F. BOTTLINGER[5] in seiner ausführlichen Diskussion der Rotationstheorie herangezogen.

---

[1] B A (II) 8, S. 227 (1933).
[2] M N 95, S. 655 (1935).
[3] M N 95, S. 12 (1934); S. 663 (1935).
[4] Lick Bull 16, S. 53 (1932).
[5] Ergebn d exakt Naturwiss 11, S. 31 (1932); Berlin-Babelsberg Veröff 10, Heft 2 (1933). Die erste Arbeit ist von B. LINDBLAD eingehend referiert worden [V J S 68, S. 52 (1933)].

Wenn $F(R)$ die Zentralkraft in der galaktischen Ebene bezeichnet, so bekommen wir für den differentiellen Effekt in Radial- und Tangentialgeschwindigkeit

$$W = R_0 \left[\sqrt{\frac{1}{R} F(R)} - \sqrt{\frac{1}{R_0} F(R_0)} \right] \sin(L - L_0)\,, \tag{86}$$

$$T = R_0 \left[\sqrt{\frac{1}{R} F(R)} \left(\cos(L - L_0) - \frac{r}{R_0} \right) - \sqrt{\frac{1}{R_0} F(R_0)} \right] \cos(L - L_0)\,. \tag{87}$$

BOTTLINGER betrachtet besonders die Kraftgesetze $F = kR^{-2}$, wo er die Entwicklung nach $\frac{r}{R_0}$ gibt, und $F = \frac{aR}{1 + bR^3}$. Ein Geschwindigkeitssprung von über 300 km/sec bei der galaktischen Länge 330° für die planetarischen Nebel mit Pekuliargeschwindigkeit >70 km/sec deutet vielleicht an, daß einige von diesen Nebeln, besonders die Nebel von nur ein paar Bogensekunden Durchmesser in der Sagittariusregion, sich ziemlich nahe einem Zentralkern des Systems bewegen.

In der von PLASKETT und PEARCE[1] gegebenen eingehenden Neubehandlung der Probleme des interstellaren Kalziums wird eine sorgfältige Neubestimmung der differentiellen Rotation auf Grund vermehrten Materials gegeben. Die vorher in Ziff. 31 referierten vorläufigen Resultate werden bestätigt. Es ergibt sich

$$L_0 = 331°{,}1 \pm 1°{,}8, \qquad A = +0{,}0166 \pm 0{,}0017 \text{ km/sec per Parsek}.$$

Das Verhältnis der Effekte für die Sterne und für das interstellare Kalzium beträgt 1,98. Die Sterne von Typus O5 bis B7 sind auch von PLASKETT und PEARCE[2] einer Neubehandlung unterworfen worden. Aus den Radialgeschwindigkeiten für 849 Sterne werden als endgültige Werte erhalten

$$L_0 = 324°{,}4 \pm 2°{,}4, \qquad A = +0{,}0155 \pm 0{,}0009 \text{ km/sec per Parsek},$$
$$K = +1{,}13 \pm 0{,}40 \text{ km/sec}.$$

Das gewogene Mittel für L_0 gemäß den wichtigsten zur Zeit existierenden Bestimmungen der differentiellen Rotation wird $L_0 = 325°{,}5 \pm 1°{,}1$. Die Ursache der nicht unerheblichen Differenz zwischen L_0 aus dem interstellaren Material und aus den Sternen bleibt aber noch unerklärt. Sehr interessant ist, daß PLASKETT und PEARCE für die höheren Koeffizienten A_3 und A_4 nur sehr kleine, innerhalb der Fehlergrenzen verschwindende Werte finden. Es bestätigt sich also, daß r/R für das betreffende Material klein sein muß. L_0, A und B werden dann auch nach eingehender Diskussion aus den Eigenbewegungen ermittelt. Es ergibt sich $B = -0{,}0120$ km/sec per Parsek, was in Bogenmaß $-0'',0025$ entspricht. Mit Hilfe der Formel in Ziff. 33 berechnen PLASKETT und PEARCE für die Zentrumsentfernung R und die Umlaufszeit P an unserem Punkte, wie auch für die totale Masse M des Milchstraßensystems

$$R = 10000 \text{ Parsek}, \quad P = 224 \text{ Millionen Jahre}, \quad M = 16{,}5 \cdot 10^{10} \text{ Sonnenmassen},$$

in guter Übereinstimmung mit unseren früher in Ziff. 33 gegebenen Werten.

Nach einer in Ziff. 24 erwähnten vorläufigen Mitteilung von A. H. JOY[3] über die differentielle Rotation von 124 δ Cephei-Sternen ergibt sich aus diesem Material, daß eine interstellare Absorption in Rechnung gezogen werden muß, wenn der Effekt linear mit der Entfernung wachsen soll. Mit dem photographischen Koeffizienten $k = 0{,}85$ pro Kiloparsek bekommt JOY $A = +0{,}0185$. Die Zentrumsentfernung wird zu 10 Kiloparsek in der Länge $L_0 = 324°$ geschätzt und die Rotationsgeschwindigkeit an unserem Orte zu 250 km/sec.

H. MINEUR[4] hat versucht, nach prinzipiell neuen Methoden das Problem der differentiellen Rotationseffekte anzugreifen. Wenn wir mit u, v die mittleren

[1] Publ Astrophys Obs Victoria 5, Nr. 3 (1933).
[2] M N 94, S. 679 (1934).
[3] Publ A S P 45, S. 202 (1933).
[4] B A (II) 7, S. 383 (1931).

Geschwindigkeiten in der x- und y-Richtung im Punkte (x, y) bezeichnen, stellt MINEUR das Problem, aus den betrachteten Geschwindigkeiten die Größen

$$\Phi = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}, \qquad \Psi = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y},$$

also die vektorielle „Rotation" und „Divergenz" im Geschwindigkeitsfeld, zu bestimmen. Die Analyse wird von MINEUR und GUINTINI[1] in bezug auf das Bewegungsfeld der B-Sterne geprüft. Die Rotation erweist sich zwar im Felde variabel, die Resultate sind aber im ganzen für die Rotationstheorie günstig. Für OORTS differentiellen Rotationseffekt wird $L_0 = 318°,5$, $A = +0{,}0146$, $B = -0{,}0501$ erhalten. Aus der Bedingung, daß die Bewegungen senkrecht zum Radiusvektor sein sollen, ergibt sich $R_0 > 6000$ Parsek, wenn wir Zentrumsrichtung und Rotationsgeschwindigkeit gemäß den Resultaten von STRÖMBERG über die Asymmetrie der Geschwindigkeitsverteilung annehmen.

Unter anderen Versuchen, neue Gesichtspunkte in der Behandlung der hierhergehörigen Fragen zu gewinnen, haben wir besonders Untersuchungen von H. MINEUR und seinen Mitarbeitern[2] zu beachten, wo vor allem eine weitgehende Analyse der Radialgeschwindigkeiten durchgeführt wird. Die Koeffizienten der Entwicklung nach sphärischen Funktionen, die nachher ihre Übertragung in die wohlbekannten Hauptcharakteristika der Sternbewegungen erhalten, werden berechnet. Besonders die Variation der Rotationsgrößen mit der z-Koordinate senkrecht zur Milchstraße ist von großem Interesse. Weiter sind zu erwähnen die Arbeiten von J. M. MOHR[3] und von K. PILOWSKI[4], der die Bedeutung der Rotation für das astronomische Inertialsystem untersucht und dann in Anlehnung an seine oben referierten, theoretischen Untersuchungen die ebenerwähnten Resultate MINEURS näher diskutiert hat.

34. Übersicht verschiedener Anschauungen über die Natur des Milchstraßensystems. Gemäß den Resultaten in Ziff. 20 und 31 scheint eine Zentrumsentfernung von etwa 10 Kiloparsek mit ziemlich großem Vertrauen anzunehmen zu sein. Dieses Resultat ist von besonderem Interesse in Verbindung mit HUBBLES[5] Untersuchung über die Verteilung der Kugelhaufen in dem großen Andromedanebel und mit STEBBINS' und WHITFORDS[6] Feststellung einer Ausdehnung dieses Objekts weit über die vorher auf photographischem Wege erhaltene. Der wahre Durchmesser des Nebels wird hiernach wenigstens etwa 30000 Parsek betragen, was also mit dem Durchmesser unseres eigenen Systems direkt vergleichbar wäre. Da nach SEARES die Totalhelligkeit eines zur Milchstraßenebene senkrechten Zylinders in unserer Nähe verhältnismäßig gering sein muß, befinden wir uns wahrscheinlich in einer Region unseres Systems, die einem Punkt der STEBBINSschen Ausdehnungszone des Andromedanebels entspricht, ein Schluß, der durch die Betrachtung der Dimensionen gestützt wird. Wir können dann auch erwarten, übrigens in guter Übereinstimmung mit den Resultaten in Ziff. 18 und 31, daß wir in der Richtung gegen das Zentrum in Sagittarius in einiger Entfernung einem erheblichen positiven Dichtigkeitsgradienten begegnen werden. Nach LINDBLAD[7] ist dies aber eine Bedingung für ein Auftreten von gewissen zur Kreisbewegung asymptotischen Spiralbahnen, die von der dichteren Kernpartie in den dünneren umgebenden Regionen der galaktischen Ebene ausgehen. Wenn die Bewegung in diesen Bahnen regellos wäre, hätten wir in jedem Punkt

[1] B A (II) 8, S. 227 (1933); 9, S. 41 (1934).
[2] B A (II) 6, S. 281, 355 (1930); 7, S. 321 (1932); C R 195, S. 30 (1932).
[3] M N 92, S. 562 (1932); B A (II) 8, S. 481 (1933); 9, S. 1 (1934).
[4] A N 245, S. 121 (1932); 247, S. 329 (1933); 250, S. 1 (1933).
[5] Mt Wilson Contr 452 = Ap J 76, S. 44 (1932).
[6] Mt Wilson Comm 113 = Wash Nat Ac Proc 20, S. 93 (1934).
[7] M N 95, S. 12 (1934); S. 663 (1935).

dieser Regionen, also auch in der Nähe der Sonne, einander kreuzende, ausgehende sowohl als eingehende Bewegungen dieser Art (vgl. Ziff. 29). Die Kräfte, die ein Ausfließen von Materie in diesen Bahnen bewirken können, sind gewissermaßen analog zu den Viskositätskräften in einer Flüssigkeit. Wenn aber die Austrittspunkte der Bahnen an der Kernpartie durch die Gezeitenkräfte der ausgeschleuderten Materie fixiert werden, können wir eine wirkliche räumliche Spiralstruktur in den äußeren Teilen des Systems erwarten. Es ist daher nicht ausgeschlossen, daß eine solche Struktur, wenn auch wahrscheinlich sehr zerrissen und unterbrochen, in unserem System sich zur Zeit ausgebildet hat. Ein ähnlicher Schluß wäre auch gemäß einer allgemeinen Expansionstheorie der Milchstraße (PILOWSKI-MILNE, Ziff. 29) zu ziehen.

Wir können mit dem Begriff „die jetzige Phase" unseres Systems die Zeit bezeichnen, in der das System durch seine gegenwärtige Masse, sein Rotationsmoment und seine Rotationsebene charakterisiert ist, wenn wir für allmähliche Verluste der zwei ersteren Größen durch „Verdunsten" von Materie und Ausstrahlung von Energie in den umgebenden Weltraum korrigieren. Dieses „Verdunsten" der Materie, d. h. das Entweichen der Partikel von höchster Geschwindigkeit ($I_1 < 0$) in den äußeren Teilen des Systems, wie auch eine allgemeine Kondensation gasförmiger Materie im System, bewirkt eine immer sich verstärkende Konzentration der Sterne gegen die galaktische Ebene. Durch die fortschreitende Abplattung des Systems wird die Erfüllung der Bedingungen für das Auftreten der obenerwähnten asymptotischen Spiralbahnen gefördert. Es ist wahrscheinlich, daß die Klassen von Sternen, deren Verteilung in der jetzigen Phase des Systems sich eng der galaktischen Ebene anschließt, mit von Anfang an großer galaktischer Konzentration sich gebildet haben, d. h. aus der interstellaren Materie kondensiert worden sind (vgl. Ziff. 24). Auf die allgemeine Bedeutung der Initialbedingungen bei der ursprünglichen Bildung der Sterne für den gegenwärtigen Bewegungszustand verschiedener Sterntypen hat besonders G. STRÖMBERG[1] hingewiesen.

B. J. BOK[2] zeigt aus dynamischen Betrachtungen über die Stabilität der offenen Sternhaufen im Gravitationsfelde des Sternsystems, daß die sehr dünnen Haufen in unserer Nähe schon in $3 \cdot 10^8$ Jahren eine weitere sehr erhebliche Ausdehnung erleiden müßten. Wenn wir aber diese Haufen nur als Teile mächtiger Strömungen ansehen, können wir vielleicht ihr Alter im Maximum zu etwa $2 \cdot 10^{10}$ Jahren schätzen. Vielleicht sollte aber bei diesen Betrachtungen Rücksicht darauf genommen werden, daß nach der obenerwähnten Auffassung eine Neubildung solcher Strömungen längs Bahnen, die von Zeit zu Zeit aus der dichten Zentralpartie austreten, möglich erscheint, was natürlich das geschätzte Maximalalter des Systems weit ausdehnen kann.

Andere Umstände aber, die auf eine verhältnismäßig kurze Zeitskala unseres Systems hinweisen, werden von E. ÖPIK[3] diskutiert. Die Zeitskala des Milchstraßensystems ist übrigens schon oftmals in Verbindung mit den Theorien der Expansion der Welt diskutiert worden. Das Alter des radioaktiven Materials in Meteoriten mag auf eine kurze Zeitskala von der Größenordnung 10^9 Jahre hindeuten, ist wohl aber nicht an sich beweiskräftig, da die Möglichkeit einer stetigen Neubildung des Meteoritenmaterials auch in späten Entwicklungsphasen des Systems nicht ausgeschlossen scheint. Eindeutige Resultate geben gegenwärtig auch nicht die Erwägungen von astrophysikalisch-statistischer oder dynamisch-statistischer Natur, z. B. über Verhältnisse bei den Doppelsternen und Sternhaufen oder über die aus verschiedenen Gesichtspunkten mehr oder weniger vollkommene Ausgleichung des allgemeinen Bewegungszustandes der Sterne.

[1] Mt Wilson Contr 492 = Ap J 79, S. 460 (1934); Mt Wilson Contr 503 = Ap J 80, S. 327 (1934).
[2] Harv Circ 384 (1934).
[3] Pop Astr 41, S. 71 (1933) = Harv Repr 84.

Band VI.

Chapter 1.

The Radial Velocities of the Stars.

By

K. G. MALMQUIST-Stockholm.

a) Introduction.

2. Historical Notes concerning the Determination of Radial Velocities. The determination of radial velocities of all stars brighter than magnitude 6,0 nears completion and a large number of velocities of stars down to magnitude 8,5 are also determined. For still fainter stars the present methods of velocity determination are too time-consuming to make possible any rapid progress for these stars. The use of objective prism instruments for radial velocity work, however, should possess great possibilities to give valuable results for faint stars, if only the difficulty of finding a standard to measure absolute wave-lengths were overcome. A summary of the various attempts to use the objective prism for radial velocity determinations, together with a discussion of the probable errors of results from the different methods, has been given by P. M. MILLMAN[1], who also suggests a design of instrument for further work on the subject.

b) Lists and Catalogues of Radial Velocities.

4. Compilation of Lists and Catalogues of Radial Velocities. During the past eight years since the chapter on The Radial Velocities of the Stars[2] in the "Handbuch" was finished, some important lists and catalogues of radial velocities have been published. These publications are put together here.

Cape.

H. SPENCER JONES, Radial Velocity Determinations including a Spectroscopic Determination of the Constant of Aberration, the Orbits of 13 Spectroscopic Binary Stars, and the Radial Velocities of 434 Stars. Cape Ann 10, Part 8 (1928).

This publication contains the radial velocity determinations secured with the 24-inch refractor (the Victoria Telescope) prior to April 1924 and not hitherto published in the Cape Ann. Some of the results have previously appeared in the Ap J. With this publication the radial velocity observations at the Cape Observatory were terminated; from April 1924 the refractor is used for an extensive programme of stellar parallax determinations. The publication is divided into three sections:

[1] Harv Circ 357; J Can R A S 25, p. 281 (1931). Compare this Handbuch, Bd. I, Chap. 4, p. 401.

[2] Referred to here as MI.

Section A deals with the observations secured in order to derive the constant of aberration and the solar parallax.

Section B contains determinations of the orbital elements of 13 spectroscopic binary stars.

Section C contains the concluded radial velocities for 434 stars (table 1, pp. 106—123); a list of stars which have been under observation at the Cape, for which orbital elements have been derived at other observatories (table 2, p. 124); a list of stars whose velocities are considered to be variable (table 3, pp. 124—129); a list of stars whose velocities are suspected of variability (table 4, pp. 129—132); a list of stars which were originally on the Cape observing programme but which were found to have unsuitable spectra (table 5, p. 132); details of the radial velocities derived from individual plates (pp. 134—246). The Cape radial velocities are compared with those determined at Lick, Santiago and Mount Wilson; the correlation between radial velocity and proper motion is discussed, the solar motion (ciph. 9) and the ellipsoidal motion of the stars (ciph. 17) are determined.

Lick.

W. W. CAMPBELL with the Collaboration of J. H. MOORE and the Assistance of other Members of the Lick Observatory Staff, Radial Velocities of Stars Brighter than Visual Magnitude 5,51 as determined at Mount Hamilton and Santiago. Lick Publ 16 (1928).

This publication contains the detailed results of the extensive programs of observation for the determination of stellar radial velocities at Mount Hamilton and Santiago, including all stars brighter than visual magnitude 5,51. The stars announced by other observatories to have variable velocities were usually removed from the observing programs. In the introduction (pp. 1—45) a brief history of the earlier radial velocity determinations is given, followed by a detailed description of the development of the work at Mount Hamilton and at the southern station Cerro San Cristóbal, Santiago; the methods of measurement and reduction are given, and the systematic corrections to the observed velocities, necessary to reduce them to a homogeneous system, are determined. A comparison with the results obtained at other observatories is also made. The elements of the solar motion from the radial velocities of the stars are derived (see ciph. 9, 11). The Catalogue of Observed Radial Velocities (pp. 1—346) lists all stars brighter than visual magnitude 5,51, except 67 stars with variable velocities and two stars, for which no measurable spectrograms were obtained. These 69 stars are listed in a special table on pp. 398—399. For the remaining stars the observed radial velocities resulting from the individual spectrograms, reduced to the sun, and corrected for systematic errors, are given. The closing date for observations included in the catalogue is 1927 January 1,0. The final radial velocities for the individual stars are condensed into a general catalogue, Catalogue of Lick Observatory Radial Velocities (pp. 347—397), containing 2771 stars. To 2392 of these, observed radial velocities are assigned, 351 are noted as having variable velocities, 81 var?; systematic velocities are given for 57 spectroscopic binaries, and for 222 stars provisional velocities are set down.

F. J. NEUBAUER, Radial Velocities of 351 Stars observed at the Chile Station of the Lick Observatory in the Period 1924 to 1929. Lick Bull 15, p. 47 (1930).

This paper presents the results secured in the period from January 1924 to February 1929. It contains:

1. Radial velocities of 138 southern stars of spectral classes A to M fainter than visual magnitude 5,50. Table 1 (pp. 49—60) gives the results from the

individual plates for each star, table 1a (pp. 78—80) the assigned velocities with their probable errors.

2. Radial velocities of 213 B-stars fainter than visual magnitude 5,50 and south of —30° declination. The results are given in tables 2 (pp. 61—78) and 2a (pp. 81—85).

The measures of radial velocities contained in this paper constitute the final results from the work done on Cerro San Cristóbal under the direction of the Lick Observatory (except for the orbits of some spectroscopic binaries, now under investigation), as this station was on April 1, 1928 taken over by the Catholic University of Chile.

F. J. NEUBAUER, The Radial Velocities of Nineteen Stars. Lick Bull 15, p. 190 (1932).

The radial velocities of this paper were not included in the regular observing program but were observed for special reasons.

Mount Wilson.

W. S. ADAMS, A. H. JOY, R. F. SANFORD, and G. STRÖMBERG, The Radial Velocities of 741 Stars. Mt Wilson Contr 387; Ap J 70, pp. 207—236 (1929).

This catalogue contains the radial velocities and spectral types of 741 stars observed with one-prism spectrographs at the Cassegrain focus of the 60-inch and 100-inch reflectors. The visual magnitudes range from 3,0 to 10,8. The following corrections have been applied to the measured values, in order to reduce them to the Lick system: B, 0,0; A, 0,0; F, +0,5; G, 0,0; K, —0,9; M, —0,8 km./sec.

Pulkovo.

G. SHAJN and V. ALBITZSKY, The Radial Velocities of 343 Stars. M N 92, pp. 771—779 (1932).

The present paper gives an abstract of the results of radial velocity observations secured during 1929—31 at the Simeis branch of the Pulkovo Observatory with the 40-inch GRUBB-reflector. The spectrograph, used at the Cassegrain focus, gives a dispersion of about 36 A per mm. at $H\gamma$. The programme includes 301 stars, mostly F-stars between visual magnitudes 5,75 and 6,50, and, in addition, 42 standard and other stars with well known velocities. The radial velocities of many of the stars have not hitherto been observed. The probable error of the resulting velocities ranges from about 1,2 km./sec. (stars with many, good lines) to about 3,5 km./sec. (stars with few, poor lines), for a single plate the p.e. is about twice as great. A comparison with the stars of known velocities shows that a correction —0,5 km./sec. is to be added to the velocities of types G, K, M and —0,1 km./sec. to those of earlier types.

V. A. ALBITZKY and G. A. SHAJN, Radial Velocities of 343 Stars. Publ Obs Pulkovo 43 (1933).

This catalogue gives the detailed results for the stars in the preceding paper.

Victoria.

R. M. PETRIE, Two A-type Binaries and the Radial Velocities of 50 Stars. Victoria Publ 4, No. 7 (1928).

This publication contains the results of a radial velocity programme of A-type stars. Two double-lined stars, H.R. 6611 and H.R. 6979 were discovered and their orbits determined. The radial velocities of 50 stars were determined from 206 plates, about 20 of these stars are binaries. A supplementary list of radial velocities of 8 A-type stars is given in J Can R A S 23, p. 285 (1929).

R. O. REDMAN, The Galactic Rotation Effect in some Late Type Stars. Victoria Publ 4, No. 20 (1930); 6, No. 5 (1931).

The first paper contains a catalogue (pp. 336—340) of 225 K-stars of visual magnitude 7,0 to 7,5 within 10° of the galactic equator and north of declination —11°; a few stars near the galactic pole were also observed. The observations were made with the standard Cassegrain spectrograph on the 72-inch reflector, using one prism and a short focus camera, dispersion about 90 A per mm. at $H\gamma$. Only one plate was taken of each star, the probable error is estimated as 3,5 km./sec. The second paper is a continuation of the first one. A catalogue (pp. 44—48) of radial velocities of 224 seventh magnitude K-stars situated near the galactic equator is given.

J. S. PLASKETT and J. A. PEARCE, The Radial Velocities of 523 O- and B-Type Stars obtained at Victoria, 1923—1929. Victoria Publ 5, No. 1 (1931).

This investigation is a continuation of J. S. PLASKETT's work on the O-type stars [ibid. 2, No. 16 (1924), see MI ciph. 4, p. 10)] and contains a table (pp. 13 to 98) of the individual radial velocities of 523 O- and B0—B5-stars down to visual magnitude 7,50, with declinations north of —11°, and not previously determined. The probable errors of the radial velocities were computed for all stars with three or more observations; it was found that 43 per cent had probable errors of 1,0 km./sec. or less, for 34 per cent the errors were between 1,1 and 2,0, for 17 per cent between 2,1 and 3,0, 6 per cent had errors greater than 3,0. A separate table (pp. 8—11) is given of 117 new spectroscopic binaries, discovered during the investigation.

J. S. PLASKETT and J. A. PEARCE, A Catalogue of the Radial Velocities of O- and B-Type Stars. Victoria Publ 5, No. 2 (1931).

A complete catalogue containing all published radial velocities of O—B5-stars. The probable errors of the adopted velocities were computed when possible. A comparison of the radial velocities for stars observed at different observatories showed that the systematic differences were small so that no systematic corrections had to be applied, except for the Ottawa determinations later than 1920, which required a systematic correction of +9,4 km./sec. The catalogue contains radial velocities for 1010 stars, 319 of which are definitely assigned as spectroscopic binaries.

J. S. PLASKETT and J. A. PEARCE, The Problems of the Diffuse Matter in the Galaxy. Victoria Publ 5, No. 3 (1933).

A general catalogue of interstellar intensities and velocities and of the corresponding stellar velocities including 314 stars is given on pp. 222—235.

W. E. HARPER, The Radial Velocities of 477 Stars. Victoria Publ 6, No. 10 (1934).

The catalogue embraces stars of types F to M; for 105 of the stars no radial velocities have hitherto been observed. From 1648 comparisons with the Lick catalogue (ciph. 5) the systematic difference Victoria—Lick is found to be —0,9 km./sec.

Yerkes.

EDWIN B. FROST, STORRS B. BARRETT and OTTO STRUVE, Radial Velocities of 500 Stars of Spectral Class A. Yerkes Publ 7, Pt. 1 (1929).

This catalogue is a continuation of the earlier work on 368 Helium stars [Ap J 64, pp. 1—77 (1926), see M I, ciph. 4, p. 11]. The total number of plates used in this work is 4133, making an average of about 8,2 plates per star. The radial velocities from the individual spectrograms and their mean values for each star are given on pp. 12—79. For 265 stars, also observed at the Lick

Observatory, a comparison is made, the difference Yerkes—Lick is on the average +1,0 km./sec. The average probable error of one observation ranges from 3,59 km./sec. (stars with many, good lines) to 13,32 km./sec. (stars with few, very poor lines), for one final velocity the corresponding errors are 1,60 and 5,94.

In the Transactions of the International Astronomical Union, Vol. III, pp. 171—74 (1928) a list of 28 Standard Velocity Stars is collected. For each star of the list is given a value of the radial velocity, based on all available determinations with careful consideration of the systematic errors in the velocities determined at different observatories. These velocities are intended to serve as convenient standards of comparison in the determination of radial velocities at the various observatories engaged in this activity. Additional standard velocities for O- and B-type stars and for stars of fainter magnitude are given in Vol. IV, p. 181 of the Transactions.

5. Comprehending Catalogues. In 1928 J. Voûte published his Second Catalogue of Radial Velocities[1] embracing radial velocities for 3836 stars, 177 nebulae and 19 clusters. In combining the different determinations of the radial velocity of a star to the accepted mean value, no correction for systematic errors was applied, with the exception of the Bonn observations for which the corrections given in A N 198, p. 447 were used.

The rapid accumulation of radial velocity data, especially the publication of the final results for several extended programs of observation after the appearence of this catalogue (see ciph. 4), soon made a new catalogue highly desirable. In 1932, therefore, J. H. Moore published A General Catalogue of the Radial Velocities of Stars, Nebulae and Clusters[2]. This catalogue contains all stellar radial velocities published prior to January 1, 1932. The number of stars entered in the catalogue (counting the visual doubles as two stars) is 6739, adopted radial velocities have been assigned for 6354. Of the 6739 stars 1320 have been found to have variable velocities. As the radial velocities of practically all stars in the sky brighter than visual magnitude 5,51 have been observed at the Lick Observatory or the station in Chile and reduced to a homogeneous system, the Lick system is adopted as the basis of reference for the radial velocities given in the catalogue. A comparison of the Lick determinations for the 28 Standard Velocity Stars with the values adopted by the I.A.U. gives 0,0 km./sec. for the weighted mean residuals, showing that the Lick system is in close agreement with the system of Standard Velocity Stars. The systematic differences Lick minus other observatories for the different spectral classes were derived, and the determinations at other observatories were corrected for these systematic differences before the weighted mean to be used as the adopted velocity of the star was taken. In the determination of the weights of the individual determinations when forming the mean, the number of observations, the dispersion employed and the spectral class are considered. The observed radial velocities of 133 gaseous nebulae are listed on pp. 213—216; 18 of these are situated in the Greater and Lesser Magellanic Clouds. The material has been taken largely from Lick Publ 13. On p. 217 are given the radial velocities of 18 Globular Clusters, for the most part determined by V. M. Slipher at the Lowell Observatory, and quoted from a list compiled by Strömberg[3], to which have been added the unpublished values from the observations by W. H. Wright. The radial velocities of 90 extra-galactic nebulae, taken, with few exceptions, from the lists published by Strömberg[4] and by Humason[5], are given on pp. 218—220.

[1] Ann Bosscha-Sterrewacht 3, Part 1 (1928).
[2] Lick Publ 18 (1932).
[3] Ap J 61, p. 353 (1925).
[4] Loc. cit.
[5] Ap J 74, p. 35 (1931).

c) The Solar Motion derived from the Radial Velocities of the Stars.

7. Theory of the Determination of the Solar Motion. J. J. NASSAU and P. M. MORSE[1] have given a method of obtaining the solar apex and velocity by graphical-harmonic analysis, which, in their opinion, excels the usual least-squares method in simplicity, ease, and adaptability to available data. By treating the radial velocities they start from an equation of the form (11) on p. 16 in MI. Introducing here the expressions for the direction cosines given on p. 14 in MI, and expressing U_0'', V_0'' and W_0'' as functions of the velocity of the sun, S, and the coordinates of the apex, A and D, through MI (18) we get after some reduction

$$\varrho - \varrho_1 = K - S \sin D \sin \delta - S \cos D \cos \delta \cos (A - \alpha). \tag{1}$$

Let δ, the declination of the star, be constant; that is, consider the motions of a band of stars of the same declination but having any value of right ascension, α, and assume that the peculiar motions, ϱ_1, of the stars are at random, then, since K, S, A, D and δ are constants, it is seen that ϱ is a simple harmonic function of α of the type

$$\varrho = P_\varrho + A_\varrho \sin (\alpha + \Phi_\varrho), \tag{2}$$

where P_ϱ is the displacement of the axis of the curve from the zero line, A_ϱ the amplitude of the curve, and Φ_ϱ its phase. We have

$$P_\varrho = K - S \sin D \sin \delta; \quad A_\varrho = S \cos D \cos \delta; \quad \Phi_\varrho = 270^\circ - A. \tag{3}$$

If, instead of δ, α is made constant, that is, if, instead of using a declination band of stars, a meridian band is used, we have

$$P'_\varrho = K; \quad A'_\varrho = S \sqrt{\sin^2 D + \cos^2 D \cos^2 (\alpha - A)}; \quad \Phi'_\varrho = \mathrm{tg}^{-1} [\cot D \cos (\alpha - A)]. \tag{4}$$

For the proper motion components analogous harmonic functions are derived.

J. A. PEARCE and S. N. HILL[2] have constructed a graph for eliminating the solar motion from the observed radial velocities of the stars, assuming a solar motion of 20 km./sec. towards the apex $A = 271^\circ$, $D = +28^\circ$. An alignment diagram for the same purpose has been given by A. F. DUFTON[3].

7a. Galactic Rotation. The theory of galactic rotation, suggested by LINDBLAD in 1926, has been the basis of most investigations concerning the motions of the stars, performed during the years past. The development of this theory and its applications have already been treated in detail in this "Handbuch" by LINDBLAD[4]; here a brief account only will be given of the methods of treating the radial velocities of the stars.

If the galaxy rotates as a rigid body, the radial velocities as viewed from any point are unaffected by the rotation. But if the rotation is an orbital motion around a mass-condensation at the centre of the galaxy, the speed will decrease outward and cause a differential rotational effect in the radial velocities and the proper motions, as was first pointed out and proved by OORT[5]. Let R be the distance from the sun to the centre of the galaxy and l_0 the galactic longitude of this centre. Consider a group of stars in the galactic plane at a distance r from the sun, and suppose that r/R is so small that all terms of second and higher order in r/R can be neglected, then the rotation will give rise to a term of the form

$$r A \sin 2 (l - l_0) \tag{5}$$

---

[1] Ap J 65, p. 73 (1927).
[2] Victoria Publ 6, No. 4 (1931).
[3] M N 92, p. 690 (1932).
[4] Band V, Kapitel 7 and corresponding supplement Bd. VII, referred to here as LI and LII resp.
[5] B A N 3, p. 275 (1927).

in radial direction, and to a term

$$rA\cos 2(l - l_0) + rB \tag{6}$$

in transverse direction, where

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{\Theta_0}{R} - \frac{\partial\Theta_0}{\partial R}\right), \quad B = -\frac{1}{2}\left(\frac{\Theta_0}{R} + \frac{\partial\Theta_0}{\partial R}\right), \tag{7}$$

and Θ_0 is the circular velocity near the sun (LI p. 1056).

Consequently, the galactic rotation will cause a term of form (5) in the radial velocities of the stars in the galactic plane. For stars with galactic latitude b, the corresponding term will be

$$rA\sin 2(l - l_0)\cos^2 b. \tag{8}$$

In the determination of the solar motion from the radial velocities the common method starts from equation (11) in MI, ciph. 7. Using here galactic instead of equatorial coordinates, we get

$$K + X_0\cos b\cos l + Y_0\cos b\sin l + Z_0\sin b = \varrho - \varrho_1, \tag{9}$$

where K is the constant K-term, l and b the galactic longitude and latitude of the star, $X_0 Y_0$ and Z_0 the components, in the galactic system of coordinates, of the group motion, caused by the motion of the sun, ϱ the observed and ϱ_1 the peculiar radial velocity. Introducing in (9) the term of galactic rotation (8) we get

$$K + X_0\cos b\cos l + Y_0\cos b\sin l + Z_0\sin b + rA\sin 2(l - l_0)\cos^2 b = \varrho - \varrho_2, \tag{10}$$

where ϱ_2 is the residual radial velocity, i.e. the radial velocity free from the systematic effects of solar motion and galactic rotation. Expanding $\sin 2(l - l_0)$ we obtain

$$\left.\begin{aligned} K + X_0\cos b\cos l + Y_0\cos b\sin l + Z_0\sin b + \xi_0\cos^2 b\cos 2l \\ + \eta_0\cos^2 b\sin 2l = \varrho - \varrho_2, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

where

$$\left.\begin{aligned} \xi_0 &= -rA\sin 2l_0, \\ \eta_0 &= +rA\cos 2l_0. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

For a group of n stars we get n equations of the form (11), which are solved by the aid of the method of least squares, under the assumption that those sums in the normal equations, which contain the unknown residual velocities, ϱ_2, are all equal to zero [compare the conditions (15) and (15*) in MI, ciph. 7]. From the solution of the normal equations we get the values of the unknown quantities

$$K,\ X_0,\ Y_0,\ Z_0,\quad \xi_0 = -\bar{r}A\sin 2l_0,\quad \eta_0 = \bar{r}A\cos 2l_0, \tag{13}$$

where $\bar{r}$ is the mean value of r for the stars considered.

The elements of the solar motion are obtained from

$$\left.\begin{aligned} S\cos B\cos L &= -X_0, \\ S\cos B\sin L &= -Y_0, \\ S\sin B &= -Z_0, \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

where S is the velocity of the sun, L and B the galactic longitude and latitude of the solar apex. The values of $\bar{r}A$ and l_0 are given from (12). If $\bar{r}A$ is positive, two values of l_0, say, l_0' and $l_0' + 180°$ are obtained, if $\bar{r}A$ is negative the two values of l_0 are $l_0' \pm 90°$. From the phenomenon of the asymmetrical drift we may conclude that the direction of the rotation is retrograde as seen from the north galactic pole, from which follows that $\bar{r}A$ is positive. One of the values

of l_0, obtained with this positive value, points always, at least approximately, in the direction to the well-known centre of the globular clusters in longitude 325° as determined by SHAPLEY. This direction is therefore taken to represent the centre of rotation.

If the number of stars is great, it is convenient to combine neighbouring stars into groups. Instead of using individual values of the radial velocities and the direction cosines, the mean radial velocity and the direction cosines for the centre of each group are used. In this case we get an equation of the form (11) for each group, which equations are then solved. As before (MI, ciph. 7, p. 17) we will call this method the group method (g). In the group method each group is given the same weight. We may as well, in forming the normal equations, give to each group a weight proportional to the number of stars in the group. This method we have termed the weighted group method (wg).

Several modifications of the equation (11), caused by the distribution and number of the stars considered, have been used. If stars in the vicinity of the galactic plane only are considered, no reliable value can be obtained for that component of the solar motion which is directed towards the pole of the Milky Way. For this reason this component may be assumed to be known, and we get,

$$K + x_0 \cos l + y_0 \sin l + \xi_0 \cos 2l + \eta_0 \sin 2l = \bar{\varrho} - z_0 \sin b\,, \tag{15}$$

where $\bar{\varrho}$ is the mean value of the radial velocities within the area considered (group method, $\bar{\varrho}_2 = 0$) and

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= X_0 \cos b = -S_g \cos b \cos L\,, \\ y_0 &= Y_0 \cos b = -S_g \cos b \sin L\,, \\ z_0 &= Z_0\,. \end{aligned}\right\} \tag{16}$$

$S_g = S \cos B$ is the projection of the solar velocity in the galactic plane. This method has been used by NORDSTRÖM[1]. We may, as well, assume that the latitude of the solar apex is known; the value adopted is commonly $B = +20°$.

If the concentration of the stars towards the galactic plane is very pronounced, we may put $\cos b = 1$ and $\sin b = 0$ in the solar motion terms and get from (10)

$$K + X_0 \cos l + Y_0 \sin l + \bar{r} A \sin 2(l - l_0) \cos^2 b = \bar{\varrho}\,, \tag{17}$$

which is the form used by PLASKETT and PEARCE[2]. In this case only the projected solar velocity $S \cos B$ and the longitude of the solar apex can be determined from the solar motion terms. The authors have arranged the stars into four groups according to distance and equation (17) is expanded to include four different values of $\bar{r}A$ and l_0. The rotational terms therefore take the form

$$\sum_{i=1}^{4} \bar{r}_i A \sin 2(l - l_i) \cos^2 b\,. \tag{18}$$

When the rotational terms are expanded a system of equations with eleven unknowns is obtained and solved.

Accepting given values for the solar motion elements the equation of condition takes the simple form

$$K + \bar{r} A \sin 2(l - l_0) \cos^2 b = \bar{\varrho}_1\,, \tag{19}$$

where $\bar{\varrho}_1$ is the mean radial velocity free from the effect of the solar motion. In the most simple form also K and l_0 are assumed to be known and $\bar{r}A$, the amplitude of the rotational term, becomes the only unknown quantity.

---

[1] Ark Mat Astr Fys 23A, No. 14; Lund Medd Ser. I, No. 131 (1933).
[2] M N 94, p. 679 (1934).

Since the amplitude increases proportionately to r, the most distant objects will give the safest results as to the rotational constants. From such objects the existence of the second harmonics in the radial velocities are well-established and have also been proved for the ordinary stars. The results of the different investigations concerning the differential rotation are found in LI and LII, ciph. 31.

H. MINEUR[1], in a series of papers, has tried to show that to some of the results obtained concerning the galactic rotation can be given another interpretation, they may express the rotation of the stars around the centre of a local system. The equations (11) give four values of l_0, 90° apart. One of these values, around $l_0 = 330°$, has been favoured, because the longitude of the galactic centre as determined from the system of globular clusters is found to have about this value. But we may also take into consideration the value around $l_0 = 330° - 90° = 240°$, which is about the longitude of the centre of the local system as derived by CHARLIER[2] in his investigations of the B-stars.

MINEUR states different reasons for this second alternative[3]. He divides the values of l_0, derived by different investigators, into two classes, the first containing the values obtained from stars at distances nearer than 600 parsecs, which stars are considered to be inside the local system, the second containing the values obtained from stars at distances larger than 800 parsecs, i.e. outside the local system. The frequency curves of l_0 for the two classes do not group themselves about the same mean value. The mean value of l_0 is $333° + k \cdot 90°$ for the first and $323° + k \cdot 90°$ for second class, k being a positive or negative integer. Putting $k = -1$ for the first class we get $l_0 = 243°$, i.e. the longitude of the centre of the local system, for the second class we get, putting $k = 0$, the longitude of the galactic centre. MINEUR concludes, that the nearest stars revolve around the centre of the local system, the more distant stars, on the other hand, around the centre of the great galactic system.

MINEUR[4] finds another indication of the same fact from a discussion of all existing apex determinations as derived both from proper motions and radial velocities. A collation of 495 determinations published up to 1930, is given. Projecting these different values for the solar apex on a plane, tangent to the celestial sphere at $\alpha = 18^h$, $\delta = 0°$, he finds that the apex-points for the very distant stars and for the large velocity stars group themselves around a straight line, intersecting the galactic equator at about $l = 240°$, an effect of STRÖMBERG's asymmetrical drift. For the remaining stars, with small and moderate distances, the points group themselves around another line, intersecting the galactic equator at about $l = 330°$. According to MINEUR this grouping indicates the existence of a second asymmetrical drift, caused by the rotation of the nearer stars about the centre of the local system. As, however, this second drift may be caused by systematic errors in μ_δ, he has attempted to establish this drift from a study of the radial velocities alone.

Assuming that the velocity of rotation $V(R, z)$ of a star depends not only upon the distance (R) from the axis of rotation but also upon the distance from the galactic plane (z), MINEUR[5] develops the radial velocity into a series of spherical functions to the third order. By a preliminary discussion of 2146 radial velocities from Lick Publ 16 it was found that the terms of second order indicated, for the stars in the neighbourhood of the sun, a rotation around an axis situated in

[1] B A (2) 5, p. 505 (1929); C R 188, pp. 236, 1089 (1929); B A (2) 6, p. 355 (1930); C R 189, p. 1378 (1930); M N 90, pp. 516, 789 (1930); Lyon Bull 12, pp. 287, 313 (1930).
[2] Lund Medd Ser. II, No. 14 (1916); No. 34 (1926).
[3] Loc. cit. B A (2) 5; M N 90.
[4] Loc. cit. Lyon Bull 12.
[5] Loc. cit. B A (2) 5.

longitude 243° and that the linear velocities of the stars depended chiefly on the distance from the galactic plane (compare LI, p. 1071).

In order to confirm these results a new investigation, using all the radial velocities known, was performed[1]. With the same assumption as before concerning the velocities, $V(R, z)$, the terms for differential rotation can be expressed in the form

$$r A \cos^2 b \sin 2(l - l_0) + r \frac{\partial V}{\partial z} \sin b \cos b \sin(l - l_0), \tag{20}$$

where the first term stands for the differential rotation as regards the distance from the axis of rotation (OORT's term), the second one for the differential rotation as regards the distance from the galactic plane. Each of these terms gives a value of l_0; from the first term l_0 is determined within 90°, from the second within 180°. This circumstance offers a possibility to settle the question, whether the centre lies in the direction of $l = 325°$ or in the direction of $l = 240°$. Dividing the material into six groups according to distances from the sun and determining the values of l_0 from the first (l_{01}) resp. the second (l_{02}) term in (20) the following values were obtained (table 1). From the table is seen that the values obtained for l_{01} are all near 240° or 330°, the values obtained for l_{02} are equal to 240° for the nearest stars and decrease regularly down to 160° as the stars become more distant. According to MINEUR these results can be explained by admitting that the nearest stars constitute a local cloud, revolving around a centre, situated in longitude 240°, while the distant stars revolve around a centre, situated in longitude 330°. Against MINEUR's interpretations, however, some serious objections may be raised (compare LI, pp. 1064, 1075).

Table 1.

Distance in parsecs	l_{01}	l_{02}
50	240° or 330°	239
75	256 ,, 346	242
110	240 ,, 330	232
125	247 ,, 337	218
200	231 ,, 321	204
300	246 ,, 336	161

MINEUR and collaborators[2] have developed the radial velocity into a series of spherical functions to the third order

$$\varrho = K + \sum_{i=1}^{3} a_i X_i + \sum_{i=1}^{5} b_i Y_i + \sum_{i=1}^{7} c_i Z_i, \tag{21}$$

where X_i, Y_i, Z_i are functions of the direction cosines of first, second and third order resp. The constant K-term and the coefficients a_i, b_i, c_i were determined from all radial velocities available, classified according to spectral type and distance. It was found again, that the position of the apex and OORT's coefficient of rotation varied with the distance z from the galactic plane. Owing to the uncertainty in the determination of the coefficients a new calculation was made, where the material was divided according to distance from the galactic plane. For all stars together it was found, that the coordinates of the apex varied considerably with z; when z increased from -234 to $+234$ parsecs, the right ascension of the apex decreased from 300° to 240° and the declination from +66° to +9°. The systematic variation in the galactic components of the solar motion with z indicated the existence of the second asymmetrical drift.

K. PILOWSKI[3] has, however, shown, that the variation with z in the systematic motions in the line of sight can be explained without introducing any assumption of a local system. He starts from a general velocity field with rotational symmetry with respect to the centre of the galactic system and symmetrical with respect to the galactic plane through the centre. To the transverse (rotational) velocity

[1] Loc. cit. B A (2) 6; M N 90.
[2] B A (2) 6, p. 355 (1930).
[3] A N 247, p. 329 (1933).

field a radial (expansive) field is added; this modification gives rise to terms dependent on z in the group motion components and in OORT's rotational constants. By the aid of the numerical results, obtained by MINEUR and his collaborators, the form of this dependence was determined. From PILOWSKI's point of view MINEUR's second asymmetrical drift does not exist, it signifies only a very imperfect, by accidental circumstances affected, representation of the material. The variation of the group motion components indicated that the sun is situated about 175 parsecs above the galactic plane of symmetry.

Several attempts have been made to explain the harmonic terms of the second order from other points of view, more or less radically different from the theory of galactic rotation. E. VON DER PAHLEN and E. F. FREUNDLICH[1] have made an investigation of the K-effect for the B-stars. The K-term showed a distinct systematic variation with galactic longitude, with two maxima (+7 to +8 km./sec.) at about longitudes 10° and 200° and two minima (about 0 km./sec.) at longitudes 100° and 290°. The radial velocities were therefore expressed in the form

$$\varrho = -S_g \cos(l - L) + \varkappa_1 \cos^2(l - L_k) + \varkappa_0, \tag{22}$$

where S_g is the projection in the galactic plane of the solar speed, L the longitude of the solar apex, the other terms stand for the K-effect. The authors give a dynamical interpretation of this systematic variation, which interpretation is very different from that of galactic rotation: the local system, formed by the B-stars is "falling" towards the galactic centre, following a very elongated orbit (compare LI, pp. 1069—70).

J. ROSENHAGEN[2] has extended the investigation of the K-effect to all spectral types. His chief object was to try to decide between the theory of VON DER PAHLEN and FREUNDLICH and that of galactic rotation. As the study of the variation of the K-effect in the galactic plane only cannot settle the question, the variation of this effect in two "orthogalactic" planes, perpendicular to each other and to the galactic plane, was also investigated. The results were unfavourable to the theory of VON DER PAHLEN and FREUNDLICH; but also the theory of galactic rotation in its original form was found to be insufficient, a variation of the angular velocity with z must be introduced (LI p. 1070). ROSENHAGEN remarks, however, that several details in the results make it doubtful, whether even this generalization gives a true picture of the state of motion in the stellar system. This system may be a great spiral nebula and the observed K-effect caused by streamings in a spiral arm.

J. SCHILT[3] ascribes the presence of higher order terms in the radial velocities and the proper motions to star streams in general, supposing that the difference in mixture of stars belonging to different streams is responsible for systematic effects other than the reflection of the motion of the sun.

K. OGRODNIKOFF[4] has developed a theory of local streaming, assuming that in the solar vicinity the stellar velocities are continuous functions of the coordinates of the stars independent of time (LII, ciph. 29). He found that OORT's rotational terms can be accounted for by his theory. A study of the motion of the B-stars, based on the theory, is made; the results obtained are similar to those by VON DER PAHLEN and FREUNDLICH. OGRODNIKOFF's point of view has been criticized by K. F. BOTTLINGER[5].

---

[1] Publ Astrophys Obs Potsdam 26, Fasc. 3, No. 86 (1928).
[2] A N 242, p. 401 (1931).
[3] Wash Nat Ac Proc 16, p. 263 (1930); A J 41, pp. 97, 105 (1931).
[4] Z f Ap 4, p. 190 (1932).
[5] Z f Ap 6, p. 150, with a reply p. 154 (1933).

9. The Solar Motion derived from Photographic Radial Velocity Observations when no Regard is taken to the Spectral Type. R. E. WILSON[1] has derived the elements of solar motion from a homogeneous list of 2962 stars for which both radial velocities and proper motions were available. With this material two sets of solutions, based on the radial velocities alone, were made. The first solution was based upon 2748 stars which remained after the rejection of all stars which had either peculiar radial velocities larger than 50 km./sec. or proper motions larger than 0″,5 per year. The second solution was based upon 2305 stars for which parallaxes were available, those with space velocities larger than 60 km./sec. being rejected. The group method was used (number of groups 108 resp. 54) and the following results were obtained:

$$\left.\begin{array}{l} \text{I. } A = 270°{,}9, \quad D = +29°{,}0, \quad S = 19{,}2 \text{ km./sec.} \\ \text{II. } A = 270°{,}9, \quad D = +25°{,}4, \quad S = 18{,}8 \text{ km./sec.} \end{array}\right\} \text{(See also ciph. 11.)}.$$

J. J. NASSAU and P. M. MORSE[2] have investigated the solar motion from the radial velocities contained in Victoria Publ 2, No. 1, using the method of harmonic analysis (ciph. 7). Those stars for which the peculiar radial velocity exceeded 50 km./sec., or the proper motion 0″,5 per year, were rejected. The remaining 476 stars were arranged in declination bands, 10° wide. Curves were drawn with right ascension as abscissa and radial velocity as ordinate, the average ordinate, P_ϱ, was found by obtaining the area, with a planimeter, between the curve and the zero-line, and dividing the area by the length of the base. The amplitude, A_ϱ, and the phase, Φ_ϱ, were obtained by means of the HENRICI harmonic analyzer[3]. After correcting for the K-effect, the following elements of the solar motion were obtained:

$$A = 270°45', \quad D = +31°45', \quad S = 25{,}1 \text{ km./sec.}$$

H. SPENCER JONES has treated the stars in Cape Ann 10, Pt. 8, p. 101. Stars with variable velocity for which an approximate velocity of the centre of gravity could not be assigned and stars with radial velocities exceeding 75 km./sec. were excluded. For the 377 remaining stars the elements given in table 2 were obtained. The elements in parentheses in the table have been assumed to be known in performing the solution. Solutions were also made for different spectral groups.

Table 2. Solar Motion Determinations from the Cape Radial Velocities (SPENCER JONES).

A	D	S km./sec.	K km./sec.
263°,6	+25°,0	19,8	+1,2
263 ,6	+28 ,8	20,5	(0)
(270)	(+30)	22,1	0

W. W. CAMPBELL and J. H. MOORE[4] have derived the elements of the solar motion from the radial velocities of stars brighter than visual magnitude $5^m{,}51$, determined at Mount Hamilton and Santiago (ciph. 4), which constitute a very extensive and homogeneous material. Stars with variable velocities have been used only when the velocity of the system has been determined or when an approximate value of the mean velocity could be obtained. In the case of double stars for which the radial velocities of both components have been measured, each pair is used as one star whose velocity is that of the centre of mass of the system. Among the members of moving clusters only a part are included in the solution; the decision as to the number of stars in each cluster to be retained rests upon personal judgment. All stars with peculiar radial velocities greater than 60 km./sec. were excluded and moreover some stars with extremely broad

[1] A J 36, p. 138 (1926). [2] Ap J 65, p. 73 (1927).
[3] On a New Harmonic Analysis. Phil Mag 38 (1894).
[4] Lick Publ 16 (1928).

and hazy lines. After excluding the stars referred to above there remained 2149 stars. The celestial sphere was divided into 94 essentially equal areas, the mean equation of condition was formed for each of these areas, and the 94 resulting equations were solved by the method of least squares. Two solutions were made, one according to the group method (g), the other according to the weighted group method (wg). The results were:

(g) $A = 271°{,}10 \pm 1°{,}88$, $D = +28°{,}48 \pm 1°{,}45$, $S = 19{,}37 \pm 0{,}49$ km./sec., $K = +1{,}21$ km./sec.

(wg) $A = 270°{,}58 \pm 1°{,}17$, $D = +29°{,}24 \pm 0°{,}89$, $S = 19{,}65 \pm 0{,}31$ km./sec., $K = +1{,}20$ km./sec.

The authors are inclined to regard the determination by the second method as possessing the greater weight and have therefore adopted the elements so derived as the most probable ones.

MINEUR[1], using the same material, but with a somewhat different method of rejection, obtained:

$$A = 274°{,}19', \quad D = +29°32', \quad S = 19{,}49 \text{ km./sec.}$$

F. K. EDMONDSON[2], from 3149 radial velocities, using the group method and dividing the celestial sphere into 174 approximately equal areas, has derived the elements:

$$A = 266°{,}9, \quad D = +30°{,}4, \quad S = 20{,}8 \text{ km./sec.}$$

Solutions for solar motion from radial velocities for stars of various apparent magnitudes have been made by the same author[3], who has also investigated[4] the dependence of solar velocity on the mean parallax of the stars considered. He finds a displacement in the same direction as MINEUR's second drift (ciph. 7a) and is inclined to interpret it as caused by rotation of the local cluster. J. M. MOHR[5] shows, however, that the results are compatible with OORT's hypothesis.

According to MINEUR and PILOWSKI (ciph. 7a) the group motion components vary with the distance from the galactic plane. Under such circumstances the solar motion elements are given from those values of the components which correspond to the sun's distance from this plane. From the values of these group motion components, derived by PILOWSKI[6], the following elements are computed:

$$L = 26°{,}0, \quad B = +21°{,}2, \quad A = 271°{,}4, \quad D = +32°{,}0, \quad S = 18{,}8 \text{ km./sec.}$$

J. SCHILT[7] using a special method of treating the radial velocities has deduced a value of the sun's velocity, considerably smaller than that obtained by the ordinary method. As a result he got the following values of the components of the velocity of the sun in the galactic system of coordinates:

$$+13, \quad +4, \quad +5 \text{ km./sec.},$$

corresponding to the following elements:

$$L = 17°, \quad B = +20°, \quad S = 14{,}5 \text{ km./sec.}$$

---

[1] B A (2) 5, p. 535 (1929).
[2] A J 41, p. 144 (1931).
[3] A J 42, p. 157 (1933).
[4] A J 43, p. 92 (1934).
[5] A J 44, p. 15 (1934).
[6] Loc. cit. p. 340.
[7] A J 41, p. 105 (1931).

The spectroscopic binaries have been investigated by Å. WALLENQUIST[1] and H. NORDSTRÖM[2]. From the radial velocities the following values of the solar motion elements were derived:

WALLENQUIST (210 systems) $A = 271°{,}5 \pm 7°{,}0, \quad D = +27°{,}5 \pm 7°{,}1,$
$S = 19{,}0 \pm 1{,}7$ km./sec.,
$K = +0{,}6 \pm 1{,}2$ km./sec.

NORDSTRÖM (268 systems) $L = 25°{,}9 \pm 5°{,}5, \quad B = 20°{,}7 \pm 5°{,}1,$
$S = 19{,}0 \pm 1{,}7$ km./sec.,
$(A = 271°{,}9, \ D = +31°{,}8)$.

The period-luminosity curve of the Cepheid variables plays an important role in the determination of stellar distances. For a precise fixation of the zero point of this curve the knowledge of the solar motion elements of these stars is of importance. For the elements in question very diverging results have been obtained, owing to the small number of stars with known radial velocities. R. E. WILSON[3] from 24 Cepheid variables with periods greater than two days, derived the elements

$$A = 284°{,}3, \quad D = +12°{,}7, \quad S = 21{,}4 \text{ km./sec.}$$

STRÖMBERG[4], from 37 stars, obtained

$$A = 283°, \quad D = +24°, \quad S = 11{,}5 \text{ km./sec.};$$

from a second solution, assuming the apex to have the coordinates $A = 270°$, $D = +30°$, he got $S = 12{,}3 \pm 1{,}6$ km./sec.

OORT[5], including also the rotation term in the solution, found $S = 13 \pm 4$ km./sec. from 13 stars. Later on he[6] repeated the determination. Instead of introducing a general rotation term into the equation he applied to each star a correction for rotation proportional to its distance derived from SHAPLEY's curve, and the velocity of the sun was changed to $19{,}3 \pm 5$ km./sec.

From 32 Cepheids B. P. GERASIMOVIČ[7], including the rotation term, obtained $S = 14{,}1 \pm 1{,}6$ km./sec.; if OORT's suggestion was followed, the velocity became $S = 13{,}2$ km./sec. H. NORDSTRÖM[8] presumed the period-luminosity law to be valid for the galactic Cepheids, but left the zero-point to be determined by the solution. He found, from 31 stars, $S = 17{,}3 \pm 3{,}4$ km./sec. The question has been further discussed between GERASIMOVIČ and NORDSTRÖM[9].

11. The Solar Motion as derived from the Different Spectral Types separately. In the investigation mentioned in ciph. 9 R. E. WILSON has also derived the solar motion from different spectral groups, using the same material and methods. His results are given in table 3. Attention is called to the decrease in the declination of the apex from early to middle type and the increase again from middle to late type. This is believed to be due, in part at least, to a comparatively large number of motions of stars of types A5 to G0 in the general direction of the enlarged Taurus stream, as pointed out by STRÖMBERG[10].

---

[1] Ann Bosscha-Sterrewacht 4, Part 1 (1929).
[2] Ark Mat Astr Fys 22B, No. 4 (1930).
[3] A J 35, p. 35 (1923).
[4] Mt Wilson Contr 275; Ap J 61, p. 363 (1925).
[5] B A N 3, p. 278 (1927).
[6] B A N 4, p. 92 (1927).
[7] A J 41, p. 17 (1931).
[8] Lund Circ 2, p. 27 (1931).
[9] Lund Circ 4, pp. 67, 78 (1931).
[10] Ap J 56, p. 265 (1922).

Table 3. Solar Motion and Spectral Type (WILSON).

Type	No. Stars	Method	A	D	S km./sec.
O—B5 . . .	279	II	275°,2	+34°,7	22,0
B8—A3 . . .	566	II	266 ,1	+25 ,1	16,4
A5—F5 . . .	407, 357	I, II	269 ,0	+15 ,4	19,4
F8—G5 . . .	394, 350	I, II	270 ,8	+22 ,1	17,1
K0—K2 . .	771, 528	I, II	278 ,6	+31 ,2	18,1
K5—M . . .	331, 225	I, II	263 ,7	+33 ,4	25,4

In a sequent paper WILSON[1] has investigated the velocity of the sun and the K-term for the different spectral types, using 3761 radial velocities less than 50 km./sec. The radial velocities were grouped in 108 areas parallel to the galaxy, the mean radial velocity within each area derived, and the distances of the centres of the areas from the assumed apex $A = 270°$, $D = +30°$ computed. Two solutions were made:

A. Both the solar velocity and the K-term were determined.

B. The radial velocities were corrected for a solar velocity of 19,6 km./sec. and K was computed from the peculiar radial velocities.

The results are collected in table 4. We find that in view of the probable errors the K-term is practically zero for all types except the B-stars. For these stars the K-term was also determined from galactic and non-galactic stars, from luminosity groups and from groupings according to peculiar radial velocity. None of these groupings showed any correlation with the K-term.

Table 4. The Solar Velocity and the K-term (WILSON).

Type	No. Stars	Method A		Method B
		S km./sec.	K km./sec.	K km./sec.
B0—B5 . .	384	20,2 ± 0,9	+3,4	+3,5 ± 0,6
B8—A3 . .	675	16,8 0,8	+0,5	+0,5 0,5
A5—F5 . .	521	18,7 1,0	—0,1	0,0 0,6
F8—G5 . .	670	17,4 1,2	—1,1	—0,9 0,6
K0—K2 . .	941	18,0 1,0	0,0	0,0 0,6
K5—M . . .	513	25,5 1,3	+1,1	+0,9 0,8
B8—M . . .	3310	19,2 0,5	—0,1	0,0 0,3
All	3761	19,6 0,5	+0,4	+0,4 0,3

In the investigation mentioned in ciph. 9 CAMPBELL and MOORE have also performed solutions of the solar motion for the different spectral types, with an assumed position of the apex at $A = 270°$, $D = 30°$. The results are given in table 5.

Table 5. Solar Motion and Average Velocities for Different Spectral Types (CAMPBELL and MOORE).

Spectral Type	No. of Stars	S km./sec.	K km./sec.	Average Velocity
B (Oe5—B5)	284	22,7	+4,9	8,7
A (B8—A3)	500	18,6	+1,7	9,9
F (A5—F4)	199	19,7	+0,3	12,5
G (F5—G4)	244	18,6	—0,2	14,8
K (G5—K4)	687	18,0	+0,3	15,3
M (K5—Mb)	234	22,1	+0,7	16,1

[1] A J 38, p. 7 (1927).

B. LINDBLAD[1], in a discussion of the velocity-ellipsoids, has obtained from all radial velocities available the elements for different spectral groups given in table 6.

Table 6. Solar Motion from Different Spectral Groups (LINDBLAD).

Group	No. of Stars	L	B	S km./sec.	K km./sec.
B0—B7	445	31°	+13°	22,2	+4,5
B8—B9	250	33	+23	21,8	+2,8
A, $\mu < 0'',04$	304	27	+42	13,8	−0,4
F—K $\mu < 0'',04$	714	25	+29	17,3	−0,9
A, $0'',04 < \mu < 0,16$ . . .	391	8	+20	19,4	+0,6
F—K, $0'',04 < \mu < 0'',16$.	857	21	+21	16,7	−0,9
F—K, $\mu > 0'',16$	825	19	+ 8	24,4	+0,9

The small velocity of the sun for the first group of A-stars is probably caused by members of the enlarged Ursa Major stream, known from STRÖMBERG's[2] work.

M. TIBOR[3] has determined the elements of the solar motion from the radial velocities of the stars fainter than visual magnitude 4,5 using a special method. He selects pairs of diametrally opposite stars as far as possible uniformly distributed. To each star is ordered another of the same spectral class and of nearly the same radial velocity but with reversed sign. In this way he attempts to realize for each pair the condition $\sum \varrho_1 = 0$ but overlooks the three fundamental conditions

$$\sum \gamma_{13} \varrho_1 = 0, \quad \sum \gamma_{23} \varrho_1 = 0, \quad \sum \gamma_{33} \varrho_1 = 0,$$

where ϱ_1 is the peculiar radial velocity (compare MI, p. 16). As pointed out by H. NORDSTRÖM in a forthcoming investigation (Lund Medd Ser. II, No. 79), the condition $\sum \varrho_1 = 0$ determines the K-term only; the two components of a pair will yield approximately equal contributions with the same signs to the three other conditions. It is to be feared that the method of selection, used by TIBOR, will in some cases influence the results, especially the value of the K-term.

The investigation by NORDSTRÖM, just mentioned, embraces an extensive treatise of the radial velocities of the stars of the main spectral classes B to M. Since the statistical treatment is performed with the group method, using CHARLIER's division of the sky in 48 squares, a special investigation is made of the smoothing effect, arising from the fact that we neglect a variation of the character observed within a square. It is found that the projection of the solar motion vector on the galactic plane is reduced by about 3%, whereas the polar component is only slightly affected. This implies a diminution of the total velocity of the sun with reference to the naked-eye stars by some 0,5 km./sec. The latitude of the apex will be increased a little, whereas the longitude remains unchanged. In the same manner the value of the rotational term is reduced by some 7%, the longitude of the centre being unaffected. The corrections to the moments of the second order are also deduced.

Stars with radial velocities deviating by more than three times the dispersion from the mean value in a square were rejected from the solutions. The moving clusters are in general represented by one member for each spectral class; if the radial velocities of both components of a double star have been measured, the pair has been used as one star whose velocity is that of the centre of mass of the system. The results concerning the solar motion with their mean errors are given in tables 7—10.

[1] M N 90, p. 503 (1930). [2] Ap J 57, p. 77 (1923).
[3] The Elements of the Solar Motion, Prometheus, Hungary (1932).

Table 7. The Motion of the Sun with Reference to Stars Brighter than $6^m,00$ of Different Spectral Classes (NORDSTRÖM).

Spectral Class	No. of Stars	L	B	S km./sec.	K km./sec.	Remarks
Oe5—B5	353	22°,9 ± 2°,4	+15°,0 ± 4°,7	21,4 ± 0,8	+4,3 ± 0,5	members of moving clusters excluded; rotational terms not considered.
,,	353	23 ,9 ± 2 ,4	+14 ,6 ± 4 ,8	20,8 ± 0,8	+4,2 ± 0,6	clusters excluded; gal. rot. also considered.
,,	464	26 ,1 ± 2 ,1	+ 9 ,6 ± 4 ,4	20,3 ± 0,7	+4,6 ± 0,4	clusters included; gal. rot. also considered.
B8—B9	201	17 ,8 ± 3 ,5	+19 ,0 ± 4 ,6	21,6 ± 1,3	+1,4 ± 0,8	clusters excluded; gal. rot. also considered.
,,	234	21 ,6 ± 3 ,1	+18 ,1 ± 4 ,6	21,2 ± 1,2	+2,2 ± 0,7	clusters included; gal. rot. also considered.
A	697	13 ,4 ± 3 ,4	+23 ,9 ± 3 ,1	16,3 ± 0,9	+0,4 ± 0,5	
F	471	14 ,9 ± 4 ,8	+17 ,9 ± 4 ,5	17,7 ± 1,4	+1,0 ± 0,8	
G	353	26 ,1 ± 6 ,2	+12 ,3 ± 6 ,1	18,1 ± 1,9	−0,6 ± 1,1	
K	984	23 ,0 ± 3 ,3	+17 ,8 ± 3 ,2	20,9 ± 1,2	+1,0 ± 0,6	
M	179	32 ,7 ± 7 ,9	+18 ,0 ± 7 ,5	22,0 ± 2,9	−0,7 ± 1,6	
All	3238	21 ,0 ± 1 ,6	+18 ,5 ± 1 ,5	19,6 ± 0,5	+1,1 ± 0,3	Cluster stars in the class B excluded.

Table 8. The Motion of the Sun with Reference to Stars with $m < 6{,}00$ belonging to the Giant Branch (NORDSTRÖM).

Spectral Class	No. of Stars	L	B	S km./sec	K km./sec	Remarks
A + F	68	23°,6 ± 8°,5	—	(18,8) —	−3,1 ± 1,8	Z_0 in (9) assumed equal to −5,3 km./sec.
F	57	20 ,8 ± 9 ,3	—	(19,3) —	−3,0 ± 2,0	Z_0 in (9) assumed equal to −5,3 km./sec.
G	244	25 ,6 ± 7 ,8	+16°,8 ± 7°,4	13,5 ± 1,8	−0,2 ± 1,0	
K	948	24 ,6 ± 3 ,4	+20 ,3 ± 3 ,2	20,0 ± 1,1	+0,5 ± 0,7	
M	179	32 ,7 ± 7 ,9	+18 ,0 ± 7 ,5	22,0 ± 2,9	−0,7 ± 1,6	
All	1439	26 ,0 ± 2 ,8	+19 ,8 ± 2 ,6	19,2 ± 0,9	+0,1 ± 0,5	

Table 9. The Motion of the Sun with Reference to Stars with $m < 6{,}00$ belonging to the Main Sequence (NORDSTRÖM).

Spectral Class	No. of Stars	L	B	S km./sec	K km./sec	Remarks
A	686	12°,5 ± 3°,4	+24°,0 ± 3°,1	16,3 ± 0,9	+0,4 ± 0,5	
,,	652	13 ,5 ± 3 ,5	+24 ,3 ± 3 ,2	16,1 ± 0,9	+0,4 ± 0,5	34 stars are exluded, which are in common to WILSON and BERTAUD for the Taurus stream, and to MOHR and BERTAUD for the Ursa Major group.
,,	571	13 ,4 ± 3 ,2	+19 ,4 ± 3 ,0	17,3 ± 0,9	+0,4 ± 0,5	All suspected members of these streams in question omitted.
F	414	14 ,7 ± 5 ,5	+17 ,8 ± 5 ,2	17,2 ± 1,6	+1,4 ± 0,9	
G	112	26 ,9 ± 10 ,1	+ 5 ,9 ± 10 ,0	30,3 ± 5,3	−1,6 ± 3,0	
G + K	139	28 ,4 ± 8 ,1	+ 1 ,8 ± 8 ,0	32,8 ± 4,6	−0,5 ± 2,7	

Table 10. The Motion of the Sun with Reference to Stars Fainter than $6^m,0$ of Different Spectral Classes (NORDSTRÖM).

Spectral Class	No. of Stars	L	B	S km./sec.	K km./sec.	Remarks
Oe5—B5	379	16°,5 ± 4°,7	—	(18,3) —	−1,8 ± 0,9	z_0 in (15) assumed equal to −5,2 km./sec.; rot. terms considered.
„	379	22 ,0 ± 4 ,3	—	(18,1) —	(0) —	z_0 in (15) assumed equal to −5,2 km./sec.; rot. terms considered.
B8—B9	79	14 ,7 ± 6 ,2	—	(19,5) —	−0,3 ± 1,2	
A	207	15 ,1 ± 6 ,0	+19°,0 ± 5°,7	17,7 ± 1,8	−0,7 ± 1,0	
„	207	17 ,3 ± 5 ,4	+19 ,8 ± 5 ,3	18,3 ± 1,6	(0) —	
F	394	12 ,9 ± 6 ,2	+24 ,8 ± 5 ,7	17,3 ± 1,7	−1,8 ± 0,9	
„	394	20 ,1 ± 5 ,6	+27 ,0 ± 5 ,0	18,6 ± 1,6	(0) —	
gG	100	14 ,9 ± 14 ,4	+21 ,1 ± 13 ,4	13,9 ± 3,3	(0) —	
gK	342	41 ,8 ± 9 ,3	+24 ,8 ± 6 ,5	16,7 ± 2,4	−0,8 ± 1,8	
gM	60	6 ,5 ± 9 ,0	+17 ,5 ± 8 ,6	26,5 ± 4,8	(0) —	
dG	302	13 ,7 ± 6 ,6	+ 1 ,3 ± 6 ,6	30,2 ± 3,5	−4,2 ± 2,4	
„	302	19 ,2 ± 6 ,1	+ 5 ,3 ± 6 ,1	32,2 ± 3,4	(0) —	
dK	201	38 ,8 ± 11 ,4	+ 7 ,6 ± 11 ,3	19,3 ± 3,8	(0) —	
dM	40	23 ,5 ± 26 ,3	− 2 ,2 ± 26 ,3	22,4 ± 10,3	(0) —	

For the B stars one solution is made in which the members of moving clusters are excluded, and another where they have been retained (table 7).

The different solutions for the A stars in table 9 have the following significance. R. E. WILSON[1] has given a list of 221 stars, whose motions are in agreement with those of the Taurus cluster. More recently CH. BERTAUD[2] has given 41 such stars of spectral type A. On the other hand J. M. MOHR[3] has picked out 96 stars of A- and F-type as belonging to an enlarged Ursa Major stream; another paper by BERTAUD[4] includes 79 A-stars, which are assumed to be members of the same stream. In order to investigate the influence of the A-stars listed by the above-mentioned authors, two solutions are made: 1. with exclusion of 34 stars, which are in common to WILSON and BERTAUD in the case of the Taurus stream, and to MOHR and BERTAUD in the case of the Ursa Major stream; 2. with exclusion of all stars which are suspected by anyone of them to belong to these streams, 115 stars in all. The influence of the streams upon the elements of the solar motion is insignificant as seen from the results in the table.

Some recent determinations of the solar motion derived from the radial velocities of the O- and B-stars are collected in table 11.

Table 11. Values of the Solar Motion from the O- and B-stars.

Author	No. of Stars	Types	A	D	L	B	S km./sec.	K km./sec.
NEUBAUER[5]	393	O—B5	266°,7	+25°,2	17°,5	+22°,6	20,6	+2,8
PEARCE[6]	680	O—B5	280 ,3	+39 ,8	36 ,8	+17 ,3	22,0	+3,5
ZAGAR[7]	998	B1—B5	271 ,4	+39 ,0	33 ,1	+23 ,4	21,7	+1,8
PLASKETT and PEARCE[8]	849	O—B7	275 ,1	+37 ,0	32 ,1	(+20 ,0)	21,7	+3,1
PLASKETT and PEARCE[8]	849	O—B7	270 ,8	+27 ,6	21 ,4	(+20 ,0)	19,1	+1,1

The solutions by NEUBAUER, ZAGAR, and the first solution by PLASKETT and PEARCE were performed from the solar motion terms only, in the solution

[1] A J 42, p. 49 (1932).
[2] B A (2) 8, p. 339 (1933).
[3] B A (2) 6, p. 148 (1930).
[4] B A (2) 8, p. 115 (1933).
[5] Lick Bull 15, p. 48 (1930).
[6] M N 90, p. 633 (1930).
[7] R Oss Padova No. 30 (1933).
[8] M N 94, p. 689 (1934).

by PEARCE the rotation term was also included. These solutions give, as well as other solutions for these types of stars (tables 3—7) a value of the solar velocity about 2 km./sec. higher than the values derived from the stars of all classes. The second solution by PLASKETT and PEARCE includes both the solar motion and rotation terms, moreover a correction is made for the stream motion of the bright B-stars in the southern sky between longitudes 216° and 360°, earlier investigated by KAPTEYN[1]. By applying this correction the solar velocity is reduced to the same value as obtained from the ordinary stars (ciph. 9) and the K-term is reduced to $+1{,}1$ km./sec., which is of the same order of magnitude as the calculated gravitational shift. Against their method of correction for the influence of this stream, however, a serious objection may be raised. A determination of the convergent point of KAPTEYN's stream from the proper motions, applying RAYMOND's correction in μ_δ, was made. From the radial velocities the stream motion V_0 was determined from the equation

$$V_0 \cos D + K = \bar{\varrho}\,, \tag{23}$$

where D is the angular distance from the convergent point and $\bar{\varrho}$ the mean radial velocity. The solution for V_0 and K gave the following values:

$$V_0 = 15{,}0 \pm 1{,}0 \text{ km./sec.}$$
$$K = +8{,}3 \pm 0{,}5 \text{ km./sec.}$$

K is considered as the average outward component of the stream. Owing to the considerable extent of the group, 120° in longitude, the radial component will be larger at the middle and smaller at the ends of the group. Smoothed values of K, proportional to $\sin D$, were therefore derived and adjusted so that the average K for the whole stream was $+8{,}3$ km./sec. These smoothed values were subtracted from the radial velocities in order to free them from the effect of the stream motion.

If, however, as done by PLASKETT and PEARCE, we accept the convergent of the stream obtained from the proper motions, then K has nothing to do with the motions of the stars belonging to the stream, the radial component of the stream is equal to $V_0 \cos D$. Consequently, the correction made is not a correction for stream motion but for a large K-effect originating from other causes than motion. If, on the other hand, K is regarded as a real effect of motion, then the convergent must differ from that obtained from the proper motions alone. Assuming the K-effect to be equal to zero and solving the stream motion from the radial velocities, given in table II of the investigation by PLASKETT and PEARCE, we get

$$l = 225°{,}8, \quad b = -7°{,}6, \quad V_0 = 18{,}9 \text{ km./sec.}$$

The convergent obtained by PLASKETT and PEARCE from the proper motions was

$$l = 194°{,}2, \quad b = -24°{,}3\,.$$

KAPTEYN obtained two convergents:

$$1.\ l = 217°, \quad b = -22°,$$
$$2.\ l = 214°, \quad b = -20°,$$

the first directly from the proper motions, the second after a provisional correction in declination. It is probable, however, that the stream in question is responsible both for an increase of the velocity of the sun and for a part of the observed K-effect, but its influence cannot be accounted for by the method of PLASKETT and PEARCE.

[1] Ap J 40, p. 43 (1914).

From the interstellar calcium lines in O- and B-stars the solar motion elements have been determined in connection with the rotational constants. J. S. PLASKETT and J. A. PEARCE[1] have made a solution from 261 interstellar velocities, arranging the stars into 19 groups in galactic longitude and using equations of condition of the form (10). The following elements were obtained:

$$L = 25°,9 \pm 11°,8, \; B = +3°,6 \pm 11°,8, \; S = 19,90 \pm 2,40 \text{ km./sec.},$$
$$K = +0,55 \pm 2,70 \text{ km./sec.}$$

A second solution with assumed values of the solar motion elements gave $K = -0,61 \pm 0,57$ km./sec. OORT[2] has pointed out that the large probable errors in the above solution are caused mainly by the fact that only a few southern stars can be reached from Victoria and that, accordingly, the K-term and the solar velocity cannot be well separated. As there is sufficient reason to believe that there can be no significant systematic errors in the interstellar velocities he made a new solution assuming $K = 0$ and moreover $l_0 = 327°$. The solution was confined to those groups which were less than 20° from the galactic circle. Only the longitude of the solar apex and the solar velocity component parallel to the galactic plane were determined. From 235 stars he obtained $L = 22° \pm 2°$, $S_g = 17,7 \pm 0,6$ km./sec. The probable errors are five times smaller than those of PLASKETT and PEARCE. If we assume the latitude of the apex to have the ordinary value of about $+20°$, we get a solar velocity $S = 18,8$ km./sec. Later on PLASKETT and PEARCE[3] have made a new solution, using an enlarged material of 314 stars. Equations of condition of the form (17), omitting the K-term and including two terms for galactic rotation, corresponding to the nearer and more distant stars, were used. The galactic longitude of the apex was found to be $22°,0 \pm 1°,4$ and the projection of the solar velocity on the galactic plane $19,8 \pm 0,56$ km./sec. corresponding to $S = 21,14$ km./sec., agreeing with the solar velocity obtained for the O- and B-stars from the ordinary stellar line velocities.

R. O. REDMAN[4] has treated the radial velocities of 392 K-stars between visual magnitudes 7,0—7,5, determined by himself. The stars were divided into 23 groups and both the solar motion and the rotation terms were included. The results for the solar motion elements were

$$L = 32° \pm 3°, \quad B = +16° \pm 8°, \quad S = 21,5 \pm 1,4 \text{ km./sec.}$$

Solving for solar motion only he found:

$$L = 31° \pm 3°, \quad B = +17° \pm 9°, \quad S = 20,5 \pm 1,3 \text{ km./sec.}$$

A rediscussion of REDMAN's stars has been performed by NORDSTRÖM[5]. He rejected the same stars as REDMAN and moreover the stars outside $\pm 10°$ galactic latitude. Thus there remained 342 stars, which were divided into 17 overlapping groups. Instead of the arithmetical means of the radial velocities the smoothed modes were used. A complete determination of the solar motion and galactic rotation, comprehending also the K-term, is not possible on account of the fact that the material is limited to a narrow galactic zone extending over only half the galactic circle. Therefore only the projection of the solar motion on the galactic plane and the rotation constants were determined. The equations of condition then take the form (15).

Putting $K = 0$ and using the group method he obtained

$$L = +26°,1, \qquad S_g = 18,6 \text{ km./sec.}$$

---

[1] M N 90, p. 243 (1930).
[2] B A N 5, p. 192 (1930).
[3] Victoria Publ. 5, No. 3 (1933).
[4] Victoria Publ 6, No. 5 (1933).
[5] Ark Mat Astr Fys 23 A, No. 14 (1933).

corresponding to $S = 19{,}8$ km./sec., a normal solar velocity. In the same paper the radial velocities of the brighter K and M stars between $\pm 30°$ galactic latitude were also discussed. Concerning the elements of the solar motion the determinations from different groupings according to distance and spectral type were in good agreement with the standard values. For the largest group, containing all K and M stars having a parallax $< 0'',015$, he got

$$L = 26°{,}2, \quad B = +19°{,}0, \quad A = 274°, \quad D = +31°, \quad S = 18{,}6 \text{ km./sec.}$$

From 146 stars of Class N R. F. SANFORD[1] derives

$$A = 256°, \quad D = +29°, \quad S = 22{,}9 \text{ km./sec.}, \quad K = -0{,}8 \text{ km./sec.}$$

12. The *K*-term. Several investigations have been devoted to the unravelling of the genesis of the large positive K-term observed in the O- and B-stars. The K-term may be due to different causes: to the use of inaccurate wave-lengths in the reduction of the spectrograms, to downward convection currents, to the EINSTEIN gravitational shift, or to real motions of the stars.

S. ALBRECHT[2] has made an analysis of the various factors contributing to the K-term in B-type stars. Systematic errors in the normal wave-lengths may change the velocities by about $-1{,}4$ km./sec., the most probable amount of the relativity shift is $+1{,}4$ km./sec. (compare MI, ciph. 12). General downward convection currents may be the cause of the remaining effect.

The high positive value of the K-term for the B-stars, 4—5 km./sec., obtained from earlier solutions has been reduced through the larger material now known (table 12). This is due to the fact that there is a correlation between the K-term and the apparent magnitude as shown by PLASKETT[3]. His material consisted of 875 stars. These stars were arranged into three type groups, O, B0—B2, B3—B5, which were subdivided into magnitude groups. For each subgroup a solution was made for $\bar{r}A$ and K, assuming $A = 271°$, $D = +28°$, $S = 20$ km./sec. and $l_0 = 325°$. The values obtained for K are collected in table 12. Considering first only the B-stars we find that for the apparently bright stars, distributed all along the galaxy, the same large value of K is obtained as from earlier investigations, but that for the B-stars fainter than $5^m{,}5$ it practically vanishes. These fainter stars are observed at Victoria and hence situated in the Northern Milky Way only. Comparing the mean observed residual velocities of the brighter stars for various longitude groups it was found that for the B0—B2 stars the mean residual velocity for 41 stars between longitudes 335° and 170° in the northern sky was $+2{,}6$ km./sec., while for 62 stars between 170° and 335° in the southern sky it was $+6{,}6$ km./sec.; for the B3—B5 stars the corresponding means were $+1{,}6$ (121 stars) and $+7{,}0$ (176 stars). From this it is evident, that the large K-term for the brighter B-stars is mainly due to a high systematic velocity of recession, probably group motions, of the southern stars. For the northern

Table 12. The K-term (PLASKETT).

Type	No. of Stars	Mag.	K (km./sec.)
O	14	$<5{,}5$	$+6{,}4 \pm 1{,}6$
	17	$5{,}5-6{,}5$	$+7{,}2 \pm 2{,}5$
	32	$>6{,}5$	$+4{,}0 \pm 1{,}7$
B0—B2 . .	54	$<4{,}5$	$+5{,}8 \pm 0{,}9$
	39	$4{,}5-5{,}5$	$+4{,}8 \pm 1{,}1$
	39	$5{,}5-6{,}5$	$+0{,}2 \pm 1{,}2$
	53	$>6{,}5$	$-0{,}5 \pm 1{,}4$
B3—B5 . .	294	$<5{,}5$	$+4{,}8 \pm 0{,}6$
	157	$5{,}5-6{,}5$	$+1{,}4 \pm 0{,}8$
	176	$>6{,}5$	$-0{,}5 \pm 0{,}6$

[1] Publ A S P 46, p. 227 (1934).
[2] Ap J 63, p. 277 (1926).
[3] M N 90, p. 616 (1930).

stars the positive residuals are practically removed by the gravitational shift; according to PLASKETT the probable value of this shift is +1,6 km./sec. for the B0—B2-stars and +1,0 km./sec. for the B3—B5-stars. It may, however, be pointed out, that the results are based on an assumed velocity of the sun amounting to 20 km./sec. A larger value of this velocity will diminish the value of the K-term for the southern and increase the value for the northern stars. Later on PLASKETT and PEARCE[1], as mentioned in ciph. 11, have identified the outward motion of the southern stars with the radial component of KAPTEYN's stream, and corrected the radial velocities for the influence of this component, thereby diminishing the K-term of the O—B7-stars from +3,1 to +1,1 km./sec. As pointed out in ciph. 11, objection may, however, be raised against their method of correcting for the influence of the stream. Nevertheless, it is obvious that the pecularities in the motion of the southern stars are responsible for a part of the large K-effect observed in the bright B-stars.

For the O-type stars in table 12, practically all obtained at Victoria, the K-term shows no appreciable decrease with magnitude. For this type the calculated redward shift[2] is +2,6 km./sec. PLASKETT[3] remarks, however, that the average densities given by eclipsing binaries of O- and B-type are considerably greater than those for which the red-shift was calculated. It is not unreasonable that the shift may be as great as +5 km./sec., sufficient to explain the K-term in the O-type stars.

K. F. BOTTLINGER[4] has computed the K-effect for the B-stars belonging to the moving clusters in Perseus and Scorpius-Centaurus. For both clusters he obtained concordant values $K = +2{,}8 \pm 1{,}1$ and $K = +2{,}4 \pm 1{,}0$ km./sec. He considered it probable, for different reasons, that this K-term is a relativistic effect, which in exceptional stars may reach values of 20 to 30 km./sec.

The attempts by VON DER PAHLEN and FREUNDLICH and by OGRODNIKOFF to give a dynamical interpretation of the K-effect have already been mentioned in ciph. 7a, where also a brief account of ROSENHAGEN's extensive investigation of the K-effect is given. K. PILOWSKI[5] has shown that in assuming a secular decrease of the mass of the stellar system a term is introduced in the radial velocities, which will give rise to a K-effect, proportional to the distances of the stars. The same author has pointed out[6], in the investigation reviewed in ciph. 7a, that according to his theory a K-effect, independent of longitude and latitude, appears in the expression for the radial velocity.

J. M. MOHR[7] has discussed the K-term for the different spectral types from the points of view developed in his investigation of the space-velocities (ciph. 22). His results differ from those obtained in earlier investigations. These differences are ascribed to the following circumstances:

1. The material is not the same as in the earlier investigations.
2. The space motions of the stars considered are not symmetrically distributed in relation to the circular orbit of rotation.
3. The velocity of the sun varies with respect to different groups of stars.

The B-stars are treated according to two different hypotheses; the resulting K-term was found to be +1,0 resp. +0,8 km./sec., being of the same order of magnitude as the gravitational shift, which according to MOHR amounts to +1,0 km./sec.

---

[1] M N 94, p. 679 (1934).
[2] M N 94, p. 679 (1934).
[3] M N 90, p. 631 (1930).
[4] Z f Ap 2, p. 151 (1931).
[5] Z f Ap 3, p. 291 (1931).
[6] A N 247, p. 336 (1933).
[7] B A (2) 7, p. 481 (1933).

d) The Distribution of Stellar Velocities as derived from the Radial Motions.

17. The Radial Velocities and the Ellipsoidal Hypothesis. According to the dynamic theory of the stellar system developed by LINDBLAD and OORT, the bigger axis σ_1 of the velocity ellipsoid, or the vertex line, should point towards the centre of the system and there should be a definite relation between the coefficient A of the differential galactic rotation and the ratio of the two axes σ_1 and σ_2 of the velocity ellipsoid which lie in the galactic plane, of the form

$$A = \omega\left[1 - \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2\right],$$

where ω is the angular speed of rotation around the centre of the system at our place in space. Moreover the third axis of the ellipsoid, at right angles to the galactic plane, should be equal in length to the longer axis in that plane, and thus the velocity ellipsoid should be a spheroid with the small axis in the galactic plane and at right angle to the direction to the centre. The relation of this abstract theory to the computed velocity ellipsoids has been discussed by LINDBLAD (LI ciph. 32).

H. and Mme. MINEUR[1] have computed the directions and magnitudes of the axes of the velocity ellipsoids from the radial velocities of 5026 stars, divided into groups according to spectral type and distance. Their results are collected in table 13. For the first two groups the vertex line points towards higher galactic

Table 13. The Axes of the Velocity Ellipsoids and their Directions (MINEUR).

Type	No. of Stars	m — M	σ_1 km./sec.	l_1	b_1	σ_2 km./sec.	l_2	b_2	σ_3 km./sec.	l_3	b_3
A . . .	1070	0—5	19,5 ± ,3	356°,6	— 3°,8	13,5	86°,7	— 1°,3	9,6	11°,6	+86°,0
gGKM .	571	0—5	24,9 ± ,5	351 ,2	+ 3 ,1	15,3	80 ,7	— 5 ,6	19,7	113 ,2	83 ,3
gGKM .	1012	5—8	24,5 ± ,4	325 ,1	— 6 ,2	16,2	60 ,2	—39 ,4	19,2	47 ,7	49 ,9
B . . .	412	0—5	14,2 ± ,4	292 ,9	—23 ,4	12,0	36 ,6	—28 ,9	4,4	347 ,8	57 ,3
B . . .	600	5—10	17,4 ± ,4	298 ,6	—14 ,0	12,6	35 ,3	—25 ,3	7,2	2 ,3	60 ,6
F . . .	650	0—5	26,9 ± ,5	339 ,1	+ 9 ,0	15,5	70 ,0	+ 4 ,9	13,5	172 ,9	80 ,8
dGKM .	711	0—8	36,2 ± ,7	339 ,6	+ 5 ,1	28,6	67 ,7	—15 ,7	18,3	86 ,6	73 ,5

longitudes than that of the centre, in accordance with earlier investigations; the two last groups show better agreement. The third group, containing the more distant late type giants, gives a vertex direction accordant with the direction to the centre. The vertex line for the B-stars points towards a considerably lower value of the galactic longitude. But in this case the vertex direction can only be rather uncertainly determined as the velocity surface for the B-stars has nearly circular symmetry in the galactic plane. H. and Mme. MINEUR's results agree with those obtained earlier by LINDBLAD[2] (LI ciph. 32).

In the same investigation H. and Mme. MINEUR have worked out the corrections to a velocity ellipsoid computed from radial velocities, when it is desired to take account of K-term, galactic rotation and a different solar motion. It is shown that the influence of the rotational terms upon the characteristics of the velocity ellipsoid is very small. The peculiar radial velocities are also analysed for third harmonics. As far as motions parallel to the galactic plane are concerned these harmonics showed no appreciable influence for the giants within 100 parsecs distance; for the more distant giants the velocity ellipsoid is turned into a kidney-shaped curve, analogous to the result obtained earlier by STRÖMBERG (MI, ciph. 17, p. 39). The interpretation of this peculiarity is discussed.

[1] B A (2) 7, p. 321 (errata p. 421) (1933). [2] M N 90, p. 503 (1930).

From the Cape radial velocities H. SPENCER JONES[1] has determined the preferential motion according to the ellipsoidal hypothesis including stars of all spectral types but excluding those with radial peculiar velocity exceeding 75 km./sec. The magnitudes and directions of the axes of the velocity ellipsoid were derived according to the method of EDDINGTON and HARTLEY (M I, ciph. 17, p. 38). The results are given in table 14.

Table 14. The Axes of the Velocity Ellipsoid and their Directions (SPENCER JONES).

Axis	Length km./sec.	α	δ	l	b
Maximum . .	23,4	78,1	+ 2°,9	176°,6	−18°,4
Minimum . .	11,4	344,7	+50 ,3	73 ,5	− 9 ,1
Median . . .	16,9	170,5	+39 ,6	138 ,2	+69 ,0

H. NORDSTRÖM[2] has examined the velocity ellipsoid of 268 spectroscopic binary systems. His results are given in table 15. With respect to the mean errors in the directions of the axes (I: ±11°,3, ± 9°,8; II: ±11°,3, ± 35°,4) we may assume that these two axes coincide with the galactic plane and that the third axis is directed towards the galactic pole. A new solution, performed with these assumptions, yielded the following values of the axes: $\varrho_1 = 18{,}5$, $\varrho_2 = 13{,}0$, $\varrho_3 = 11{,}2$ and a vertex direction $l = 324°{,}1$, nearly coinciding with the generally accepted direction to the centre of the Galaxy, as required by the theory.

Table 15. The Velocity Ellipsoid of the Spectroscopic Binaries (NORDSTRÖM).

Axis	Length km./sec.	l	b
I	18,8 ± 1,2	328°,1	−11°,1
II	13,4 ± 1,8	241 ,4	+20 ,6
III	10,7 ± 2,8	30 ,4	+66 ,3

In the forthcoming investigation by NORDSTRÖM, mentioned in ciph. 11, the velocity ellipsoids for several groups of stars have been derived. For the results we refer to the paper in question.

The influence of mass-motion among the stars such as galactic rotation or, in more general sense, any kind of streaming upon the characteristics of the velocity ellipsoid has been investigated by K. OGRODNIKOFF[3]. The theoretical results are applied to the B-stars, the corrections obtained are rather large.

There exists, as known, a remarkable difference in the form of the velocity ellipsoid derived from radial velocities and from proper motions. The former is approximately an ellipsoid of rotation, the axis of rotation being directed towards the vertex, the latter shows a distinct flattening in the plane of the Milky Way. This difference may, however, as shown by W. GYLLENBERG[4], be eliminated if the difference in the mean absolute magnitudes of the stars as well as a change of the density law with galactic latitude is taken into consideration.

Some points of technique in the computation of the velocity ellipsoids have been discussed by R. ROBB[5].

e) The Radial Velocities combined with other Attributes of the Stars.

22. The Space-Velocities. G. STRÖMBERG[6] has computed the space-velocities of 278 giant M stars from the proper motions, radial velocities, and spectroscopic parallaxes and their projections on three fundamental axes. The x-axis

[1] Cape Ann 10, Pt. 8, p. 104 (1928).
[2] Ark Mat Astr Fys 22B, No. 4 (1930).
[3] R A J 10, p. 289 (1933).
[4] Lund Medd Ser. II, No. 38 (1927).
[5] Lund Medd Ser. I, No. 133 (1933).
[6] Ap J 65, p. 238 (1927).

is the axis of preferential motion, the y-axis is the axis of asymmetry (MI, ciph. 18), the z-axis is nearly perpendicular to the galactic plane. Formulae for computing the effect of errors upon the velocity distribution are derived and applied. The distribution of the x-components is well represented by a normal error curve, the distribution of the y-components can be represented by a function of the type

$$A \cdot e^{-\alpha|y-c|-p(y-c)},$$

and shows no trace of discontinuity. Both the value of the asymmetry constant $p = +0{,}0206$ km./sec. and that of the constant $c = -9{,}0$ km./sec. are in good agreement with those found for groups in general (MI, ciph. 18, p. 44). The distribution of the z-component shows a large positive excess. For the motion of the sun the following elements were computed:

$$A = 281°{,}7, \quad D = +35°{,}5, \quad S = 19{,}8 \pm 1{,}0 \text{ km./sec.},$$

whereas from the radial velocities alone of 307 M-stars brighter than apparent magnitude 6,5 the elements

$$A = 279°{,}1, \quad D = +35°{,}2, \quad S = 23{,}4 \pm 1{,}6 \text{ km./sec.}$$

were obtained. Although the two apices agree well, there is an appreciable difference in the sun's velocity. This difference is connected with the fact that the parallactic motions give a smaller value for the mean parallaxes than the peculiar motions, provided that we use the higher value for the sun's velocity. The ratio of the two values obtained for the velocity of the sun would indicate that the absolute magnitudes need a systematic correction of $M = -0{,}57$. Such a correction is, however, difficult to reconcile with the results of a comparison between angular and linear peculiar motions. Systematic errors in the proper motions may be partly responsible for the difference. A small excess of stars of high radial velocity in the southern hemisphere would account for a part, or even the whole, of the effect. The nature of the general asymmetry in stellar motions is discussed and its continuous character is emphasized.

R. E. WILSON[1] has discussed the space-motions of 348 B0—B5-stars, the parallaxes of which were derived by a method described earlier[2]. The high velocity stars of these types show the same tendency as those of other types in the avoidance of motions towards the first galactic quadrant (MI, ciph. 18, p. 40). The value of the solar speed from the space-velocities, $S = 16{,}4$ km./sec., is considerably smaller than that derived from the radial velocities alone, $s = 21{,}2$ km./sec., which latter value is in good agreement with other determinations for these types (ciph. 11). The small value of S, obtained from the space-velocities, is believed to be due to the size of the proper motions. Accidental error and peculiar motions in the same direction as and exceeding the slight parallactic motions of these stars, when multiplied by the large parallax factors, combine in the mean to produce too small a value of the solar motion based upon the tangential motions and this, of course, carries into the space motions (compare STRÖMBERG's discussion above).

The solar motion relatively to the centre of inertia of the stars with absolute magnitudes $\leq +10^M$ and within 50 parsecs distance has been determined by R. KOUNITZKY[3]. He found

$$A = 284°, \quad D = +38°, \quad S = 30 \text{ km./sec.}$$

For the giant stars alone normal values of the elements were obtained, the inclusion of the dwarf stars increased both the coordinates of the apex and the sun's velocity, a consequence of the asymmetry.

[1] A J 37, p. 117 (1927). [2] A J 36, p. 49 (1925). [3] R A J 4, p. 44 (1927).

The velocity distribution from the space-velocities of 315 K-type stars has been investigated by M. KABURAKI[1]. J. M. MOHR[2] has given a catalogue of the space velocities of 519 G-type stars both in the equatorial and galactic systems, discussed the solar motion for different groups of space-velocities and the distribution laws of these velocities. The investigation was later on extended to other types[3]. A catalogue of 1937 space velocities, based on VOÛTE's "Second Catalogue of Radial Velocities" has been published by R. KLUMAK and F. HECHT[4]. From this material the position of the vertex was determined by R. KLUMAK[5], using a graphical method.

W. IWANOWSKA[6] has discussed the solar motion from 1821 space-velocities, grouped according to spectral type, absolute magnitude, and peculiar velocity.

The systematic motion of the stars has been treated by W. DZIEWULSKI[7], who also computed the velocity ellipsoids for the dwarf stars of large peculiar velocities[8]. He found a vertex direction nearly coinciding with the direction to the centre of the Galaxy. A similar investigation by J. JANTZEN[9], based on a larger material, yielded accordant results.

An extensive paper by R. E. WILSON and H. RAYMOND[10] treats the space motions of 4233 stars. As the condition of random distribution of the velocities is not even approximately filled, owing to stream motion and asymmetry, a single Maxwellian curve cannot represent the velocities, but by means of a series of such curves the observed velocity-distribution was well represented. The solar motion depends largely upon the relative number of stars with different speeds; weighting the data roughly according to the velocity frequencies the solar motion elements

$$A = 275^\circ{,}5, \quad D = +31^\circ{,}8, \quad S = 18{,}8 \text{ km./sec.}$$

were obtained. Preferential motion was found to be most pronounced among the A, F, K-giants and K, M-dwarfs, least evident among the B- and gM-stars; its mean direction was $l = 94^\circ{,}1$, $b = +13^\circ{,}4$. The progression in stellar velocities with increasing redness is a phenomenon confined to the main spectral sequence. The asymmetry in the stellar motions is well manifested, it was treated by two independent methods, giving concordant results for its general direction, viz. $l = 62^\circ$, $b = +6^\circ$, agreeing with STRÖMBERG's values $l = 61^\circ{,}5$, $b = +9^\circ$, derived from the radial velocities (MI, ciph. 18, p. 43). The lower limit of the solar motion is $A = 268^\circ{,}3$, $D = +21^\circ{,}8$, $S = 14{,}8$ km./sec., practically identical with the value obtained by STRÖMBERG, $A = 268^\circ{,}7$, $D = +22^\circ{,}0$, $S = 14{,}8$ km./sec. (MI, ciph. 18, p. 44). The material was also treated for the problems connected with galactic rotation (LI, ciph. 32, p. 1066).

The variation of the space-velocity with absolute magnitude of the stars of different spectral types has been discussed by S. HIRAYAMA[11].

J. M. MOHR[12], in an investigation of the space velocities of 1678 stars of spectral types B to M, has based his study on the motions relative to the system of globular clusters, which system is assumed not to partake in the rotational motion. In order to derive the components of this "real" motions from the corresponding space motion components relative to the sun, we must know the motion of the sun relative to the globular system. MOHR assumes a solar velocity

[1] Ann Obs Tokyo Appendix No. 14 (1926).
[2] B A (2) 5, p. 439 (1929); A N 236, p. 17 (1929).
[3] A N 237, p. 305 (1930).
[4] A N 238, p. 113 (1930).
[5] A N 251, p. 185 (1934).
[6] Vilno Bull No. 9 (1928).
[7] Vilno Bull No. 6 (1925); No. 8 (1926); No. 9 (1928); No. 11 (1930).
[8] Vilno Bull No. 10 (1929).
[9] Vilno Bull No. 11 (1930).
[10] A J 40, p. 121 (1930).
[11] Proc Imp Acad Tokyo 6, p. 36 (1930).
[12] M N 92, p. 562 (1932).

of 300 km./sec., for the longitude of the solar apex two values $l = 71°$ and $l = 55°$ were considered, and the stellar velocities calculated for both directions. In the course of the investigation it was found that the latter value of the longitude was the most probable one. Several interesting conclusions are made.

Some of MOHR's conclusions have been commented upon by MINEUR[1] who also outlines new methods for the study of the galactic rotation, involving investigation of the systematic space-velocity components (X, Y) parallel to the galactic plane as functions of position (x, y) (LII, ciph. 31). The methods are applied by MINEUR and GUINTINI[2] to the space-motions of the B-stars. The systematic velocities seem to be in reasonable conformity with the hypothesis LINDBLAD-OORT, no significant variation of the velocity with distance from the galactic plane was found. The velocity ellipsoid for the B-stars could be represented by an oblate spheroid, the flattening, in the plane of the Galaxy, is, however, very slightly pronounced. Further results are later on given by MINEUR[3]. The space-velocities of 527 A-stars have been discussed by CH. BERTAUD[4]. The velocity-ellipsoids of G-, K- and M-stars are treated by MINEUR and CAMICHEL[5].

R. ROBB[6] has investigated the velocity distribution of the A-stars with known proper motions and radial velocities. His method is an extension to the second order moments of a method for treating the proper motions and radial velocities in common, developed by GYLLENBERG and MALMQUIST[7] for the first order moments.

A. KOHLSCHÜTTER[8] has published tables in order to facilitate the computation of the space-motion components in the galactic system of coordinates. In a special table these components are given for all stars with radial velocities known at time.

---

[1] B A (2) 7, p. 383 (1933).
[2] B A (2) 8, p. 227 (1934).
[3] C R 198, pp. 1389, 1578 (1934).
[4] B A (2) 8, p. 337 (1934).
[5] C R 199, p. 262 (1934).
[6] M N 94, p. 406 (1934).
[7] Lund Medd Ser. I, No. 108 (1925).
[8] Bonn Veröff No. 22 (1930).

Band VI.

Kapitel 2.

Die veränderlichen Sterne.

Von

H. Ludendorff-Potsdam.

Mit 3 Abbildungen.

a) Allgemeines.

Für kein anderes Teilgebiet der Astrophysik sind im Laufe der letzten Jahre so viele Veröffentlichungen zu verzeichnen, wie für das der veränderlichen Sterne. Die folgende Darstellung der Fortschritte in der Erforschung dieser Objekte seit der schon 1927 erfolgten Drucklegung des Bandes VI unseres Handbuchs muß daher in sehr zusammengedrängter Form geschehen, um den zur Verfügung stehenden Raum nicht zu überschreiten.

3. Die Literatur über die veränderlichen Sterne. α) Lehrbücher. Solche sind neuerdings nicht erschienen, doch mögen hier die folgenden zusammenfassenden Darstellungen größeren Umfangs erwähnt werden:

G. Armellini, Le stelle variabili. Trattato di Astronomia Siderale 2, S. 221 bis 385. Bologna 1931.

P. ten Bruggencate, Die veränderlichen Sterne. Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften 10, S. 1—83. Berlin 1931.

L. Jacchia, Le stelle variabili. Pubbl. Oss. Bologna 2, S. 174—265. Bologna 1933.

Schließlich sei auch noch auf das Kapitel über veränderliche Sterne in C. H. Payne, The Stars of High Luminosity [Harvard Observatory Monographs Nr. 3 (1930)] hingewiesen.

β) Kataloge von Veränderlichen. Eine Fortsetzung der „Geschichte und Literatur der veränderlichen Sterne" wird von R. Prager bearbeitet. Der erste Band derselben ist Ende 1934 als Veröffentlichung der Sternwarte Berlin-Babelsberg unter folgendem Titel erschienen:

Geschichte und Literatur der veränderlichen Sterne. Zweite Ausgabe, enthaltend die Literatur der Jahre 1916—1933, von R. Prager. Erster Band. Andromeda bis Crux.

Die Sterne sind in diesem Werk alphabetisch nach den Sternbildern und innerhalb jedes dieser letzteren nach ihrer Bezeichnung im Argelanderschen System geordnet. Es sind alle Objekte aufgenommen, die bis Ende 1930 benannt, also als veränderlich anerkannt waren. Der vorliegende Band behandelt 1406 Veränderliche.

Neue Benennungslisten von Veränderlichen finden sich in den Astronomischen Nachrichten an folgenden Stellen:

Liste	Bd.	S.	Sterne
24. Liste.	Bd. 231,	S. 161	(120 Sterne)
25. „	„ 232,	S. 353	(194 „)
26. „	„ 234,	S. 377	(444 „)
27. „	„ 237,	S. 169	(370 „)
28. „	„ 240,	S. 233	(550 „)
29. Liste.	Bd. 244,	S. 1	(873 Sterne)
30. „	„ 247,	S. 121	(365 „)
31. „	„ 249,	S. 253	(256 „)
32. „	„ 251,	S. 257	(141 „)

Neue wichtige Kataloge aus den letzten Jahren sind:

S. D. TOWNLEY, A. J. CANNON, L. CAMPBELL, Harvard Catalogue of Long Period Variable Stars. Harv Ann 79, Part 3 (1928).

E. ZINNER, Verzeichnis von 2191 verdächtigen Sternen. Astr Abhandl, Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 1 (1929).

M. GÜSSOW und P. GUTHNICK, Katalog lichtelektrisch gemessener Sterne. Kl. Veröff d Sternw Berlin-Babelsberg Nr. 8 (1930).

R. PRAGER, Katalog von 2428 als veränderlich angezeigten Sternen. Astr Abhandl, Erg.-H. zu den A N 9, Nr. 3 (1934).

Der letztgenannte Katalog enthält diejenigen Objekte, für die das von den Entdeckern beigebrachte Material zu dürftig war, als daß eine Aufnahme in die Benennungslisten zulässig gewesen wäre.

Eine Liste von Veränderlichen, deren Beobachtung besonders erwünscht ist, hat A. A. NIJLAND in B A N 5, S. 243 (1930) gegeben. Einen Katalog der bisher bestimmten Parallaxen von Veränderlichen veröffentlichte P. PARENAGO im R A J 11, S. 29 (1934), einen solchen von Doppelsternen, deren eine Komponente veränderlich ist, L. PLAUT in B A N 7, S. 181 (1934).

γ) Ephemeriden der veränderlichen Sterne. Ein „Catalogue and Ephemeris of Short-Period Cepheids" für 1933—1934 und für 1934—1935 von W. ZESSEWITSCH ist im Bulletin des Astr Obs Leningrad Nr. 3 (1933) und Nr. 4 (1934) enthalten, und Ephemeriden für die Bedeckungsveränderlichen erscheinen seit einiger Zeit alljährlich in den Rocznik Astronomiczny des Krakauer Observatoriums. Die „Bimonthly Predictions" für die langperiodischen Veränderlichen erscheinen seit 1931 nicht mehr in den Harvard Observatory Bulletins, sondern in den Bulletins der American Association of Variable Star Observers.

δ) Karten veränderlicher Sterne und ε) Vergleichsternfolgen. Von J. G. HAGENS „Atlas Stellarum Variabilium" sind zwei neue Serien (VII A und VIII) in den Jahren 1927 und 1934 erschienen, die je 41 Karten enthalten. Die tschechische Astronomische Gesellschaft in Prag hat mit der Veröffentlichung eines neuen Atlas begonnen, dessen erste Lieferung Karten für 31 Veränderliche (meist rote unregelmäßige oder halbregelmäßige) bringt.

Karten und Vergleichsternfolgen für ein internationales Programm der Beobachtung von δ Cephei-Sternen finden sich in Harv Bull 883, S. 1 und 885, S. 20 (1931), Karten für Milchstraßenfelder mit vielen Veränderlichen in Harv Bull 885, S. 13 (1931) und 887, S. 6 (1932). In den „Mitteilungen der Sternwarte zu Sonneberg" sind viele Kärtchen und Vergleichsternfolgen für die dort entdeckten Veränderlichen veröffentlicht worden. Die vielen außerdem noch in Zeitschriften und anderen Publikationen erschienenen Karten und Vergleichsternfolgen können hier nicht aufgeführt werden.

ζ) Sammlungen von Beobachtungen veränderlicher Sterne. Auch von diesen können wir hier nur die wichtigeren zitieren; vor allem müssen wir hierbei auf die zahllosen Veröffentlichungen dieser Art in den Zeitschriften verzichten.

British Astronomical Association, Memoirs 28 (1929); 31 (1934).

M. BEYER, Beobachtungen und Untersuchungen des Lichtwechsels von 48 veränderlichen Sternen. Astr Abhandl, Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3 (1930).

S. EINBU (ENEBO), Beobachtungen veränderlicher Sterne, 10 und 11. Oslo 1927 und 1933.

M. ESCH, Beobachtungen veränderlicher Sterne. Sternw Valkenburg Veröff Nr. 1—5 (1930ff.).

P. GUTHNICK u. R. PRAGER, Beobachtungen veränderlicher Sterne. I. Kl Veröff Berlin-Babelsberg Nr. 4 (1927).

[E. HARTWIG], E. ZINNER, Die Bearbeitung von Hartwigs Beobachtungen veränderlicher Sterne. Bamberg Veröff 1, Heft 3 (1932).

W. HASSENSTEIN, Untersuchungen über einige halbregelmäßige veränderliche Sterne. Publ Astrophys Obs Potsdam Nr. 87 (1932).

F. C. JORDAN, Photographic Photometry with the Thirty-Inch Thaw Refractor. Publ Allegheny Obs 7 (1929).

[Lembang], Photographic Photometry of Variable Stars. Ann v d Bosscha Sterrewacht Lembang 2, Teil 2—4; 5, Teil 1 (1927—32).

R. PRAGER, Beobachtungen veränderlicher Sterne. II. Kl. Veröff Berlin-Babelsberg Nr. 6 (1929).

H. SHAPLEY, A Photographic Investigation of Twenty-five Southern Cepheid Variable Stars. Harv Repr 67 (1930).

[FR. A. TH. WINNECKE], E. ZINNER u. A. A. WACHMANN, Die Bearbeitung von Winneckes Beobachtungen veränderlicher Sterne. Bamberg Veröff 3 (1931).

G. ZACHAROV, Beobachtungen veränderlicher Sterne. Publ Astr Obs Tashkent 1, S. 33 (1928).

Von fortlaufenden Veröffentlichungen über veränderliche Sterne sind außer den im Handbuch bereits erwähnten u. a. folgende neue zu nennen:

Bulletin de l'Association Française d'Observateurs d'Étoiles Variables. Erscheint seit 1932 und bringt außer den Beobachtungen der genannten Gesellschaft, die früher im Bulletin de l'Observatoire de Lyon veröffentlicht wurden, auch sonstige Arbeiten über Veränderliche.

Verein von Freunden der Astronomie in Gorki (Nishni-Novgorod). Veränderliche Sterne. Forschungs- und Informationsbulletin. Diese Publikation erscheint seit 1928 und zeichnet sich durch reichen Inhalt aus.

Astronomical Society of Japan. Observations of Variable Stars. (Aus dem „Astronomical Herald" alljährlich besonders abgedruckt.)

New Zealand Astronomical Society. Variable Star Section. Circulars.

4. Die Nomenklatur der veränderlichen Sterne. R. PRAGER hat sehr nützliche „Tabellen zur Nomenklatur der veränderlichen Sterne" veröffentlicht[1]. Dieselben ermöglichen es z. B., für jeden definitiv benannten Veränderlichen seine provisorische Bezeichnung (z. B. X Andromedae = 3.1900), seine Harvard-Numerierung, seine Nummer in der B.D. und im DRAPER-Katalog festzustellen. Umgekehrt kann man auch zu jeder provisorischen Bezeichnung und zu jeder Harvard-Nummer sofort die definitive Bezeichnung entnehmen. Außerdem sind noch andere nützliche Tabellen gegeben.

Die seit der bolschewistischen Revolution in Rußland entdeckten Veränderlichen werden der Reihenfolge der Entdeckung nach durchnumeriert; vor die Nummer werden die Buchstaben SVS (Sowjetischer veränderlicher Stern) gesetzt. Diese Bezeichnung wurde 1932 eingeführt[2]; ein Verzeichnis der erst nachträglich in dieser Weise numerierten, von 1917—1932 in Rußland aufgefundenen Veränderlichen ist veröffentlicht worden[3].

6. Die Klassifikation der veränderlichen Sterne. In betreff der im Handbuch befolgten Klassifikation ist dort (S. 62) bemerkt worden, daß sie keineswegs beansprucht, endgültig zu sein. In der Tat scheinen sich schon jetzt gewisse, wenn auch nicht sehr einschneidende Änderungen und Ergänzungen als notwendig zu erweisen. Die U Geminorum-Sterne scheinen sich in zwei Klassen aufzuspalten (eigentliche U Geminorum-Sterne und Z Camelopardalis-Sterne), die aber einstweilen wohl noch zu einer Hauptklasse zusammengefaßt werden können [Näheres s. unter d)]. Von den μ Cephei-Sternen sondert sich die α Orionis-Klasse ab,

[1] Kl Veröff Sternw Berlin-Babelsberg Nr. 2 (1927).
[2] Gorki Bull 4, S. 62 (1932). [3] Gorki Bull 4, S. 87 (1933).

bei der über Helligkeitschwankungen sehr langer Periode kleine, unregelmäßige Schwankungen gelagert sind. Zu dieser Klasse gehört auch μ Cephei selbst. Weiter scheint R W Aurigae (vgl. Handbuch S. 172) zusammen mit einigen wenigen anderen Objekten (RR Tauri, RY und UX Orionis) eine besondere Klasse unregelmäßiger Veränderlicher zu bilden, die nach L. JACCHIA[1] als RR Tauri-Sterne bezeichnet werden mögen. Die Lichtschwankungen dieser Sterne gehen im allgemeinen rasch vor sich und sind nicht ganz unbedeutend. Näheres über diese und die α Orionis-Sterne werden wir unter f) mitteilen.

Versuche zu neuen Klassifikationen sind von K. LUNDMARK, B. STICKER und L. JACCHIA gemacht worden; alle drei lehnen sich an die im Handbuch gebrauchte Klassifikation an.

K. LUNDMARK[2] stellt folgendes Schema auf, wobei von den Bedeckungsveränderlichen abgesehen ist:

A. Neue Sterne.
B. U Geminorum-Sterne.
C. RV Tauri-Sterne.
D. R Coronae-Sterne.
} Lichtwechsel nicht periodisch, aber zyklisch.

E. Langperiodische Veränderliche.
  a) α Orionis-Sterne.
  b) Mira-Sterne.
F. Kurzperiodische Veränderliche.
  a) Rötliche oder langperiodische Cepheiden (Periode $>9^d$).
  b) Klassische Cepheiden (Periode 2^d bis 9^d).
  c) Kurzperiodische Cepheiden.
} Lichtwechsel periodisch.

G. Unregelmäßige Veränderliche.

Die Einteilung ist, abgesehen davon, daß die schon oben erwähnten α Orionis-Sterne hinzukommen, im wesentlichen dieselbe wie im Handbuch, nur die Anordnung ist anders. Unter zyklischen Veränderlichen sind solche verstanden, deren Lichtwechsel zwar keine wirkliche Periode besitzt, aber doch gewisse Zyklen erkennen läßt. Die Einreihung der R Coronae-Sterne in diese Klasse ist sehr bedenklich, und auch die der Novae ist nicht frei von Willkür, ja selbst für die Nova-ähnlichen Veränderlichen, die LUNDMARK augenscheinlich zu den Novae rechnet, scheint die Berechtigung dieser Einreihung nicht erwiesen zu sein. Auch die Notwendigkeit der Trennung der Unterklassen a und b bei den δ Cephei-Sternen ist noch nicht völlig begründet, wie unter h) zu erörtern sein wird.

Schließlich trennt LUNDMARK von der U Geminorum-Klasse noch die Z Camelopardalis-Klasse ab, die schon oben erwähnt wurde.

B. STICKER[3] schlägt folgende Einteilung vor, wobei der Begriff „zyklisch" in besonderer Weise definiert wird:

A. Zyklische Veränderliche (nicht periodische, synchrone Änderungen der Gesamtemission und der Linienintensitäten).
  I. Nova-ähnliche Veränderliche. II. U Geminorum-Sterne. III. R Coronae-Sterne. IV. μ Cephei-Sterne.
B. Periodische Veränderliche (periodische, synchrone Änderungen der Gesamtemission, der Linienintensitäten, Temperatur und Radialgeschwindigkeit).
  V. Mira-Sterne. VI. RV Tauri-Sterne. VII. δ Cephei-Sterne. VIII. RR Lyrae-Sterne. IX. β Cephei-Sterne.
C. Bedeckungsveränderliche.

[1] Publ Oss Bologna 2, S. 191 (1933).
[2] Pop Astr Tidskrift 3, S. 87 (1932).
[3] Himmelswelt 43, S. 89 (1933).

Die mit römischen Ziffern bezeichneten Unterklassen sind dieselben wie im Handbuch, nur sind die RR Lyrae-Sterne (kurzperiodischen δ Cephei-Sterne) von den übrigen δ Cephei-Sternen abgezweigt, und von den RR Lyrae-Sternen noch die β Cephei-Sterne, die im Handbuch bei den ersteren behandelt werden.

Zu der STICKERschen Einteilung in die Gruppen A und B ist zu bemerken, daß wir über die Änderungen der Linienintensitäten besonders bei den Klassen II und III erst sehr wenig wissen. Die RV Tauri-Sterne als periodisch schlechthin zu bezeichnen, ist wohl kaum zulässig.

L. JACCHIA[1] legt der von ihm vorgeschlagenen Klassifizierung gleichfalls die im Handbuch befolgte zugrunde; indessen trennt er die β Cephei-Sterne als besondere Klasse von den δ Cephei-Sternen ab und ersetzt die Klasse der μ Cephei-Sterne durch die Klasse „Halbregelmäßige oder unregelmäßige Veränderliche mit Spektren ohne Emissionslinien". Als neue Klassen führt er die Z Camelopardalis- und die RR Tauri-Sterne ein, von denen schon oben die Rede war.

8. Die Anzahl der veränderlichen Sterne. Die Zahl der bekannten veränderlichen Sterne hat in den letzten Jahren ganz außerordentlich stark zugenommen. Wir verdanken das zum großen Teil der von H. SHAPLEY[2] organisierten Durchforschung der Milchstraße nach veränderlichen Sternen, deren Resultate man in den Harvard-Bulletins findet, und der von P. GUTHNICK[3] ins Leben gerufenen Überwachung des Nordhimmels auf den Sternwarten Neubabelsberg, Sonneberg und Bamberg, deren Ergebnisse in den A N veröffentlicht werden. Aber auch andere Astronomen, z. B. die der Leidener Sternwarte, die Aufnahmen der Sternwarte in Johannesburg dabei benutzen (Ergebnisse in den B A N), haben wesentlich zu den Neuentdeckungen beigetragen, die natürlich so gut wie ausschließlich auf photographischem Wege gemacht werden. So enthalten denn PRAGERS Ephemeriden für 1934 schon 6081 Veränderliche. Eine Abzählung derselben nach den verschiedenen Klassen hat I. YAMAMOTO vorgenommen[4]. Danach sind von den Veränderlichen, bei denen die Art des Lichtwechsels schon bekannt ist, 44% langperiodisch, 12% unregelmäßig, 24% δ Cephei-Sterne und 20% Bedeckungsveränderliche. Die Ephemeriden für 1935 zählen noch 140 Veränderliche mehr als die für 1934.

Interessant ist es, für verschiedene Himmelsfelder die prozentuale Verteilung der verschiedenen Klassen von Veränderlichen festzustellen. Von solchen Untersuchungen erwähnen wir die zweier Felder in Sagitta und Cygnus von W. BAADE[5], die von drei Feldern in Lacerta, Orion und Canis minor von C. HOFFMEISTER[6] sowie die in den Harvard-Bulletins[7] veröffentlichten Ergebnisse für einige Felder des erwähnten Programms von SHAPLEY. Von letzteren führen wir in der folgenden Tabelle 1 für einige Felder die gefundenen Zahlen an. In der obersten Zeile stehen die Nummern der Felder und die Positionen ihrer Mitten nach Rektaszension und Deklination. Das Feld Nr. 213 liegt weit außerhalb der Milchstraße. Eine Übersicht für einige weitere Felder hat H. H. SWOPE gegeben[8].

C. HOFFMEISTER macht darauf aufmerksam, daß die Zahl der langperiodischen Veränderlichen in verschiedenen Feldern der Milchstraße sehr verschieden ist. In Feldern in Orion und Canis minor machen sie nur 7%, in Feldern in Cygnus, Lyra und Ophiuchus aber 45% der aufgefundenen Veränderlichen aus.

[1] Pubbl Oss Bologna 2, Nr. 14 (1933).
[2] Wash Nat Ac Proc 14, S. 825 (1928) = Harv Repr 51.
[3] Sitzber d Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl. 1928, XX.
[4] Kwasan Obs Bull 274 (1934). [5] A N 232, S. 65 (1928).
[6] A N 232, S. 153 (1928); 238, S. 17 (1930).
[7] Harv Bull 874 (1930); 883 (1931); 884 (1931) u. a.
[8] Pop Astr 38, S. 412 (1930).

Tabelle 1.

Feld	Nr. 167 $13^h 31^m, -53°,8$	Nr. 169 $14^h 2^m, -68°,3$	Nr. 175 $16^h 1^m, -60°,5$	Nr. 213 $22^h 18^m, -22°,6$
Zahl der Veränderlichen	151	137	289	37
Langperiodische Veränderliche	30%	48%	35%	14%
Kurzperiodische δ Cephei-Sterne	22	18	21	40
Langperiodische δ Cephei-Sterne	—	2	—	—
Kurzperiodische Veränderliche von unbestimmten Typen	19	11	18	14
Unregelmäßig oder unbestimmt	8	5	9	2
Bedeckungsveränderliche	21	16	17	30

Bei solchen statistischen Untersuchungen ist natürlich sehr wohl zu bedenken, daß gewisse Arten von Veränderlichen, z. B. die Bedeckungsveränderlichen, viel schwerer aufzufinden sind als andere, z. B. die langperiodischen. Mit den hiermit in Verbindung stehenden und ähnlichen bei der Entdeckung von Veränderlichen in Betracht kommenden Wahrscheinlichkeitsproblemen haben sich H. I. GRAMATZKI[1], B. P. GERASIMOVIČ[2], C. HOFFMEISTER[3] und E. ÖPIK[4] beschäftigt.

b) Die Nova-ähnlichen Veränderlichen.

10. Die einzelnen Nova-ähnlichen Veränderlichen. 2. *η Carinae.* Das Spektrum dieses Sterns besteht jetzt hauptsächlich aus Emissionslinien, die zum Teil mit Linien des H und des ionisierten Fe sowie mit einiger Wahrscheinlichkeit auch solchen des ionisierten Ti und Cr zu identifizieren sind. P. W. MERRILL[5] gelang es nun, die meisten bisher nicht identifizierten Linien mit verbotenen Linien, die von metastabilen Zuständen des ionisierten Fe-Atoms herrühren, zu identifizieren; wahrscheinlich ist das Auftreten dieser Linien durch sehr geringe Dichte zu erklären. H. SPENCER JONES[6] gibt ein Verzeichnis der Emissionslinien für einen weiteren Spektralbereich (von λ 3938 bis λ 6562) mit ihren Identifizierungen. B. J. BOK[7] und D. HOFFLEIT[8] untersuchten ältere Spektralaufnahmen des Harvard-Observatoriums.

3. *RS Ophiuchi.* Dieser Stern leuchtete im August 1933 Nova-artig zu einem hellen Maximum (Größe 4,3 am 12. August) auf, das die früheren Maxima weit übertraf; er wird daher nunmehr auch als Nova 3 Ophiuchi bezeichnet. Nach diesem Maximum nahm er rasch an Helligkeit wieder ab[9]. Die Beschaffenheit des Spektrums bald nach dem Maximum und die in ihm vorgehenden Änderungen waren ähnlich wie bei einer normalen Nova, doch wurden die großen Violettverschiebungen der Absorptionslinien, die in den früheren Stadien eines Nova-Spektrums aufzutreten pflegen, nicht beobachtet. Wegen der komplizierten Einzelheiten muß auf die Originalarbeiten von W. S. ADAMS und A. H. JOY[10], W. H. WRIGHT und F. J. NEUBAUER[11], CHR. WESTGATE[12], D. B. MCLAUGHLIN[13], R. MÜLLER[14], A. COLACEVICH[15] sowie O. C. WILSON und E. G. WILLIAMS[16] verwiesen werden.

[1] A N 233, S. 103 (1928).
[2] C R d l'Acad d l'URSS 1931, S. 93.
[3] A N 250, S. 397 (1933).
[4] Harv Circ 393 (1934).
[5] Ap J 67, S. 391 (1928) = Mt Wilson Contr 354; Publ A S P 39, S. 363 (1927).
[6] M N 91, S. 794 (1931).
[7] Pop Astr 38, S. 399 (1930).
[8] Harv Bull 893, S. 11 (1933).
[9] Lichtkurven z. B. Harv Bull 893, S. 10 (1933); Mem S A It 8, S. 235 (1934).
[10] Publ A S P 45, S. 249 (1933).
[11] Publ A S P 45, S. 252 (1933).
[12] Ap J 78, S. 372 (1933).
[13] Publ Obs Univ Michigan 5, S. 119 (1933).
[14] A N 249, S. 403; 250, S. 143 u. 175 (1933).
[15] Rend Accad Lincei 18, S. 307 (1933).
[16] Ap J 80, S. 344 (1934).

Eine große Überraschung brachte das Spektrum von RS Oph dadurch, daß einige Linien der Sonnenkorona in ihm auftauchten, wie zuerst W. S. ADAMS und A. H. JOY[1] mit Hilfe einer Aufnahme vom 2. Oktober 1933 konstatierten. Es handelt sich um die rote Linie λ 6374 und die grüne λ 5303 sowie um die Linien λ 4231, 4086 und 3987. Das Vorhandensein der grünen Linie konnte R. MÜLLER[2] nachträglich schon auf Spektralplatten vom Anfang September feststellen. Es sind damit zum ersten Male Spektrallinien der Sonnenkorona in einem Sternspektrum gefunden worden.

Eine auf dem Mt. Wilson erhaltene Spektralaufnahme aus dem Jahre 1923 hatte ein Absorptionsspektrum etwa der Klasse G5 mit darübergelagerten hellen Linien des H und des Fe^+ ergeben[3]. Im April und Mai 1934 hatte das Spektrum ungefähr dasselbe Aussehen, doch war auch N_1 hell vorhanden[4].

4. P Cygni. CH'ING-SUNG YÜ[5] findet, daß im Spektrum von P Cyg die kontinuierliche Emission des H am Ende der BALMER-Serie, die andere Sterne von frühem Spektraltypus mit hellen Linien des H zeigen, völlig fehlt. Die brechbareren Teile des Spektrums sind schwach, verglichen mit denen eines A-Sternes. B. P. GERASIMOVIČ[6] untersucht die Änderungen der Linien des H und findet[7] durch spektralphotometrische Untersuchung des kontinuierlichen Spektrums eine sehr niedrige effektive Temperatur, etwa der eines F0-Sternes entsprechend. C. S. BEALS[8] berechnet dagegen auf Grund spektralphotometrischer Messungen unter Anwendung einer Theorie von ZANSTRA eine sehr hohe Temperatur. J. DUFAY[9] diskutiert das Problem der Temperatur von P Cyg und hebt besonders hervor, daß die Intensitätskurve des Spektrums sehr stark von der eines schwarzen Körpers abweicht. Weitere Arbeiten über das Spektrum von P Cyg haben C. T. ELVEY[10] (vgl. Bemerkungen dazu von GERASIMOVIC[11]), W. J. WILLIAMS[12], H. F. SCHWEDE[13] geliefert.

Listen von Sternen, die ein Spektrum ähnlich dem von P Cyg besitzen, geben P. W. MERRILL und C. G. BURWELL[14] sowie D. HOFFLEIT[15]. Eine relativ große Zahl von diesen Sternen ist veränderlich; es befinden sich darunter die beiden R Coronae-Sterne Z CMa und XX Oph, der Bedeckungsveränderliche GG Car, die schwachen Begleiter der Mira-Sterne *o* Cet und R Aqr sowie die Veränderlichen AG Car, S Dor (zur Großen MAGELLANschen Wolke gehörig) und AG Peg, über deren Lichtwechsel erst sehr wenig bekannt ist.

5. Z Andromedae. Eine eingehende Untersuchung des Spektrums rührt von H. H. PLASKETT[16] her. In den Jahren 1923—1927, über die sich die Spektralaufnahmen erstrecken, ist der Stern nur wenig veränderlich gewesen. Das Spektrum zeigt keine Absorptions-, wohl aber zahlreiche Emissionslinien, von denen 99 (unter 111) identifiziert werden konnten. Nach dem durchschnittlichen Grade der Ionisation klassifiziert, zerfallen diese Linien in zwei Gruppen, nämlich einen stellaren Teil (hauptsächlich H, He I, Mg II und Fe II) und einen nebularen Teil (He II, N III und „Nebulium", hauptsächlich O III). Die Linien der letzteren Gruppe sind länger als die der ersten und rühren von einer Nebelhülle mit einem Durchmesser von $0'',6$ her. Beide Gruppen von Linien ergeben etwas verschiedene Radialgeschwindigkeiten.

---

[1] Publ A S P 45, S. 301 (1933).
[2] A N 250, S. 175 (1933).
[3] Publ A S P 39, S. 366 (1927).
[4] Publ A S P 46, S. 223 (1934).
[5] Publ A S P 39, S. 112 (1927).
[6] Harv Bull 852, S. 16 (1927).
[7] Harv Bull 857, S. 15 (1928).
[8] M N 92, S. 677 (1932); Obs 57, S. 319 (1934).
[9] J O 15, S. 45 (1932).
[10] Ap J 68, S. 416 (1928).
[11] Harv Bull 867, S. 16 (1929).
[12] Pop Astr 39, S. 22 (1931).
[13] Ap J 77, S. 348 (1933).
[14] Ap J 78, S. 133 (1933) = Mt Wilson Contr 471.
[15] Harv Bull 892, S. 19 (1933).
[16] Publ Obs Victoria 4, S. 119 (1928).

Die Intensitätsverteilung im kontinuierlichen Spektrum wurde photometrisch untersucht; es ergab sich eine sehr niedrige effektive Temperatur von 5200°.

F. S. HOGG[1] wies das Vorhandensein der Absorptionsbanden des Titanoxyds im Spektrum von Z And nach, die an Intensität zunahmen, als der Stern an Helligkeit um eine Größenklasse abnahm.

Ein ähnliches Spektrum wie Z And haben nach P. W. MERRILL[2] AX Per, C I Cyg und RW Hya. AX Per zeigt nach einer Lichtkurve von E. M. LINDSAY[3] sehr unregelmäßige Lichtschwankungen von etwa 4^M, CI Cyg nach P. PARENAGO[4] solche von etwa 3^M, während RW Hya nach I. YAMAMOTO[5] ein langperiodischer Veränderlicher ($P = 370^d$) mit geringer Amplitude ($1^M,2$) ist.

Zu den Nova-ähnlichen Veränderlichen rechnet L. JACCHIA[6] auch UZ Tau, CM Aql und CL Sco; es sei hier auf seine Ausführungen verwiesen. Für den letztgenannten Stern veröffentlichte W. J. LUYTEN[7] eine Lichtkurve für etwa 1890—1927. Er hält ihn für einen Übergangstypus zwischen den Nova-ähnlichen Veränderlichen und der U Geminorum-Klasse.

Über das Spektrum von RY Sct, der (Handbuch S. 70) vielleicht gleichfalls hierher gehört, hat P. W. MERRILL[8] weitere Angaben veröffentlicht.

Nova-ähnlich ist vielleicht auch FN Sgr[9]. Von EP Car hat E. HERTZSPRUNG ein zweites Maximum beobachtet[10]; es ist noch unsicher, zu welcher Klasse von Veränderlichen dieser Stern und DH Car zu rechnen sind (vgl. Handbuch S. 70).

c) Die Veränderlichen der R Coronae-Klasse.

13. Die sicher oder höchst wahrscheinlich zur R Coronae-Klasse gehörigen Veränderlichen. Nachweise über wichtigere neuere Literatur finden sich in der Tabelle auf S. 623. Im einzelnen ist zu dieser neuen Tabelle und zu den Ausführungen im Handbuch noch folgendes zu bemerken:

1. R Coronae borealis. L. JACCHIA[11] vertritt die Ansicht, daß die Maximalhelligkeit kleinen, ziemlich rasch verlaufenden Schwankungen um einige Zehntel der Größenklasse unterworfen ist. — Das Spektrum ist von L. BERMAN[12] weiter untersucht worden. Aus sieben 1932 aufgenommenen Platten ergaben sich Radialgeschwindigkeiten von +21,4 bis +27,0 km, in Übereinstimmung mit früheren Potsdamer Ergebnissen. BERMAN schließt, daß die Atmosphäre des Sterns fast ganz aus Kohlenstoff besteht, von dem zur Zeit des Helligkeitsmaximums weniger als 2% ionisiert sind. Zu der allgemeinen Opazität trägt dann der Kohlenstoff nur wenig bei. Wenn aber die Temperatur plötzlich um 2000° steigt, so bewirken der Kohlenstoff und die einfach ionisierten Metalle von ähnlichem Ionisationspotential eine starke Opazität, verbunden mit den spektroskopischen Erscheinungen, die den Lichtwechsel begleiten. (Für diese Anschauung spricht, daß die beiden R Coronae-Sterne S Aps und RS Tel ein R-Spektrum besitzen, also auch reich an Kohlenstoff sind.) R Coronae wäre also eine Art inverser Nova. Nähere Einzelheiten über seine Untersuchungen hat BERMAN noch nicht veröffentlicht. — Nach T. E. STERNE[13] ist R CrB ein „ideal unregelmäßig Veränderlicher“.

---

[1] Publ A S P 44, S. 328 (1932); Publ Amer Astr Soc 8, S. 14 (1934).
[2] Ap J 77, S. 44 (1933) = Mt Wilson Contr 460.
[3] Harv Bull 888, S 22 (1932).
[4] Gorki Bull 4, S. 276 (1934).
[5] Harv Bull 810, S. 4 (1924).
[6] Pubbl Oss Bologna 2, S. 183 (1933).
[7] Harv Bull 852, S. 4 (1927).
[8] Ap J 67, S. 179 (1928) = Mt Wilson Contr 349.
[9] Harv Bull 861, S. 8 (1928).
[10] B A N 4, S. 172 (1928).
[11] Pubbl Oss Bologna 2, S. 243 (1933).
[12] Publ A S P 45, S. 55 (1933); 46, S. 60 (1934); Publ Amer Astr Soc 7, S. 212 (1933).
[13] Harv Bull 896, S. 17 (1934).

2. X Persei. Die Behauptung von N. W. McLEOD[1], daß X Persei kurzperiodisch veränderlich sei ($P = 5^d,9$), bedarf der Bestätigung.

3. T Tauri. Die in der Tabelle angeführte Lichtkurve von M. ESCH in Valkenburg scheint die Zugehörigkeit von T Tau zur R Coronae-Klasse zu bestätigen.

5. T Orionis hat nach L. JACCHIA (vgl. Tabelle) eine Lichtkurve, die in ihrem Aussehen durchaus der für die R Coronae-Sterne charakteristischen entspricht; nur gehen die Änderungen der Helligkeit rascher vor sich als bei normalen R Coronae-Sternen. Die Maximalhelligkeit scheint nicht ganz konstant zu sein.

11. U Lupi ist nach D. J. K. O'CONNELL[2] aus der Liste der R Coronae-Sterne zu streichen; dieser Stern scheint zwischen den photographischen Größen 10,8 und 13,2 ziemlich unregelmäßig veränderlich zu sein.

12. RT Serpentis. Nachdem die Helligkeit 1914—1923 im wesentlichen konstant gewesen war ($10^M,5$ phot.), nahm sie seitdem langsam ab und war Mitte 1927 $12^M,3$. Seitdem ist der Stern nach Beobachtungen der American Association of Variable Star Observers schwach geblieben unter ziemlich geringen Schwankungen. Das Spektrum ist auf dem Mt. Wilson weiter beobachtet worden (vgl. Tabelle) und zeigt komplizierte Veränderungen. Mitte 1931 traten die Nebellinien auf.

13. XX Ophiuchi. Das Spektrum ist von P. W. MERRILL eingehend untersucht worden (vgl. Tabelle). Wegen der zahlreichen Emissionslinien von Fe II bezeichnet MERRILL diesen Stern als „Iron Star". In dem Spektrum gehen starke und merkwürdige Änderungen vor sich, und zwar auch während der Zeit konstanter Maximalhelligkeit. Manche Vorgänge im Spektrum erinnern an solche bei Neuen Sternen.

14. RY Sagittarii. L. JACCHIA[3] meint, daß sich über die großen Helligkeitsschwankungen solche von einigen Zehnteln der Größenklasse und mit einer Periode von durchschnittlich $38^d,6$ lagern, die dauernd bestehen bleiben.

Weitere Sterne, die nach neueren Feststellungen höchst wahrscheinlich zur R Coronae-Klasse gehören, sind in der Tabelle verzeichnet. Wir können hier nicht näher auf sie eingehen, sondern verweisen auf die Literaturangaben in der Tabelle.

14. Sterne, die vielleicht zur R Coronae-Klasse gehören. 1. R Monocerotis. Über die Änderungen in dem Nebel bei R Mon vgl. C. O. LAMPLAND in Publ A S P 43, S. 296 (1931).

3. TX Ophiuchi ist zu streichen. Dieser Veränderliche ist nach B. P. GERASIMOVIČ[4] ein RV Tauri-Stern.

Es gibt noch einige weitere Veränderliche, die der Zugehörigkeit zur R Coronae-Klasse verdächtig sind. Es würde zu weit führen, sie aufzuzählen. Für alle diese Sterne liegen erst wenige Beobachtungen vor. Stark ist der Verdacht bei dem eingehender untersuchten Stern V Pyx[5].

15. Allgemeines über die R Coronae-Sterne. Die folgende Tabelle 2 enthält in alphabetischer Anordnung diejenigen Sterne, die sicher oder höchst wahrscheinlich zur R Coronae-Klasse gehören. Ein Sternchen beim Namen des Veränderlichen weist darauf hin, daß dieser schon in der entsprechenden Liste im Handbuch (S. 81) vorkommt. *g* ist der ungefähre Abstand vom galaktischen Äquator. Die letzte Spalte enthält Zitate der wichtigeren neuen Literatur; Lk. bedeutet Lichtkurve. Angaben über die Spektren von AB Aur, Z CMa, XX Oph, X Per, RT Ser finden sich auch in Ap J 78, S. 87 (1933) = Mt Wilson

[1] Pop Astr 41, S. 286 (1933).
[2] Harv Bull 893, S. 21 (1933).
[3] Pubbl Oss Bologna 2, S. 243 (1933).
[4] Harv Bull 847, S. 22 (1927).
[5] Harv Bull 868, S. 20 (1929).

Contr 471. Außer R CrB liegt nur der Stern W Men, der der Großen MAGELLANschen Wolke angehört, in höherer galaktischer Breite.

Tabelle 2. Verzeichnis der R Coronae-Sterne.

Stern	g	Spektrum	Literatur
S Aps* . . .	12°	R3	Lk in Harv Circ†. Lk von 1890 an Harv Bull 868.
AB Aur* . .	8	A0ep	A N Erg.-H. 8, Nr. 3, S. 73. Spektrum Ap J 77, S. 103 = Mt Wilson Contr 462.
Z CMa* . . .	1	Bep	A N Erg.-H. 8, Nr. 3, S. 72. Spektrum Ap J 65, S. 291 = Mt Wilson Contr 334.
UW Cen* . .	9	K	—
DY Cen. . .	9	—	Harv Bull 874, S. 15 (HV Nr. 4749).
SY Cep* . .	5	—	—
AE Cir . . .	8	—	Harv Bull 883, S. 26 (HV Nr. 5112) und S. 29.
R CrB* . . .	50	cG0ep	Lk in Harv Circ†. Lk 1852—1932 Pubbl Oss Bologna 2, S. 242.
W Men . . .	31	—	Harv Bull 846, S. 33 In der Großen MAGELLANschen Wolke.
VY Mon . .	0	—	A N 238, S. 29 (272.1928 Mon). Steht in einer Dunkelwolke.
Y Mus . . .	2	—	Lk Harv Bull 861.
RT Nor . . .	6	—	Harv Bull 884, S. 17 u. 19.
XX Oph* . .	11	Bep	Harv Bull 868, S. 11. Spektrum Ap J 75, S. 133 = Mt Wilson Contr 444.
T Ori* . . .	19	—	Lk Pubbl Oss Bologna 2, S. 13 u. 244; Harv Circ†.
X Per* . . .	16	B0pe	A N 251, S. 253; 252, S. 326.
RX Pup* . .	3	pec	—
RS Sge . . .	5	—	A N 232, S. 67.
SV Sge . . .	4	—	Gorki Bull 4, S. 316.
RY Sgr* . .	21	G0ep	Lk in Harv Circ†. Lk 1920—1932 Pubbl Oss Bologna 2, S. 244.
GU Sgr . . .	5	—	Harv Bull 852, S. 4 (HV 4053).
RT Ser*. . .	9	cA8pe	Harv Bull 851, S. 3. Spektrum Publ A S P 40, S. 252; 43, S 353.
T Tau* . . .	20	Gpe	Lk 1861—1930 Veröff Sternw Valkenburg Nr. 2, S. 111.
RY Tau. . .	16	F8	Liegt an der Spitze eines kleinen Nebels. A N 239, S. 221; Lk A N 244, S. 313; 251, S. 182. Spektrum Ap J 56, S. 182 = Mt Wilson Contr 241.
SU Tau* . .	3	G0e	Lk in Harv Circ†. Lk 1916—1932 Pubbl Oss Bologna 2, S. 242.
RS Tel . . .	14	R0	Lk 1889 bis 1927 Harv Bull 861.

† Nr. 319, 330, 344, 354, 361, 376, 382, 395.

d) Die Veränderlichen der U Geminorum-Klasse (nebst denen der Z Camelopardalis-Klasse).

16. Definition der U Geminorum-Sterne und der Z Camelopardalis-Sterne. Schon A. A. NIJLAND[1] mißbilligt es, daß im Handbuch Sterne wie Z Cam zu den U Geminorum-Sternen gerechnet worden sind. Näher ist dann L. JACCHIA[2] auf den Unterschied zwischen den U Geminorum-Sternen und den Z Cam-ähnlichen Veränderlichen eingegangen. Nach dem heutigen Stande der Kenntnis wird es sich in der Tat empfehlen, die Sterne der letzteren Art von den U Geminorum-Sternen als besondere Klasse abzusondern. Freilich werden oft längere Beobachtungsreihen nötig sein, um zu entscheiden, welcher dieser beiden Klassen ein Veränderlicher angehört. Als charakteristisch für die U Geminorum-Klasse sehen wir das längere Verharren in einem konstanten oder nahezu konstanten Minimum an, das durch ein in unregelmäßigen (aber doch Anzeichen einer gewissen Regelmäßigkeit verratenden) Intervallen er-

[1] A N 233, S. 298 (1933). [2] Pubbl Oss Bologna 2, S. 5 u. 188 (1933).

folgendes Aufleuchten unterbrochen wird. Das Aufleuchten geht meist sehr rasch vor sich, die Helligkeitsabnahme langsamer.

Bei den Z Camelopardalis-Sternen geht nach L. JACCHIA der Lichtwechsel wie folgt vor sich: Das Minimum dauert nur kurze Zeit, nicht viel länger als das Maximum. Die Unregelmäßigkeiten der Lichtkurve sind größer als bei den U Geminorum-Sternen, die Helligkeitsamplitude ist durchschnittlich kleiner (2 bis 3 Größenklassen). Manchmal hört im Helligkeitsabstieg der Lichtwechsel plötzlich auf, und die Helligkeit bleibt dann längere Zeit nahezu konstant, und zwar näher der Maximal- als der Minimalhelligkeit (bei TZ Per dauert diese stationäre Phase manchmal 200^d, bei RX And 100^d). Es folgt dann ein rascher Abfall zu einem Minimum. In verschiedenen stationären Phasen hat ein bestimmter Veränderlicher dieser Art stets ungefähr dieselbe Größe. Besser als diese Beschreibung erläutert Abb. 1 diese Art des Lichtwechsels.

Abb. 1. Lichtkurve von Z Camelopardalis nach L. JACCHIA.

Wegen des besseren Anschlusses an den Text des Handbuchs behandeln wir hier die beiden Klassen von Veränderlichen gemeinsam, zumal an ihrer Verwandtschaft wohl kaum zu zweifeln ist.

17. Die einzelnen U Geminorum- und Z Camelopardalis-Sterne. 4. SS Aurigae. Ende 1928 trat eine große Störung des Lichtwechsels ein, ähnlich der bei SS Cyg im Jahre 1907; es folgten nämlich mehrere anomale Maxima mit langsamem Aufstieg aufeinander. Eine Lichtkurve für diese Störungsperiode gibt L. JACCHIA[1]. In den letzten Jahren überwogen die kurzen Maxima.

5. U Geminorum. Nach F. DE ROY[2] wurde 1925 zum ersten Male die Regel durchbrochen, daß lange und kurze Maxima regelmäßig abwechseln; es folgten damals nämlich zwei kurze Maxima unmittelbar aufeinander. — Der Farbenindex beträgt nach B. P. GERASIMOVIČ und C. H. PAYNE[3] $+0^M,3$ im Maximum, $+0^M,6$ im Minimum der Helligkeit.

6. SU Ursae majoris. Nach C. HOFFMEISTER[4] bestätigt sich die Vermutung, daß man auch bei diesem Stern lange und kurze Maxima zu unterscheiden habe.

7. Z Camelopardalis. Der Lichtwechsel ist schon oben (unter Ziff. 16) beschrieben worden.

10. SS Cygni. Kritische Bemerkungen zu den im Handbuch (S. 87) erwähnten Arbeiten von E. T. WHITTAKER und D. GIBB macht J. V. D. BILT[5]. Statistische Untersuchungen über die verschiedene

[1] Pubbl Oss Bologna 2, S. 5 u. 189 (1933).
[2] J B A A 41, S. 282 (1931); 43, S. 169 (1933).
[3] Harv Bull 889, S. 3 (1932).
[4] B Z 1928, S. 22. [5] B A N 4, S. 150 (1928).

Länge der Zyklen und andere Eigenschaften der Lichtkurve macht W. E. KRUYTBOSCH[1]. Eine Gesamtdiskussion des Lichtwechsels vom Beginn der Beobachtungen (1896) an bis 1933 gibt L. CAMPBELL[2]. Eine über 1896 bis 1933 sich erstreckende Lichtkurve ist CAMPBELLS Arbeit beigefügt. Das ganze für SS Cyg vorliegende Material ist neuerdings von L. CAMPBELL und T. E. STERNE[3] bearbeitet worden, wobei sich interessante Regeln ergeben haben. Von B. P. GERASIMOVIČ und C. H. PAYNE[4] wurde der Farbenindex bestimmt zu $+0^M,1$ in den flachen, $-0^M,1$ in den spitzen Maxima, $+0^M,3$ in den Minima; die beiden Autoren machen auch einige Angaben über das Spektrum.

11. RU Pegasi. Für diesen Stern hat A. A. NIJLAND[5] eine große Beobachtungsreihe veröffentlicht. Auch hier sind lange, kurze und anomale Maxima zu unterscheiden; für die langen und die kurzen gibt NIJLAND mittlere Lichtkurven. Die Abstände der Maxima scheinen zwischen 38^d und 97^d zu liegen, doch sind weitere Beobachtungen nötig.

18. Allgemeines über die U Geminorum- und Z Camelopardalis-Sterne. Die folgende Tabelle 3 enthält die zur Zeit sicher oder höchst wahrscheinlich diesen beiden Klassen zuzurechnenden Veränderlichen. Ein Sternchen beim Namen des Veränderlichen weist darauf hin, daß er bereits in der entsprechenden Tabelle auf S. 88 des Handbuches vorkommt. U in der zweiten Spalte bedeutet Zugehörigkeit zur U Geminorum-, Z die zur Z Camelopardalis-Klasse. Unter *A* ist die ungefähre Amplitude, unter *I* das Intervall zwischen zwei aufeinanderfolgenden Maxima gegeben, und zwar entweder die Grenzwerte des Intervalles oder ein Mittelwert. Die Einordnung in die Klassen U und Z und die Werte *A* und *I* beruhen zum großen Teil auf den Angaben von L. JACCHIA[6]. Die letzte

Tabelle 3. Liste der U Geminorum- und der Z Camelopardalis-Sterne.

Stern		*A*	*I*	Literatur
RX And . .	Z	$2^M,7$	14^d	Lk Harv Circ 382; Pubbl Oss Bologna 2, S. 8 u. 189; A N 240, S. 215; Harv Bull 896, S. 16.
UU Aql . . .	U	6	30—>80	Harv Bull 890, S. 18.
SS Aur* . .	U	4,3	25—103	Lk Harv Circ†; Pubbl Oss Bologna 2, S. 8 u. 189.
Z Cam* . .	Z	2,6	23	Lk Harv Circ 382; Pubbl Oss Bologna 2, S. 8 u. 189; A N 240, S. 125. Spektrum G? Z f Ap 4, S. 401. Eigenbewegung u. Spektrum Poulkovo Circ 11, S. 16.
SS Cyg* . .	U	3,9	20—103	Lk Harv Circ†; J B A A††; Pubbl Oss Bologna 2, S. 6 u. 187. Gesamtdiskussion mit Lk Harv Ann 90, Nr. 3.
U Gem* . .	U	5,3	62—257	Lk Harv Circ†; J B A A 41, S. 282.
AW Gem . .	U	>4	?	A N 249, S. 263.
CH Her . . .	U?	?	?	A N 236, S. 239 (= 203.1929 Her).
X Leo* . . .	U	3,2	24±	Lk Pubbl Oss Bologna 2, S. 9 u. 186; A N 240, S. 125
BR Lup . .	U	>3	?	Harv Bull 879, S. 11 (= HV 4889).
AY Lyr . . .	U	>2,2	21±	A N 234, S. 35 (= 330.1928 Lyr); B Z 1931, S. 58; Gorki Bull 4, S. 355.
BI Ori* . .	Z	2,6	25	—
CN Ori . . .	Z	2,6	19	B Z 1931, S. 16.
RU Peg* . .	U	2,7	38—97	A N 231, S. 73.
TZ Per* . .	Z	2,5	21	—
UV Per* . .	U	5	142—400	—
UZ Ser . . .	U	5	?	Gorki Bull 3, S. 112.
SU UMa* . .	U	3,8	18—22	Lk Pubbl Oss Bologna 2, S. 9.
TW Vir* . .	U	>4	23±	Harv Bull 890, S. 19.

† Nr. 319, 330, 344, 354, 361, 376, 382, 395.
†† 37, S. 317; 38, S. 218; 40, S. 46 u. 199; 41, S. 324; 42, S. 201; 43, S. 422.

[1] B A N 4, S. 145 (1928).
[2] Harv Ann 90, Nr. 3 (1934).
[3] Harv Bull 897, S. 9 (1934).
[4] Harv Bull 889, S. 3 (1932).
[5] A N 231, S. 73 (1927).
[6] Pubbl Oss Bologna 2, S. 186 u. 190 (1933).

Spalte enthält wichtigere Literaturangaben, namentlich Hinweise auf Lichtkurven (Lk.). Es gibt noch eine Anzahl weiterer Sterne, welche wahrscheinlich hierher gehören, z. B. EY Cyg, 186.1931 Her, CZ Ori und CY Lyr, doch muß deren Lichtwechsel noch näher untersucht werden.

Bei der geringen Zahl der genauer untersuchten U Geminorum- und Z Camelopardalis-Sterne ist es natürlich etwas gewagt, über sie schon statistische Betrachtungen anzustellen. B. P. GERASIMOVIČ[1] hat dies getan. Danach scheint das Verhältnis T/C der Dauer des Helligkeitsausbruches zum mittleren Zyklus mit der Amplitude A in Korrelation zu stehen in der Weise, daß Sterne mit kleinen Werten T/C größere Amplituden aufweisen, als solche mit größeren T/C. Im Gegensatz zu den Novae bevorzugen die hier behandelten Veränderlichen höhere galaktische Breiten und vermeiden die Hemisphäre des galaktischen Zentrums. GERASIMOVIČ zieht den Schluß, daß sie in ihren Maxima nur etwa die absolute Größe 0 erreichen und daher im Minimum Zwergsterne sind. P. PARENAGO und B. KUKARKIN[2] bestimmen die Eigenbewegungen von SS Cyg (0",12) und U Gem (0",06) und schließen aus ihnen auf eine relativ große Parallaxe. Sie berechnen die absolute Helligkeit des Minimums zu etwa $+10^M$, gelangen also zu noch geringeren Helligkeiten als GERASIMOVIČ. Diese Schlußfolgerung ist selbstverständlich nur mit großer Vorsicht aufzunehmen. Nach denselben Autoren[3] steht bei SS Cyg und SS Aur die Länge des jeweiligen Zyklus in Korrelation zur Amplitude: Je länger der Zyklus, desto größer die Amplitude. Ganz allgemein finden die beiden Autoren für die hier in Rede stehenden Veränderlichen einen linearen Zusammenhang zwischen Amplitude und Logarithmus des Zyklus. Auch hier erregt die Kleinheit des Beobachtungsmaterials Bedenken, ebenso wie bei den statistischen Betrachtungen von G. R. MICZAIKA[4], der nur 7 Sterne für dieselben benutzt.

Es scheint, als ob Veränderliche wie FY Car einen Übergang zwischen den δ Cephei- und den U Geminorum-Sternen bilden; die Periode beträgt[5] 26^d, es zeigen sich aber große Abweichungen in Epoche und Amplitude. Einen ähnlichen Fall[6] bildet VV Mus mit einer durchschnittlichen Periode von 29^d. Eine regelmäßigere Periode (28^d,9) hat[7] UY Ara = HV 4097, doch ist auch bei diesem Stern die Lichtkurve sehr veränderlich. Weiter gehören hierher[8] BP CrA (mittlere Periode 13^d,5) sowie vielleicht zwei von J. G. FERWERDA entdeckte Veränderliche[9]. Eine scharfe Grenze zwischen solchen Veränderlichen und manchen in die obige Tabelle aufgenommenen Objekten läßt sich wohl kaum ziehen; bei manchen von ersteren kommt vielleicht auch Zugehörigkeit zur RV Tauri-Klasse in Frage.

Ein höchst merkwürdiger Veränderlicher ist der von P. GUTHNICK und R. PRAGER[10] entdeckte AC And; die Lichtschwankungen gehen sehr rasch vor sich, so daß die einzelnen Maxima wie solche eines kurzperiodischen δ Cephei-Sternes erscheinen, aber die 10stündige Periode wird keineswegs immer innegehalten, und Form wie Höhe der Maxima wechseln stark. Ähnlich scheint sich nach FR. LAUSE[11] VX Hya zu verhalten. Man könnte diese Veränderlichen vielleicht als eine Art von U Geminorum-Sternen mit extrem raschem Lichtwechsel betrachten.

---

[1] A N 251, S. 255 (1934).
[2] Gorki Bull 4, S. 249 (1934).
[3] Gorki Bull 4, S. 251 (1934).
[4] Z f Ap 8, S. 292 (1934).
[5] B A N 4, S. 173 (1928).
[6] B A N 5, S. 41 (1929).
[7] Harv Bull 857, S. 33 (1928).
[8] Poulkovo Circ 9, S. 32 (1933).
[9] B A N 7, S. 166 (1934).
[10] Kl Veröff Berlin-Babelsberg 4, S. 17 (1927); s. auch FR. LAUSE, A N 249, S. 377 (1933) sowie G. A. LANGE in Bull Astr Obs Leningrad 3, S. 18 (1933), der zu anderen Ergebnissen gelangt.
[11] A N 253, S. 369 (1934).

Eine Hypothese zur Erklärung des Lichtwechsels der U Geminorum-Sterne hat K. HIRAYAMA[1] aufgestellt; es kann hier nicht darauf eingegangen werden.

e) Die Veränderlichen der Mira-Klasse.

19. Definition der Mira-Sterne. Das bisher für die Mira-Sterne angenommene Periodenintervall (91^d bis etwa 610^d) muß erweitert werden. Nach W. HASSENSTEIN[2] kann wohl TZ Cep ($P = 83^d$) als Mira-Stern betrachtet werden, wenn auch die Lichtkurve ziemlich veränderlich ist, und ebenso nach C. H. PAYNE[3] RU Vel ($P = 63^d$, Spektrum M3e). Sehr lange Perioden haben z. B. RT Cep[4] ($P = 625^d$), RU Lyn[5] ($P = 728^d$), VX Sgr[3] ($P = 731^d$, Spektrum M4e), MW Aql[6] ($P = 760^d$).

21. Klassifikation der Mira-Sterne nach der Gestalt ihrer Lichtkurven. Zu seiner auf S. 93—94 des Handbuchs besprochenen Arbeit hat T. E. R. PHILLIPS einen Nachtrag geliefert[7]. Die S. 96ff. besprochene Dissertation von H. THOMAS ist nachträglich im Druck erschienen[8] (S. 97 des Handbuchs oben lies $\alpha = 2S_y - 1$ statt $2S_y - 12$).

Das auf S. 99 gegebene System der Klassifizierung der Lichtkurven von H. LUDENDORFF ist von diesem leicht abgeändert worden[9], indem solche Übergangsformen zwischen α und γ_1 bzw. β und γ_1, bei denen die Welle im aufsteigenden Ast etwas stärker ausgeprägt ist, schon als γ_1 bezeichnet werden (früher $\alpha - \gamma_1$ bzw. $\beta - \gamma_1$).

L. JACCHIA[10] teilt die Mira-Sterne nach der Lichtkurve und dem Spektrum in drei Typen ein, wie folgt:

1. Typus Mira Ceti (in engerem Sinne). Periode 100^d bis 700^d, Amplitude 3^M und mehr. Spektrum Me oder Se. Dieser Typus umfaßt die überwiegende Mehrheit der Mira-Sterne.

2. Typus X Monocerotis. Periode 90^d bis 300^d. Amplitude 1^M bis 3^M. Spektrum Me. Lichtkurven unregelmäßiger als bei 1.

3. Typus R Leporis. Die Gruppe umfaßt die Mira-Sterne der Spektralklassen R und N. Daß sich deren Lichtkurven systematisch von denen der Me-Sterne unterscheiden, ist bereits im Handbuch dargelegt worden.

Die Mira-Sterne ohne Emissionslinien rechnet JACCHIA zu den halbregelmäßigen Veränderlichen und faßt sie mit den unregelmäßigen in seine Klasse X zusammen.

Kritische Bemerkungen über die verschiedenen Arten und Methoden der Klassifikation der Lichtkurven der Mira-Sterne macht A. C. DE KOCK[11]. Zu den Einwänden, die er gegen die Klassifikation von H. LUDENDORFF erhebt, ist zu bemerken, daß er dessen Ziel vollkommen verkennt. Es handelte sich darum, für möglichst viele Sterne den Verlauf der Lichtkurven zu charakterisieren, nicht darum, für jeden einzelnen Stern eine möglichst genaue Lichtkurve zu erhalten. Selbstverständlich wird man genauere Lichtkurven ableiten können, wenn man, wie DE KOCK es tut, ein ganz homogenes Beobachtungsmaterial (die vorzüglichen Beobachtungen von NIJLAND) benutzt, aber man wird dafür zunächst starken Beschränkungen in der Zahl der Objekte unterworfen sein. (Bei DE KOCK sind es 41, davon 30 Me-Sterne, gegenüber 290 Me-Sternen bei LUDENDORFF.)

[1] Proc Imp Acad Tokyo 8, S. 143 (1932).
[2] A N 250, S. 265 (1933).
[3] Harv Bull 861, S. 9 (1928).
[4] B A F 2, S. 174 (1933).
[5] Gorki Bull 3, S. 53 (1931).
[6] Harv Bull 887, S. 12 (1932).
[7] J B A A 41, S. 123 (1931).
[8] Veröff Sternw Berlin-Babelsberg 9, Nr. 4 (1932).
[9] Sitzber Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1932, XX.
[10] Pubbl Oss Bologna 2, S. 211ff. (1933).
[11] Recherches Astr Obs Utrecht 10 (1933).

22. Tabellen für die Lichtkurven der Mira-Sterne. Die Tabelle I (Me-Sterne des Hauptkatalogs der G. u. L. mit bekannten Perioden) ist zu ersetzen durch eine neue, von H. LUDENDORFF[1] aufgestellte, welche eine verbesserte Klassifizierung der Lichtkurven von 290 Me-Sternen gibt. Die Tabelle, die hier wegen Raummangels nicht abgedruckt werden kann, gibt ferner Auskunft über die galaktischen Koordinaten der Sterne, ihr Spektrum, ihre Periode, die mittleren Maximal- und Minimalhelligkeiten und bringt Hinweise auf veröffentlichte Lichtkurven. (Seit ihrem Erscheinen sind weitere Lichtkurven namentlich von A. A. NIJLAND in den Proceedings der Akademie der Wissenschaften zu Amsterdam und von A. C. DE KOCK in seiner erwähnten Arbeit veröffentlicht worden.) In der neuen Tabelle sind einige Sterne weggelassen, die nach neueren Untersuchungen kein Me-Spektrum haben, nämlich W Cet (Sep), S Cyg (Se) und der unregelmäßige Veränderliche S Per (M5).

Für viele der in dem Anhang zu Tabelle I (S. 109 des Handbuchs) angeführten Sterne sind die Perioden inzwischen bekanntgeworden. Hervorzuheben ist die schon unter Ziff. 19 erwähnte kurze Periode (63^d) von RU Vel (M3e). RY Peg scheint nach A. A. NIJLAND[2] nicht veränderlich zu sein, eine für einen Me-Stern ungewöhnliche Tatsache.

Aus Tabelle II (S. 109) ist RS Cyg zu entfernen, der ein N-Spektrum hat. RW Lib hat[3] eine Periode von 203^d. Neue Listen von Se und S-Sternen hat P. W. MERRILL gegeben[4]. Zu den von ihm angeführten Objekten dieser Art kommen noch hinzu UV Aur (Se, $P = 350^d$), U Cir (S, $P = 145^d$), CN Cyg (S, $P = 198^d$) sowie ferner CY Cyg und SU Mon mit S-Spektren und wohl unregelmäßigem Lichtwechsel. Eine Klassifizierung der Lichtkurven dieser Sterne über die in Tabelle II des Handbuchs gegebene hinaus hat noch nicht stattgefunden.

Von den in Tabelle III (Mira-Sterne mit Spektrum K, Ma, Mb, Mc) enthaltenen Sternen hat sich eine große Anzahl als zur Spektralklasse Me gehörig erwiesen, nämlich V CVn, AB Cyg, S Sex, RY UMa, U CMi, X Cet, R Nor, RU Cyg, S Pav; unter diesen befinden sich alle Veränderlichen mit Lichtkurven der Form γ, die in Tabelle III vorkommen, außer R Doradus, der in der Tabelle stehenbleibt. RR Her hat ein Spektrum K5e, SX Her ein Spektrum G7e, so daß diese beiden Sterne wegen der in ihren Spektren auftretenden Emissionslinien eigentlich auch nicht in diese Tabelle gehören. Eine neue Diskussion der Mira-Sterne ohne Emissionslinien wäre sehr erwünscht; es scheint, daß ihre Lichtkurven vorwiegend sehr veränderlich sind, so daß man viele dieser Sterne als „halbregelmäßig" bezeichnen kann. Es sind in letzter Zeit die Perioden einer größeren Anzahl von Sternen der Klasse M ermittelt worden; diese Objekte müßten bei einer neuen Diskussion natürlich berücksichtigt werden.

Eine eingehende Untersuchung des Lichtwechsels von η Gem (M2) hat E. H. VOGELENZANG[5] unternommen. Danach ist die Lichtkurve keineswegs so einfach, wie man bisher angenommen hat. Sie ist vielmehr sehr veränderlich, symmetrische Lichtkurven mit langer Konstanz im Maximum (Form β_4) kommen nur gelegentlich vor. Die Maxima sind im allgemeinen besser ausgeprägt, als man glaubte. Die Maximalhelligkeit ist konstant, die Amplitude der Lichtkurve schwankt zwischen $0^M,2$ und $1^M,0$. Gelegentlich sind Doppelmaxima angedeutet.

---

[1] Sitzber Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1932, XX.
[2] A N 235, S. 291 (1929). [3] Harv Bull 861, S. 9 (1928).
[4] Ap J 65, S. 25 (1927) = Mt Wilson Contr 325; Pop Astr 37, S. 457 (1929); Publ A S P 45, S. 306 (1933).
[5] The Variable Star η Geminorum. Groningen 1928. (Dissertation der Universität Utrecht.)

Zu Tabelle IV (Mira-Sterne mit Spektrum N oder R) ist zu bemerken, daß W Aur, der einzige in dieser Tabelle vorkommende Stern mit α-Lichtkurve, zu streichen ist, da er ein M3e-Spektrum besitzt. Ebenso ist S Lup (Spektrum Se) zu tilgen. Listen langperiodischer Veränderlicher mit N- und R-Spektren gibt P. W. MERRILL[1]. Die Klassifikation der Lichtkurven derjenigen Sterne dieser Art, die nicht in der Tabelle IV des Handbuchs vorkommen, steht noch aus.

In Tabelle V (Mira-Sterne mit besonderem Spektrum) ist Z Del zu streichen, da er ein Se-Spektrum (mit einigen Merkmalen eines Me-Spektrums) besitzt.

23. Statistische Untersuchungen über die Lichtkurven der Mira-Sterne. Eine wichtige Untersuchung zur Statistik der Mira-Sterne haben L. CAMPBELL und A. J. CANNON geliefert[2]. Sie stützt sich im wesentlichen auf den unter Ziff. 3β schon erwähnten neuen Harvard Catalogue of Long Period Variable Stars[3] und führt im großen ganzen zu denselben Ergebnissen, wie sie im Handbuch bereits dargelegt sind. Die Form der Lichtkurven wird bei dieser neuen Statistik nicht berücksichtigt. Dies geschieht in einer schon zitierten Arbeit von H. LUDENDORFF[4], die sich allerdings auf die Me-Sterne des Hauptkatalogs des G. u. L. beschränkt.

α) Für den Zusammenhang zwischen Periode, Form der Lichtkurve und Zahl der Sterne hat LUDENDORFF eine neue Tabelle, die Me-Sterne betreffend, aufgestellt (Tabelle 2 der zitierten Arbeit). Die im Handbuch angeführten früheren Resultate werden bestätigt, wenn sich auch die Zahlen etwas ändern. Neu ist die Tatsache, daß die Sterne mit einer Welle im Aufstieg ihrer Lichtkurve durchschnittlich längere Perioden haben als solche mit ähnlichen, aber glatten Lichtkurven.

Eine interessante Untersuchung über den Zusammenhang zwischen der in besonderer Weise definierten Asymmetrie der Lichtkurve und der Periode bei den Me-Sternen verdanken wir L. JACCHIA[5].

(Das im Handbuch S. 116 über die Lichtkurven der Mira-Sterne der Spektralklassen K, Ma, Mb, Mc Gesagte bedarf einer neuen Prüfung, da das der Untersuchung zugrunde gelegte Material [Tab. III des Handbuchs] stark verbesserungsbedürftig ist, wie oben gezeigt wurde.)

β. Die Statistik der Periodenlängen der Mira-Sterne der verschiedenen Spektraltypen wird in der CAMPBELL-CANNONschen Arbeit ausführlich behandelt. Als wichtigstes Resultat führen wir die Mittelwerte P_m der Perioden für die häufiger vorkommenden Spektraltypen an:

M (ohne helle Linien)	$P_m = 216^d$	(78 Sterne)
Me	298	(390 „)
Se	367	(25 „)
N	379	(26 „)

Die Perioden-Häufigkeitskurve für die Me-Sterne ist nicht sehr von einer GAUSSschen Fehlerkurve verschieden (vgl. Handbuch S. 117f.), wenn auch sehr lange Perioden etwas zu oft vorkommen. Die Häufigkeitskurve für alle Spektralklassen ohne Unterschied, die auch die Sterne mit unbekanntem Spektrum berücksichtigt, hat einen steilen Anstieg. CAMPBELL und CANNON schließen daraus, daß die sehr schwachen Me-Sterne kürzere Perioden haben als die helleren[6]; dies ist eine schon bekannte Erscheinung (vgl. Handbuch S. 122 und 240).

[1] Pop Astr 37, S. 458 (1929); Publ A S P 45, S. 306 (1933).
[2] Harv Bull 862, S. 8 (1928).
[3] Harv Ann 79, Part 3 (1928).
[4] Sitzber d Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1932, XX.
[5] Mem S A It 8, S. 251 (1934).
[6] Vgl. hierzu auch H. H. SWOPE, Harv Bull 867, S. 16 (1929).

Bei den Me-Sternen wächst die durchschnittliche Periode sehr stark mit den fortschreitenden Spektralklassen M0e, M1e, M2e ... CAMPBELL und CANNON finden folgende Zahlen:

M0e . . .	$P_m = 137^d$	M5e . . .	$P_m = 308^d$
M1e . . .	158	M6e . . .	343
M2e . . .	219	M7e . . .	392
M3e . . .	242	M8e . . .	446
M4e . . .	292		

Dieses Resultat gilt nach LUDENDORFF auch, wenn man die einzelnen Typen von Lichtkurven gesondert betrachtet.

γ) Die mittlere Amplitude A_m hängt nach CAMPBELL-CANNON in folgender Weise von der Spektralklasse ab (unter Fortlassung der nur selten auftretenden Spektralklassen):

Me . . .	$A_m = 4^M,5$
Se. . . .	4 ,8
M	1 ,6
N	2 ,1

Nach CAMPBELL und CANNON zeigt sich bei den Me-Sternen ein deutliches Anwachsen der Amplituden mit der Periode, wenn auch nicht ganz so deutlich wie in der Tabelle auf S. 120 des Handbuches, woselbst Maximalamplituden und nicht, wie bei CAMPBELL-CANNON, mittlere Amplituden benutzt sind. LUDENDORFF untersucht in seiner zitierten Arbeit auch den Zusammenhang zwischen Form der Lichtkurve, Periode und Amplitude. Wegen der Resultate, die zum Teil noch etwas unsicher sind, muß auf die Arbeit selbst verwiesen werden.

δ) CAMPBELL und CANNON finden, daß eine deutliche Beziehung zwischen scheinbarer Größe im Maximum und Spektralklasse nicht vorhanden ist und ebensowenig eine solche zwischen der Maximalgröße der Veränderlichen mit bekanntem Spektrum und der Periode. Was den letzteren Punkt angeht, so kommt LUDENDORFF zu einem anderen Ergebnis, indem er die Me-Sterne nach der Form ihrer Lichtkurven sondert. Es zeigt sich nämlich, daß für die einzelnen Kurventypen (außer für α_1 und pec, für die das vorliegende Material aber sehr knapp ist) die mittleren Maximal- und Minimalhelligkeiten mit der Periode (wenn auch nur ziemlich wenig) zunehmen. Wir beschränken uns darauf, in folgender Tabelle 4 die Resultate für die Maximalhelligkeiten wiederzugeben. Neben den Größen steht die Zahl der Sterne; die Kurvenformen α_1 und pec sind weggelassen. (Auch CAMPBELL und CANNON finden bei Berücksichtigung

Tabelle 4.

P	γ_1, γ_2	α_2, $\alpha_2-\gamma_1$	α_3, $\alpha_3-\gamma_1$	α_4, $\alpha_4-\gamma_1$	β_1, $\beta_1-\gamma_1$	β_2, $\beta_2-\gamma_1$	β_3, $\beta_3-\gamma_1$
91^d-180^d	—	—	—	$8^M,6$ 4	—	$8^M,3$ 6	$7^M,8$ 8
181 —240	—	—	$9^M,2$ 3	8 ,8 7	$8^M,2$ 3	8 ,3 14	8 ,0 6
241 —300	—	$9^M,7$ 3	9 ,0 20	8 ,7 20	8 ,7 9	7 ,4 7	—
301 —360	$8^M,4$ 3	9 ,5 7	8 ,3 20	7 ,8 15	8 ,0 11	8 ,3 6	—
361 —420	7 ,6 3	9 ,0 8	8 ,1 10	7 ,1 8	7 ,1 3	—	7 ,1 1
421 —480	8 ,1 2	9 ,2 4	8 ,0 1	7 ,1 1	—	—	—
>480	6 ,7 2	7 ,9 1	—	—	—	—	—

aller Mira-Sterne, gleichviel, welches Spektrum sie besitzen, daß die schwächeren etwas kürzere durchschnittliche Perioden haben als die helleren.) Wenn, wie man vielleicht annehmen darf, die Zunahme der Helligkeit mit der Periode auch für die absoluten Helligkeiten gilt, so zeigen die Mira-Sterne der Spektralklasse Me innerhalb der einzelnen Typen von Lichtkurven ein ähnliches Verhalten, wie die δ Cephei-Sterne in ihrer Gesamtheit (vgl. Ziff. 64).

Auch A. C. DE KOCK stellt in seiner früher zitierten Arbeit statistische Betrachtungen über die von ihm abgeleiteten Lichtkurven an. Wir kommen darauf in Ziff. 25 und 26 zurück.

24. Die Änderungen der Perioden der Mira-Sterne. Die starke säkulare Abnahme der Periode von R Hya hat um 1914 aufgehört, wie R. MÜLLER[1] näher dargelegt hat. Außer bei R Hya und R Aql sind auch noch bei R Cen und T Cep säkulare Periodenänderungen vorhanden, und zwar bei R Cen eine Abnahme, bei T Cep eine Zunahme[2].

Die Frage der Veränderlichkeit der Perioden der Mira-Sterne wird von T. ARAKI[3] diskutiert. Er zeigt, daß man bei fast allen bis 1870 entdeckten und daher schon lange beobachteten Veränderlichen dieser Art Ungleichheiten in der Periodenlänge hat einführen müssen, und zwar meist periodische Ungleichheiten (Sinusglieder). Er zieht daraus den berechtigten Schluß, daß dies in Zukunft auch bei denjenigen Mira-Sternen nötig sein wird, für die zur Zeit erst kürzere Beobachtungsreihen vorliegen. Die Frage, ob die Sinusglieder auf die Dauer zur Darstellung der Beobachtungen genügen, wird gestreift, aber offengelassen.

Daß die Sinusglieder sich auf die Dauer wohl in keinem Falle bewähren, beweist der auf S. 126 des Handbuchs behandelte Stern AF Cyg, bei welchem das Sinusglied ganz ausnahmsweise gut gesichert erschien. Nachdem B. VORONTSOV-VELYAMINOV[4] es noch bestätigt gefunden hatte, wies D. J. K. O'CONNELL[5] nach, daß es für die neueren Beobachtungen nicht mehr genügt. Er nimmt eine mittlere Periode von 94^d mit starken Ungleichmäßigkeiten und gleichzeitig auch Epochensprünge an, auch eine Periode von doppelter Länge (188^d) tritt hervor; zeitweilig wechseln sich Haupt- und Nebenminima ab, und O'CONNELL hält daher AF Cyg für verwandt mit den RV Tauri-Sternen. (Das Spektrum ist M4 bis M5; die Radialgeschwindigkeit ist veränderlich, und zwar scheint das Maximum der Annäherung bald nach dem Helligkeitsmaximum stattzufinden. Übrigens hat D. B. MCLAUGHLIN[6] helle Linien des H im Spektrum gefunden.) Z. KOPAL[7] kommt zu ähnlichen Ergebnissen wie O'CONNELL.

Im allgemeinen wird man also, wie schon im Handbuch hervorgehoben, besser als mit Sinusgliedern mit instantanen Änderungen von Periode und Epoche arbeiten. Ein hübsches, den Stern R Aurigae (vgl. Handbuch S. 125 unten) betreffendes Beispiel hierfür gibt R. PRAGER[8], und dieser leitet daher auch in der zweiten Ausgabe der G. u. L. in weitgehendem Maße instantane Elemente ab[9].

A. S. EDDINGTON und S. PLAKIDIS[10] haben eine Methode zur Analyse der Änderungen der Periode bei den Mira-Sternen ausgearbeitet. Letzterer hat sie auf eine Anzahl von Sternen angewandt[11]. C. H. PAYNE und L. CAMPBELL[12] machen auf Schwierigkeiten und Bedenken aufmerksam, denen diese Methode ausgesetzt ist.

T. E. STERNE[13] entwickelt eine Theorie zur Bestimmung der Fehler der Perioden von veränderlichen Sternen und wendet diese u. a. auf die Mira-Sterne RR Sco und T And an; bei beiden Sternen kann für das ganze Beobachtungsintervall eine konstante wahre Periode angenommen werden.

---

[1] A N 237, S. 81 (1929).
[2] Vgl. R. PRAGER in G. u. L., Zweite Ausgabe, 1, S. 233 u. 263 (1934).
[3] Jap J Astr Geophys 6, S. 31 (1928).
[4] Lyon Bull 10, S. 41 A (1928).
[5] Harv Bull 888, S. 1 (1932).
[6] Publ Amer Astr Soc 8, S. 15 (1934).
[7] B A F 1, S. 73 (1932); A N 250, S. 15 (1933).
[8] V J S 64, S. 50 (1929).
[9] Vgl. G. u. L., Zweite Ausgabe, 1, S. 6 (1934).
[10] M N 90, S. 65 (1929).
[11] B A F 2, S. 1 u. 73 (1933); M N 92, S. 460 (1932); 93, S. 373 (1933).
[12] Harv Bull 875, S. 1 (1930).
[13] Harv Circ 386—387 (1934); Pop Astr 42, S. 558 (1934).

25. Veränderlichkeit der Lichtkurven und Amplituden der Mira-Sterne. Der Lichtwechsel des als Beispiel für eine starke Veränderlichkeit der Lichtkurve angeführten Sternes R Vol war 1924 bis 1931 regelmäßiger als vorher. Die Lichtkurve war während dieser Zeit ziemlich symmetrisch mit flachen Minima und weniger flachen Maxima.

R. MÜLLER[1] hat eine Untersuchung über die Verschiedenheiten der Helligkeiten der einzelnen Maxima und Minima bei den Mira-Sternen angestellt. Für die Me-Sterne mit unsymmetrischen (α-)Lichtkurven ergibt sich als m. F. der einzelnen Maximalhelligkeit durchschnittlich $0^M,51$, als m. F. der einzelnen Minimalhelligkeit durchschnittlich $0^M,29$. Für die Me-Sterne mit symmetrischen (β-)Lichtkurven lauten die entsprechenden Zahlen $0^M,31$ und $0^M,34$. Bei den Sternen mit α-Lichtkurven weisen also die einzelnen Maxima weit größere Verschiedenheiten auf als die Minima.

Auch A. C. DE KOCK hat in seiner schon mehrfach zitierten Arbeit[2] Rechnungen über die mittleren Fehler der Maximal- und Minimalhelligkeiten sowie auch der Perioden angestellt. Er findet, daß der m. F. der Minimalhelligkeit unabhängig von Periode, Lichtkurve und Spektrum ist, während der m. F. der Maximalhelligkeit mit der Periode und Färbung wächst und bei sehr asymmetrischen Lichtkurven und spitzen Maxima größer, bei symmetrischen Lichtkurven dagegen kleiner als der der Minimalhelligkeit ist. Wegen der weiteren, ziemlich verwickelten Ergebnisse über die m. F. der Periode muß auf DE KOCKS Arbeit selbst verwiesen werden.

Auch die gegenseitige Beeinflussung der Abweichungen der Elemente des Lichtwechsels von ihren Mittelwerten wird von DE KOCK erörtert. Nähere Einzelheiten können hier nicht wiedergegeben werden. Es darf jedenfalls nicht vergessen werden, daß das von DE KOCK benutzte Material an Lichtkurven verhältnismäßig wenig umfangreich ist.

P. AHNERT[3] stellte fest, daß bei den von ihm untersuchten Mira-Sternen schwache Maxima durchschnittlich verspätet, helle Maxima verfrüht eintreten. G. B. LACCHINI[4] kam für Mira Ceti zu demselben Resultat. Die Lichtkurven der Mira-Sterne scheinen sich hiernach also ähnlich zu verhalten wie nach H. LUDENDORFF[5] die Häufigkeitskurve der Sonnenflecke.

W. M. LINDLEY[6] findet auf Grund der Untersuchung der Lichtkurven von 19 Mira-Sternen, daß gewisse Phasen (d. h. bestimmte Helligkeiten) von jedem einzelnen Veränderlichen pünktlicher erreicht werden als andere. Meist liegt die Phase größter Pünktlichkeit nach dem Maximum, und meist unterliegt der aufsteigende Ast der Lichtkurve der größten Unpünktlichkeit.

L. JACCHIA[7] macht darauf aufmerksam, daß es Mira-Sterne gibt, deren Maxima während längerer Zeiträume abwechselnd heller und schwächer sind; hierher gehören z. B. X Aql und X Cam. Allzu auffällig ist diese Erscheinung indessen meist nicht.

26. Noch einige Bemerkungen über die Lichtkurven der Mira-Sterne. Zu der Tabelle auf S. 129 des Handbuches ist zu bemerken, daß, wie schon erwähnt, nach neueren Untersuchungen die Sterne R Nor und RU Cyg der Spektralklasse Me angehören. W Cyg, dessen Lichtkurve[8] sehr unregelmäßig ist, ist hier zu streichen. Die Lichtkurven von R Pic, Z UMa und RU Cyg sind wohl besser als pec zu bezeichnen, wenn sie auch mit dem γ_2-Typus Ähnlichkeit

[1] A N 231, S. 425 (1928).
[2] Recherches Astr Obs Utrecht 10 (1933).
[3] A N 250, S. 374 (1933).
[4] R Oss Astr Torino Nr. 11 (1933).
[5] Z f Ap 2, S. 370 (1931).
[6] J B A A 43, S. 125 (1933).
[7] Pubbl Oss Astr Bologna 2, S. 215 (1933).
[8] A J 40, S. 3 (1930).

besitzen. Ein weiterer Stern mit Lichtkurve γ_2 oder $\gamma_1 - \gamma_2$ ist[1] HV 5074 = UZ Cir ($P = 540^d$ mit starken Änderungen, Spektrum unbekannt).

Sehr merkwürdig ist nach J. Uitterdijk[2] SY Mus, dessen Lichtkurve bei einer Amplitude von nur 1^M und einer Periode von 625^d Ähnlichkeit mit der von R Cen zu besitzen scheint, wenn auch das sekundäre Minimum äußerst flach ist. Überraschenderweise ähnelt das Spektrum dieses Sternes dem von Z And (vgl. Ziff. 10).

Zu S. 130 des Handbuchs ist zu bemerken, daß S Cyg, wie schon erwähnt, ein Se-Spektrum hat, und daß die Lichtkurve von η Gem im allgemeinen nicht die Form β_4 besitzt (vgl. oben unter Ziff. 22).

Die Buckel im aufsteigenden Aste der Lichtkurven treten nach de Kock bei weit mehr Mira-Sternen auf, als man bisher angenommen hat. Es ist klar, daß man bei Bearbeitung eines so homogenen Materials, wie es die von de Kock benutzten Beobachtungen Nijlands bilden, solche Erscheinungen besonders gut feststellen kann. Nijland und de Kock stellen diese Buckel dar, indem sie über eine glatte Lichtkurve eine „Verfinsterungskurve" legen; es soll damit aber nicht gesagt sein, daß es sich um eine wirkliche Verfinsterung handelt. Die Verfinsterungskurven ergeben sich nach de Kock stets als symmetrisch.

27. Die Spektra der Mira-Sterne der Spektralklasse Me. α) Vorbemerkungen. Das Vorwiegen der Spektralklasse Me unter den Mira-Sternen geht aus folgender Übersicht hervor, welche 516 Mira-Sterne mit Perioden von mehr als 100^d betrifft und nach dem statistischen Material von L. Campbell und A. J. Cannon[3] von P. W. Merrill[4] aufgestellt worden ist:

Spektralklasse	Anzahl	Spektralklasse	Anzahl
Ke	3	K	1
Me	390	M	63
Se	25	S	3
Re und Ne .	8	R und N . .	23

Die Klassifizierung der Me-Sterne nach den Unterabteilungen M0e, M1e ... dieser Spektralklasse ist in dem schon zitierten Harvard-Katalog[5] gegeben und findet sich auch in Pragers Ephemeriden.

β) Das Spektrum von *o* Ceti. F. E. Baxandall[6] weist nach, daß sich einige bisher nicht identifizierte Absorptionsbanden, namentlich die von A. H. Joy gelegentlich des ungewöhnlich tiefen Maximums von Februar 1924 beobachteten, mit solchen des Aluminiumoxyds, andere[7] mit solchen des Skandiumoxyds identifizieren lassen. Die Ergebnisse einer Durchmusterung auf dem Harvard-Observatorium erhaltener älterer Spektralaufnahmen teilt A. J. Cannon[8] kurz mit.

A. H. Joy hatte (vgl. Handbuch S. 137) die Ansicht geäußert, daß die großen visuellen Helligkeitsschwankungen von Mira Ceti zum großen Teile durch die Änderungen der Intensität der Absorptionsbanden zustande kommen. C. H. Payne und Fr. S. Hogg glaubten[9], diese Ansicht durch spektralphotometrische Messungen widerlegen zu können. Später haben aber C. H. Payne und P. ten Bruggencate[10] auf Bedenken aufmerksam gemacht, denen diese Messungen unterliegen, und sie vertreten nunmehr die Meinung, daß Joys Ansicht wohl berechtigt sei. (Mit der Frage der totalen Linien- und Bandenabsorption in Sternspektren hat sich neuerdings G. Shajn beschäftigt[11].)

In der Stellung des schwachen Begleiters von Mira Ceti zum Hauptstern konnte R. G. Aitken[12] bis Ende 1929 keine Änderung feststellen. (Auch er hält

[1] Harv Bull 883, S. 40 (1931).
[2] B A N 7, S. 177 (1934).
[3] Harv Bull 862, S. 8 (1928).
[4] Pop Astr 37, S. 457 (1929).
[5] Harv Ann 79, Part 3 (1928).
[6] M N 88, S. 679 (1928).
[7] Publ A S P 41, S. 168 (1929).
[8] Pop Astr 38, S. 401 (1930).
[9] Harv Circ 308 (1927).
[10] Harv Bull 876, S. 1 (1930).
[11] M N 94, S. 642 (1934).
[12] Publ A S P 42, S. 60 (1930).

den Begleiter für veränderlich.) Photographische Messungen der Position durch C. W. HETZLER[1] im Jahre 1933 ergeben auch keine deutliche Änderung.

γ) Weitere Spezialuntersuchungen über die Spektra einzelner Me-Sterne. Nach D. B. McLAUGHLIN[2] erscheinen bei W Cyg, der eine sehr unregelmäßige Lichtkurve[3] besitzt und vielleicht der RV Tauri-Klasse angehört, die Emissionslinien kurz vor dem Minimum, erreichen die größte Intensität vor dem ersten Maximum und verschwinden kurz nach oder manchmal auch kurz vor dem zweiten Maximum.

Eine Spezialuntersuchung über das Spektrum und die Radialgeschwindigkeit von R Vir ($P = 143^d$) verdanken wir P. W. MERRILL und A. H. JOY[4]. Die Ergebnisse sind verwickelt und können hier nicht näher dargelegt werden.

Das Spektrum (M2ep) des unregelmäßigen Veränderlichen VV Cep [Lichtkurve siehe Gorki Bull 3, S. 123 (1931)] ist von D. B. McLAUGHLIN[5] sowie von W. E. HARPER und W. H. CHRISTIE[6] näher untersucht worden. Es unterscheidet sich von gewöhnlichen Me-Spektren schon durch die Breite der hellen Linien des H. Wegen näherer Einzelheiten, besonders auch in betreff der Änderungen der Radialgeschwindigkeit, muß auf die zitierten Veröffentlichungen verwiesen werden.

δ) Das Spektrum von R Aquarii. Auf Grund der im Helligkeitsminimum beobachteten Erscheinungen im Spektrum von R Aqr, namentlich des Auftretens eines Spektrums von P Cygni-Charakter, vermutet man, daß R Aqr, ähnlich wie *o* Cet, einen schwachen Begleiter hat. In dem schwachen Minimum von 1934 wies das Spektrum nach P. W. MERRILL[7] wieder große Änderungen auf; es herrschten die verbotenen Linien (in Emission) des ionisierten Fe und S vor, der brechbarere Teil des kontinuierlichen Spektrums war fast verschwunden.

ε) Allgemeine Untersuchungen über die Me-Spektren. D. B. McLAUGHLIN und R. M. PETRIE[8] geben kurz die Resultate einer Untersuchung wieder, welche die Abhängigkeit der relativen Intensitäten der hellen Linien des H von der Helligkeitsdifferenz: Größe des Sternes im Minimum minus Größe zur Zeit der Beobachtung betrifft. Diese Abhängigkeit ist für die verschiedenen Unterabteilungen der Klasse Me verschieden.

Weiter haben sich mit dem Verhalten der hellen Linien in den Spektren von Me- und auch einigen Se-Sternen P. W. MERRILL und C. G. BURWELL[9] beschäftigt. Insbesondere ist bei den Me-Sternen die Abhängigkeit des Intensitätsverhältnisses $H\gamma : H\delta$ von der Phase des Lichtwechsels auffällig. Die Verfasser geben auch ein Verzeichnis von 58 in diesen Sternen beobachteten Emissionslinien mit ihren Identifizierungen; es befinden sich einige verbotene Linien des Fe darunter, die vorher in diesen Spektren nicht gefunden worden waren. Eine allgemeine Übersicht über die in den Spektren der langperiodischen Veränderlichen festgestellten Elemente und die wichtigsten Linien findet sich in einem allgemeinverständlichen Aufsatz von P. W. MERRILL[10]. Durch Schätzung der Intensitäten der Linien λ 4227 des neutralen und λ 3968 (*H*) des ionisierten Ca hat E. M. HUGHES[11] den Verlauf der Ionisation dieses Elementes bei einer Reihe von Me-Sternen untersucht. λ 3968 ist am stärksten zur Zeit der Helligkeitsmaxima der Sterne, λ 4227 ist dagegen zu dieser Zeit am schwächsten.

[1] Publ Amer Astr Soc 8, S. 12 (1934).
[2] Publ Amer Astr Soc 7, S. 94 (1932); 8, S. 15 (1934).
[3] A J 40, S. 3 (1930); 43, S. 185 (1934).
[4] Ap J 69, S. 379 (1929) = Mt Wilson Contr 382.
[5] Ap J 79, S. 380 (1934).
[6] Publ Amer Astr Soc 8, S. 9 (1934). (Vorläufige Mitteilung.)
[7] Publ A S P 46, S. 296 (1934).
[8] Pop Astr 37, S. 270 (1929).
[9] Ap J 71, S. 285 (1930) = Mt Wilson Contr 399.
[10] Pop Astr 42, S. 180 (1934).
[11] Harv Bull 882, S. 23 (1931).

Von Interesse für die Spektralanalyse der langperiodischen Veränderlichen ist auch eine theoretische Arbeit von R. S. RICHARDSON[1] über die Titan- und Zirkonoxydbanden in Sternspektren. Kurze Angaben über den infraroten Teil des Spektrums einiger Me-Sterne macht P. W. MERRILL[2]. Über die physikalische Deutung des Anregungsmechanismus der Emissionslinien in den Spektren der langperiodischen Veränderlichen hat K. WURM[3] einige wichtige Bemerkungen gemacht, auf die wir hier verweisen müssen.

Die Zahl der Me-Sterne, die nicht Mira-Sterne sind (Handbuch S. 143), hat sich nach den Entdeckungen der letzten Jahre etwas vergrößert. Einen solchen Stern, der ein Zwergstern mit außerordentlich geringer absoluter Helligkeit ($+16^M,5$ photovisuell) ist, hat man auf dem Mt. Wilson-Observatorium nachgewiesen[4]. Auf demselben Observatorium hat man gefunden[5], daß die beiden Komponenten des Doppelsternes HD 196982 (Distanz 3″) und der ziemlich nahe benachbarte und dieselbe Eigenbewegung besitzende Stern HD 197481 Zwergsterne mit Me-Spektren sind. Eine konstante Helligkeit scheint auch der früher als veränderlich betrachtete Stern RY Peg zu haben (vgl. oben Ziff. 22).

Auch der unregelmäßige Veränderliche VV Cep hat ein Me-Spektrum (vgl. oben unter γ), und ein Me-Stern ist auch der Veränderliche RU Aqr, der sich nach B. P. GERASIMOVIČ[6] durch einen sehr merkwürdigen Lichtwechsel auszeichnet, während dieser nach P. M. RYVES[7] wesentlich einfacher (in einer Periode von 69^d) verläuft. Außerdem sind noch einige weitere Veränderliche, deren Lichtwechsel als unregelmäßig oder halbregelmäßig gilt, der Spektralklasse Me zuzurechnen, z. B. RV Boo, AD Cen, ST Peg und WY Gem, in dessen Spektrum (M3ep) charakteristische helle Linien des Spektrums von η Carinae vorhanden sind[8]. Alle diese Sterne haben nur verhältnismäßig kleine Helligkeitsamplituden. Der eine große Amplitude (etwa 5^M) besitzende unregelmäßige Veränderliche S Per, der früher zu Klasse Me gerechnet wurde, hat nach dem Harvard Catalogue of Long Period Variable Stars[9] ein M5-Spektrum.

28. Die Spektra der Mira-Sterne der Klasse Se. Über die Sterne der Spektralklasse S hat P. W. MERRILL[10] eine zweite größere Abhandlung verfaßt. Von den 31 S-Sternen, die MERRILLS neue Liste enthält, sind 20 veränderlich, und zwar haben 19 von diesen Veränderlichen ein Se-Spektrum, nur einer (AA Cyg) hat keine hellen Linien. (Weitere Listen MERRILLS von S-Sternen haben wir oben Ziff. 22 zitiert.)

Bei manchen von den Se-Sternen sind nach MERRILL außer den Banden des Zirkonoxyds auch die des Titanoxyds vorhanden, bei einigen sind letztere sogar stärker als erstere. Bei anderen fehlen die Zirkonoxydbanden ganz, obwohl sonst alle Kennzeichen der Spektralklasse S vorhanden sind. χ Cyg weist auch Zirkonoxydbanden auf (neben den Titanbanden), ist aber sonst der Klasse Me zuzurechnen. — Die Zirkon- wie die Titanbanden sind bei den Se-Sternen im Maximum der Helligkeit etwas schwächer als bei geringeren Helligkeiten der Sterne. Die hellen Linien des H sind am hellsten um die Zeit des Maximums und sind im Minimum nicht vorhanden. Ihre Intensitäten nehmen von $H\beta$ nach $H\delta$ ab, wenn die Titanbanden vorhanden sind; fehlen diese, so sind $H\beta$ und $H\gamma$ schwächer. Die Intensitätsänderungen der hellen Wasserstofflinien gehen ganz ähnlich vor sich wie bei den Me-Sternen. Die sonstigen Emissionslinien sind solche,

---

[1] Ap J 78, S. 354 (1933) = Mt Wilson Contr 479.
[2] Ap J 79, S. 183 (1934) = Mt Wilson Contr 486.
[3] Z f Ap 9, S. 156 (1934).
[4] Publ A S P 39, S. 173 (1927).
[5] Publ A S P 39, S. 367 (1927).
[6] Harv Bull 848, S. 18 (1927).
[7] M N 92, S. 132 (1931).
[8] M N 92, S. 118 (1931).
[9] Harv Ann 79, Part 3 (1928).
[10] Ap J 65, S. 23 (1927) = Mt Wilson Contr 325.

die auch bei den Me-Sternen vorkommen, und auch ihr Verhalten ist im wesentlichen dasselbe wie bei diesen, wenn auch einige Unterschiede festgestellt werden konnten. Alles in allem besitzen also die Veränderlichen der Spektralklasse Se in ihrem spektralen Verhalten sehr große Ähnlichkeit mit denen der Klasse Me.

Aus der größeren Intensität gewisser Funkenlinien bei den Se-Sternen gegenüber den Me-Sternen schließt MERRILL, daß erstere wahrscheinlich geringere Dichte haben. Die relativ langen Perioden der Se-Sterne scheinen diese Annahme zu unterstützen.

Für die Se-Sterne R Cyg, R Gem und S UMa hat MERRILL dann später[1] die Intensitätsänderungen der hellen Linien noch näher studiert. Eine kurze Zusammenstellung der wichtigsten Spektrallinien der Klasse Se gibt er in Pop Astr 37, S. 453 (1929). Nach den relativen Intensitäten der Zirkonoxyd- und der Titanoxydbanden teilt D. N. DAVIS[2] die Sterne der Spektralklasse S in fünf Unterklassen (S1 bis S5) ein.

29. Die Spektra der Mira-Sterne der Spektralklassen R und N. Neue Untersuchungen über die R- und N-Sterne bringt eine Abhandlung von C. D. SHANE[3]. Es werden hier zahlreiche Sterne dieser Art, darunter auch viele Veränderliche, unter Anwendung dezimaler Unterabteilungen der Klassen R und N neu klassifiziert. Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Spektrum und Lichtwechsel werden indessen nicht angestellt. Neuere Listen der Veränderlichen dieser Spektralklassen haben wir oben Ziff. 22 zitiert. SANFORD hat bei einigen weiteren dieser Sterne Emissionslinien des H festgestellt[4].

Kurze Angaben über den infraroten Teil der Spektra zweier N-Sterne, Y CVn und U Hya, die allerdings zu den unregelmäßigen Veränderlichen gerechnet werden, macht P. W. MERRILL[5].

Mit den Kohlenstoffbanden in den Spektren der R- und N-Sterne haben sich R. F. SANFORD[6], K. WURM[7] und L. ROSENFELD[8] eingehend beschäftigt. Da diese Arbeiten sich aber auf die genannten Sterne im allgemeinen und nicht auf die Veränderlichen im besonderen beziehen, so genügt hier ein Hinweis auf sie.

30. Die Farben der Mira-Sterne. Die von A. A. NIJLAND gemachten Farbenschätzungen langperiodischer Veränderlicher hat A. C. DE KOCK[9] bearbeitet. Er kommt zu folgenden Schlüssen: Die Veränderlichen mit asymmetrischen und eine Welle im Aufstieg besitzenden Lichtkurven und mit langen Perioden sind stärker rot gefärbt als die mit symmetrischen Lichtkurven und mit kleinen Perioden; bei den ersteren sind auch die Änderungen der Farbe mit dem Lichtwechsel am größten. Mehrere der Veränderlichen zeigen im Helligkeitsmaximum die geringste Rotfärbung.

B. P. GERASIMOVIČ und H. SHAPLEY[10] haben durch Vergleich visueller und photographischer Helligkeiten den für die Zeiten der Helligkeitsmaxima gültigen Wert des Farbenindex langperiodischer Veränderlicher bestimmt. Dieser ergab sich zu $+1^M,35$ im Mittel für 24 Me-Sterne, zu $+1^M,99$ für 7 Se-Sterne. Für erstere ist der Farbenindex unabhängig von dem Index n der Spektralunterklasse Mne, und sowohl für die Me- wie die Se-Sterne unabhängig von der Periode. Bei den N-Sternen scheinen dagegen die mit längerer Periode und höherem Index n der Spektralklasse Nn größeren Farbenindex zu besitzen; es sind aber

---

[1] Ap J 71, S. 285 (1930) = Mt Wilson Contr 399.
[2] Publ A S P 46, S. 267 (1934).
[3] Lick Bull 13, S. 123 (1928).
[4] Publ A S P 42, S. 287 (1930); 45, S. 44 (1933).
[5] Ap J 79, S. 183 (1934) = Mt Wilson Contr 486.
[6] Publ A S P 44, S. 246 (1932).
[7] Z f Ap 5, S. 260 (1932).
[8] M N 93, S. 724 (1933).
[9] Recherches Astr Obs Utrecht 10 (1933).
[10] Harv Bull 872, S. 25 (1930).

nur 6 N-Sterne untersucht, deren Farbenindizes im Helligkeitsmaximum zwischen $+2^M,7$ (Y Per, N3, $P = 254^d$) und $+5^M,3$ (S Cep, N8e, $P = 482^d$) liegen. — Der Farbenindex im Helligkeitsminimum konnte nur für 6 Me-Sterne bestimmt werden; er beträgt im Mittel $+1^M,1$.

Für eine Anzahl von Mira-Sternen (RR und RS Sco[1], S Tuc[2], V Scl[3], SX Her[4], *o* Cet[5], T Cen[6] und sieben weitere der Spektralklasse Me[7]) sind auf dem Harvard-Observatorium die visuelle und die photographische Lichtkurve zusammengestellt und miteinander verglichen worden. Die beiden Kurven haben in vielen Fällen eine sehr merklich verschiedene Form, und der Verlauf des Farbenindex mit dem Lichtwechsel ist für die verschiedenen Sterne ganz abweichend. Es ist aber fraglich, ob das diesen Kurven zugrunde gelegte Beobachtungsmaterial durchweg hinreichend homogen ist.

Interessant sind die Ergebnisse[8] für einen weiteren Stern, RV Cen, da dieser der Spektralklasse N3 angehört. Um das Helligkeitsmaximum ist der Farbenindex etwa $+2^M,6$, um das Minimum fast $+4^M,7$. Die photographische Amplitude ist ungefähr doppelt so groß wie die visuelle.

31. Die Temperaturen der Mira-Sterne. E. Pettit und S. B. Nicholson[9] haben ihre Strahlungsmessungen an veränderlichen Sternen fortgesetzt. Ihre wichtigsten Resultate sind im Nachtrage zu dem Kapitel „Die Temperaturen der Fixsterne", Ziff. 29, zusammengestellt. Vor allem geht aus ihren Messungen hervor, daß die radiometrischen Amplituden der Mira-Sterne im Verhältnis zu den visuellen sehr klein sind. Ferner schließen Pettit und Nicholson, daß das wirkliche Energiemaximum bei den Me-Sternen nach dem visuellen Maximum auftritt (im Durchschnitt um 50^d). Wegen weiterer interessanter Einzelheiten muß auf die zitierten Abhandlungen verwiesen werden.

Schon im Infrarot (bei λ 8600) sind nach einer kurzen Mitteilung von C. W. Hetzler[10] die Amplituden der Mira-Sterne nur etwa $1/2$ bis $1/3$ so groß wie die visuellen. — Messungen der Energieverteilung im Spektrum von *o* Cet gibt auch C. G. Abbot[11].

P. W. Merrill und M. L. Humason[12] haben hauptsächlich an der Hand von Objektivprismenaufnahmen auf rotempfindlichen Platten versucht, noch kühlere Sterne aufzufinden, als es die Me-Sterne im Helligkeitsmaximum sind. Es ist ihnen dies aber, von einer Ausnahme abgesehen, nicht gelungen. Dieser Befund ist, wie die Autoren näher auseinandersetzen, als sehr merkwürdig zu betrachten.

32. Die Radialgeschwindigkeiten der Mira-Sterne. Die Abhängigkeit der aus den Verschiebungen der Emissionslinien folgenden Radialgeschwindigkeiten V_e von der Phase des Lichtwechsels wurde von P. W. Merrill und C. G. Burwell[13] weiter untersucht für 10 Me- und 3 Se-Sterne. Die Resultate werden zum Teil graphisch dargestellt, und es ergibt sich eine Bestätigung des früheren Befundes (vgl. Handbuch S. 149 und Abb. 17). Neu ist die Wahrnehmung, daß etwa 30^d vor dem Helligkeitsmaximum die V_e ein Maximum aufweisen. Die Veränderlichkeit der V_e beträgt etwa 10 km und ist bei den Sternen mit kurzen Perioden augenscheinlich am größten.

[1] Harv Bull 846, S. 23 (1927).
[2] Harv Bull 847, S. 13 (1927).
[3] Harv Bull 848, S. 22 (1927).
[4] Harv Bull 869, S. 11 (1929).
[5] Harv Bull 872, S. 28 (1930).
[6] Harv Circ 358 (1931).
[7] Harv Bull 872, S. 30 (1930).
[8] Harv Bull 875, S. 12 (1930).
[9] Ap J 68, S. 279 (1928) = Mt Wilson Contr 369; Ap J 78, S. 320 (1933) = Mt Wilson Contr 478.
[10] Publ Amer Astr Soc 8, S. 13 (1934).
[11] Ap J 69, S. 293 (1929).
[12] Publ A S P 39, S. 198 (1927).
[13] Ap J 71, S. 285 (1930) = Mt Wilson Contr 399.

A. E. H. BLEKSLEY[1] diskutiert die Verschiebungen $V_a - V_e$ bei den Me-Sternen aufs neue auf Grund der Korrelationstheorie. Er findet, daß $V_a - V_e$ mit dem Spektraltypus Sp und der Helligkeitsamplitude A in unmittelbarer Korrelation stehe, und ebenso die Periode P mit Sp sowie P mit A. Dagegen folgt aus seinen Rechnungen, daß $V_a - V_e$ mit P nicht in unmittelbarer Korrelation steht. Indessen ist zu beachten, daß das für die Werte $V_a - V_e$ zur Verfügung stehende Beobachtungsmaterial für so detaillierte Rechnungen wohl noch etwas gering ist.

R. F. SANFORD[2] gibt für eine Reihe von N- und R-Sternen die Differenzen $V_a - V_e$ (Radialgeschwindigkeiten aus Absorptionslinien und aus Emissionslinien, hauptsächlich $H\alpha$) an. Im Mittel betragen diese Differenzen +23 km, sie sind also, mit einer nur auf einer Platte beruhenden Ausnahme, positiv, wie bei den Me-Sternen. Eine Abhängigkeit von der Periode zeigt sich nicht, im Gegensatz zu den Me-Sternen. Für den N-Stern V CrB (N3e, $P = 357^d$) findet G. A. SHAJN[3] aus den hellen Linien $H\beta$ und $H\gamma$ die Radialgeschwindigkeit —129 km.

Eine Untersuchung der Radialgeschwindigkeiten von R Vir haben wir schon unter Ziff. 27γ erwähnt.

Eine weitere Spezialuntersuchung der Radialgeschwindigkeiten liegt vor für SX Her, und zwar von A. H. JOY[4]. Die Periode dieses Sternes beträgt nur 103^d, das Absorptionsspektrum ist gG4 im Maximum, gK0 im Minimum. Die hellen Linien des H sind am stärksten kurz vor dem Maximum und verschwinden im Minimum. Die V_a sind um etwa 10 km veränderlich, das positive Maximum wird etwas vor dem Helligkeitsmaximum erreicht, das Minimum vor dem Helligkeitsminimum; das Verhalten ist hier also anders als bei *o* Cet und R Vir, bei denen die Lichtkurve und die Kurve der V_a der Phase nach übereinstimmen. Die V_e haben bei SX Her ihr Maximum zur Zeit des Minimums der V_a, wie bei *o* Cet und R Vir, während sonst der Verlauf der V_e-Kurve anders ist. Im Mittel ist $V_a - V_e = +4$ km.

Bei η Gem (M2, $P = 235^d$) scheinen nach D. B. MCLAUGHLIN[5] die Änderungen der Radialgeschwindigkeit nicht in Zusammenhang mit dem Lichtwechsel zu stehen.

33. Die lateralen Eigenbewegungen und die absoluten Helligkeiten der Mira-Sterne. Einen Katalog der Eigenbewegungen von langperiodischen Veränderlichen hat W. GYLLENBERG[6] aufgestellt; ferner gibt FR. PALMÉR[7] ein Verzeichnis der Eigenbewegungen von 117 Veränderlichen (hauptsächlich langperiodischen und unregelmäßigen). Schließlich haben A. S. YOUNG und A. H. FARNSWORTH[8] die Eigenbewegungen von sechs Mira-Sternen ermittelt.

In betreff der absoluten Größe der Mira-Sterne in der Scorpio-Ophiuchus-Wolke der Milchstraße kommt H. SHAPLEY[9] durch Vergleichung mit den dort vorhandenen δ Cephei-Sternen zu dem Schluß, daß sie im Mittel etwa $-2^M,5$ (vis.) im Helligkeitsmaximum betragen müsse. (Die an gleicher Stelle erwähnte merkwürdige Verteilung der Periodenhäufigkeit hat sich nicht bestätigt[10].)

B. P. GERASIMOVIČ[11] untersucht auf Grund der Eigenbewegungen und Radialgeschwindigkeiten der Me-Sterne aufs neue deren absolute Größe. Unter Annahme

[1] A N 254, S. 65 (1934).
[2] Publ A S P 42, S. 287 (1930).
[3] Poulkovo Obs Circ 10, S. 12 (1934).
[4] Ap J 75, S. 127 (1932) = Mt Wilson Contr 443.
[5] Publ Amer Astr Soc 7, S. 178 (1933).
[6] Lund Medd (2) Nr. 54 (1930).
[7] Lund Medd (2) Nr. 66 (1932).
[8] A J 39, S. 47 (1929).
[9] Wash Nat Ac Proc 14, S. 958 (1928) = Harv Repr 53.
[10] Harv Bull 867, S. 18 (1929).
[11] Wash Nat Ac Proc 14, S. 963 (1928) = Harv Repr 54.

des CAMPBELLschen Apex ($A = 271°$, $D = +28°$) findet er für die Geschwindigkeit $V_\odot$ der Sonne, die mittlere Pekuliargeschwindigkeit V_* der Sterne und ihre absolute visuelle Größe M im Helligkeitsmaximum folgende Zahlen:

P	$V_\odot$	V_*	M	
50^d—250^d	83 km	55	—2,3	(42 Sterne)
251 —340	59	28	—1,1	(54 „)
>340	18	21	+0,3	(36 „)

Dem Sinne nach stimmen diese Ergebnisse mit den früher von MERRILL und STRÖMBERG erhaltenen überein, die absoluten Helligkeiten sind aber bedeutend größer. Die trigonometrischen Parallaxen scheinen für diese neuen Werte zu sprechen. J. H. OORT[1] kommt gelegentlich seiner Untersuchungen über die galaktische Rotation zu einer mittleren absoluten Helligkeit von $-2^M{,}0$ für die Me-Sterne im Helligkeitsmaximum.

W. GYLLENBERG findet auf Grund der Untersuchung der Eigenbewegungen von 101 langperiodischen Veränderlichen in seiner oben zitierten Arbeit noch größere absolute Helligkeiten als GERASIMOVIČ, nämlich:

$P =$	$M =$
50^d—250^d	—3,5
251 —340	—1,4
>340	+0,1

In einer weiteren Arbeit[2] versucht er dann, eine Perioden-Leuchtkraftkurve für diese Sterne abzuleiten. Aus Gründen, die hier nicht dargelegt werden können, betrachtet er das Minimum als Normalzustand der Veränderlichen, und es ergibt sich, daß die absoluten Minimalhelligkeiten zunächst mit wachsender Periode abnehmen, dann aber bei noch längeren Perioden (von etwa 275^d an) wieder wachsen. Dieses Ergebnis dürfte aber wohl noch unsicher sein. Es ist hier auf den schon früher (oben Ziff. 23 δ) besprochenen Befund hinsichtlich der scheinbaren Größen von H. LUDENDORFF hinzuweisen. Auch ist zu bedenken, daß die visuelle Helligkeit der Mira-Sterne stark durch die Bandenabsorption beeinflußt wird. Man müßte also den Betrachtungen über die Perioden-Leuchtkraftkurve eigentlich nicht die visuellen, sondern die bolometrischen Größen zugrunde legen. Es ist sehr wohl möglich, daß sich für diese ein klarerer Zusammenhang mit der Periode (etwa eine Zunahme der absoluten bolometrischen Größen mit der Periode) ergeben wird (vgl. hierzu die Ausführungen von P. TEN BRUGGENCATE[3]).

Für die Veränderlichen der Spektralklasse Se berechnet G. STRASHNY[4] auf Grund der jetzt bekannten Eigenbewegungen die mittlere absolute Helligkeit im Helligkeitsmaximum zu $-1^M{,}1$, während MERRILL und STRÖMBERG $+0^M{,}4$ gefunden hatten. N. W. MCLEOD[5] sucht rein theoretisch unter Annahme der Pulsationstheorie eine Perioden-Leuchtkraftkurve für die Mira-Sterne der Spektralklassen R und N zu berechnen; doch erscheinen die Grundlagen dieser Rechnung als sehr ungewiß.

34. Parallaxen der Mira-Sterne. Eine Liste von trigonometrischen Parallaxen für 11 Mira-Sterne gibt A. VAN MAANEN[6]. Im übrigen ist auf den schon erwähnten Katalog von Parallaxen Veränderlicher von P. PARENAGO[7] zu verweisen.

35. Durchmesser der Mira-Sterne. Auf Grund ihrer Strahlungsmessungen haben PETTIT und NICHOLSON (vgl. oben Ziff. 31) Durchmesser der Mira-Sterne berechnet. Danach sind die Durchmesser im Minimum etwas größer als im Maximum. Der berechnete Durchmesser von *o* Cet (0'',042—0'',046) stimmt leidlich

[1] B A N 4, S. 83 (1927).
[2] Lund Medd (2) Nr. 55 (1930).
[3] Ergebn d exakt Naturwiss 10, S. 58 (1931).
[4] A N 242, S. 21 (1931).
[5] Pop Astr 40, S. 450 (1932).
[6] Mt Wilson Contr 356, S. 9 (1928).
[7] R A J 11, S. 29 (1934).

mit dem im Handbuch angeführten, auf interferometrischen Messungen beruhenden Werte von 0″,056 überein. Eine neuere interferometrische Messung auf dem Mt. Wilson-Observatorium[1] ergab 0″,047 (im Helligkeitsmaximum von 1928).

36. Galaktische Verteilungen der Mira-Sterne. H. LUDENDORFF[2] hat die galaktische Verteilung der Me-Sterne untersucht, wobei er diese nach der Form der Lichtkurven sonderte. Das einzige auffällige Ergebnis ist, daß die Veränderlichen mit Lichtkurven der Formen γ_1, γ_2 und α_1 wesentlich niedrigere durchschnittliche galaktische Breite haben als die anderen.

39. Hypothesen zur Erklärung des Lichtwechsels der Mira-Sterne. G. ARMELLINI[3] knüpft an die beobachteten Temperaturschwankungen von *o* Ceti theoretische Betrachtungen an und kommt zu Folgerungen, die MERRILLS Schleiertheorie zu stützen scheinen. Er verbindet daher die Schleiertheorie mit der Pulsationstheorie, um den Lichtwechsel der Mira-Sterne zu erklären[4]. Zu ähnlichen Anschauungen gelangt P. TEN BRUGGENCATE[5].

40. Die Veränderlichen mit Perioden von 45^d bis 90^d. Unsere Kenntnis der Veränderlichen, die der Periodenlänge nach zwischen den δ Cephei- und den Mira-Sternen stehen, ist in den letzten Jahren sehr gewachsen; sie werden neuerdings häufig als „intermediate group" bezeichnet. Eine Diskussion dieser Veränderlichen hat B. P. GERASIMOVIČ[6] 1929 gegeben, doch entspricht auch diese schon nicht mehr ganz dem heutigen Stande der Forschung. Wir wollen im folgenden einen möglichst gedrängten Überblick über letzteren geben. Dabei werden Sterne, über deren Lichtwechsel erst wenig bekannt ist, beiseite gelassen, und ebenso auch die später zu behandelnden RV Tauri-Sterne, zu denen auch der auf S. 164 des Handbuchs angeführte Veränderliche SS Gem gehört.

Als obere Grenze der Periode für normale δ Cephei-Sterne nehmen wir nach wie vor 45^d an, in Übereinstimmung mit B. P. GERASIMOVIČ[7], denn RS Pup mit $P = 41^d,3$ (GERASIMOVIČ, Harv Bull 848, S. 14) und SV Vul mit $P = 45^d,1$ (z. B. GERASIMOVIČ, Harv Bull 846, S. 13; M. BEYER, Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 7; A. V. NIELSEN, V J S 68, S. 383) haben sich als zweifellose δ Cephei-Sterne erwiesen. Als untere Grenze für normale Mira-Sterne nehmen wir, ebenfalls wie früher, $P = 90^d$ an, denn T Cen mit $P = 91^d$ ist ein solcher (A. H. MORSE, Harv Circ 358). Wir wollen hier indessen auch noch die Veränderlichen mit $P = 90^d$ bis 100^d mit behandeln, da viele von ihnen mehr zu der „intermediate group" als zu den Mira-Sternen zu gehören scheinen. Der einzige unter den Veränderlichen von mehr als 45^d Periode, der ein ausgesprochener δ Cephei-Stern ist (abgesehen von zwei Veränderlichen in der kleinen MAGELLANschen Wolke, Handbuch S. 240), ist GG Sgr (B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 846, S. 22) mit $P = 64^d,1$, Amplitude $A = 0^M,44$ phot.; er liegt nahe einem kugelförmigen Sternhaufen, zu dem er vielleicht — allerdings unter Widerspruch zu der Perioden-Leuchtkraftkurve — in Beziehung stehen könnte.

Ähnlichkeit mit dem δ Cephei-Typus besitzt noch S Vul (L. HUFNAGEL, Harv Bull 866, S. 5), $P = 68^d,2$ (nimmt zu), $A = 1^M,2$ phot., $0^M,5$ vis., Spektrum K2 bis M2 (Harv Bull 874, S. 21). Die Lichtkurve ist δ Cephei-artig, aber Abweichungen der Zyklen von der mittleren Periode sowie der Umstand, daß die Beziehungen der Radialgeschwindigkeiten zum Lichtwechsel jedenfalls anders sind als bei den normalen δ Cephei-Sternen, verbieten die Einordnung von S Vul

---

[1] Publ A S P 41, S. 333 (1929).
[2] Sitzber d Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1932, XX.
[3] Contr Scient Oss Astr di Roma Campidoglio 33 (1931).
[4] Astronomia Siderale II, S. 342. Bologna 1931.
[5] Ergebn d exakt Naturwiss 10, S. 72 (1931).
[6] Harv Circ 342 (1929). [7] Harv Bull 857, S. 34 (1928).

in diese Klasse. M. BEYER (Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 21) findet, daß spätere Beobachtungen durch die Elemente von HUFNAGEL nicht mehr dargestellt werden; er konstatiert auf dem absteigenden Aste der Lichtkurve eine starke Welle und vermutet daher Verwandtschaft mit dem RV Tauri-Typus. P. AHNERT wiederum (A N 241, S. 270) kann diese Welle wenigstens im allgemeinen nicht feststellen.

Noch mehr als S Vul entfernt sich Z Leo vom normalen δ Cephei-Typus (B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 849, S. 18). Es ist $P = 56^d,7$ mit starkem Sinusglied, A ändert sich zwischen den Grenzen $0^M,1$ und $1^M,3$, die Lichtkurve ist sehr veränderlich, das Spektrum ist M0 bis M2 (Harv Bull 874, S. 20). Die Minima werden durch die von GERASIMOVIČ ermittelte Formel leidlich gut dargestellt. Für spätere Beobachtungen paßt letztere aber nach M. BEYER (Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 39) nicht mehr. Mit Z Leo ist nach M. BEYER (ebenda S. 40) UV Dra verwandt ($P = 77^d,4$, mittl. $A = 0^M,65$ vis., Grenzen des Lichtwechsels $8^M,6$ bis $9^M,8$, Spektrum M4) und ebenso auch TX Dra (ebenda S. 42; L. JACCHIA, Publ Oss Bologna 2, S. 230), bei dem $P = 76^d,6$, mittl. $A = 0^M,5$ vis., Grenzen des Lichtwechsels $6^M,9$ bis $8^m,3$, Spektrum M5.

Die bisher behandelten Sterne zeigen eine gewisse, wenn zum Teil auch ziemlich entfernte Verwandtschaft mit dem δ Cephei-Typus. Man kann aber Z Leo und die ihm ähnlichen Veränderlichen auch als mit der Mira-Klasse verwandt betrachten. Andere Veränderliche der „intermediate group" stehen der Mira-Klasse sehr nahe oder sind Mira-Sterne. Nach der Periode geordnet sind dies folgende:

RU Vel: $P = 63^d$, $A = 4^M,6$ phot., Lichtwechsel etwas unpünktlich. Spektrum M3e. Wohl Mira-Stern. Die Amplitude ist für einen Mira-Stern so kurzer Periode groß (C. H. PAYNE, Harv Bull 861, S. 9).

IU Sco: $P = 69^d$, $A = 1^M,5$ phot. Lichtkurve symmetrisch. Um 1908 hat ein großer Epochensprung stattgefunden. Spektrum unbekannt. Wohl Mira-Stern (H. H. SWOPE, Harv Bull 868, S. 12).

V UMi: $P = 73^d$. Helligkeit im Max. $7^M,4$ bis $8^M,2$, im Min. $8^M,0$ bis $8^M,8$. Es kommen Epochensprünge und Periodenänderungen vor. Spektrum M4. Steht den Mira-Sternen sehr nahe (W. HASSENSTEIN, Publ Obs Potsdam Nr. 87). Nach R. F. SANFORD (Ap J 79, S. 77 = Mt Wilson Contr 481) zeigt die veränderliche Radialgeschwindigkeit (—150 bis —179 km) keine Beziehung zum Lichtwechsel.

AL Sgr: $P = 81^d,5$, $A = 4^M,0$ phot. Spektrum unbekannt. Wohl Mira-Stern (C. H. PAYNE, Harv Bull 861, S. 9).

TZ Cep: $P = 83^d$, $A = 1^M$ bis 2^M. Lichtkurve veränderlich, Spektrum M0. Steht jedenfalls der Mira-Klasse sehr nahe (W. HASSENSTEIN, A N 250, S. 265).

SU Sgr: $P = 88^d$, $A = 0^M,8$ vis. Lichtwechsel etwas unpünktlich. Spektrum M7. Wohl Mira-Stern (C. H. PAYNE, Harv Bull 861, S. 9).

T Cen: $P = 91^d$. Mira-Stern (vgl. vorige Seite).

Weitere hierhergehörige Sterne scheinen Übergangsformen von den Mira-Sternen zu den unregelmäßigen Veränderlichen zu bilden; man bezeichnet sie häufig auch als „halbregelmäßig". Wir können im einzelnen auf den Lichtwechsel dieser Sterne nicht eingehen; die Perioden werden meist nur schlecht innegehalten, die Amplituden sind in der Regel klein, die Form der Lichtkurve ist oft sehr veränderlich. Im folgenden geben wir ein Verzeichnis dieser Objekte mit ihren mittleren Perioden, ihren Amplituden und (soweit bekannt) ihren Spektren, im wesentlichen nach PRAGERS Ephemeriden, nebst Angaben über die wichtigste neuere Literatur:

AF Peg: $P = 53^d$, $A = 1^M,0$, Spektrum M4 (S. EINBU, Beob. veränd. Sterne XI, S. 29).

AD Cyg: $P = 73^d$, $A = 1^M,6$, Spektrum S (S. EINBU XI, S. 20).

SV UMa: $P = 76^d$, $A = 1^M,2$, Spektrum K2 (B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 869, S. 15; M. BEYER, Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 53; S. EINBU XI, S. 35; L. JACCHIA, Publ Oss Bologna 2, S. 231. Radialgeschwindigkeit —95 bis —113 km [nach R. O. REDMAN, M N 92, S. 116]).

RX Boo: $P = 78^d$, $A = 2^M,2$, Spektrum M6 (E. LORETA, B A F 1, S. 159).

CX Ori: $P = 80^d$, $A = 1^M,8$, Spektrum ? (C. HOFFMEISTER, A N 238, S. 23).

RS Cam: $P = 83^d$, $A = 1^M,2$, Spektrum Mb (W. HASSENSTEIN, Publ Obs Potsdam Nr. 87, S. 13; A N 252, S. 299).

U Lup: $P = 87^d$, $A = 2^M,4$, Spektrum G0 (D. J. K. O'CONNELL, Harv Bull 893, S. 21).

TT Per: $P = 91^d,5$, $A = 1^M,2$, Spektrum M5 (B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 869, S. 19; M. BEYER, Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 33).

SS Cep: $P = 97^d,5$, $A = 1^M,1$, Spektrum Mb (W. HASSENSTEIN, Publ Obs Potsdam Nr. 87, S. 27).

AH Cyg: $P = 99^d,5$, $A = 1^M,6$, Spektrum ? (S. EINBU XI, S. 19).

Unter diesen Sternen dürfte wohl SS Cep den Mira-Sternen noch am nächsten stehen. Als schon fast unregelmäßig dürfte man die folgenden Veränderlichen betrachten können:

RX UMa: $P = 64^d$, $A = 2^M,5$, Spektrum ? (A. BRUN, Lyon Bull 13, S. 19; L. JACCHIA, Publ Oss Bologna 2, S. 235; S. EINBU XI, S. 36).

TX Per: $P = 77^d$, $A = 2^M,8$, Spektrum Mp (S. EINBU XI, S. 30).

ST UMa: $P = 81^d$, $A = 0^M,8$, Spektrum Mb (M. BEYER, Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 69; E. LORETA, B A F 1, S. 11).

SW Per: $P = 84^d$, $A = 1^M,6$, Spektrum M4 (B. P. GERASIMOVIČ, Harv Circ 338; M. BEYER, Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 61; L. JACCHIA, Publ Oss Bologna 2, S. 234; S. EINBU XI, S. 31).

TZ Cyg: $P = 90^d$, $A = 2^M,0$, Spektrum M7 (S. KIERULFF, A N 249, S. 360).

RW Eri: $P = 91^d$, $A = 1^M,5$, Spektrum ? (L. HUFNAGEL, Harv Bull 873, S. 8).

Die beiden letzten Gruppen von Veränderlichen sind natürlich schwer gegeneinander abzugrenzen, und die Einordnung der einzelnen Sterne ist nicht frei von Willkür und Unsicherheiten.

Während die bisher besprochenen Sterne der „intermediate group" mehr oder weniger eng mit der δ Cephei- oder der Mira-Klasse verwandt oder auch fast ganz unregelmäßig zu sein scheinen, weisen einige weitere Objekte dieser Art ein ganz besonderes Verhalten auf:

UU Her. Nach B. P. GERASIMOVIČ (Harv Bull 857, S. 27) beträgt die Periode in unregelmäßigem Wechsel 73^d und 45^d, doch dauert das Bestehen dieser beiden Perioden jedesmal längere Zeit an. Form der Lichtkurve und Amplitude sind starken Änderungen unterworfen, letztere steigt bis zu $1^M,9$ (phot.) an. Es kommen auch längere Zeiten konstanter Helligkeit und solche ganz unregelmäßigen Lichtwechsels vor. M. BEYER (Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 44) bestätigt im wesentlichen diesen Befund, W. THEILE (A N 248, S. 263; 251, S. 271) hat später auch noch eine Periode von 91^d konstatiert (vgl. auch L. DETRE u. K. LASSOVSZKY, A N 252, S. 197). W. THEILE hat den Farbenindex zu $+0^M,4$ bestimmt (A N 253, S. 169). Das Spektrum ist G0v, die Radialgeschwindigkeit —130 km (Mt Wilson Rep 1926/27, S. 21).

Z Cnc hat nach B. P. GERASIMOVIČ und M. L. WALTON (Harv Bull 862, S. 25) Ähnlichkeit mit UU Her. Es treten bei Z Cnc drei abwechselnde Perioden

von 80^d, 114^d und 166^d auf; zuweilen wechseln zwei von ihnen rasch und unregelmäßig ab. Die Amplitude schwankt zwischen wenigen Zehnteln der Größenklasse und mehr als einer Größenklasse. M. BEYER (Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 63) kann indessen den obigen Befund hinsichtlich des zeitlichen Verlaufs des Lichtwechsels nicht bestätigen, und P. AHNERT (A N 241, S. 265) findet gar für die Zeit von 1923 bis 1930 überhaupt nur Helligkeitsschwankungen von $0^M,3$. Die Verhältnisse sind also noch recht ungeklärt. (Das Spektrum ist M5.)

V Lyn hat nach M. BEYER (Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 46; vgl. auch L. JACCHIA, Publ Oss Bologna 2, S. 237) ebenfalls Ähnlichkeit mit UU Her; die Perioden sind 54^d, 87^d und 163^d (Spektrum unbekannt). Das gleiche gilt, ebenfalls nach M. BEYER (ebenda S. 49), augenscheinlich auch von RZ UMa mit Perioden von 77 und 136^d (Spektrum M7). Auch bei RU Aqr hat B. P. GERASIMOVIČ (Harv Bull 848, S. 18) einen äußerst merkwürdigen Lichtwechsel gefunden, während P. M. RYVES eine Periode von 69^d annimmt (vgl. oben Ziff. 27 ε); es müssen weitere Beobachtungen dieses Sternes abgewartet werden.

Auffällig ist die Tatsache, daß bei den in dieser Ziffer behandelten Veränderlichen Perioden von 45^d bis 60^d nur äußerst selten vorkommen.

Man ersieht aus den vorangehenden Ausführungen, daß für die Sterne der „intermediate group“ die Verhältnisse noch ziemlich unklar liegen. Oft kommt es vor, daß spätere Beobachtungen im Widerspruch zu den aus früheren gezogenen Schlüssen stehen. Daher ist eine Einteilung dieser Veränderlichen, wie sie B. P. GERASIMOVIČ in seiner schon zitierten Abhandlung[1] vornimmt, vielleicht noch verfrüht. Bemerkenswert ist aber sein Hinweis, daß manche dieser Veränderlichen nicht in die von H. SHAPLEY festgestellte und später noch zu besprechende Beziehung zwischen den Perioden und den Spektren der veränderlichen Sterne passen.

A. H. JOY[2] hat die Spektra von 22 Veränderlichen mit M-Spektren ohne helle Linien und mit Perioden zwischen 40^d und 140^d untersucht. Die Spektren ändern sich nicht mit dem Lichtwechsel, die Änderungen der Radialgeschwindigkeit sind klein und ungewiß. Die Radialgeschwindigkeit beträgt (ohne Rücksicht auf das Vorzeichen) im Mittel 44 km.

f) Die veränderlichen Sterne der μ Cephei-Klasse.

41. Definition und Vorbemerkungen. Es scheint, als ob die früher unter der Bezeichnung „μ Cephei-Sterne“ zusammengefaßten Veränderlichen (zu denen man in der Regel auch einige nicht rötlich gefärbte Objekte rechnet) in mehrere verschiedene Klassen oder wenigstens Gruppen werden eingeteilt werden müssen. Zwei sich ziemlich deutlich abgrenzende Arten besprechen wir in Ziff. 41a und 41b. Einstweilen ist aber die Sachlage noch unklar. Es muß nochmals betont werden, daß sich eine scharfe Grenze zwischen den Mira-Sternen und den roten unregelmäßigen Veränderlichen nicht ziehen läßt. Zwischenformen, die man häufig als „halbregelmäßige Veränderliche“ bezeichnet, haben wir z. B. in der vorigen Ziffer kennengelernt. L. JACCHIA[3] rechnet zu den Mira-Sternen nur diejenigen, die Emissionslinien aufweisen (abgesehen von einigen R- und N-Sternen) und zählt alle, bei denen die Emissionslinien fehlen, zu den „variabili semiregolari e irregolari“. (Ob dies statthaft ist, kann erst eine genauere Untersuchung lehren. Z. B. hat D. B. MC LAUGHLIN[4] im Spektrum von μ Cep Linien des H zeitweise hell gefunden, ebenso im Spektrum von RS Cnc, AF Cyg und X Her.) Diese teilt er dann weiter in zwei Unterklassen ein; zu der ersten gehören

[1] Harv Circ 342 (1929). [2] Publ A S P 44, S. 240 (1932).
[3] Pubbl Oss Bologna 2, S. 229 (1933).
[4] Publ Amer Astr Soc 7, S. 94 (1932); 8, S. 15 (1934).

die Sterne, die eine einzige, gut definierte Periodizität zeigen (AF Cygni-Typus), zu der zweiten diejenigen, die mehrere, unregelmäßig aufeinanderfolgende Perioden aufweisen oder ganz unregelmäßig sind (μ Cephei-Typus). JACCHIA hebt aber selbst die Schwierigkeit und die Willkür dieser Einteilung hervor. Wir wollen ihr hier nicht folgen.

Die Frage der Veränderlichkeit der roten Sterne im allgemeinen haben J. STEBBINS und C. M. HUFFER[1] untersucht durch lichtelektrische Messungen an 190 Sternen, die fast ohne Ausnahme den Spektralklassen M0 bis M6 angehören. Ein Drittel von diesen Objekten zeigte Lichtschwankungen von $0^M,1$ oder mehr. Es handelt sich hier nur um Riesensterne, und es ist zu vermuten, daß kein roter Riese eine völlig konstante Helligkeit besitzt.

41a. Veränderliche, die eine kurze und eine lange Periode besitzen. Es hat sich herausgestellt, daß der Lichtwechsel einiger Veränderlicher eine kurze und eine lange Periode oder, da diese Perioden in der Regel nur unpünktlich befolgt werden, besser gesagt einen kurzen und einen langen Zyklus besitzt. Gerade μ Cep selbst gehört hierher; es ist daher ein recht unglücklicher Umstand, daß man diesen Stern als Prototyp für die roten, unregelmäßigen Veränderlichen ausgewählt hat. — Mit den hier besprochenen Objekten haben sich W. ZESSEWITSCH[2], D. J. K. O'CONNELL[3] und J. VAN DER BILT[4] zusammenfassend beschäftigt. In der folgenden Übersicht sind sie nach dem gegenwärtigen Stande der Kenntnis aufgeführt, nebst Angaben über die wichtigste neuere Literatur. P_1 bedeutet die kurze, P_2 die lange Periode.

Tabelle 5.

Stern	Spektr.	P_1	P_2	Literatur
SX Cen . . .	F5	$16^d,5$	600^d	J. VOÛTE, Lembang Ann 2, Nr. 4, S. 53; D. J. K. O'CONNELL, Harv Bull 893, S. 16.
V Sge	Ob	17 ,2	530	L. JACCHIA, Mem S A It 8, S. 243; A. H. JOY, Publ A S P 44, S. 385 (Spektrum).
SU Gem . . .	K6v	25	700	M. E. NABOKOV, A N 230, S. 233; Gorki Bull 3, S. 7; A. J. CANNON, Harv Bull 874, S. 20 (Spektrum).
AI Sco . . .	K	36	980	J. VOÛTE, Lembang Ann 2, Nr. 4, S. 5; B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 864, S. 16; D. J. K. O'CONNELL, Harv Bull 893, S. 14.
DF Cyg . . .	K	50	790	B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 849, S. 15; 862, S. 25; A. BRUN, B A F 1, S. 126; M. HARWOOD, Publ Amer Astr Soc 8, S. 10; A. H. JOY, Publ A S P 44, S. 386 (Spektrum).
TW Peg . .	M6	90	934	B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 867, S. 14; FR. LAUSE, A N 338, S. 351; E. LORETA, Lyon Bull 12, S. 160.
UZ Per . . .	M4	90	920	B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 864, S. 16; M. ESCH, B Z 1929, S. 7; W. ZESSEWITSCH, Nature 129, S. 94.
W Ori . . .	Nb	200	2000	D. J. K. O'CONNELL, Harv Bull 893, S. 19.
SV And . . .	M7e	316	930	J. VAN DER BILT, M N 94, S. 846.
V Hya . . .	N	530	6500	L. CAMPBELL, Pop Astr 34, S. 551; E. LORETA, Lyon Bull 12, S. 162; L. JACCHIA, Pubbl Oss Bologna 2, S. 228; D. J. K. O'CONNELL, Harv Bull 893, S. 19.
μ Cep	M2	750	4675	W. ZESSEWITSCH, Mirovedenie Nr. 22; Bull Leningrad Univ Obs 2, S. 2; J. PLASSMANN, Himmelswelt 39, S. 62; D. B. MCLAUGHLIN, Pop Astr 39, S. 14; Publ Amer Astr Soc 7, S. 94 u. 178; 8, S. 15 (Spektrum).
α Ori	M2	?	2070	H. OSTHOFF, Himmelswelt 39, S. 179; B. W. KUKARKIN, Gorki Bull 3, S. 67; J. STEBBINS u. C. M. HUFFER, Publ Washburn Obs 15, S. 177.

[1] Publ Washburn Obs 15, Part 3 (1930).
[2] Gorki Bull 2, S. 1 (1929); Bull Leningrad Univ Obs 2, S. 2 (1933).
[3] Harv Bull 893, S. 19 (1933).
[4] M N 94, S. 857 (1934).

Wegen Raummangels können wir hier nur ganz kurze Angaben über diese Sterne machen. Bei SX Cen und AI Sco gehen die Lichtschwankungen in dem kurzen Zyklus in δ Cephei-artigen, aber meist recht veränderlichen Lichtkurven vor sich. Bei AI Sco umfaßt z. B. diese Lichtschwankung im allgemeinen 1^M bis $1^1/_2{}^M$, die langperiodische dagegen fast 2^M. Bei SX Cen ist P_2 sehr veränderlich. Bei V Sge erinnert die rasche Lichtschwankung an die eines RV Tauri-Sternes, und DF Cyg ist in seinem raschen Lichtwechsel ein ausgesprochener RV Tauri-Stern. UZ Per soll nach ZESSEWITSCH noch eine dritte Periode von 5000^d (Amplitude nur $0^M,3$) besitzen. SV And ist in seinem kürzeren Lichtwechsel ein typischer Mira-Stern. Bei V Hya ist die Amplitude des langsamen Lichtwechsels sehr groß, nämlich 5^M bis 6^M, der schnellere Lichtwechsel ist wiederum RV Tauri-ähnlich. Bei μ Cep vermutet man noch eine dritte Periode von etwa 90^d bei sehr kleiner Amplitude. Im Spektrum dieses Sternes hat McLAUGHLIN $H\gamma$ und $H\delta$ zur Zeit des Maximums hell gefunden; er hat auch die Änderungen der Radialgeschwindigkeit untersucht, die sich ähnlich wie bei α Ori verhalten. Bei letzterem gehen die raschen, sehr kleinen Lichtänderungen in unregelmäßigen Zyklen von einigen Wochen oder Monaten vor sich, die langsamen sind synchron mit kleinen Änderungen der Radialgeschwindigkeit. Die Bahnelemente von α Ori als spektroskopischer Doppelstern haben H. SPENCER JONES[1] und R. F. SANFORD[2] bestimmt. Auch die interferometrisch gemessenen Durchmesser scheinen der längeren Periode zu folgen, doch ist dieses Ergebnis noch nicht sichergestellt. Im Spektrum von α Ori hat N. T. BOBROVNIKOFF[3] Skandiumoxyd nachgewiesen.

Die Gesamtamplitude des Lichtwechsels ist am größten (6^M) bei V Hya, dann folgen SV And mit 5^M, SX Cen, V Sge, DF Cyg mit $3^1/_2{}^M$ bis 4^M; am kleinsten ist sie bei μ Cep und α Ori (rund 1^M). Abgesehen von SX Cen und VSge, bei denen P_1 am kleinsten ist, sind alle hier besprochenen Objekte rötlich. V Sge hält C. H. PAYNE[4] für eine gewesene Nova.

In die hier behandelte Gruppe von Sternen gehört wahrscheinlich auch RV Tau[5] (wie überhaupt nach dem oben Gesagten die RV Tauri- und die mit ihnen verwandten Veränderlichen hier stark in Erscheinung zu treten scheinen), ferner UU Aur[6] sowie VY And, ST Cam und VY Cas.

Der hier besprochenen Gruppe von Veränderlichen gehören solche an, die im übrigen in verschiedene andere Klassen einzuordnen sind, denn DF Cyg ist ein typischer RV Tauri-, SV And ein typischer Mira-Stern. Es scheint demnach so, als ob hier nicht eine neue Klasse von Veränderlichen vorliegt, sondern als ob das Vorhandensein eines sehr langen Zyklus des Lichtwechsels (neben einem kürzeren) nur eine besondere Eigentümlichkeit einzelner Veränderlicher verschiedener Klassen ist, die bei den roten unregelmäßigen oder halbregelmäßigen Veränderlichen verhältnismäßig am häufigsten vorkommt.

41b. Die Sterne der RR Tauri-Art. L. JACCHIA[7] faßt einige Objekte zu einer besonderen Klasse zusammen, die in ihrem Lichtwechsel Ähnlichkeit mit RR Taur haben. Dieser Stern ändert seine Helligkeit manchmal in wenigen Tagen um mehr als 3^M, zu anderen Zeiten bleibt er wochenlang fast konstant; irgendeine Regel ist nicht erkennbar (Abb. 2). JACCHIA zählt noch drei weitere Sterne zu dieser Klasse; für die nähere Beschreibung des Lichtwechsels verweisen

---

[1] M N 88, S. 661 (1928).
[2] Ap J 77, S. 110 (1933) = Mt Wilson Contr 464.
[3] Ap J 77, S. 347 (1933).
[4] Harv Bull 894, S. 18 (1934).
[5] M. BEYER, Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 20 (1930); L. JACCHIA, Pubbl Oss Bologna 2, S. 192 (1933).
[6] B. W. KUKARKIN u. V. TSCHERNOW, Gorki Bull 3, S. 146 (1932).
[7] Pubbl Oss Bologna 2, S. 191 (1933).

wir auf die in der folgenden Übersicht enthaltenen Literaturangaben sowie auf die oben zitierte Stelle bei JACCHIA. Bemerkenswerterweise sind diese vier Sterne alle gelblich. Das Spektrum ist nur für RW Aur bekannt (G0).

RW Aur: M. BEYER, Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 71; L. JACCHIA, A N 240, S. 121; P. PARENAGO, Gorki Bull 4, S. 222.

RY Ori: M. HARWOOD, Harv Bull 868, S. 19.

UX Ori: FR. LAUSE, A N 239, S. 303; 240, S. 311; 250, S. 82.

RR Tau: L. JACCHIA, A N 240, S. 121; L. CAMPBELL, Harv Circ 382 u. 395; P. PARENAGO, Gorki Bull 4, S. 226.

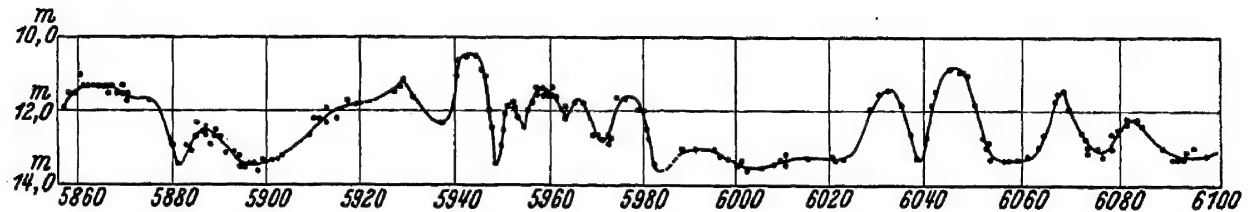



Abb. 2. Lichtkurve von RR Tauri nach L. JACCHIA.

42. Die μ Cephei-Sterne der Spektralklassen N und R. Die Zahl der bekannten unregelmäßigen Veränderlichen dieser Spektralklassen hat sich in den letzten Jahren nicht wesentlich vergrößert. Man nimmt aber bei einigen von ihnen jetzt größere Amplituden an als früher, so daß wir jetzt ungefähr ein Dutzend kennen, deren Lichtschwankungen 2^M übersteigen; doch sind in keinem Falle Amplituden von mehr als 3^M bis $3^1/_2{}^M$ beobachtet worden. L. JACCHIA[1] gibt ein Verzeichnis derjenigen N-Sterne, die er als sicher völlig unregelmäßig ansieht (also als seinem μ Cephei-Typus angehörig) sowie derjenigen, die er in seinen AF Cygni-Typus einordnet[2]. Eine eingehende Untersuchung des Lichtwechsels von UX Dra hat W. HASSENSTEIN[3] unternommen. In betreff der auf S. 168 des Handbuchs besonders erwähnten Sterne ist zu bemerken, daß sich S Scu tatsächlich als nicht der δ Cephei-Klasse angehörig erwiesen hat[4]. In RS Tel haben wir (vgl. oben Ziff. 15) noch einen zweiten R Coronae-Stern (neben S Aps) kennengelernt, der ein R-Spektrum besitzt.

43. Die μ Cephei-Sterne der Spektralklasse M. Der eingangs der Ziffer behandelte Veränderliche S Per wird jetzt, wie schon erwähnt, ebenfalls zur Spektralklasse M gezählt (M5).

In PRAGERS Ephemeriden für 1934 sind etwa 80 M-Sterne als unregelmäßig bezeichnet und ebenso drei S-Sterne. Nur sechs davon haben Amplituden von mehr als 2^M.

Von den auf S. 169 bis 170 des Handbuchs besonders erwähnten Sternen sind TZ Cyg, μ Cep und α Ori bereits oben (Ziff. 40 bzw. 41 a) besprochen worden. Den Lichtwechsel von g Her hat Z. KOPAL[5] diskutiert. Über die Titanoxyd-Banden im Spektrum von α Her und R Lyr hat N. T. BOBROVNIKOFF[6] Untersuchungen angestellt, und im Spektrum von X Her hat D. B. MCLAUGHLIN[7] helle Linien des H nachgewiesen. Für die ziemlich kleinen Änderungen der Radialgeschwindigkeit von R Lyr fand R. F. SANFORD[8] eine mittlere Periode von

[1] Pubbl Oss Bologna 2, S. 240 (1933).
[2] Pubbl Oss Bologna 2, S. 233ff.
[3] Publ Obs Potsdam Nr. 87, S. 47 (1932).
[4] B. STICKER, A N 231, S. 369 (1928); P. TEN BRUGGENCATE, Lembang Ann 2, Nr. 3, S. 37 (1928).
[5] Lyon Bull 13, S. 137 (1931).
[6] Publ Amer Astr Soc 7, S. 213 (1933); Ap J 78, S. 211 (1933).
[7] Publ Amer Astr Soc 7, S. 94 (1932); 8, S. 15 (1934).
[8] Ap J 71, S. 209 (1930) = Mt Wilson Contr 394.

$43^d,5$, doch scheinen außerdem noch weitere Änderungen vorhanden zu sein; die Beziehungen zwischen den Kurven der Radialgeschwindigkeit und der Helligkeit untersucht SANFORD nicht. Strahlungsmessungen an einigen roten unregelmäßigen Veränderlichen verdanken wir E. PETTIT und S. B. NICHOLSON[1].

Ein schöner Übergangstypus zwischen Mira- und μ Cephei-Sternen ist UU Dra (Spektrum M6), den W. HASSENSTEIN[2] sehr gründlich untersucht hat.

44. μ Cephei-Sterne der Spektralklasse K. PRAGERS Ephemeriden für 1934 enthalten 20 als unregelmäßig bezeichnete K-Sterne, von denen nur 3 Amplituden von mehr als 2^M (bis höchstens $2^M,6$) besitzen, nämlich TW Aql, V Pyx und BM Sco. V Pyx ist wahrscheinlich ein R Coronae-Stern[3]. α Cas (Spektrum K0 oder G8) hat nach W. HASSENSTEIN[4] wohl überhaupt eine konstante Helligkeit.

45. μ Cephei-Sterne mit besonderem Spektrum. Über die auf S. 171 bis 172 des Handbuchs erwähnten Sterne dieser Art ist folgendes zu bemerken:

SU Mon hat ein S-Spektrum.

W Cep. Den Lichtwechsel hat A. SEVERNY untersucht[5]. Über das Spektrum von VV Cep vgl. oben Ziff. 27γ.

RY Tel hat sich als Mira-Stern ($P = 239^d$, M3e) erwiesen.

PRAGERS Ephemeriden führen noch einige weitere unregelmäßige Veränderliche mit besonderem Spektrum an. Der Lichtwechsel dieser Objekte ist erst wenig bekannt, und es ist bei den meisten fraglich, ob sie zu den μ Cephei-Sternen zu rechnen sind. Größere Lichtschwankungen hat nur AX Per, der wahrscheinlich mit Z And verwandt ist (vgl. oben Ziff. 10).

46. Abnorme unregelmäßige Veränderliche. Von den in Ziff. 46 erwähnten Veränderlichen sind X CVn und X Tau vielleicht überhaupt konstant. RU Cen ist ein RV Tauri-Stern, RV Lib ein δ Cephei-Stern; über d und Z Ser ist nach wie vor wenig bekannt, RT Vul hat vielleicht eine mittlere Periode von 62^d bei sehr kleinen Lichtschwankungen[6]. Bei T Pis vermutet M. ESCH[7] eine mittlere Periode von 258 bis 269^d. RX And ist ein U Geminorum-Stern (vgl. oben Ziff. 18), RW Aur ist oben in Ziff. 41b behandelt worden. SS Sct hat sich als δ Cephei-Stern erwiesen; über X Lyr, S Tel und RZ Lac (Spektrum[8] B9e) ist wesentlich Neues nicht bekannt geworden, dagegen liegt über den Lichtwechsel von ϱ Cas eine ausführliche Untersuchung von W. HASSENSTEIN[9] vor; danach gilt die von OKOUNEFF abgeleitete Periode von 1100^d nur für 1904 bis 1925.

Weitere unregelmäßige Veränderliche mit B- und A-Spektren sind AE Aur[10] (B0p), RR Sct (B8), der wahrscheinlich unveränderlich ist[11], BN Ori (A7), der nach P. PARENAGO[12] eine ziemlich große Amplitude ($2^M,4$) besitzt. Ferner sind weitere unregelmäßige Veränderliche mit F- und G-Spektren UV Boo (F5), TZ Her[13] (F5), UY Aur (G0e)[14], NO Cyg (G5), RX Cep (G7) und U Boo (G).

46a. Allgemeines über die μ Cephei-Sterne. Statistische Betrachtungen über die unregelmäßigen Veränderlichen haben FR. PALMÉR[15] und G. R. MICZAIKA[16] angestellt. Besonders bemerkenswerte Ergebnisse sind dabei nicht erzielt worden. Absolute Helligkeiten auf Grund der spektroskopischen und trigonometrischen Parallaxen berechnet P. PARENAGO[17], während FR. PALMÉR in ihrer eben zitierten Arbeit die Eigenbewegungen dazu benutzt.

---

[1] Ap J 78, S. 320 (1933) = Mt Wilson Contr 478.
[2] Publ Obs Potsdam Nr. 87, S. 37 (1932).
[3] Lichtkurve Harv Bull 868, S. 20 (1929).
[4] V J S 69, S. 309 (1934).
[5] Gorki Bull 4, S. 232 (1933).
[6] E. LORETA, B A F 2, S. 20 (1933).
[7] Veröff Sternw Valkenburg 1, S. 7 (1930).
[8] Ap J 78, S. 94 (1933) = Mt Wilson Contr 471.
[9] A N 253, S. 457 (1934).
[10] Gorki Bull 3, S. 30 u. 90 (1930/31).
[11] Gorki Bull 3, S. 119 (1931).
[12] Gorki Bull 4, S. 225 (1933).
[13] Publ Tashkent Obs 1, S. 68 (1928).
[14] Publ A S P 44, S. 385 (1932).
[15] Lund Obs Circ 3, S. 8 (1931).
[16] Z f Ap 8, S. 163 (1934).
[17] R A J 11, S. 29 (1934).

L. JACCHIA macht in seiner schon häufig zitierten Abhandlung[1] eine Fülle von interessanten Bemerkungen über die unregelmäßigen Veränderlichen; wir können darauf aus Raummangel nicht eingehen. Man findet dort auch zahlreiche Lichtkurven wiedergegeben.

g) Die Veränderlichen der RV Tauri-Klasse.

48. Die einzelnen RV Tauri-Sterne. Aus der auf S. 174 des Handbuchs gegebenen Tabelle der RV Tauri-Sterne sind als wahrscheinlich nicht zu dieser Klasse gehörig zu streichen TX Per [S. EINBU, Beobachtungen veränderlicher Sterne XI, S. 30 (1933)], TV And [B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 852, S. 11 (1927); M. BEYER, Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 59 (1930)], U Boo [nach einer Auswertung der Beobachtungen im Mem B A A 28, S. 73 (1929); 31, S. 74 (1934)], RS Cam (vgl. oben Ziff. 40), R Pic [D. J. K. O'CONNELL, Harv Bull 892, S. 9 (1933)].

Die nachfolgende Tabelle enthält ein Verzeichnis der RV Tauri-Sterne sowie von solchen Veränderlichen, die mehr oder minder mit dieser Klasse verwandt sind. Das Zeichen * bedeutet, daß das betreffende Objekt sicher ein RV Tauri-Stern ist. Die P, A und die Angaben über die Spektren sind im wesentlichen PRAGERS Ephemeriden für 1934 entnommen; g ist die galaktische Breite. Die Anmerkungen zu der Tabelle geben nähere Auskunft über die neueren Ergebnisse für die einzelnen Sterne. — Eine Reihe weiterer Sterne muß noch näher untersucht werden, ehe man sie hierher rechnen darf, wie U Del [Z. KOPAL, A N 242, S. 245 (1931)], RY Lac [S. EINBU XI, S. 26 (1933)], VW Cir [H. H. SWOPE, Harv Bull 883, S. 42 (1931)], RR CrB [Z. KOPAL, B A F 1, S. 80 (1932)], BZ Sct [M. HARWOOD, Harv Bull 893, S. 22 (1933)], V 360 Cyg [Gorki Bull 4, S. 358 (1934)] und mehrere andere Veränderliche, über deren Lichtwechsel erst ziemlich wenig bekannt ist. Verwandt mit den RV Tauri-Sternen dürfte auch AF Cyg sein (vgl. oben Ziff. 24). Für einen RV Tauri-Stern hält E. LORETA [B A F 1, S. 183 (1932); 2, S. 99 (1933)] RS Cnc, doch ist dieser Stern wohl nach D. B. MCLAUGHLIN [A J 44, S. 49 (1935)] besser als Übergangstypus zwischen den RV Tauri-Sternen und den roten unregelmäßigen Veränderlichen zu betrachten. S. SELIVANOW [Poulkovo Circ 11, S. 17 (1934)] sieht ihn als Vertreter einer besonderen Gruppe von halbregelmäßigen Veränderlichen an. — V Sge zeigt in seinem raschen Lichtwechsel ($P = 17^d,2$) nach L. JACCHIA (vgl. oben Ziff. 41 a) Verwandtschaft mit den RV Tauri-Sternen.

Tabelle 6. Verzeichnis der RV Tauri-Sterne und verwandter Veränderlicher.

Stern	P	A	g	Spektrum	Stern	P	A	g	Spektrum
TX Aql . .	35^d	$0^M,5$	15°	F?	*SS Gem .	89^d	$0^M,7$	3°	G0—K0
*DF Cyg .	50	3,6	8	cK0v	*U Mon . .	92	1,7	6	G5—K2
CN Cen . .	51	1,5ph	2	—	AM Sgr . .	95	3,7ph	20	—
GK Car . .	56	1,5ph	4	—	AG Aur . .	98	2,2	17	cG5e
*TT Oph .	61	2,2	27	F8pe	*RU Cep .	117	1,0	21	K8
*RU Cen .	65	1,5ph	18	G6v	*TX Oph .	138	1,6	22	M0
*RX Cap .	68	1,3	24	—	*R Sct . .	144	4,5	3	K5ev
*R Sge . .	71	1,8	11	cG7	S Aql . . .	147	3,6	10	—
*AC Her .	75	1,8	13	F1—K4	RV And. .	172	2,7	11	M3e
*V Vul . .	76	1,8	9	cG7—cK0	*Z UMa .	198	1,8ph	58	M6e
*RV Tau .	79	3,0	11	K0	*RT Hya .	256	2,0ph	19	M6e
*UZ Oph .	87	2,5	22	F8—K5	W Cyg . .	262	1,9	6	M5e
*AR Sgr .	89	2,0ph	14	G	RZ Cyg . .	556	4,0	1	pec.

[1] Pubbl Oss Bologna 2, S. 229 (1933).

Anmerkungen. TX Aql. Nach M. BEYER [A N 234, S. 474 (1929)] Zwischenstufe zwischen RV Tauri- und δ Cephei-Typus, näher dem ersteren.

DF Cyg. Außer einem Lichtwechsel von ausgesprochenem RV Tauri-Charakter ($P = 49^d,8$) besitzt der Stern eine lange Periode von 790^d (Literaturangaben s. oben Ziff. 41a).

CN Cen und GK Car. Nach E. HERTZSPRUNG [B A N 6, S. 1 (1930)] sind die Lichtkurven δ Cephei-artig mit abwechselnd tieferen und weniger tiefen Minima. Wohl ebenfalls Zwischenstufen, aber der δ Cephei-Klasse näherstehend, da bisher keine Anzeichen von Unregelmäßigkeit.

TT Oph. Ohne Zweifel RV Tauri-Stern. B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 847, S. 17 (1927). M. BEYER, Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 16 und Tafel I (1930)[1].

RU Cen. Ohne Zweifel RV Tauri-Stern. Lichtkurve β Lyrae-artig mit starken Unregelmäßigkeiten im sekundären Minimum. J. VOÛTE, Ann Lembang 2, Nr. 4, S. 63 (1932). E. RYBKA, Contr Astr Inst Lwów Nr. 2 (1934).

RX Cap. Nach L. JACCHIA [A N 241, S. 287 (1931)] und P. PARENAGO [Gorki Bull 3, S. 114 (1931)] ohne Zweifel RV Tauri-Stern.

R Sge. Ohne Zweifel RV Tauri-Stern. B. P. GERASIMOVIČ u. L. HUFNAGEL, Harv Circ 340 (1929). M. BEYER, S. 9 u. Tafel I (1930). Nach R. F. SANFORD [Ap J 79, S. 77 (1934) = Mt Wilson Contr 481] ist die Radialgeschwindigkeit um etwa 40 km veränderlich, ob synchron mit dem Lichtwechsel, ist fraglich.

AC Her. Ohne Zweifel RV Tauri-Stern. W. F. H. WATERFIELD, Harv Bull 845, S. 11 (1927). G. ZACHAROV, Publ Tashkent 1, S. 67 (1928). M. BEYER, S. 14 u. Tafel I (1930). Nach R. F. SANFORD [Ap J 73, S. 364 (1931) = Mt Wilson Contr 424] hat die Radialgeschwindigkeitskurve Haupt- und Nebenmaxima und -minima, die den entsprechenden Minima und Maxima der Lichtkurve um etwa 7^d folgen. Interessante Änderungen im Spektrum (F1 im Maximum, K4 im Minimum); die Linien des H haben zeitweise Emissionsränder.

V Vul. Ohne Zweifel RV Tauri-Stern. B. P. GERASIMOVIČ, Harv Circ 321 (1927). M. BEYER, S. 11 u. Tafel I (1930). Die Radialgeschwindigkeit ist nach R. F. SANFORD (Zitat wie bei R Sge) um 40 km veränderlich, scheint aber nicht die photometrische Periode zu zeigen. Vielleicht erklärt sich dies aber durch Änderungen der Schwerpunktsgeschwindigkeit [vgl. B. P. GERASIMOVIČ, Harv Circ 341, S. 5 (1929)].

RV Tau. M. BEYER, S. 18 u. Tafel I (1930). Wahrscheinlich sind langperiodische Änderungen der mittleren Helligkeit vorhanden.

UZ Oph. Zweifellos RV Tauri-Stern. E. LEINER, A N 233, S. 75 (1928).

AR Sgr. Zweifellos RV Tauri-Stern. B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 857, S. 33 (1928).

SS Gem. Zweifellos RV Tauri-Stern. B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 846, S. 16 (1927). M. BEYER, A N 234, S. 465 (1929). Spektrum G0 (im Maximum) bis K0 (im Minimum) [Harv Bull 874, S. 20 (1930)].

U Mon. Zweifellos RV Tauri-Stern. E. LORETA, Lyon Bull 11, S. 46A (1929); B A F 1, S. 13 (1932); 2, S. 98 (1933). Nach R. F. SANFORD [Ap J 77, S. 120 (1933) = Mt Wilson Contr 465] ist die Radialgeschwindigkeit synchron mit dem Lichtwechsel um 23 km veränderlich, außerdem in einer Periode von etwa 2300^d um 40 km. Die Beziehungen zwischen den Kurven der Radialgeschwindigkeit und der Helligkeit sind ähnlich wie bei den δ Cephei-Sternen. Die Linien des H sind zeitweise hell und gegen die Absorptionslinien nach Violett verschoben, entsprechend einer Geschwindigkeitsdifferenz von 39 km.

A M Sgr. Vielleicht RV Tauri-Stern. C. H. PAYNE, Harv Bull 861, S. 9 (1928).

---

[1] Im folgenden kurz mit „M. BEYER" zitiert.

AG Aur. Wohl RV Tauri-Stern. M. MEROLA, Contr Oss Napoli 2, Nr. 6 u. 7 (1929). Radialgeschwindigkeit +196 km [Publ A S P 46, S. 51 (1934)].

RU Cep. Zweifellos RV Tauri-Stern. W. HASSENSTEIN, Publ Obs Potsdam Nr. 87, S. 20 (1932).

TX Oph. Zweifellos RV Tauri-Stern. B. P. GERASIMOVIČ, Harv Bull 847, S. 22 (1927). Radialgeschwindigkeit —170 km (Mt Wilson Rep 1926—27, S. 121).

R Sct. Zweifellos RV Tauri-Stern. Lichtkurve 1901—23: B. P. GERASIMOVIČ, Harv Circ 323 (1928); 1908, 1926—27: P. M. RYVES, M N 88, S. 483 (1928); 1911—31: R. H. CURTISS, Publ Obs Michigan 4, S. 129 (1932); 1912—29: G. B. LACCHINI, A N 238, S. 53 (1930); für einzelne Jahre L. CAMPBELL, Harv Circ 319, 330, 344, 354, 361, 376, 382, 395 (1927—34).

Gesamtdiskussion des Lichtwechsels 1795—1927 (nebst Lichtkurve) durch K. MORA [Astr. Abh Obs Budapest 1, Nr. 3 (1934)]. Es ergibt sich eine Periode von $141^d,75$ mit einem Sinusglied, dessen Periode schon viermal durchlaufen worden ist. — Untersuchung des Lichtwechsels 1911—1931 durch D. B. MCLAUGHLIN [Publ Obs Michigan 4, S. 135 (1932)] und 1912—1932 durch G. B. LACCHINI [Mem Soc Astr It 7, S. 113 (1933)]. Periodogrammanalyse der Lichtkurve 1911—1926 durch D. ALTER [A J 42, S. 137 (1933)] und für 1795—1927 durch K. STUMPFF [A N 253, S. 109 (1934)].

B. P. GERASIMOVIČ [Harv Circ 333 (1928); Harv Bull 865, S. 13 (1929)] stellt eine säkulare Änderung der Periode fest; dieses Ergebnis wird aber durch die oben angeführte Untersuchung von MORA nicht bestätigt.

Bemerkungen über das Spektrum vgl. D. B. MCLAUGHLIN, Publ Amer Astr Soc 7, S. 94 (1932); 8, S. 15 (1934).

S Aql. M. BEYER (S. 27) hält den Stern nicht für einen RV Tauri-Veränderlichen, wenn der Lichtwechsel auch häufig dem eines solchen ähnelt. Lichtkurve L. JACCHIA, Pubbl Oss Bologna 2, S. 224 (1933).

RV And. A. A. NIJLAND, B A N 7, S. 251 (1935). Zugehörigkeit zur RV-Tauri-Klasse fraglich.

Z UMa. Nach B. P. GERASIMOVIČ [Harv Bull 856, S. 13 (1928)] vom RV Tauri-Typus, aber eng verwandt mit gewöhnlichen Mira-Sternen.

RT Hya. D. J. K. O'CONNELL [Harv Bull 890, S. 13 (1932)] hält den Stern für eine Übergangsform zwischen den RV Tauri-Sternen und den Mira-Sternen der R Centauri-Gruppe (mit Lichtkurven der Form γ_2). P. M. RYVES [M N 93, S. 788 (1933)] gibt eine (lückenhafte) Lichtkurve für 1910—1933. L. JACCHIA betrachtet RT Hya als RV Tauri-Stern [Pubbl Oss Bologna 2, S. 193 (1933)].

W Cyg. D. ALTER [A J 40, S. 3 (1929)] findet durch Periodogrammanalyse der Lichtkurve von 1912 an Perioden von 132^d und 249^d, die sich überlagern. E. LORETA [B A F 2, S. 101 (1933)] rechnet W Cyg zu den RV Tauri-Sternen, D. B. MCLAUGHLIN [A J 43, S. 185 (1934)] weist auf gewisse, mehr nebensächliche Abweichungen von den RV Tauri-Sternen hin. Nach demselben Autor [Publ Amer Astr Soc 7, S. 94 (1932); 8, S. 15 (1934)] sind die Linien des H zeitweise hell.

RZ Cyg. Neue Untersuchungen liegen nicht vor.

49. Allgemeines über die RV Tauri-Sterne. B. P. GERASIMOVIČ[1] hat die RV Tauri-Sterne einer allgemeinen Diskussion unterworfen, wobei er aber diejenigen Sterne, die längere Perioden als R Sct haben, nicht mehr zu dieser Klasse rechnet. Er behandelt auch eingehend die Beziehungen zwischen den δ Cephei- und den RV Tauri-Sternen und führt die Gründe an, die für eine Verwandtschaft beider Klassen sprechen (besonders der c-Charakter der Spektren, die galaktische

[1] Harv Circ 341 (1929).

Konzentration, die Beziehungen der Änderungen des Spektrums und der Radialgeschwindigkeit zum Lichtwechsel, der Umfang der Helligkeitsschwankungen). Auch stellt er Betrachtungen über die Erklärung des Lichtwechsels an, auf die hier nur verwiesen werden kann. — M. BEYER[1] macht auf Grund seiner Beobachtungen gleichfalls einige allgemeine Bemerkungen über die RV-Tauri-Sterne. — P. PARENAGO[2] untersucht die Eigenbewegungen und absoluten Helligkeiten, kann aber natürlich nur zu vorläufigen Ergebnissen gelangen.

In die von H. SHAPLEY abgeleitete, später zu behandelnde Beziehung zwischen Periode und Spektrum der Veränderlichen passen die RV Tauri-Sterne gut hinein, wenn man als maßgebend nicht die in unserer Tabelle gegebene Periode (Abstand der Hauptminima) ansieht, sondern deren Hälfte (Abstand Hauptminimum-Nebenminimum). Die Beziehungen zwischen der Kurve der Radialgeschwindigkeiten und der Lichtkurve bedürfen noch weiterer Klärung. — A. H. JOY berichtet[3] kurz über das Ergebnis einer Untersuchung der Spektren und Radialgeschwindigkeiten von 22 RV Tauri-Sternen und ähnlichen Veränderlichen. Die Spektra variieren von G (in einigen Fällen F) bis K synchron mit dem Lichtwechsel, Titanoxyd-Banden und helle Linien des H sind oft vorhanden. Die mittlere Radialgeschwindigkeit der 22 Objekte ist 53 km; Änderungen der Radialgeschwindigkeit sind in den meisten Fällen nachgewiesen, doch sind sie kleiner als bei den δ Cephei-Sternen. — Bemerkenswert ist noch, daß die Lichtkurven mancher RV Tauri-Sterne zeitweise sehr große Ähnlichkeit mit denjenigen der Bedeckungsveränderlichen vom Typus β Lyrae haben, nur sind die Lichtkurven der RV Tauri-Sterne stark veränderlich.

h) Die Veränderlichen der δ Cephei-Klasse.

51. Vorbemerkungen über die δ Cephei-Sterne. Zur Ergänzung der folgenden Ausführungen, in denen hauptsächlich die neueren Beobachtungsergebnisse und die aus ihnen direkt zu ziehenden Folgerungen dargelegt werden, sei die Lektüre der betreffenden Abschnitte in P. TEN BRUGGENCATES zusammenfassendem Aufsatz „Die veränderlichen Sterne“[4] und in C. H. PAYNES Buch „The Stars of High Luminosity“[5] empfohlen, woselbst näher, als es hier möglich ist, auf die physikalische Bedeutung der beobachteten Erscheinungen eingegangen wird.

Das auf S. 181 unten des Handbuchs erwähnte Häufigkeitsminimum der δ Cephei-Sterne in dem Periodenintervall zwischen $0^d,75$ und $1^d,50$ hat sich durchaus bestätigt. Selbst jetzt, nach dem enormen Anwachsen der Zahl bekannter δ Cephei-Sterne, fallen nur 7 Objekte in dieses Intervall. Der früher als hierher gehörig angesehene Stern UZ Cas hat[6] in Wirklichkeit eine Periode von $4^d,26$, und TX Sco scheint überhaupt nicht veränderlich zu sein[7].

53. Die Lichtkurven der δ Cephei-Sterne. Es ist in den letzten Jahren eine sehr große Zahl von Lichtkurven dieser Veränderlichen publiziert worden, und es ist unmöglich, diese Veröffentlichungen einzeln anzuführen; hauptsächlich findet man sie in den A N, den B A N, den Gorki Bull, den Harv Bull usw. Hier sei nur auf die umfangreicheren Publikationen von F. C. JORDAN[8], von J. VOÛTE und seinen Mitarbeitern[9], von H. SHAPLEY[10], von P. GUTHNICK und

[1] Erg.-H. zu den A N 8, Nr. 3, S. 23 (1930). [2] R A J 11, S. 95 (1934).
[3] Publ A S P 44, S. 240 (1932). [4] Ergebn d exakt Naturwiss 10, S. 1 (1931).
[5] Harv Obs Mon Nr. 3 (1930). [6] Gorki Bull 4, S. 3 (1932).
[7] Harv Bull 847, S. 10 (1927); Lembang Ann 2, Nr. 2 (1927).
[8] Publ Allegheny Obs 7, Nr. 1 (1929).
[9] Lembang Ann 2, Nr. 2—4 (1927—32); 5, Nr. 1 (1931).
[10] Harv Repr 67 (1930).

R. PRAGER[1] und vor allem auf die von L. V. ROBINSON[2] hingewiesen, der die Lichtkurven von mehr als 100 δ Cephei-Sternen wiedergibt. Es handelt sich in den zuletzt genannten Arbeiten durchweg um photographische Lichtkurven.

Angesichts der Vielgestaltigkeit des Verlaufs der Lichtkurven der δ Cephei-Sterne ist es bei diesen sehr viel schwieriger als bei den Mira-Sternen, durch eine kurze symbolische Bezeichnung die Form der Kurve zu charakterisieren. Indessen hat H. LUDENDORFF[3] sowohl für die lang- wie für die kurzperiodischen δ Cephei-Sterne je ein System von symbolischen Bezeichnungen für die Form der Lichtkurven aufgestellt. Durch diese Symbole werden die wichtigsten Eigenschaften der einzelnen Lichtkurven, z. B. ihre Asymmetrie, das Vorhandensein sekundärer Wellen im Aufstieg oder im Abstieg usw. ziemlich vollständig erfaßt, und die ganze Bezeichnungsweise, auf die wir hier nicht näher eingehen können, hat sich für statistische Untersuchungen, z B. über den Zusammenhang zwischen Periode und Form der Lichtkurve, als brauchbar erwiesen. In der angedeuteten Art hat LUDENDORFF die Lichtkurven von 122 langperiodischen und von 62 kurzperiodischen δ Cephei-Sternen klassifiziert, wozu die zuverlässigsten veröffentlichten Lichtkurven benutzt wurden. Die tabellarischen Zusammenstellungen in der zitierten Arbeit, die auch die Perioden, die Größen $\varepsilon = \frac{M - m}{P}$ und (soweit möglich) die photographischen und die visuellen Amplituden enthalten, sollten die Tabelle auf S. 191—192 des Handbuchs ersetzen.

54. Statistik der Perioden und Lichtkurven der δ Cephei-Sterne. α) Statistik der Perioden. Eine neue umfassende Statistik der Perioden hat K. LUNDMARK[4] aufgestellt. Wir geben seine Abzählung in Tabelle 7 wieder, wobei wir aber die Zahlen für die von ihm mit berücksichtigten $P \geqq 45^d$ fortlassen, da es sich hier meist nicht mehr um eigentliche δ Cephei-Sterne handelt.

Tabelle 7.

P	n	P	n	P	n
$0^d,00-0^d,09$	2	$1^d,00-1^d,99$	7	$10^d,00-14^d,99$	36
0 ,10—0 ,19	8	2 ,00—2 ,99	8	15 ,00—19 ,99	24
0 ,20—0 ,29	7	3 ,00—3 ,99	23	20 ,00—24 ,99	11
0 ,30—0 ,39	42	4 ,00—4 ,99	36	25 ,00—29 ,99	6
0 ,40—0 ,49	120	5 ,00—5 ,99	28	30 ,00—34 ,99	6
0 ,50—0 ,59	133	6 ,00—6 ,99	24	35 ,00—39 ,99	4
0 ,60—0 ,69	67	7 ,00—7 ,99	20	40 ,00—44 ,99	1
0 ,70—0 ,79	8	8 ,00—8 ,99	6		
0 ,80—0 ,89	2	9 ,00—9 ,99	8		
0 ,90—0 ,99	0				

Die Periodenlücke zwischen $P = 0^d,75$ und $1^d,50$ haben wir schon oben (Ziff. 51) behandelt. Die kürzeste bekannte Periode ($0^d,061$) hat der von A. JENSCH[5] näher untersuchte Veränderliche 391.1934 Aqr.

β) Statistik der Helligkeitsamplituden. Die wahre Häufigkeitsverteilung der Werte der Helligkeitsamplituden A ist natürlich nur sehr schwer zu ermitteln, da die Entdeckung von Veränderlichen mit kleinen Amplituden viel schwieriger ist als die von solchen mit größeren Amplituden. Diese Frage haben B. P. GERASIMOVIČ[6] und H. VAN GENT[7] diskutiert.

Im Handbuch ist die Ansicht geäußert, daß bei den δ Cephei-Sternen die Helligkeitsamplitude A im wesentlichen von der Periode P unabhängig ist.

---

[1] Kl Veröff Berlin-Babelsberg 4 (1927); 6 (1929). [2] Harv Ann 90, Nr. 2 (1933).
[3] Sitzber d Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1929, V.
[4] V J S 68, S. 377 (1933). [5] A N 253, S. 443 (1934).
[6] Z f Ap 2, S. 85 (1931). [7] B A N 7, S. 21 (1933).

Für die kurzperiodischen δ Cephei-Sterne haben neuere Untersuchungen, z. B. von B. STICKER[1], das Fehlen einer Beziehung zwischen A und P bestätigt, für die langperiodischen dagegen ist offenbar eine solche Beziehung in dem Sinne vorhanden, daß durchschnittlich A mit P wächst. Eingehender ist der Sachverhalt zunächst von H. LUDENDORFF[2] geprüft worden, und seine Ergebnisse sind in folgender Tabelle 8 zusammengefaßt. Die A_v bedeuten mittlere visuelle, die A_{ph} mittlere photographische Amplituden für die betreffenden Periodenintervalle, n die Zahl der benutzten Sterne. Es wurden nur Veränderliche

Tabelle 8.

P	A_v	n	A_{ph}	n	P	A_v	n	A_{ph}	n
1^d,58—3^d,85	0^M,82	4	0^M,78	8	9^d,09—10^d,36	0^M,58	4	1^M,07	8
3 ,86—4 ,59	0 ,82	6	1 ,14	7	10 ,38—12 ,64	0 ,92	5	1 ,17	4
4 ,67—5 ,30	0 ,70	2	1 ,07	6	12 ,83—15 ,39	0 ,84	5	1 ,43	8
5 ,35—6 ,06	0 ,70	6	1 ,21	11	15 ,72—19 ,70	0 ,90	4	1 ,56	7
6 ,21—7 ,14	0 ,75	4	1 ,29	8	20 ,14—45 ,15	1 ,05	4	1 ,72	7
7 ,18—8 ,38	0 ,70	7	1 ,24	10					

mit gut bekannten Lichtkurven in die Diskussion einbezogen, wobei allerdings wohl teilweise die Helligkeitsskalen nicht ganz einwandfrei sind. Aus der Tabelle folgt, daß bis etwa $P = 10^d$ kaum ein Anwachsen der A bemerkbar ist (nur die A_{ph} im ersten Periodenintervall sind auffallend klein). Bei $P = 10^d$ setzt alsdann aber ein deutliches Anwachsen namentlich der A_{ph} ein. B. STICKER benutzt in seiner oben zitierten Arbeit zur Untersuchung derselben Frage alle in PRAGERS Ephemeriden für 1931 angeführten δ Cephei-Sterne, unter denen sich zweifellos viele mit sehr ungenau bestimmter Amplitude befinden, und stellt ein Anwachsen von A mit $\log P$ fest (vgl. folgende Tabelle 9). Auch hier ist wenigstens bei den an Zahl überwiegenden A_{ph} das Anwachsen bis $P = 10^d$ nur gering.

Tabelle 9.

$\log P$	A_v	n	A_{ph}	n	$\log P$	A_v	n	A_{ph}	n
0,00—0,39	0^M,40	1	0^M,97	7	1,00—1,19	0^M,95	9	1^M,33	26
0,40—0,59	0 ,50	3	1 ,03	14	1,20—1,39	1 ,05	6	1 ,48	16
0,60—0,79	0 ,72	16	1 ,01	39	1,40—1,59	1 ,00	4	1 ,57	10
0,80—0,99	0 ,73	13	1 ,09	32	1,60—1,79	1 ,18	4	1 ,70	3

Das gleiche Verhalten der A_{ph} (im wesentlichen Konstanz bis $P = 10^d$, dann Anwachsen) konstatierte auch K. LUNDMARK[3], während er für die A_v keinen so regelmäßigen Gang mit der Periode fand, sondern nur ganz allgemein ein Größerwerden mit der Periode. Auch für die δ Cephei-Sterne in den Spiralnebeln, den MAGELLANschen Wolken und in NGC 6822 ergab sich ihm ein Anwachsen der A mit der Periode. Schließlich sei noch auf die graphische Darstellung der Beziehungen zwischen A_{ph} und P von L. V. ROBINSON[4] verwiesen, die gleichfalls die oben geschilderte Gesetzmäßigkeit zu bestätigen scheint, und auf eine Abzählungstabelle von K. LUNDMARK[5], aus der hervorgeht, wie sich die verschiedenen Werte von A_{ph} über die einzelnen Periodenintervalle verteilen.

Das Verhältnis $A_{ph} : A_v$ ist im Handbuch nach M. GÜSSOW zu 1,33 für die kurzperiodischen, 1,73 für die langperiodischen δ Cephei-Sterne angegeben. STICKER schließt in seiner zitierten Arbeit, daß man hierfür besser die Werte 1,16 bzw. 1,52 annehmen sollte.

[1] Z f Ap 2, S. 389 (1931).
[2] Sitzber d Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1929, V.
[3] Z f Ap 3, S. 313 (1931).
[4] Harv Ann 90, Nr. 2, Abb. 11 (1933).
[5] V J S 68, S. 380 (1933).

γ) Statistik der Form der Lichtkurven. T. ARAKI[1] schloß aus der zuerst von H. LUDENDORFF bemerkten eigentümlichen Beziehung zwischen $\varepsilon = (M - m)/P$ und P, daß man die langperiodischen δ Cephei-Sterne in zwei Gruppen teilen müsse, nämlich in solche mit Perioden von 1^d bis zu etwa 9^d und solche mit längeren Perioden. Eine erneute Untersuchung auf Grund gut bestimmter Lichtkurven durch H. LUDENDORFF[2] ergab dann, daß ε bei den kurzperiodischen δ Cephei-Sternen keine Abhängigkeit von der Periode zeigt, und daß dies bei den langperiodischen von weniger als 9^d ebensowenig der Fall ist. Bei denen mit Perioden von mehr als 9^d tritt dagegen eine starke Abnahme von ε mit zunehmender Periode ein, und es ist bei $P = 9^d$ eine starke Unstetigkeit in den Mittelwerten von ε vorhanden. Diese Ergebnisse konnte E. ZINNER[3] an Hand eines noch größeren Materials von Lichtkurven bestätigen. Er fand für die einzelnen Periodenintervalle die in der Tabelle 10 angeführten Mittelwerte von ε (n bedeutet die Zahl der Sterne). Für die drei Periodengruppen ergeben sich folgende Mittelwerte:

$P < 1^d$	$\varepsilon_m = 0{,}19$	$n = 105$
1^d—$8{,}7^d$	$0{,}31$	122
$> 9^d$	$0{,}38$	75

Tabelle 10.

P	ε	n
$0^d{,}135$ — $0^d{,}442$	0,22	21
0 ,446 — 0 ,476	0,19	21
0 ,478 — 0 ,534	0,18	21
0 ,536 — 0 ,587	0,17	22
0 ,589 — 0 ,810	0,19	20
1 ,53 — 3 ,73	0,33	24
3 ,79 — 4 ,66	0,31	25
4 ,67 — 5 ,44	0,29	24
5 ,53 — 6 ,69	0,31	25
6 ,73 — 8 ,70	0,33	24
9 ,09 — 10 ,38	0,47	15
10 ,72 — 12 ,64	0,44	15
12 ,83 — 16 ,33	0,35	15
16 ,38 — 20 ,31	0,33	15
21 ,47 — 45 ,15	0,28	15

Auch L. V. ROBINSON hat die Beziehungen zwischen ε und P diskutiert[4] und vor kurzem seine Ergebnisse ergänzt und zusammengefaßt[5]. Die von ihm gegebene graphische Darstellung (Abb. 9 seiner zuletzt zitierten Abhandlung) bestätigt durchaus den Befund von LUDENDORFF und ZINNER. Für $P = 8^d{,}5$ bis 28^d läßt sich nach ROBINSON die Beziehung zwischen ε und P in folgender Form darstellen:

$$\varepsilon + 0{,}54 \log P = 1 .$$

Wenn für einen bestimmten Veränderlichen der beobachtete Wert von ε nach dieser Formel eine Periode ergibt, die kürzer oder länger ist als die wirkliche Periode, so entspricht auch das Spektrum nicht der mittleren Relation zwischen Periode und Spektrum (vgl. unten Ziff. 58), sondern einer Periode, die kürzer oder länger ist als die wirkliche Periode.

E. HERTZSPRUNG[6] hat bereits 1926 den Zusammenhang zwischen der Form der Lichtkurve und der Periode bei den langperiodischen δ Cephei-Sternen untersucht, wobei er 37 besonders gut bestimmte Lichtkurven zugrunde legte. Seine zusammenfassenden Schlußfolgerungen seien hier wörtlich wiedergegeben, da neuere Arbeiten an sie anknüpfen:

"At the shorter periods up to about 6^d the curves show the characteristic regular δ Cephei form with quick rise and slow decrease, without additional peculiarities. Above 6^d a secondary wave on the descending branch of the lightcurve makes its appearance. This secondary wave is a very characteristic feature of the next following periods. It is well marked on the very accurate lightcurve of η Aquilae (period $7^d{,}18$). On the lightcurve of S Sagittae ($8^d{,}38$) the secondary wave appears shortly after maximum and has the character of a secondary maximum. For periods between 10^d and 13^d the secondary wave is, when present,

[1] Jap J Astr Geophys 5, S. 163 (1928).
[2] Sitzber Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1929, V.
[3] A N 242, S. 121 (1931).
[4] Harv Bull 872, S. 18 (1930); 880, S. 16 (1931).
[5] Harv Ann 90, Nr. 2 (1933).
[6] B A N 3, S. 115 (1926).

situated on top of the suppressed ordinary maximum, the form of the lightcurve being nearly symmetrical. Characteristic curves of this kind are those of AQ Carinae ($9^d,77$) and Z Lacertae ($10^d,89$). The secondary wave has thus superseded the maximum shown at shorter periods. At periods of about 14^d or 15^d the new superposed maximum occurs earlier, giving the lightcurve again an unsymmetrical shape with a hesitation in the increase of the brightness about midway between minimum and maximum. This hesitation is persistent at the periods mentioned and not found at any other period materially different from them. For still longer periods the number of well known curves is not sufficient to give a definite description of the changes in their form with the period. At periods longer than 16^d several curves are found rather similar to that of δ Cephei, showing quick rise and slow decrease apparently without complications."

Auf Grund eines größeren, aus 122 ebenfalls kritisch ausgesuchten Lichtkurven bestehenden Materials hat dann H. LUDENDORFF in seiner oben zitierten Arbeit unter Verwendung der von ihm eingeführten symbolischen Bezeichnungsweise für die Form der Kurven diese Ergebnisse HERTZSPRUNGS geprüft und sie im allgemeinen bestätigt gefunden. Ergänzend ist zu bemerken, daß bei Sternen mit Perioden bis zu etwa 4^d auch angenähert symmetrische Lichtkurven ziemlich häufig auftreten, und daß bei langen Perioden ($P > 20^d$) die Kurven glatt verlaufen und einen steilen Aufstieg besitzen. Die Welle im aufsteigenden Ast bei Perioden um 15^d ist keineswegs bei allen Sternen vorhanden, dagegen tritt diejenige im absteigenden Aste bei Perioden von etwa $7^d,2$ bis $8^d,4$ augenscheinlich immer auf; bei kleineren Perioden bis herab zu 4^d wird sie seltener und weniger stark. Bei $P = 9^d$ ist eine deutliche Unstetigkeit in der Form der Lichtkurven wahrnehmbar. Die Veränderlichen mit etwas kleineren Perioden haben steilen Helligkeitsanstieg und, wie eben erwähnt, eine sekundäre Welle im Abstieg, dagegen die mit etwas größeren Perioden ziemlich symmetrische Lichtkurven; bei einer Anzahl der letzteren ist auf das breite Maximum ein ziemlich spitzer Buckel aufgesetzt. Die Unstetigkeit in der Form der Lichtkurven bei $P = 9^d$ tritt auch, wie wir oben gesehen haben, in den Werten von $\varepsilon = (M - m)/P$ klar hervor.

L. V. ROBINSON[1], der bei seiner Diskussion nicht ganz 90 von ihm selbst abgeleitete Lichtkurven von langperiodischen δ Cephei-Sternen benutzt, meint, daß bis $P = 8^d,5$ nur eine geringe oder keine Beziehung zwischen Periode und Form der Lichtkurve vorhanden sei. (Zum größten Teil sind die bei ihm vorkommenden Veränderlichen identisch mit den auch von HERTZSPRUNG und LUDENDORFF benutzten.) Andererseits hebt aber auch er die charakteristische Welle im absteigenden Aste bei diesen Sternen hervor, die mit wachsender Periode durchschnittlich stärker zu werden scheint. ROBINSON findet diese Welle sogar schon bei kleineren Perioden als HERTZSPRUNG und LUDENDORFF, es dürfte aber fraglich sein, ob sie in allen diesen Fällen reell ist. (Es ist auffällig, daß die vom Harvard-Observatorium veröffentlichten Lichtkurven von δ Cephei-Sternen oft einen viel unruhigeren Verlauf zeigen als die von anderen Beobachtern gefundenen.) Für $P > 8^d,5$ gibt auch ROBINSON die von HERTZSPRUNG gefundene Beziehung zwischen Lichtkurve und Periode zu, wenn auch einzelne Sterne gegen die Regel verstoßen, wie bereits bekannt war. Für $P = 10^d,5$ bis 20^d konstatiert er in der Regel eine Welle im aufsteigenden Aste, während nach HERTZSPRUNG und LUDENDORFF eine solche zwar oft vorkommt, aber doch nicht die Regel bildet. Im Gegensatz zu diesen Autoren findet ROBINSON aber auch im absteigenden Aste vieler Lichtkurven von Sternen mit langen Perioden sekundäre Wellen. Die hier bestehenden Widersprüche müssen noch geklärt werden.

[1] Harv Ann 90, Nr. 2, S. 83 (1933).

Bei den kurzperiodischen δ Cephei-Sternen konnten, in Übereinstimmung mit früheren Ergebnissen, weder LUDENDORFF noch ROBINSON einen Zusammenhang zwischen Form der Lichtkurve und Periode finden. Im Gegensatz hierzu sind bei derartigen Veränderlichen in Sternhaufen, z. B. ω Centauri, solche Beziehungen vorhanden (vgl. Ziff. 68). Eine sehr ungewöhnliche Lichtkurve hat nach H. L. ALDEN[1] VV Puppis ($P = 0^d,070$), bei dem der Helligkeitsabfall äußerst rasch vor sich geht, und zwar viel rascher als der Anstieg.

55. Die sekundären Wellen in den Lichtkurven der δ Cephei-Sterne. Das Vorhandensein sekundärer Wellen ist gegenwärtig in den Lichtkurven zahlreicher δ Cephei-Sterne unbedingt nachgewiesen. Über die Abhängigkeit der Lage dieser sekundären Wellen von der Periode ist bereits oben einiges mitgeteilt worden, und H. LUDENDORFF hat in seiner zitierten Arbeit diese Frage noch näher untersucht. Für Perioden zwischen 4^d und $8^d,5$ liegt, wie wir sahen, die sekundäre Welle auf dem absteigenden Aste der Lichtkurve, soweit sie überhaupt vorhanden ist. Es sei Δ der in Teilen der Periode ausgedrückte Abstand der höchsten Erhebung der Welle vom vorangehenden Maximum, so ergibt sich für das obengenannte Periodenintervall folgende Beziehung:

$$\Delta = -0{,}093\,P + 1{,}00 \qquad \text{(25 Sterne)},$$

der nur einige wenige weitere Lichtkurven, die wohl zum Teil noch unsicher sind, widersprechen. Der Gültigkeitsbereich der Formel geht aber sogar noch über $P = 8^d,5$ hinaus und erstreckt sich auch auf die Veränderlichen mit Perioden bis zu 11^d, die symmetrische Lichtkurven mit breitem Maximum haben, auf welch letzteres ein scharfer Buckel aufgesetzt ist. Für diese ergibt sich nämlich nach der Formel Δ sehr nahe $= 0$, und in der Tat ergeben die Lichtkurven nahezu denselben Wert (6 Sterne). Die Wellen im aufsteigenden Aste der δ Cephei-Sterne mit langen Perioden ($P > 11^d$) werden durch die Formel nicht mehr dargestellt.

Auf dem absteigenden Aste der kurzperiodischen δ Cephei-Sterne haben wir zwei Arten von Wellen zu unterscheiden. Die Wellen der ersten Art haben eine Lage, die von der Periode abhängig ist und sich durch die Formel

$$\Delta = -1{,}07\,P + 1{,}00 \qquad \text{(13 Sterne)}$$

darstellen läßt. Die Wellen der zweiten Art haben eine von der Periode unabhängige Lage, im Mittel bei $\Delta = 0{,}72$ (20 Sterne; die Einzelwerte von Δ liegen zwischen 0,62 und 0,78). Bei manchen Sternen sind beide Arten von Wellen zugleich vertreten. Nur wenige Sterne mit zum Teil noch etwas unsicheren Lichtkurven weichen von diesen Regeln ab. Im aufsteigenden Aste kommen Wellen nicht vor, wenigstens nicht in den mittleren Lichtkurven.

K. LUNDMARK und W. E. BERNHEIMER[2] fanden das Vorhandensein einer Beziehung zwischen Δ und P an langperiodischen δ Cephei-Sternen in der kleinen MAGELLANschen Wolke bestätigt, L. V. ROBINSON dagegen, der, wie wir schon sahen, hinsichtlich der Wellen zu Resultaten gekommen ist, die von denen HERTZSPRUNGS und LUDENDORFFS stark abweichen, bestreitet das Bestehen jener Beziehung[3], obwohl die von ihm abgebildeten Lichtkurven zum großen Teil denselben Sternen angehören, die auch LUDENDORFF benutzt hat. Auch hier müssen die Widersprüche noch geklärt werden.

55a. Vermutliche Trennung der langperiodischen δ Cephei-Sterne in zwei Gruppen. Wie oben (Ziff. 54γ) bereits bemerkt wurde, sprach T. ARAKI die Vermutung aus, daß, nach dem Verlauf der Werte von $\varepsilon = (M - m)/P$ mit der

---

[1] A J 41, S. 89 (1931). [2] Lund Circ 5, S. 102 (1932).
[3] Harv Ann 90, Nr. 2, S. 89 (1933).

Periode zu schließen, die langperiodischen δ Cephei-Sterne in zwei Gruppen zu zerlegen seien, nämlich in solche mit Perioden von 1^d bis etwa 9^d und solche mit längeren Perioden. Schon früher hatte auf Grund anderer Betrachtungen J. SCHILT[1] denselben Gedanken ausgesprochen, und er kam in einer weiteren Arbeit[2] nochmals auf diesen zurück. Seine Überlegungen wurden aber zum Teil schon von H. LUDENDORFF in seiner bereits mehrfach zitierten Abhandlung[3], dann aber besonders von H. SHAPLEY und C. H. PAYNE[4] entkräftet. Indessen glaubt LUDENDORFF die erwähnte Zweiteilung aus anderen Gründen als SCHILT vermuten zu dürfen, und zwar hauptsächlich aus den folgenden:

1. Für $P = 1^d$ bis $8^d,7$ ist ε von P unabhängig; bei $P = 9^d$ springt ε auf einen höheren Wert und nimmt dann mit wachsender P stark ab; auch im übrigen tritt bei $P = 9^d$ in dem Charakter der Lichtkurven ein merkwürdiger Wechsel ein (vgl. oben Ziff. 54γ).

2. Für $P = 1^d$ bis etwa 10^d ist die Amplitude A höchstens schwach von P abhängig, für $P > 10^d$ viel deutlicher (vgl. oben Ziff. 54β).

3. Für die δ Cephei-Sterne mit langer Periode scheint die Massenfunktion f (wenn man diese Sterne formal als spektroskopische Doppelsterne ansieht) ein anderes Verhalten zu zeigen als für die mit kürzeren Perioden (vgl. unten Ziff. 60).

4. Auch aus der Häufigkeitsverteilung der Perioden der langperiodischen δ Cephei-Sterne lassen sich gewisse Anzeichen für die Zweiteilung ableiten, worauf hier nicht näher eingegangen werden kann[5].

L. V. ROBINSON stimmt in seiner Arbeit in Harv Ann 90, Nr. 2 der Zweiteilung zu. Er nennt die δ Cephei-Sterne mit Perioden von 1^d bis $8^d,5$ „klassische Cepheiden", die mit längeren Perioden nach dem Vorschlage LUDENDORFFS „X Cygni-Sterne". H. LUDENDORFF ist aus hier nicht zu erörternden Gründen im Zweifel, ob nicht zu den „klassischen Cepheiden" auch noch die δ Cephei-Sterne mit Perioden von 9^d bis etwa $11^d,0$ zu rechnen seien, die eine symmetrische Lichtkurve mit breitem Maximum haben. Die ganze Sachlage ist noch keineswegs geklärt, jedenfalls aber dürften, selbst wenn die Zweiteilung sich als endgültig notwendig erweisen sollte, beide Gruppen einer gemeinsamen Perioden-Leuchtkraftkurve (vgl. Ziff. 64) genügen. Das beweist das Verhalten der δ Cephei-Sterne in anagalaktischen Systemen[6], denn in diesen zeigen die scheinbaren mittleren Helligkeiten jener Veränderlichen einen glatten Verlauf mit der Periode, ohne daß bei der erwähnten Periodengrenze von etwa 9^d irgendeine Störung eintritt.

Hervorzuheben ist noch nach H. LUDENDORFF, daß die „klassischen δ Cephei-Sterne" manche Eigenschaften mit den kurzperiodischen gemeinsam haben (ε und A sind im wesentlichen von P unabhängig, Wellen treten im allgemeinen nur auf dem absteigenden Aste der Lichtkurve auf), die „X Cygni-Sterne" dagegen mit den Mira-Sternen der Spektralklasse Me (ε und A sind bei beiden Klassen in demselben Sinne von P abhängig, Wellen treten im allgemeinen nur auf dem aufsteigenden Aste der Lichtkurve auf). Diese Dinge sind von LUDENDORFF noch näher diskutiert worden. Wenn allerdings die abweichenden Ergebnisse ROBINSONS hinsichtlich der Wellen in den Lichtkurven zutreffen, würden jene Beziehungen nicht so klar hervortreten.

56. Die Veränderungen der Form der Lichtkurven bei den δ Cephei-Sternen. Die Veränderlichkeit der Lichtkurve von W Vir ($P = 17^d,3$) hat M. GÜSSOW[7] durch eine eingehende Diskussion des gesamten Beobachtungs-

[1] Ap J 64, S. 149 (1926) = Mt Wilson Contr 315.
[2] A J 38, S. 197 (1928).
[3] Sitzber Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1929, V.
[4] Harv Bull 872, S. 5 (1930).
[5] Vgl. hierzu auch P. TEN BRUGGENCATE, Ergebn d exakt Naturwiss 10, S. 11 (1931).
[6] Harv Bull 872, S. 5 (1930).
[7] A N 244, S. 301 (1932).

materials nachgewiesen. Auch diejenige der Lichtkurve von η Aql ($P = 7^d,2$) wird durch E. MUSTEL und A. SEVERNY[1] bestätigt; bei diesem Stern konnte W. BERNHEIMER[2] in der Nacht vom 18. zum 19. Juni 1930 durch Messungen mit dem Selenphotometer einen ungewöhnlichen Helligkeitsausbruch nachweisen, der zeitlich mit dem gewöhnlichen Buckel im absteigenden Aste der Lichtkurve zusammenfiel. (Er ist der Ansicht, daß solche Störungen im langwelligen Spektralgebiet größer sind als im kurzwelligen.) Bei Y Sgr beobachtete P. TEN BRUGGENCATE[3] am 20. August 1927 ein einmaliges sekundäres Minimum im absteigenden Aste der Lichtkurve.

Veränderliche Lichtkurven haben z. B. nach L. V. ROBINSON auch TU Cas[4] ($P = 2^d,14$) und XY Cas[5] ($P = 4^d,50$), nach P. TEN BRUGGENCATE[6] Y Sgr ($P = 5^d,8$), unter den kurzperiodischen δ Cephei-Sternen TV Lib ($P = 0^d,27$) nach W. ZESSEWITSCH[7], TW Her ($P = 0^d,40$) und V LMi ($P = 0^d,54$) nach C. HOFFMEISTER[8], RR Gem ($P = 0^d,40$) nach N. IVANOV[9]. Ferner ist auf eine Abhandlung von FR. LAUSE[10] über veränderliche Lichtkurven bei einigen kurzperiodischen δ Cephei-Sternen zu verweisen.

In seiner großen Zusammenstellung von Lichtkurven der δ Cephei-Sterne gibt L. V. ROBINSON[11] Darstellungen der Änderungen der Kurven von RR Sgr ($P = 0^d,57$), B F Oph ($P = 4^d,07$), XY Cas ($P = 4^d,50$), BB Sgr ($P = 6^d,64$), X Sgr ($P = 7^d,01$), W Sgr ($P = 7^d,59$). Bei BF Oph nimmt dagegen E. HERTZSPRUNG[12] einen vollkommen regelmäßigen Lichtwechsel an. Überhaupt wird es sich nach wie vor empfehlen, im allgemeinen der Annahme von Veränderungen kritisch gegenüberzustehen, wenn solche auch in einzelnen Fällen wirklich nachgewiesen sind.

Auf eine Reihe von Veränderlichen, die zwar in ihrem Lichtwechsel den δ Cephei-Sternen ähneln, aber große Unregelmäßigkeiten zeigen, haben wir schon oben in Ziff. 18 hingewiesen.

57. Änderungen der Perioden bei den δ Cephei-Sternen. Durch sorgfältige Diskussion des gesamten Beobachtungsmaterials findet A. V. NIELSEN bei T Mon[13] ($P = 27^d$) eine Zunahme der Periode von 2^s pro Periode, bei ζ Gem[14] ($P = 10^d,2$) eine Abnahme von $0^s,10$, bei η Aql[15] ($P = 7^d,2$) eine Zunahme von $0^s,005$. Für letzteren Stern ziehen H. GROUILLER und C. BUISSON[16] indessen die Annahme einer langperiodischen Änderung von P vor. Für $\varkappa$ Pav haben Beobachtungen von R. MÜLLER[17] das periodische Glied in der Periode nicht bestätigt. — Für die in sehr verwickelter Weise veränderlichen Elemente von XZ Cyg ($P = 0^d,47$) hat E. RYBKA[18] eine neue Formel mitgeteilt. Die früher für stark veränderlich gehaltene Periode von SW And ($P = 0^d,44$) hat sich nach neueren Untersuchungen, z. B. von L. DETRE[19] und von S. I. GAPOSCHKIN[20] als konstant erwiesen. — Über die Änderungen der Periode von RR Lyr ($P = 0^d,57$) liegen neuere Arbeiten von A. DE SITTER[21], B. W. KUKARKIN[22] und TH. E. STERNE[23] vor; letzterer kommt zu dem Schlusse, daß die bisher aufgestellten Formeln nicht brauchbar sind, und daß man am besten tut, die Ephemeride mit einer konstanten

---

[1] R A J 7, S. 125 (1930).
[2] Lund Medd (2) Nr. 61 (1931).
[3] Lembang Ann 2, Nr. 3 (1928).
[4] Harv Bull 866, S. 1 (1929).
[5] Harv Bull 872, S. 21 (1930).
[6] Harv Circ 351 (1930).
[7] A N 232, S. 11 (1928).
[8] A N 230, S. 113 (1927).
[9] A N 237, S. 291 (1930).
[10] A N 244, S. 417 (1932).
[11] Harv Ann 90, Nr. 2 (1933).
[12] B A N 6, S. 9 (1930).
[13] A N 239, S. 217 (1930).
[14] Medd Obs Aarhus 5 (1930).
[15] A N 243, S. 409 (1931).
[16] B A F 1, S. 42 (1932).
[17] A N 235, S. 179 (1929).
[18] Contr Astr Inst Lwów Univ 1 (1933).
[19] A N 252, S. 327 (1934).
[20] Harv Circ 392 (1934).
[21] B A N 6, S. 215 (1932).
[22] Gorki Bull 4, S. 269 (1934).
[23] Harv Circ 387 (1934).

Periode zu berechnen, wenn auch Änderungen der Periode vorhanden sind. — Die Änderungen der Periode von RZ Cep ($P = 0^d{,}31$) sind neuerdings von N. FLORJA[1] behandelt worden.

Wie vorsichtig man bei der Beurteilung von angeblichen Periodenänderungen bei δ Cephei-Sternen sein muß, beweist die soeben zitierte Arbeit von GAPOSCHKIN. Dieser zeigt, daß für mehrere kurzperiodische δ Cephei-Sterne, deren Perioden man bislang als veränderlich ansah, die Annahme von konstanten Perioden ausreicht. So sind unsere Kenntnisse auf diesem Gebiete noch wenig sicher, und Versuche, aus den angenommenen Periodenänderungen Schlüsse allgemeinerer Art zu ziehen, können nur als vorläufig betrachtet werden (vgl. eine Arbeit von W. ZESSEWITSCH[2] und eine solche von B. W. KUKARKIN und N. FLORJA[3]).

57a. Säkulare Helligkeitsänderungen der δ Cephei-Sterne. E. ZINNER[4] glaubt auf Grund einer eingehenden Diskussion bei α UMi, δ Cep, η Aql und ζ Gem fortschreitende Änderungen der mittleren Helligkeit von geringem Betrage feststellen zu können, und zwar bei den beiden ersten Sternen eine Zunahme, bei den beiden letzten eine Abnahme. Natürlich sind diese Ergebnisse, gegen die K. LUNDMARK[5] Bedenken erhebt, nur vorsichtig zu bewerten.

58. Die Spektren der δ Cephei-Sterne. Den Zusammenhang zwischen dem mittleren Spektrum und der Periode der δ Cephei-Sterne haben H. SHAPLEY und M. L. WALTON[6] aufs neue untersucht auf Grund von Spektralaufnahmen von 70 dieser Objekte, für die auch Angaben über den Umfang der Änderungen der Spektralklasse mit dem Lichtwechsel gemacht werden. Während der erwähnte Zusammenhang für die langperiodischen δ Cephei-Sterne sehr ausgesprochen ist, fehlt er für die kurzperiodischen. In einer weiteren Arbeit[7] dehnt dann H. SHAPLEY diese Betrachtungen auch auf die Mira-Sterne aus und zeigt, daß auch die RV Tauri-Sterne in die Beziehung zwischen Periode und Spektrum hineinpassen. (Man muß indessen bei diesen als Periode den Abstand zwischen Haupt- und Nebenminimum ansehen, nicht den zwischen zwei aufeinanderfolgenden Hauptminima[8].) SHAPLEY stellt die Beziehung zwischen $\log P$ und Spektrum durch folgende Tabelle (n = Zahl der Sterne) und durch Abb. 3 dar.

Tabelle 11.

log P	Spektrum	n		log P	Spektrum	n	
−0,32	A5,0	25	δ Cephei-Sterne	2,13	M2,4e	26	Mira-Sterne
+0,31	F7	2		2,25	M2,9e	27	
0,55	F9,1	8		2,35	M3,3e	65	
0,71	G1,1	12		2,45	M4,1e	102	
0,87	G2,9	18		2,55	M5,4e	113	
1,15	G6,8	6		2,65	M6,1e	46	
1,29	G5,3	9		2,57	N	27	
1,50	G5,7	5		2,58	R	5	
1,63	K1	2		2,56	S	27	
1,56	G8	5	RV Tauri-Sterne				
1,75	K3	6					

Das Fortschreiten der Spektralklasse von A5 bis M6e mit wachsender Periode ist sehr schön ersichtlich. Diese Gesetzmäßigkeit, die auf eine Verwandtschaft

[1] A N 242, S. 289 (1931).
[2] A N 231, S. 249 (1927).
[3] Z f Ap 4, S. 247 (1932).
[4] Sitzber d Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1931, IX.
[5] Lund Circ 8, S. 213 (1933).
[6] Harv Circ 313 (1927).
[7] Harv Bull 861, S. 1 (1928).
[8] Vgl. Harv Circ 341 (1929).

der verschiedenen hier in Betracht kommenden Klassen von Veränderlichen hindeutet, war übrigens schon etwas früher von W. S. ADAMS und A. H. JOY bemerkt worden[1].

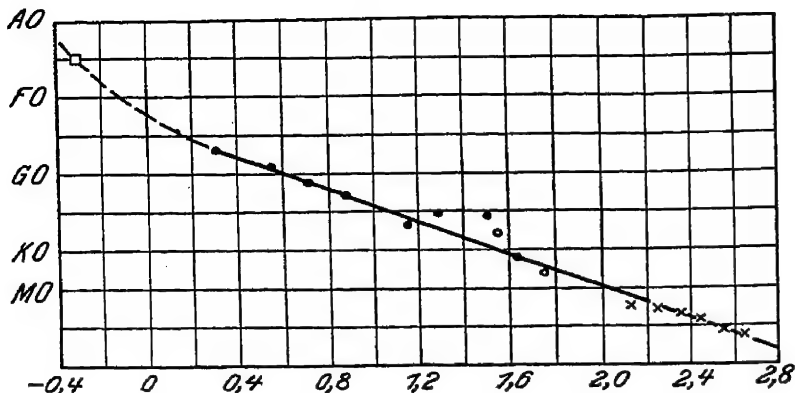



Abb. 3. Die Perioden-Spektrenkurve nach H. SHAPLEY.

□ kurzperiodische δ Cephei-Sterne, ● langperiodische δ Cephei-Sterne, o RV Tauri-Sterne, × langperiodische Veränderliche (Mira-Sterne).

Klassifizierungen der Spektra von δ Cephei-Sternen teilen A. J. CANNON und M. L. WALTON mit[2].

Es sei hier nochmals hervorgehoben, daß die Spektra der langperiodischen δ Cephei-Sterne, soweit deren Perioden mehr als 2^d betragen, c-Charakter aufweisen oder, soweit sie der Klasse K angehören (bei sehr langen Perioden), doch gewisse Merkmale zeigen, die bei dieser Klasse dem c-Charakter entsprechen. Die kurzperiodischen δ Cephei-Sterne und die langperiodischen mit Perioden von weniger als 2^d haben dagegen nicht den c-Charakter, der stets mit großer absoluter Helligkeit verbunden ist; man vgl. hierüber eine Arbeit von H. SHAPLEY und C. H. PAYNE[3].

Wie wir in Ziff. 54γ gesehen haben, entspricht bei den langperiodischen δ Cephei-Sternen einer bestimmten Periodenlänge eine bestimmte Form der Lichtkurve, wenigstens im Durchschnitt. Zwischen der Abweichung der Lichtkurve eines bestimmten Veränderlichen von dieser Normalform einerseits und seinem Spektrum anderseits scheint nach L. V. ROBINSON eine Korrelation zu bestehen[4], wenigstens bei Perioden von $10^d,5$ bis 30^d.

In betreff der Änderung des Spektraltypus mit dem Lichtwechsel der δ Cephei-Sterne ist zu bemerken, daß der früheste Spektraltypus nicht erst im Maximum der Helligkeit, sondern schon etwas vorher erreicht wird, und der späteste schon etwas vor dem Helligkeitsminimum, wie z. B. aus Abb. 33 auf S. 201 des Handbuchs hervorgeht. G. TIERCY[5] fand dies für eine ganze Reihe von δ Cephei-Sternen bestätigt, und ebenso konnte er nachweisen, daß die Ionisationsmaxima bzw. -minima mit dem frühesten bzw. spätesten Spektraltypus zusammenfallen.

Über Änderungen der Intensitäten der Spektrallinien im Verlaufe des Lichtwechsels liegen weitere Arbeiten vor z. B. für η Aql von F. HENROTEAU[6] sowie von diesem und A. V. DOUGLAS[7], für δ Cep von A. PANNEKOEK[8] und von J. J. M. REESINCK[9], für U Vul von R. F. SANFORD[10]. Weitere Untersuchungen dieser Art findet man in den spektralphotometrischen Arbeiten über die δ Cephei-Sterne, die im vorliegenden Bande in dem Kapitel „Die Temperaturen der Fixsterne" behandelt werden. Wir verweisen auf dieses Kapitel sowie auf die betreffenden Ausführungen von C. H. PAYNE[11] und P. TEN BRUGGENCATE[12].

---

[1] Mt Wilson Comm 100 (1927) = Wash Nat Ac Proc 13, S. 391.
[2] Harv Bull 874, S. 19 (1930). [3] Harv Bull 872, S. 5 (1930).
[4] Harv Bull 880, S. 16 (1930); Harv Ann 90, Nr. 2, S. 85 (1933).
[5] Publ Oss Arcetri 44, S. 7 (1927); Publ Obs Genève Fasc 2, S. 5 (1928); 4, S. 5 (1928) 5, S. 19 (1928); 7, S. 5 (1929); 12, S. 30 (1930); 14, S. 65 (1931); 16, S. 163 (1931); 17, S. 20 (1932); 20, S. 324 (1932); 21—22, S. 355, 362, 401; 23—24, S. 433 (1933); 25, S. 47 (1934).
[6] Publ Ottawa 9, S. 129 (1928). [7] Publ Ottawa 9, S. 163 (1929).
[8] B A N 4, S. 1 (1927). [9] B A N 4, S. 41 (1927).
[10] Ap J 67, S. 326 (1928) = Mt Wilson Contr 352.
[11] The Stars of High Luminosity. Harv Obs Mon Nr. 3, S. 204ff. (1930).
[12] Ergebn d exakt Naturwiss 10, S. 40ff. (1931).

In ähnlicher Weise wie für die Mira-Sterne (vgl. oben Ziff. 27ε) hat E. M. HUGHES auch für die δ Cephei-Sterne die Ionisation des Ca untersucht[1]. P. SWINGS[2] findet, daß im Spektrum von δ Cep die Banden des CH und CN im Helligkeitsminimum am stärksten sind, dagegen im Helligkeitsmaximum verschwinden.

Ein Verzeichnis von Wellenlängen der Linien im Spektrum von δ Cep nebst Identifizierungen der Linien gibt C. J. KRIEGER[3].

59. δ Cephei-Sterne mit besonderem Spektrum. W Ser hat sich als Bedeckungsveränderlicher erwiesen und gehört demnach nicht hierher.

RU Cam ($P = 22^d$) hat nach R. F. SANFORD[4] in der Mitte der Helligkeitszunahme das Spektrum R0e, im Maximum K0, im Minimum R0. Über den Verlauf der Änderungen der Radialgeschwindigkeit wird in der nächsten Ziffer berichtet. Ein Rp-Spektrum hat auch VX Cyg ($P = 20^d$). Nach H. SHAPLEY und M. L. WALTON[5] hat Miss CANNON in den Spektren einer Reihe von langperiodischen δ Cephei-Sternen gelegentlich „bright lines or abnormal bright narrow spaces" bemerkt; nähere Einzelheiten werden nicht mitgeteilt.

60. Die periodischen Linienverschiebungen im Spektrum der δ Cephei-Sterne. In der folgenden Tabelle geben wir die neuerdings veröffentlichten spektroskopischen Bahnelemente von δ Cephei-Sternen wieder, wobei wir uns auf die wichtigsten Elemente beschränken.

Tabelle 12. Spektroskopische Bahnelemente von δ Cephei-Sternen.

Stern	P	ω	e	K (km)	γ (km)	
U Aql . .	7^d,02378	60°	0,40	20,8	− 7,0	R. F. SANFORD, Ap J 72, S. 46 (1930) = Mt Wilson Contr 404.
RU Cam .	22 ,1622	322	0,32	14,9	−23,9	R. F. SANFORD, Ap J 68, S. 408 (1928) = Mt Wilson Contr 372.
l Car . .	35 ,52778	92	0,39	20,1	+ 4,1	T. S. JACOBSEN, Publ A S P 46, S. 255 (1934).
TU Cas .	2 ,1394	263	0,51	16,5	−22,2	H. GITZ, Gorki Bull 2, S. 14 (1929).
β Dor . .	9 ,8417	40	0,18	18,5	+ 5,8	D. APPLEGATE, Lick Bull 13, S. 12 (1927).
W Gem .	7 ,91543	72	0,53	16,7	− 0,7	R. F. SANFORD, Ap J 72, S. 46 (1930) = Mt Wilson Contr 404; Ap J 69, S. 240 (1929).
RR Lyr .	0 ,56682	121	0,30	30,6	−69,1	R. F. SANFORD, Ap J 67, S. 319 (1928) = Mt Wilson Contr 351.
κ Pav . .	9 ,0874	87	0,49	15,5	+36,5	T. S. JACOBSEN, Lick Bull 14, S. 60 (1929).
S Sge . .	8 ,38209	44	0,48	20,5	−10,3	T. S. JACOBSEN, Lick Bull 13, S. 112 (1928).
Y Sgr . .	5 ,77335	75	0,42	18,3	− 3,2	1921—27 } P. TEN BRUGGENCATE, Harv Circ 351 (1930).
		38	0,12	16,5	− 4,0	1929 }
α UMi . .	29,6 Jahre	332	0,63	4,05	−17,4	Bewegung des Schwerpunktes. J. H. MOORE, Publ A S P 41, S. 254 (1929).
U Vul . .	7^d,99148	58	0,45	18,8	−11,7	R. F. SANFORD, Ap J 67, S. 326 (1928) = Mt Wilson Contr 352.

Zu den einzelnen Sternen der Tabelle ist noch folgendes zu bemerken:

RU Cam hat, wie wir schon sahen, ein R-Spektrum. Ganz anders wie bei den gewöhnlichen δ Cephei-Sternen fallen die Zeiten, zu denen die Radialgeschwindigkeit $= \gamma$ ist, mit dem Maximum und dem Minimum der Helligkeit zusammen.

TU Cas. Die Elemente, die auf Radialgeschwindigkeitsmessungen von R. F. SANFORD[6] beruhen, sind sehr unsicher, da die Radialgeschwindigkeiten sehr stark um eine mittlere Kurve streuen.

β Doradus. Die Kurve der Radialgeschwindigkeit hat um ihr Minimum eine große Störung. Die Lichtkurve ist nach H. SHAPLEY und M. L. WALTON[7] symmetrisch.

---

[1] Harv Bull 883, S. 32 (1931).
[2] M N 92, S. 140 (1931).
[3] Ap J 79, S. 98 (1934).
[4] Ap J 68, S. 408 (1928) = Mt Wilson Contr 372.
[5] Harv Circ 313 (1927).
[6] Ap J 68, S. 169 (1928) = Mt Wilson Contr 367.
[7] Harv Circ 316 (1927).

RR Lyr. Die Elemente scheinen veränderlich zu sein.

S Sge. Die im Handbuch gegebenen Elemente der Bewegung des Schwerpunkts scheinen nach JACOBSEN nicht zu stimmen. J. A. ALDRICH hat seine frühere Bahnbestimmung nunmehr ausführlich veröffentlicht[1].

Y Sgr. Die Periode ist konstant, e und ω ändern sich mit der mittleren Helligkeit des Sternes und mit der Amplitude der Lichtkurve.

α UMi. Nach A. BELOPOLSKY[2] ist das Element ω der kurzperiodischen Bahn stark veränderlich. Die Änderung des Spektralcharakters mit dem Lichtwechsel ist nach A. V. DOUGLAS[3] nur gering (F7 bis F9). Mit der Lichtkurve beschäftigen sich neuere Arbeiten von A. DE SITTER[4], J. DUFAY[5] und W. COLLMANN[6].

Radialgeschwindigkeitskurven ohne Ableitung spektroskopischer Bahnelemente gibt R. F. SANFORD für DT Cyg[7] ($P = 2^d,50$) und für T Mon[8] ($P = 27^d,0$); die Kurve für den letzteren Stern widerspricht einer einfachen elliptischen Bahnbewegung. F. HENROTEAU[9] bestätigt die Veränderlichkeit der Geschwindigkeitskurve von RT Aur; auch die von δ Cep hält er für veränderlich. Neue Messungen der Radialgeschwindigkeit von X Sgr hat J. C. DUNCAN[10] vorgenommen; neue Bahnelemente berechnet er indessen nicht.

B. OKUNEV liefert[11] eine graphische Darstellung aller bekannten Geschwindigkeitskurven von δ Cephei-Sternen und unterwirft diese Kurven einer harmonischen Analyse[12]. Er weist dabei nochmals auf die engen Beziehungen zwischen der Form dieser Kurven und der der Lichtkurven hin und besonders auf den Umstand, daß die Geschwindigkeitskurven von δ Cephei-Sternen mit Perioden von $7^d,0$ bis $8^d,4$ eine sekundäre Welle aufweisen, die ihrer Lage nach derjenigen im absteigenden Aste der Lichtkurve entspricht. Noch eingehender stellen L. V. ROBINSON und D. HOFFLEIT[13] die Geschwindigkeitskurven und die Lichtkurven zusammen graphisch dar. Sie kommen dabei zu dem Schlusse, daß das Minimum der Geschwindigkeitskurve bei keinem δ Cephei-Stern vor dem Maximum der Lichtkurve liegt, und ebenso das Maximum der ersteren Kurve nie vor dem Minimum der Lichtkurve. Die Größe der Phasenverschiebung der beiden Kurven hängt nicht von der Periode ab. Auch D. B. MC LAUGHLIN[14] hat diesen Fragen eine kurze Arbeit gewidmet.

C. D. PERRINE[15] weist an Hand eines gegen die frühere Untersuchung von H. LUDENDORFF etwas vergrößerten Materials aufs neue nach, daß zwischen den Amplituden der Geschwindigkeits- und der Lichtkurven eine lineare Beziehung besteht; L. V. ROBINSON[16] meint dagegen, daß diese Beziehung nur sehr lose sei.

H. LUDENDORFF[17] hat im Anschluß an eine frühere Arbeit dargelegt, daß für die δ Cephei-Sterne zwischen der „Massenfunktion" f und der Größe $e \cos \omega$ eine Beziehung von der Form $e \cos \omega = a + b f$ besteht, wobei aber a für die Sterne mit symmetrischer Lichtkurve, die Perioden von weniger als etwa 10^d besitzen, einen anderen Wert hat als für die übrigen. Auch l Car ($P = 35^d,5$) und X Cyg ($P = 16^d,4$) genügen der obigen Formel nicht, und LUDENDORFF macht diese

[1] Publ Obs Michigan 4, S. 75 (1932).
[2] Z f Ap 5, S. 294 (1932).
[3] M N 90, S. 896 (1930).
[4] B A N 4, S. 285 (1928).
[5] Lyon Bull 11, S. 269 (1929).
[6] A N 253, S. 373 (1934).
[7] Ap J 72, S. 46 (1930) = Mt Wilson Contr 404.
[8] Ap J 66, S. 170 (1927) = Mt Wilson Contr 340.
[9] J R A S Can 21, S. 268 (1927).
[10] Publ A S P 44, S. 324 (1930).
[11] Gorki Bull 3, S. 15 (1930).
[12] R A J 9, S. 216 (1932).
[13] Harv Bull 888, S. 12 (1932).
[14] A J 40, S. 16 (1929).
[15] A N 248, S. 137 (1933).
[16] Harv Ann 90, Nr. 2, S. 91 (1933).
[17] Sitzber d Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1929, V.

Tatsache zum Ausgangspunkt für seine oben (Ziff. 55a) schon erwähnten Betrachtungen über die Trennung der langperiodischen δ Cephei-Sterne in zwei verschiedene Gruppen.

Über die Verschiebungen verschiedener Linien bzw. Liniengruppen im Spektrum desselben Sternes während der Lichtwechselperiode ist eine Anzahl neuer Arbeiten zu verzeichnen. Die im Handbuch S. 209 besprochene, η Aql betreffende Untersuchung von W. C. RUFUS ist nunmehr ausführlich veröffentlicht worden[1], ebenso die von D. W. LEE[2] und über denselben Stern eine Arbeit von F. HENROTEAU[3]. Für ζ Gem liegen entsprechende Arbeiten von V. HASE[4] und W. C. RUFUS[5] vor, für T Mon von R. F. SANFORD[6], für RT Aur von R. M. PETRIE[7], für δ Cep von demselben[8]. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind zum Teil noch widerspruchsvoll und zu verwickelt, als daß sie hier im einzelnen wiedergegeben werden könnten. Im allgemeinen scheinen die Linien höheren Niveaus ein Zurückbleiben in Phase gegenüber denen niederen Niveaus zu zeigen sowie auch eine größere Amplitude der Radialgeschwindigkeiten als letztere. Bei δ Cep ergaben sich nach PETRIE freilich keine zu verbürgenden Unterschiede für Linien verschiedenen Niveaus.

61. Spektralphotometrische Eigenschaften der δ Cephei-Sterne. Die neueren Arbeiten über die Spektralphotometrie der δ Cephei-Sterne und die daraus für die Temperaturen zu ziehenden Folgerungen sind im vorliegenden Bande bereits in den Kapiteln „Spektralphotometrie“ und „Die Temperaturen der Fixsterne“ behandelt worden. Es kann hier auch nicht auf die zahlreichen Untersuchungen über den Verlauf des Farbenindex für einzelne Veränderliche eingegangen werden, die meist in der nicht empfehlenswerten Weise vorgenommen werden, daß nicht gleichzeitig gewonnene visuelle und photographische Lichtkurven miteinander verglichen werden. Immerhin werden die Ergebnisse dieser Arbeiten statistisch brauchbar sein. So hat B. OKUNEV[9] den Verlauf der Farbenindexkurve für 36 langperiodische δ Cephei-Sterne diskutiert und aufs neue die große Ähnlichkeit dieser Kurve mit der Lichtkurve nachgewiesen; sogar die sekundären Wellen der Lichtkurven treten auch in den Farbenindexkurven auf.

Die zeitlichen Verschiebungen der photographischen gegen die visuelle Lichtkurve untersucht B. W. KUKARKIN[10] für 23 langperiodische δ Cephei-Sterne. Die Verschiebungen des Maximums lassen sich danach durch die Formel

$$\text{Max phot} - \text{Max vis} = +0^P{,}079 - 0^P{,}1025 \log P$$

statistisch befriedigend darstellen. Bei ζ Gem ergaben photoelektrische Messungen im Infrarot ($\lambda = 7400$) von J. S. HALL[11], daß das infrarote Maximum um $0^P{,}024$ später liegt als das visuelle, während infrarote und visuelle Amplitude ungefähr denselben Wert haben.

62. Die galaktische Verteilung der δ Cephei-Sterne. Eine neue figürliche Darstellung derselben hat C. D. PERRINE[12] gegeben. — Von den auf S. 213 des Handbuchs erwähnten langperiodischen δ Cephei-Sternen mit hoher galaktischer Breite sind RS Cet und RY Boo zu streichen; ersterer ist vielleicht überhaupt nicht veränderlich, und der Lichtwechsel des letzteren muß als von noch unbekannter Art bezeichnet werden. — J. SCHILTS Ansicht, daß für die langperiodischen δ Cephei-Sterne mit Perioden von weniger als 10^d ein Zusammenhang

[1] Publ Obs Michigan 4, S. 101 (1932).
[2] Publ Obs Michigan 4, S. 109 (1932).
[3] Publ Obs Ottawa 9, S. 127 (1928).
[4] Poulkovo Bull 11, S. 345 (1928).
[5] Publ Obs Michigan 4, S. 151 (1932).
[6] Ap J 66, S. 170 (1927) = Mt Wilson Contr 340.
[7] Publ Obs Michigan 5, S. 9 (1932).
[8] Publ Obs Michigan 6, S. 37 (1934).
[9] A N 236, S. 313 (1929).
[10] Gorki Bull 3, S. 55 (1931).
[11] Ap J 79, S. 145 (1934).
[12] A N 248, S. 139 (1933).

zwischen der durchschnittlichen Periodenlänge und der galaktischen Länge bestehe, scheint sich nach H. SHAPLEY und C. H. PAYNE[1] nicht zu bestätigen. Eine Abzählung der δ Cephei-Sterne nach galaktischen Längen gibt K. LUNDMARK[2].

63. Bewegungen der δ Cephei-Sterne. Die neueren Arbeiten über die Bewegung der δ Cephei-Sterne im allgemeinen behandeln wir in Ziff. 64, da sie in enger Beziehung zu der Bestimmung des Nullpunktes von SHAPLEYS Perioden-Leuchtkraftkurve stehen.

Ein Verzeichnis der Radialgeschwindigkeiten von kurzperiodischen δ Cephei-Sternen gibt H. SHAPLEY in seinem Buche[3] „Star Clusters". Ein weiterer Stern dieser Art mit sehr großer Radialgeschwindigkeit (etwa —350 km) ist[4] TU Per ($P = 0^d{,}61$). — A. H. JOY[5] findet als mittlere Radialgeschwindigkeit der kurzperiodischen δ Cephei-Sterne 100 km (aus 51 Objekten dieser Art), als die der langperiodischen 22 km (93 Sterne).

64. SHAPLEYS „Period-Luminosity Curve". SHAPLEY selbst hat weitere Untersuchungen über die Beziehungen zwischen der Periode und der absoluten Helligkeit der δ Cephei-Sterne veröffentlicht[6], und im 10. Kapitel seines soeben zitierten Buches gibt er eine zusammenfassende Darstellung seiner Arbeiten über dieses Thema nebst einigen Ergänzungen zu seinen früheren Resultaten. Es haben sich (vgl. Handbuch S. 219) Anzeichen dafür ergeben, daß SHAPLEYS absolute Größen, wie sie sich zunächst ergeben hatten, einer positiven Korrektion bedürfen. SHAPLEY nimmt diese Nullpunktskorrektion für die visuelle Perioden-Leuchtkraftkurve zu $+0^M{,}23$ an; um diesen Betrag sind also die absoluten Größen in der Tabelle S. 219 des Handbuchs zu korrigieren. Das Hauptgewicht legt er aber auf die photographische Perioden-Leuchtkraftkurve, der er ebenfalls eine Nullpunktskorrektion erteilt, und deren Verlauf er nunmehr durch folgende Tabelle darstellt[7]:

Tabelle 13.

log P	Absol. phot. Größe	log P	Absol. phot. Größe	log P	Absol. phot. Größe	log P	Absol. phot. Größe
—0,6	0,00	+0,2	—0,61	+0,8	—1,53	+1,6	—3,19
—0,4	0,00	+0,4	—0,93	+1,0	—1,89	+1,8	—3,81
—0,2	—0,07	+0,6	—1,22	+1,2	—2,26	+2,0	—4,60
0,0	—0,31			+1,4	—2,68		

Die Form der Kurve wurde mit Hilfe von 106 δ Cephei-Sternen in der Kleinen MAGELLANschen Wolke bestimmt. SHAPLEY hat weiter gezeigt[8], daß aus dem engen Zusammenhang zwischen Periode und Spektrum (vgl. oben Ziff. 58) ein solcher zwischen Periode und absoluter Helligkeit folgt; zu ähnlichen Resultaten ist unabhängig auch H. N. RUSSELL gelangt[9]. Allerdings müssen bei solchen Betrachtungen gewisse nicht völlig bewiesene Voraussetzungen gemacht werden.

Die wichtige Frage des Nullpunkts der Perioden-Leuchtkraftkurve (vgl. Handbuch S. 219) ist in den letzten Jahren mehrfach erörtert worden, ohne daß eine endgültige Entscheidung herbeigeführt worden wäre. Zunächst erhob H. KIENLE[10] berechtigte Bedenken gegen die Herleitung der Nullpunktskorrektion von MALMQUIST. J. H. OORT[11] fand bei seinen Untersuchungen über die

[1] Harv Bull 872, S. 11 (1930).
[2] V J S 68, S. 377 (1933).
[3] Harv Obs Mon Nr. 2, S. 150 (1930).
[4] Publ A S P 39, S. 368 (1927).
[5] Publ A S P 44, S. 240 (1932).
[6] Harv Circ 314 u. 315 (1927).
[7] Star Clusters, S. 135.
[8] Star Clusters, S. 142; Harv Circ 314 (1927).
[9] Ap J 66, S. 122 (1927) = Mt Wilson Contr 339.
[10] A N 230, S. 243 (1927).
[11] B A N 4, S. 91 (1927).

galaktische Rotation den Nullpunkt der ursprünglichen Kurve SHAPLEYS im wesentlichen bestätigt. W. S. ADAMS, A. H. JOY und M. L. HUMASON[1] bestimmten die spektroskopischen Parallaxen von 80 langperiodischen δ Cephei-Sternen und kontrollierten deren Richtigkeit durch eine Anzahl trigonometrischer Parallaxen; es ergab sich aus diesem Material eine Nullpunktskorrektion $\Delta M = +1^M$. A. KIPPER[2] ermittelte auf eigentümliche Art Parallaxen von δ Cephei-Sternen: Unter Annahme der Pulsationstheorie bestimmte er aus der Helligkeits- und Farbenänderung die Änderung des Winkeldurchmessers und andererseits aus der Radialgeschwindigkeitskurve die Amplitude der Pulsation; aus dem Vergleich beider Größen ergibt sich die Parallaxe. Die Rechnung wurde für 11 Sterne durchgeführt und ergab $\Delta M = +1^M,1$ für die ursprüngliche Kurve SHAPLEYS. Denselben Wert von ΔM fand G. CECCHINI[3] auf Grund ebenfalls nicht sehr sicherer Betrachtungen.

Eine neue umfassende Diskussion unternahm B. P. GERASIMOVIČ[4]. Auf Grund neu abgeleiteter Eigenbewegungen langperiodischer δ Cephei-Sterne und der bekannten Radialgeschwindigkeiten berechnete er (unter Annahme des üblichen Ortes für den Sonnenapex) die Geschwindigkeit der Sonne in bezug auf diese Sterne zu $V_0 = 14{,}1$ km, die mittlere Pekuliargeschwindigkeit der letzteren zu 11,8 km, die mittlere Parallaxe zu $0'',0026$. In den Radialgeschwindigkeiten findet er die galaktische Rotation angedeutet. Als Nullpunktskorrektion ergibt sich $\Delta M = +1^M,0$ (für die ursprüngliche photographische Perioden-Leuchtkraftkurve SHAPLEYS). Der ziemlich kleine Wert von V_0 bestätigt das entsprechende Ergebnis von G. STRÖMBERG, $V_0 = 12{,}3$ km (Handbuch S. 216).

H. NORDSTRÖM[5] findet aus den Radialgeschwindigkeiten unter Benutzung der OORTschen Theorie der galaktischen Rotation $V_0 = 17{,}3$ km; unter Annahme dieses Wertes würde sich GERASIMOVIČs ΔM auf $+0^M,6$ reduzieren. Letzterer zeigt aber[6], daß sich bei Anwendung der NORDSTRÖMschen Methode schließlich der frühere Endwert von $\Delta M = +1^M,0$ praktisch doch nicht ändert, und macht gegen diese Methode Bedenken geltend, die NORDSTRÖM[7] indessen nicht anerkennt.

Eine weitere Arbeit über das in Rede stehende Thema verdanken wir K. LUNDMARK[8]. Er erörtert den Einfluß, den systematische Fehler der Eigenbewegungen auf die früheren Resultate von WILSON und von GERASIMOVIČ haben können, und macht ferner darauf aufmerksam, daß die obenerwähnten Ergebnisse von KIPPER durch die Randverdunklung verfälscht sein müssen. Auch vergleicht er wiederum die auf Grund von SHAPLEYS Kurve berechneten Parallaxen mit den trigonometrisch gemessenen. Er hält es schließlich für nicht möglich, daß die Nullpunktskorrektion (der ursprünglichen Kurve SHAPLEYS) den Wert $\Delta M = +0^M,6$ übersteigt, und diese Korrektion würde wohl durch den wahrscheinlichen Einfluß der kosmischen Absorption in der galaktischen Zone ausgeglichen werden. LUNDMARK gibt am Schluß dieser Abhandlung Tabellen für die bekannten Radialgeschwindigkeiten und Eigenbewegungen der δ Cephei-Sterne. Später[9] hat LUNDMARK dann auf Grund von zum Teil wohl recht unsicheren Betrachtungen die Ansicht ausgesprochen, daß SHAPLEYS Größen einer starken negativen Korrektion bedürfen.

Eine weitere Berechnung der Nullpunktskorrektion verdanken wir PR. FAIRFIELD BOK und C. D. BOYD[10]. Sie gehen aus von den schon bekannten sowie von neu bestimmten (43) Eigenbewegungen von kurzperiodischen δ Cephei-

[1] Publ A S P 41, S. 252 (1929).
[2] A N 241, S. 249 (1931).
[3] Contr Astr Merate 14 (1931).
[4] A J 41, S. 17 (1931).
[5] Lund Circ 2, S. 27 (1931).
[6] Lund Circ 4, S. 67 (1931).
[7] Lund Circ 4, S. 78 (1931).
[8] Lund Medd (2) Nr. 60 (1931).
[9] V J S 68, S. 369 (1933).
[10] Harv Bull 893, S. 1 (1933).

Sternen und finden für diese im Mittel innerhalb der Grenzen der Genauigkeit die absolute photographische Größe 0,0, in Übereinstimmung mit der korrigierten photographischen Perioden-Leuchtkraftkurve SHAPLEYS, so daß für letztere keine Nullpunktskorrektion mehr anzunehmen wäre. GERASIMOVIČ[1] erklärt den Widerspruch zwischen diesem Resultat und dem seinigen (ΔM = etwa $+0^M,7$ für die korrigierte Kurve) durch den Umstand, daß die in Harv Bull 893 benutzten kurzperiodischen δ Cephei-Sterne vorwiegend in höheren galaktischen Breiten liegen und ihr Licht daher nicht die kosmischen Absorptionen in der galaktischen Zone erleidet, während letzteres bei den von ihm benutzten meist galaktischen Objekten der Fall ist. Er weist dabei nochmals auf die Wichtigkeit der systematischen Fehler der Eigenbewegungen für das hier behandelte Problem hin.

A. FLETCHER[2] diskutiert das von FAIRFIELD BOK und BOYD benutzte Material an Eigenbewegungen aufs neue und ist geneigt, daraus auf eine Nullpunktskorrektion von etwa $+0^M,4$ zu schließen, aber der w.F. dieser Zahl ist von der Größenordnung $\pm 0^M,3$. J. J. NASSAU[3] endlich findet durch Diskussion der trigonometrischen Parallaxen von 34 lang- und kurzperiodischen δ Cephei-Sternen, daß die Korrektion wohl sicher den Werten $0^M,0$ oder $+0^M,25$ viel näher liegt als dem Werte $+1^M$.

64a. Die Dichten der δ Cephei-Sterne. Aus der Perioden-Leuchtkraftkurve kann man für jeden δ Cephei-Stern bekannter Periode P die absolute Helligkeit entnehmen, und ferner gestattet das beobachtete Spektrum die Ermittlung der Temperatur des betreffenden Sternes. Aus der absoluten Helligkeit kann man weiter mit Hilfe der Massen-Leuchtkraftkurve von EDDINGTON die Masse ermitteln, aus der absoluten Helligkeit und der Temperatur nach dem STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetz den Radius des Sterns. Aus Masse und Radius ergibt sich schließlich die mittlere Dichte ϱ. C. H. PAYNE[4] hat diese Rechnungen zunächst für die langperiodischen δ Cephei-Sterne durchgeführt, wobei die mittlere Beziehung zwischen Periode und Spektrum benutzt wurde, um die Reduktion der photographischen absoluten Größen auf bolometrische zu erhalten. Die gefundenen mittleren Dichten ϱ der langperiodischen δ Cephei-Sterne erfüllen in sehr befriedigender Weise ein Gesetz von der Form

$$P^2 \varrho = \text{Konstante}.$$

In der Tat erfordert die Pulsationstheorie wie jede dynamische Theorie das Bestehen dieses Gesetzes. Wendet man diesen Gedankengang aber auf die kurzperiodischen δ Cephei-Sterne an, bei denen Spektrum und absolute Helligkeit nicht von der Periode abhängen, so stößt man auf Widersprüche, und das obige Gesetz scheint für sie nicht gültig zu sein.

65. Die Entfernungen und die räumliche Verteilung der δ Cephei-Sterne. Die trigonometrisch gemessenen Parallaxen von δ Cephei-Sternen hat P. PARENAGO neuerdings zusammengestellt[5], ebenso J. J. NASSAU in seiner in Ziff. 64 zitierten Abhandlung. Ein Verzeichnis der Entfernungen von 50 solcher Sterne, die auf Grund der Perioden-Leuchtkraftkurve berechnet wurden, gibt M. L. WALTON[6]. Über die Verteilung der δ Cephei-Sterne im Raume hat P. TEN BRUGGENCATE[7] Untersuchungen angestellt, wobei er deren auf die gleiche Art berechneten Entfernungen benutzt; wir können hier auf diese Arbeit nicht näher eingehen.

---

[1] Obs 57, S. 22 (1934). [2] M N 95, S. 56 (1934). [3] A J 44, S. 33 (1934).
[4] Harv Bull 876, S. 28 (1930); The Stars of High Luminosity, S. 218; vgl. auch H. SHAPLEY, Harv Circ 314—315 (1927); Star Clusters, S. 56.
[5] R A J 11, S. 29 (1934).
[6] Harv Bull 845, S. 6 (1927). [7] B A N 4, S. 198 (1927).

66. Die veränderlichen Sterne der β Cephei-Klasse und andere Veränderliche mit äußerst kleinen Helligkeitsschwankungen. Die spektroskopischen Bahnelemente von β Cep sind neuerdings wiederholt bestimmt worden, und zwar von R. N. VAN ARNAM[1], H. S. MENDENHALL[2], J. C. DUNCAN und H. M. MITCHELL[3], O. KOHL[4] und CL. C. CRUMP[5]. Die letztgenannte Arbeit ist die umfassendste; aus Yerkes-Spektrogrammen, die sich über das Zeitintervall von 1906 bis 1932 erstrecken, bestimmt CRUMP nicht weniger als 19 verschiedene Elementensysteme, und er bezieht 17 anderweitig bestimmte Elementensysteme in die Diskussion ein. Danach ist die Schwerpunktsgeschwindigkeit γ veränderlich zwischen $+1{,}8$ und -20 km, die halbe Amplitude K zwischen 9,5 und 22,8 km; e ist meist klein, wenn auch ein Maximalwert von 0,17 vorkommt, ω und T lassen sich wegen der kleinen Exzentrizität meist nur sehr unsicher bestimmen. Die Änderungen von γ und K gehen manchmal sehr rasch vor sich, Perioden lassen sich nicht dafür angeben. KOHL fand auf Grund einer Diskussion der beobachteten Helligkeitsmaxima (1906—1931), daß die Periode von 1906 bis 1918 $0^d{,}1904795$, später dagegen $0^d{,}1904851$ betrug. MENDENHALL, der in seiner zitierten Arbeit auch über spektralphotometrische Messungen berichtet, stellte fest, daß die Helligkeitsamplitude im Ultraviolett um 50% größer ist als bei λ 4500. Verschiedene Spektrallinien ergaben ihm im wesentlichen dieselben Geschwindigkeitskurven. Lichtelektrische Messungen liegen vor von M. GÜSSOW[6]. Eine Notiz über das Spektrum geben O. STRUVE und K. F. OGRODNIKOFF[7]; danach scheinen die Linienintensitäten nicht veränderlich zu sein.

Die Radialgeschwindigkeit von 12 Lacertae ist von W. H. CHRISTIE[8] weiter beobachtet worden, wobei zugleich auch die Helligkeit auf photographischem Wege bestimmt wurde. Die Schwerpunktsgeschwindigkeit γ ist nur wenig veränderlich, das Helligkeitsmaximum liegt wenig hinter dem Zeitpunkt, zu dem die Radialgeschwindigkeit den Wert γ (auf dem absteigenden Aste der Geschwindigkeitskurve) annimmt. Die Linienbreiten erweisen sich als sehr unregelmäßig veränderlich. Lichtelektrische Messungen der Helligkeit hat J. STEBBINS[9] angestellt.

γ Bootis hat nach lichtelektrischen Messungen von M. GÜSSOW[10] in den Jahren 1927 bis 1929 keine Helligkeitsschwankungen gezeigt. Bei ν Eridani fand F. HENROTEAU[11] starke Änderungen der Radialgeschwindigkeit, die in etwa $0^d{,}2$ verlaufen, für die sich aber eine bestimmte Periode nicht angeben läßt; die Geschwindigkeitskurven sind in Form und Amplitude sehr stark veränderlich, und die Beziehung zwischen Radialgeschwindigkeit und Lichtwechsel ist nach wie vor ungeklärt.

Einen Katalog der lichtelektrisch gemessenen Sterne mit ausführlichen Literaturangaben und Bemerkungen über den Lichtwechsel der einzelnen Objekte haben M. GÜSSOW und P. GUTHNICK veröffentlicht[12].

67. Theorien zur Erklärung des Lichtwechsels der δ Cephei-Sterne. Es kann nicht die Aufgabe dieses Kapitels sein, auf die zahlreichen theoretischen Arbeiten einzugehen, die sich mit dem Lichtwechsel der δ Cephei-Sterne oder

[1] Publ Astrophys Obs Victoria 4, S. 171 (1928).
[2] Lick Bull 14, S. 133 (1929). [3] Ap J 70, S. 126 (1929).
[4] A N 248, S. 397 (1933). [5] Ap J 79, S. 246 (1934).
[6] A N 229, S. 197 (1927); 233, S. 1 (1928).
[7] Publ Amer Astr Soc 7, S. 105 (1932).
[8] Publ Astrophys Obs Victoria 4, S. 59 (1927); J R A S Can 22, S. 37 (1928).
[9] Publ Washburn Obs 15, S. 51 (1928).
[10] A N 233, S. 1 (1928); 237, S. 321 (1930).
[11] Publ Obs Ottawa 9, S. 119 (1927).
[12] Kl Veröff Sternw Berlin-Babelsberg Nr. 8 (1930).

dem der periodischen Veränderlichen überhaupt beschäftigen, zumal ein entscheidender Fortschritt auf diesem Gebiete in den letzten Jahren noch nicht erzielt worden ist. Es sei hier nur auf die die Pulsationstheorie betreffenden Ausführungen von B. STRÖMGREN im vorliegendem Bande verwiesen.

Ganz abzulehnen ist die Theorie von LA ROSA (Handbuch S. 228). Über sie sind noch zahlreiche Arbeiten von M. LA ROSA selbst und anderen erschienen, die hier nicht angeführt werden sollen. Eine Darstellung des Sachverhalts gibt G. ARMELLINI[1], der auch die übrigen Theorien über die δ Cephei-Sterne übersichtlich behandelt[2].

i) Veränderliche in Sternhaufen, Nebelflecken und ähnlichen Gebilden.

Allgemeine statistische Betrachtungen über die δ Cephei-Sterne in anagalaktischen Objekten hat K. LUNDMARK[3] angestellt. Er fand Beziehungen zwischen der Helligkeit und der Amplitude des Lichtwechsels sowie solche zwischen der Periode und der Amplitude (vgl. oben Ziff. 54 β). Seine Untersuchungen erstrecken sich hauptsächlich auf den Andromedanebel, den Spiralnebel M33, die MAGELLANschen Wolken und die Wolke NGC 6822.

68. Veränderliche in kugelförmigen Sternhaufen. H. SHAPLEY hat in Band V, S. 718 unseres Handbuches und im vorliegenden Bande S. 536 eine Übersicht über die gegenwärtigen Kenntnisse von den Veränderlichen in Kugelhaufen gegeben. Zur Ergänzung sei hier noch auf einige weitere Untersuchungen hingewiesen.

NGC 5272 = M3 Canum venaticorum. P. SLAVENAS[4] leitete für 30 Veränderliche neue Periodenwerte ab, und ferner liegt eine neue eingehende Untersuchung der Veränderlichen dieses Sternhaufens von TH. MÜLLER[5] vor. Danach sind 167 Sterne des Haufens sicher veränderlich; für 127 von diesen leitet MÜLLER Lichtkurven ab. Die zum Teil beträchtlichen Periodenänderungen, die LARINK bei 18 Veränderlichen festgestellt zu haben glaubte, bestätigen sich nicht, dagegen kommen bei einer ganzen Reihe anderer kleine Periodenänderungen (meist Abnahmen) vor. Die Helligkeitsamplituden sind am größten für die Sterne mit Lichtkurven der BAILEYschen Klasse a, etwas kleiner für Klasse b und noch kleiner für Klasse c. Die Sterne mit sehr kurzen Perioden gehören ausschließlich der Klasse c (ziemlich symmetrische Lichtkurven) an. Die Häufigkeitskurve der Perioden zeigt ein starkes Maximum bei $P = 0^d,51$ bis $0^d,52$. Wegen der weiteren statistischen Ergebnisse, durch welche diejenigen von BAILEY zum Teil etwas modifiziert werden, muß auf die Arbeit selbst verwiesen werden.

Der abnorme rote Veränderliche in M3 ist nach einer zweiten Arbeit von P. GUTHNICK[6] sicher kein Bedeckungsveränderlicher.

NGC 5904 = M5 Serpentis. H. SHAPLEY[7] hat die Perioden von zahlreichen Veränderlichen dieses Sternhaufens neu bestimmt. Nach demselben Autor[8] ist der Farbenindex der Veränderlichen von der Periode unabhängig.

NGC 5024 = M 53 Comae Berenices. E. GROSSE[9] leitet für 32 Veränderliche Elemente und Lichtkurven ab. Alle haben Perioden von weniger als 1^d.

NGC 6723. H. VAN GENT[10] hat hier einige neue kurzperiodische δ Cephei-Sterne entdeckt.

---

[1] Astronomia Siderale 2, S. 234 (1931).
[2] Astronomia Siderale 2 S. 367 (1931).
[3] Z f Ap 3, S. 313 (1931).
[4] A N 240, S. 169 (1931).
[5] Berlin-Babelsberg Veröff 11, H. 1 (1933).
[6] Sitzber d Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1934, XXX.
[7] Harv Bull 851, S. 15 (1927).
[8] Harv Circ 315, S. 5 (1927).
[9] A N 246, S. 377 (1932).
[10] B A N 6, S. 163 (1932); 7, S. 21 (1933).

Auch auf die eingehenden Ausführungen über die Sternhaufen-Veränderlichen in SHAPLEYS Buche[1] „Star Clusters" ist hier zu verweisen, namentlich auf die Tabelle auf S. 55 dieses Buches, aus der hervorgeht, daß für jeden Sternhaufen die mittlere Größe der kurzperiodischen Veränderlichen ganz unabhängig von der Periode ist. Entsprechend wird, wie wir früher gesehen haben, für alle kurzperiodischen δ Cephei-Sterne eine konstante absolute mittlere Größe angenommen, und zwar $0^M,0$ (phot.) nach SHAPLEYS revidierter Perioden-Leuchtkraftkurve (vgl. oben Ziff. 64). Wie gering die Dispersion der Helligkeiten bei den kurzperiodischen Sternhaufenveränderlichen in der Tat ist, geht auch aus einer Untersuchung von E. GROSSE hervor[2].

Die Häufigkeitsverteilung der Perioden sämtlicher kurzperiodischen Haufenveränderlicher studiert H. B. SAWYER[3]; sie findet, daß diese Häufigkeitsverteilung recht gut mit der der galaktischen kurzperiodischen δ Cephei-Sterne übereinstimmt. Ähnliche Untersuchungen hat auch E. GROSSE angestellt[4]. Letzterer stellt auch fest, daß bei den Veränderlichen in ω Centauri, M3, 5, 15 und 53 übereinstimmend die Größe $\varepsilon = (M - m)/P$ durchschnittlich mit abnehmender Helligkeitsamplitude zunimmt.

69. Veränderliche in der nächsten Umgebung von kugelförmigen Sternhaufen. Die von W. BAADE nahe bei M53 entdeckten sieben Veränderlichen hat E. GROSSE[5] näher untersucht; fünf haben Perioden von weniger als 1^d, einer eine solche von 43^d, und für einen bleibt die Periode noch unbekannt. Auch bei dem gleichfalls eine hohe galaktische Breite ($+78°$) besitzenden Kugelhaufen NGC 4147 (vgl. oben) hat W. BAADE[6] fünf kurzperiodische δ Cephei-Sterne entdeckt, von denen einer oder vielleicht auch zwei noch zum Haufen gehören. Die nahe bei Sternhaufen hoher galaktischer Breite gelegenen, ihrer Helligkeit nach aber nicht zu diesen Haufen gehörigen kurzperiodischen Veränderlichen haben indessen ihre anfängliche Ausnahmestellung verloren, seit man nach H. SHAPLEY[7] weiß, daß solche Veränderlichen auch sonst, also nicht in der Nähe von Sternhaufen, in hohen galaktischen Breiten vorkommen. Sie sind augenscheinlich über ebenso weite Gebiete des Raumes verteilt wie die kugelförmigen Sternhaufen.

69a. Veränderliche in galaktischen Sternhaufen. Die Zugehörigkeit vereinzelter Veränderlicher, die man in offenen Sternhaufen gefunden hat[8], zu diesen ist zweifelhaft. Auch eine systematische Untersuchung von 12 solchen Haufen auf Veränderliche durch FR. D. MILLER[9] ergab keinen einzigen sicheren Fall von Veränderlichkeit.

70. Die Veränderlichen in den MAGELLANschen Wolken und in NGC 6822. Elemente weiterer langperiodischer δ Cephei-Sterne in der Kleinen Wolke sind von J. MOHR und D. HOFFLEIT[10] sowie von H. SHAPLEY und A. MORSE[11] veröffentlicht worden. H. B. SAWYER[12] untersucht den Lichtwechsel von 22 Veränderlichen in den nördlichen Randpartien der Kleinen MAGELLANschen Wolke und stellt dabei fest, daß auch drei Veränderliche, die zunächst dem Kugelhaufen NGC 362 anzugehören schienen, in Wirklichkeit in der Kleinen Wolke liegen. Auffällig ist bei den Veränderlichen, die Miss SAWYER untersucht, das häufige Vorkommen von Perioden, die in die bekannte Periodenlücke der δ Cephei-Sterne (vgl. oben Ziff. 51) fallen. Zwei von Miss SAWYERS Sternen haben Perioden

[1] Harv Obs Mon Nr. 2 (1930).
[2] A N 249, S. 389 (1933).
[3] Harv Circ 366, S. 30 (1931).
[4] A N 246, S. 405 (1932).
[5] A N 249, S. 389 (1933).
[6] A N 244, S. 153 (1931).
[7] Wash Nat Ac Proc 19, S. 29 (1933) = Harv Repr 81.
[8] Vgl. P. TH. OOSTERHOFF, B A N 7, S. 71 (1933).
[9] Harv Bull 883, S. 30 (1931).
[10] Harv Bull 882, S. 20 (1931).
[11] Harv Bull 886, S. 12 (1932).
[12] Harv Circ 374 (1932).

von weniger als 1^d und gehören nach ihrer Helligkeit nicht zur Wolke, sondern liegen uns viel näher; alle anderen sind langperiodische δ Cephei-Sterne.

Große MAGELLANsche Wolke. H. SHAPLEY veröffentlicht[1] die Elemente von 40 Veränderlichen in der Großen Wolke ($P = 2^d,5$ bis $39^d,2$) und leitet auf Grund derselben die Perioden-Leuchtkraftkurve ab. In einer von ihm gemeinsam mit J. MOHR[2] verfaßten Arbeit werden die mittleren Helligkeiten und die Helligkeitsamplituden für die 1346 bekannten Veränderlichen in der Wolke ermittelt. Aus den mittleren Helligkeiten ergeben sich alsdann mit Hilfe der Perioden-Leuchtkraftkurve die Perioden. Das Häufigkeitsmaximum der so gefundenen Perioden liegt bei $2^d,5$, während es für die galaktischen langperiodischen δ Cephei-Sterne bei $4^d,5$ liegt. Zwischen Periode und Helligkeitsamplitude besteht keine Korrelation.

Die bisher in der Großen Wolke festgestellten Veränderlichen sind, soviel man weiß, mit verschwindenden Ausnahmen langperiodische δ Cephei-Sterne. Eine Nova ist wahrscheinlich RY Dor nach W. J. LUYTEN[3] und ein R Coronae-Stern W Men (vgl. oben Ziff. 15). Ein unregelmäßiger Veränderlicher mit einem Spektrum vom P Cygni-Typus (vgl. Ziff. 10) ist S Dor[4], dessen absolute Helligkeit außerordentlich groß sein muß (etwa -8^M bis -9^M). Einige weitere Veränderliche im Gebiete der Großen Wolke sind wohl Vordergrundsterne[5].

71. Veränderliche Sterne in Spiralnebeln. In M33 Trianguli sind drei weitere Veränderliche entdeckt worden[6]. Auf ein vielleicht als eine Nova anzusprechendes Objekt macht W. E. BERNHEIMER[7] aufmerksam, der auch die Literaturhinweise für die anderen in M33 beobachteten Novae gibt.

Den großen Andromedanebel M31 hat E. HUBBLE[8] weiter eingehend untersucht. In vier Arealen des Nebels, die zusammen etwa 40% seiner ganzen Fläche ausmachen, fand HUBBLE 50 Veränderliche; 39 von diesen sind langperiodische δ Cephei-Sterne mit Perioden von 10^d bis zu 48^d, ein weiterer Veränderlicher, und zwar der hellste von allen (Größe 17,9 im Maximum), hat eine Periode von 175^d. Diese Veränderlichen genügen der Perioden-Leuchtkraftkurve, wenn auch der langperiodische etwas herausfällt. Die Veränderlichen mit kürzeren Perioden als 10^d sind zu schwach, als daß sie hätten untersucht werden können. — Von den 10 weiteren Veränderlichen sind wahrscheinlich noch 4 δ Cephei-Sterne, 6 sind unregelmäßig oder langperiodisch und müssen noch weiter beobachtet werden. — Auf die Novae in M31 haben wir hier nicht einzugehen.

72. Veränderliche Sterne in Nebelflecken. Über die Entfernungen der Veränderlichen in der η Carinae-Gegend hat D. B. MCLAUGHLIN[9] Rechnungen angestellt (für die δ Cephei-Sterne auf Grund der Perioden-Leuchtkraftkurve), wonach sie in außerordentlich verschiedenen Abständen von uns sich befinden. — An der Spitze eines kleinen Nebels liegt der Veränderliche RY Tau, der höchst wahrscheinlich ein R Coronae-Stern ist[10].

---

[1] Harv Bull 883, S. 16 (1931).
[2] Harv Ann 90, Nr. 1 (1933); Wash Nat Ac Proc 19, S. 995 (1933) = Harv Repr 101.
[3] Harv Bull 847, S. 8 (1927); 851, S. 4 (1927).
[4] Harv Bull 814, S. 1 (1925).
[5] Harv Ann 90, Nr. 1, S. 21 (1933); Harv Bull 847, S. 9 (1927).
[6] Ap J 69, S. 123, Fußnote (1929) = Mt Wilson Contr 376, S. 21.
[7] Lund Circ 8, S. 187 (1932).
[8] Ap J 69, S. 103 (1929) = Mt Wilson Contr 376.
[9] A J 39, S. 49 (1929).
[10] Vgl. oben Ziff. 15.

Band VI.

Chapter 3.

Novae.

By

F. J. M. STRATTON-Cambridge.

With 5 illustrations.

a) Early History.

2. Novae from 1572 to 1866. N Vulpeculae 1670 has been identified by STEAVENSON[1] with a faint variable at $19^h 43^m 31^s + 27° 4',1$ (1900.0), a star lying 30″ from the computed place and with a photographic image suggesting some spectral peculiarity.

b) Distribution of Novae.

3. Galactic Novae. The following Table 1 brings up to date the list of galactic novae. From the previous Table I (p. 254) No. 2, N Piscium 1907, must be dropped on the suggestion of REINMUTH and SCHLIER who have re-examined the original evidence for it[2]. Also the declination of No. 65 N Sagittae 1913, should be +17° and not +7° while the following alterations should be made in column 2.

No. 10 N Aurigae 1891 add (T)
26 N Normae 1893 delete (R).
34 N Ophiuchi 1897 add (BB).
38 N Ophiuchi (RS) replace 1901 by 1933.
No. 45 N Sagittarii 1926 add (FM).
58 N Aquilae 1899 delete (DO).
59 N Aquilae 1925 add (DO).
67 N Aquarii 1907 add (VY).

Table 1. Galactic Novae.

	Star and date of maximum	Discoverer	α (1900,0)	δ (1900,0)	G	g
71	N Tauri 1929 (XX)	SCHWASSMANN, WACHMANN	5^h 13^m 4^s	+16° 36′,7	155°	−10°
72	N Geminorum 1933	DELPORTE, AREND	7 16 25	+28 41 ,7	158	+21
73	N Centauri 1931	UITTERDYK	11 39 12	−60 0 ,2	263	+ 1
74	N Circini 1926 (X)	BECKER	14 34 36	−64 47 ,0	282	− 5
75	N Circini 1914 (A I)	FLORENCE	14 40 40	−68 26 ,0	279	−10
76	N Scorpii 1928 (KP)	SWOPE	17 37 34	−35 40 ,9	322	− 5
77	N Sagittarii 1924,5 (FL)	GILL	17 53 50	−34 35 ,7	324	− 7
78	N Sagittarii 1926,7 (KY)	WOODS	17 55 8	−26 24 ,0	331	− 3
79	N Herculis 1934	PRENTICE	18 4 28	+45 50 ,5	39	+25
80	N Sagittarii 1930 (V 441)	HOFFLEIT	18 15 58	−25 31 ,6	334	− 7
81	N Sagittarii 1924,4 (GR)	WOODS	18 16 48	−25 37 ,6	335	− 7
82	N Sagittarii 1900 (HS)	WOODS	18 22 41	−21 38 ,7	349	− 5
83	N Sagittarii 1897 (LQ)	WOODS	18 22 10	−27 58 ,9	333	− 9
84	N Aquilae 1927 (EL)	WOLF	18 50 48	− 3 27 ,1	359	− 4
85	N Sagittarii 1927 (V363)	BECKER	19 5 0	−30 2 ,0	335	−19

[1] M N 95, p. 78 (1933). [2] A N 263, p. 423 (1934).

5. Novae in Nebulae. Details of the first 100 novae discovered in the Andromeda nebula are to be found in papers by HUBBLE[1] and MAYALL[2]. Table 2 contains details[3] of the novae discovered subsequently up to the end of the 1934—5 period of observation, also of a few novae discovered in other nebulae. The numbers marked (a) refer to the enumeration of the Andromeda nebula, the others carry on from the original Table II.

Table 2.

	NGC	α (1900,0)	δ (1900,0)	Star and date of maximum	Discoverer	Position relative to centre of nebulae Δα	Δδ
101 (a)	224	$0^h 37^m 17^s$	+40° 43′,4	N Andromedae 1931	HUBBLE	+ 465″	+ 463″
102 (a)				1931	HUBBLE	+ 308	+ 403
103 (a)				1931	MAYALL	+ 359	+ 181
104 (a)				1931	MAYALL	— 100	+ 649
105 (a)				1931	HUBBLE	— 648	— 667
106 (a)				1932	HUBBLE	— 348	— 898
107 (a)				1932	BAADE	—1166	+ 276
108 (a)				1932	HUBBLE	+ 184	+ 693
109 (a)				1932	HUBBLE	— 243	+ 566
110 (a)				1932	BAADE	+1435	+1094
111 (a)				1932	BAADE	— 144	— 91
112 (a)				1933	BAADE	+ 67	+ 10
113 (a)				1934	BAADE	— 220	— 414
114 (a)				1934	BAADE	+1571	+ 71
115 (a)				1934	BAADE	+1265	+ 823
116 (a)				1934	BAADE	+ 329	+ 294
86	598	1 28 12	+30 8,7	N Piscium 1925	HUBBLE	—	— 414
87				1927	BAADE	+ 28	— 114
88				1928	BAADE	— 118	510
89	Large Magellanic Cloud	5 14 56	—66 54 ,7	N Doradus 1926 (RY)	LUYTEN	—	—
90	5457	13 59 39	+54 49 ,8	N Ursae Majoris 1910	HUBBLE	—1052	+ 425

6. Galactic Concentration. The revised figures for the distribution of novae in galactic latitude and longitude are as follows:

Table 3.

Galactic latitude	Number of novae	Galactic longitude	Number of novae
0°—10°	50	0°— 30°	11
10 —20	19	30 — 60	7
20 —30	6	60 — 90	3
30 —40	3	90 —120	3
40 —50	1	120 —150	4
50 —60	1	150 —180	6
60 —70	3	180 —210	2
70 —80	1	210 —240	4
80 —90	0	240 —270	4
		270 —300	5
		300 —330	11
		330 —360	24

The preponderance of novae in low southern galactic latitudes and in longitudes in the range 300°—360°—60° is well maintained. N Herculis 1934, which has the highest galactic latitude of the recent novae, follows precedent in having an unusual light curve and spectral history.

[1] Ap J 69, pp. 127 (1929). [2] Publ A S P 43, p. 217 (1931).
[3] Unpublished information, kindly supplied by Dr. HUBBLE.

c) Parallaxes and Proper Motions of Novae.

7. Trigonometrical Parallaxes. To the parallaxes given previously the following may now be added:

Table 4. Trigonometrical Parallaxes of Novae.

N Pictoris 1925 . .	− 0″,009	± 0″,007	SPENCER JONES
N Lyrae 1919 . . .	+ 0 ,015	± 0 ,007	VAN MAANEN
N Sagittae 1913 . .	+ 0 ,020	± 0 ,005	VAN MAANEN

8. Proper Motions. The following additional proper motions have been determined:

Table 5. Proper Motions of Novae.

	$\mu_\alpha \cos\delta$	μ_δ	μ	
N Pictoris 1925 . .	−0 ,042	−0,018	0″,05	LUYTEN
N Sagittae 1913 . .	+0″,026	−0,019	0 ,079	VAN MAANEN

9. Parallaxes by Special Methods. The recent investigation of the absorption effects due to interstellar calcium has provided a new method of measuring the parallaxes of novae, both from the strength of the undisplaced H and K lines and also from the magnitude of the displacement due to the galactic rotational term. There are special difficulties owing to the complex nature of the spectra: for instance in N Herculis 1934 the undisplaced K line varies in strength and in wave-length, partly because it may be blended at times with a displaced absorption line due to Fe II 3935,94, but the method will be used and has already been applied to RS Ophiuchi at its outburst in 1933. A parallax of 0″,00105 was derived for this star by O. C. WILSON and E. G. WILLIAMS[1] from the strength of the lines and one of 0″,00029 for N Ophiuchi 1919 by SPENCER JONES[2] from the wave-lengths.

Linking the expanding nebulous matter round N Persei 1901 with the present displacement of the lines of the emission spectrum HUBBLE and DUNCAN[3] have obtained a parallax of 0″,00158. There is an element of uncertainty in the value arising from the fact that the matter which is moving towards the observer is not directly between the observer and the star; also the expansion may not be equal in all directions. A definite departure from spherical symmetry is suggested by the recent photographs of the star (figure 5). The parallax obtained in the same way by HUBBLE[4] for N Aquilae 1918 from the expanding disc was 0″,0028.

By correlating the velocity given by the displaced absorption lines with the increase in brightness of the star up to its first maximum SPENCER JONES[5] has derived a parallax for RR Pictoris of 0″,0015. Spectroscopic parallaxes are given by LUNDMARK[6] of 0″,0008 for RR Pictoris and 0″,006 for P Cygni. Comparison with DAVIDOVICH's spectroscopic parallax for RR Pictoris of 0″,006 (this Handb. vol. VI, p. 262) shows that the method cannot be applied with safety to novae[7].

d) Light Curves and Absolute Magnitudes.

10. Absolute Magnitudes. The revised parallaxes of the last section lead to fresh estimates of the absolute magnitudes of the novae at maximum. Thus

[1] Ap J 80, p. 362 (1934). [2] Obs 55, p. 253 (1932).
[3] Publ A S P 46, p. 229 (1934). [4] Mt Wilson Contr 335 (1927).
[5] Annals of the Cape Observatory, 10, Part 9, p. 166 (1931).
[6] Medd Astr Obs Upsala No. 30 (1927); Lund Obs Circ No. 10 (1934).
[7] From the strength of the interstellar K line WILLIAMS has since derived a parallax of 0″,0027 for N Herculis 1934 [M N 95, p. 573 (1935)].

SPENCER JONES's parallax for RR Pictoris gives for M_{max} —7,9, and for N Ophiuchi 1919 —5,5; WILSON and WILLIAMS get for RS Ophiuchi —7,6 (or —5,6 if no allowance is made for space-reddening); HUMASON obtains for N Persei 1901 a value —8,9 and HUBBLE gets for N Aquilae 1918 —7,8. For the novae in the Andromeda nebula HUBBLE finds as the mean value of M_{max} —5,7, a value confirmed closely by the novae in NGC 598. LUNDMARK[1] using a number of different criteria derives values of mean M_{max} ranging from —5,5 to —7,0.

Contrasted with these novae are two other distinct types. N Sagittae 1913, if we may accept its trigonometrical parallax[2] of 0″,020, had M_{max} +3,6. This gives a reasonable value (19 km./sec.) for the annual proper motion of 0″,079. A value of —5 for M_{max} would give an unreasonably high proper motion in space. This star must apparently be classed as a sub-nova, just as such stars as N Andromedae 1885 may be classed as super-novae.

10a. Super-Novae and Cosmic Rays. BAADE and ZWICKY arguing from N Cassiopeiae 1572, N Andromedae 1885 and other novae in distant nebulae have suggested[3] the existence of a special class of super-novae, occurring at an estimated frequency of once in 1000 years per galaxy and releasing as much energy in 25 days as the Sun radiates in a million years. They suggest that these super-novae may represent the transition of an ordinary star into a neutron star and that they may provide the source for cosmic rays. Claims that an increase of cosmic radiation accompanied the outburst of N Herculis 1934[4] must await confirmation, but it is very unlikely that this latter star will prove to be a super-nova.

McCREA has shown[5] that the energy liberated on the collapse of stars to form novae would on reasonable assumptions be sufficient to account for the supply of cosmic radiation: a far greater output of energy from each star than we receive in the form of light is, however, required.

11. Light Curves around Maximum. Of recent novae N Herculis 1934 whose light curve is reproduced in figure 1a, is the most interesting: normally a faint variable about 14^m to $14^m,6$, it was fainter than $13^m,8$ on November 14, 1934, and probably not appreciably brighter than $6^m,0$ on December 12 at 21^h. At $04^h 30^m$ on December 13 it was discovered by PRENTICE and was then of magnitude 3,4. The star reached maximum at $1^m,3$ on December 22; the light curve shows several subsequent maxima, and a protracted stay near the maximum brightness, as in the case of RR Pictoris (see fig. 1b); well marked fluctations appeared as the star faded away[6].

12. Later Stages of Light Curves. The changes in magnitude of N Herculis 1934 during the early months of 1935 were irregular in range and period, the latter being generally shorter than usual with novae at this stage. MICZAIKA[7] has found from earlier novae that the range of magnitude change and the period are correlated and increase together.

13. Persistent Variability. STEAVENSON and PEEK have continued to keep the old novae under observation[8]. N Persei 1901 continues a variable star, with an annual range frequently of $1^m,5$, about $13^m,3$: as sudden a drop as $0^m,6$ in 24 hours has been recently reported. N Geminorum 1912 has now settled down at about $14^m,5$, N Aquilae 1918 at $10^m,8$, N Lyrae 1919 at $14^m,9$ and

[1] Medd Astr Obs Upsala No. 30 (1927); Lund Obs Circ No. 10 (1934).
[2] VAN MAANEN, Publ A S P 46, p. 229 (1934).
[3] Phys Rev 46, p. 76 (1934); Wash Nat Ac Proc 20, p. 250 (1934).
[4] KOLHÖRSTER, Z f Phys 93, p. 429 (1935).
[5] Nature 135, p. 371 (1935).
[6] N Herculis 1934 reached a minimum below $13^m,0$ on May 2, 1935 and brightened steadily to about $7^m,0$ in July.
[7] Z f Ap 9, p. 376 (1934).
[8] See M N 87 and later volumes.

N Cygni 1920 at $15^m,4$. While N Aquilae 1925 has settled down at $14^m,8$, N Pictoris 1925 is still slowly fading, fluctuating round about 9^m. It has not yet reached its pre-outburst magnitude of $12^m,7$.

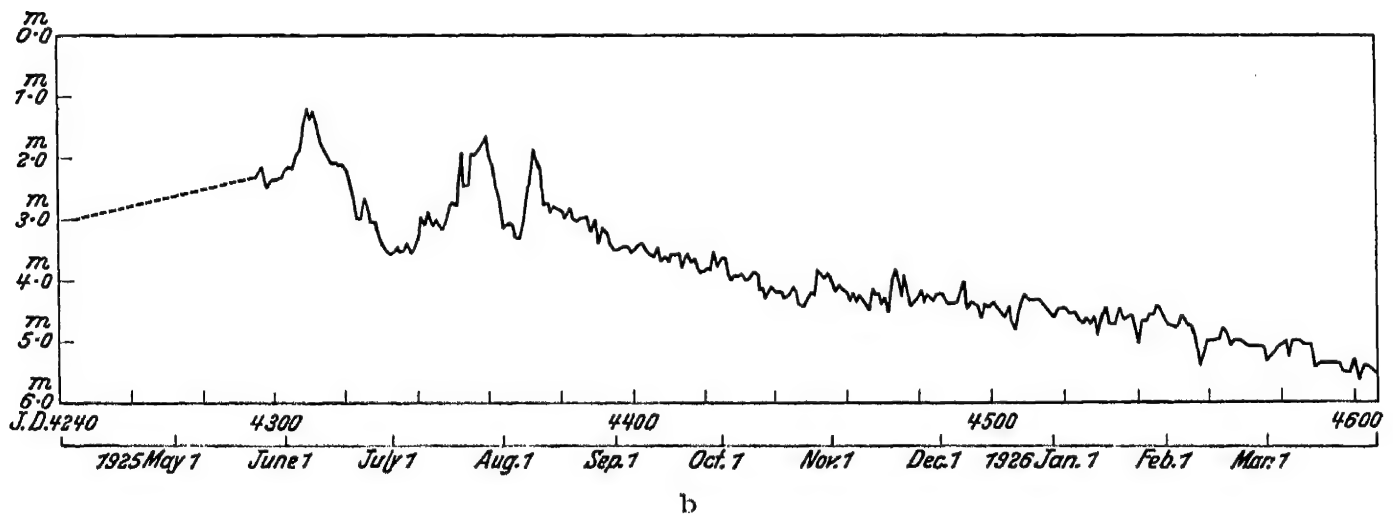
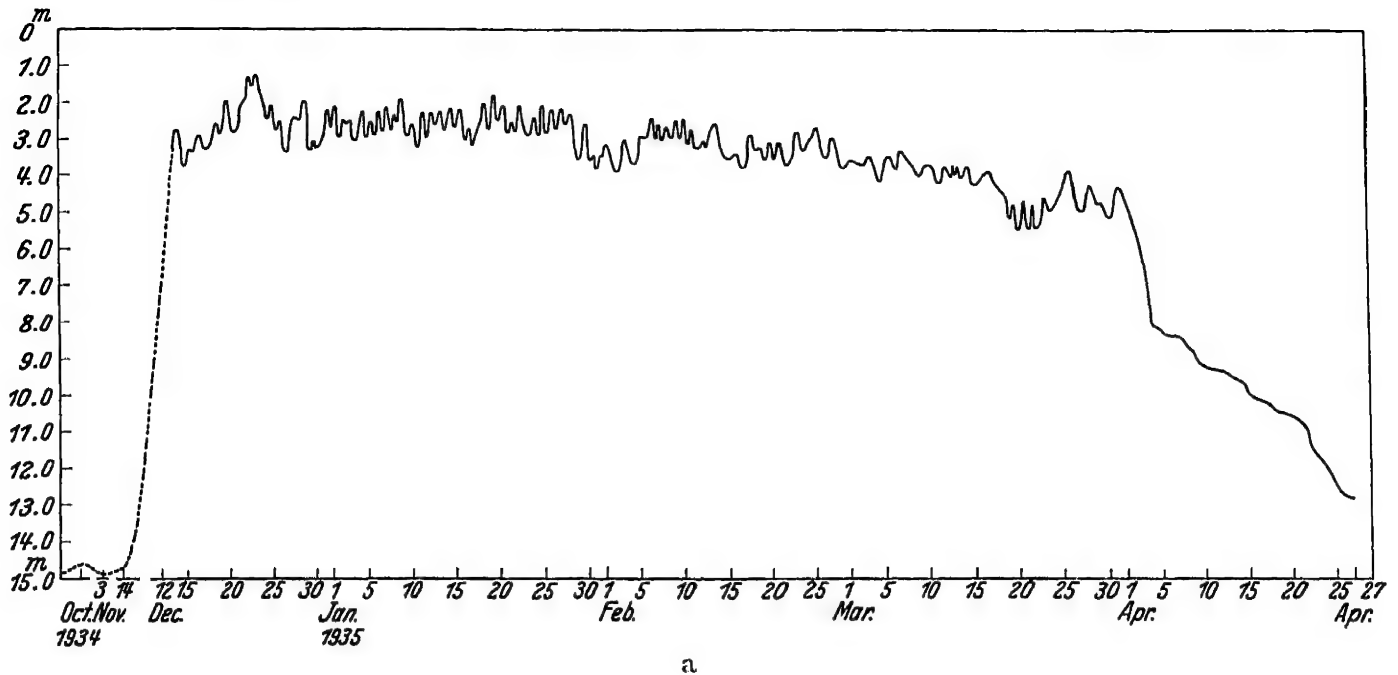



Fig. 1. a) Light curve of N Herculis 1934 to April 1935 (BEER); b) Light curve of N Pictoris 1925 (SPENCER JONES).

14. Light Curves of Novae in Spirals. HUBBLE has published[1] a mean light curve for the novae in the Andromedae nebula from data necessarily somewhat fragmentary. The sharp initial rise familiar in galactic novae is shown and the actual rates of brightening are comparable. The mean drop in brightness is about $1^m,5$ in 20 days after maximum, the curve being on the whole less steep than in the case of the brightest galactic novae.

15. Abnormal Light Curves. RS Ophiuchi after being an irregular variable about $11^m,5$ since 1898 was observed by LORETA as of magnitude 7,3 on August 10, 1933, 5,8 on August 11 and 4,3 on August 12. A nova spectrum, with variations of particular interest was observed and the star faded away again with fluctuations on the descending branch of the light curve.

[1] Ap J 69, p. 139 (1929).

e) Spectrophotometry and Temperature.

16. Spectrophotometry of the Continuous Spectrum. BRILL's statement that for N Geminorum 1912 the continuous spectrum was strengthened in the ultra-violet and in the red-yellow relatively to the blue, when the nova was compared with an A type star, has been confirmed by DUFAY for P Cygni and by GREAVES[1] for N Herculis 1934. DUFAY suggests that we have, superposed on a black body curve, a curve of equal distribution of intensity with wave-length such as HULBURT has found for gases subject to a condensed discharge.

16a. Temperature. Colour temperatures and ionization temperatures have been derived for several novae. For P Cygni GERASIMOVIČ found 6000°; for RS Ophiuchi WILSON and WILLIAMS[2] found 4000°. These are colour temperatures. Applications of ZANSTRA's theory, according to which the hydrogen atoms in the outer envelope of the star are ionized photoelectrically by ultra-violet light from the central star radiating as a black body, give minimum temperatures of 16000° for P Cygni and 35000° for RS Ophiuchi. The same theory applied to helium lines gives 23000° as a minimum temperature for P Cygni and 65000° as a minimum temperature for N Aquilae 1918 between August 22 and October 13 1918. A still higher temperature is required for N Aquilae 1918 by the presence of absorption lines of NV in the spectrum during the period June 30 to August 11, 1918. The voltage 97,43 required for this ionisation involves on the usual suppositions a surface temperature of over 80000°. In the case of RR Pictoris the spectrum in the latter part of 1926 shows that elements are ionized down to a level of 50 volts and that the temperature of the star is in the region of 50000°.

WILSON and WILLIAMS have suggested that the marked discrepancies between the colour temperatures and the ionization temperatures may be the result of selective absorption due to intervening matter, which may be collected relatively close to the star, and they add that this would also account for the steepness of the decrement in intensity of the BALMER lines found in RS Ophiuchi.

f) Spectroscopic History.

19. Spectra before Maximum Brightness. The two principal contributions come from SPENCER JONES's detailed study of RR Pictoris[3] and from material (largely unpublished) supplied by N Herculis 1934. Both stars had an unusually slow rise to maximum and were observed for some time beforehand. RR Pictoris was of an unusually late spectral type, cF5; narrow bright lines were present with absorption lines displaced to the violet with a nearly constant velocity, —65 km./sec. throughout the fortnight preceding maximum. DAVIDOVICH[4] noticed that as the maximum was approached the hydrogen absorptions narrowed while the lines due to ionized metals widened and increased in intensity. N Herculis 1934 on the morning of discovery December 13, had a B type spectrum, O II, C II, N II, Si II, He and H, no signs of Ca II (*H* and *K*). By the evening of the same day the spectrum had entirely changed and He, C II etc. had given way to Ca II, Fe II, Mg II. The A type spectrum persisted until the first maximum was reached a week later, the chief changes being the narrowing of the emission lines, the steady strengthening of the absorption lines, the diminution of their displacement to the violet and the increase in the number present, Ti II, Cr II becoming especially prominent. In the change from B to A as maximum was

[1] Pub Obs de Lyon 1, No. 1; Obs 58, p. 36 (1935).
[2] Harv Circ 339 (1929); Ap J 80, p. 348 (1934).
[3] Annals of the Cape Observatory, 10, Part 9 (1931).
[4] C R Acad de l'U S S R 1930, p. 261.

approached N Herculis 1934 followed the example of N Persei 1901; in the decreasing velocity displacement and narrowing emission bands, as maximum was approached, it resembled N Aquilae 1918. The hydrogen displacement decreased from −440 km./sec. on December 15 to −180 km./sec. on December 21, that of the metallic lines from −260 to −170 km./sec.

20. Spectra at and immediately after Maximum Brightness. RS Ophiuchi, which in 1923 had shown a weak absorption spectrum of type G8 with bright lines of H and Fe II, showed at its recent maximum in 1933 wide emission bands of H with absorption lines slightly displaced to the violet, while bright bands of He and Fe II were also present. Two days later the nebular line of [O III] at 4363 appeared. But this star can not be taken as a regular nova in view of its earlier history.

Immediately after maximum the bright bands in N Herculis 1934 strengthened and widened and the displacements to the violet of the absorption lines increased. Bands of CN appeared and for a day or two the character of the star's spectrum changed completely, becoming almost R type with a bright band spectrum superposed. Then the α Cygni spectrum reasserted itself in emission (H, Fe II, Ca II) and in absorption, with Ti II especially prominent. The hydrogen absorptions doubled and a little later the more displaced component was found in Fe II and Ti II. Bright lines of [O I] at 6300, 6364 and 5577 appeared.

RR Pictoris also showed a later type shortly after maximum, an absorption spectrum of type cF8p with a velocity of −300 km./sec. coming into prominence; a few lines (H, Fe II 4924, 5018, 5169 and possibly He 5876) also appeared with the large velocity displacement of −1100 km./sec.

21. Complex Spectra involving more than one Type. The development of the spectrum of RR Pictoris during the two or three months following maximum continued to be abnormal. A succession of spectra have been identified by Spencer Jones. At the second maximum, more than a month after the first maximum, spectrum V (A2p) appeared; after the third maximum spectrum VI appeared, a multiple A type spectrum with 3 or 4 components showing velocity displacements ranging from −230 to −1060 km./sec. As the star faded there emerged in October 1925 bright bands due to [Fe II], forbidden lines still found in the spectrum of another abnormal nova, η Carinae. During November 1925 a broad absorption spectrum of H, He appeared with displacements increasing from −1100 to −1600 km./sec. and in the following month appeared the nebular lines of [O III], without any previous evidence of this element in a neutral or singly ionized stage.

N Aquilae 1927 followed a much more normal course showing on August 18 a double absorption spectrum, an A type spectrum displaced with a velocity of −90 km./sec. and a B-type spectrum displaced with a velocity of −210 km./sec.

In the case of N Herculis 1934 we have the usual succession of absorption spectra: we have first a cA type spectrum with a displacement of −330 km./sec., then an A type with displacements of −330 and −700 km./sec. simultaneously present; this is followed by an A type with displacement −330 km./sec. with a second spectrum at first A type and then B type with displacements about −900 km./sec. But there is a curious selection of the lines present in the different spectra, Ti II remaining strong in the less displaced absorption spectrum, while Fe II fades out in this component owing to the spreading out of corresponding emission bands. The bands of Fe II degenerate into two bright lines or maxima at ±300 km./sec. from the undisplaced position, a structure which is shared by the bright forbidden lines of [O I]. As the star faded rapidly in the first week of April 1935 the continuous spectrum became rapidly weaker, the bright

hydrogen bands weakened, the violet emission of the Fe II lines strengthened slightly while bright [Fe II] displaced to the violet became conspicuous. On April 18 the strongest line in the spectrum was [O I] 6300.

It should be added that the narrow undisplaced lines of Ca II and Na I referred to in the previous article are now attributed to interstellar matter.

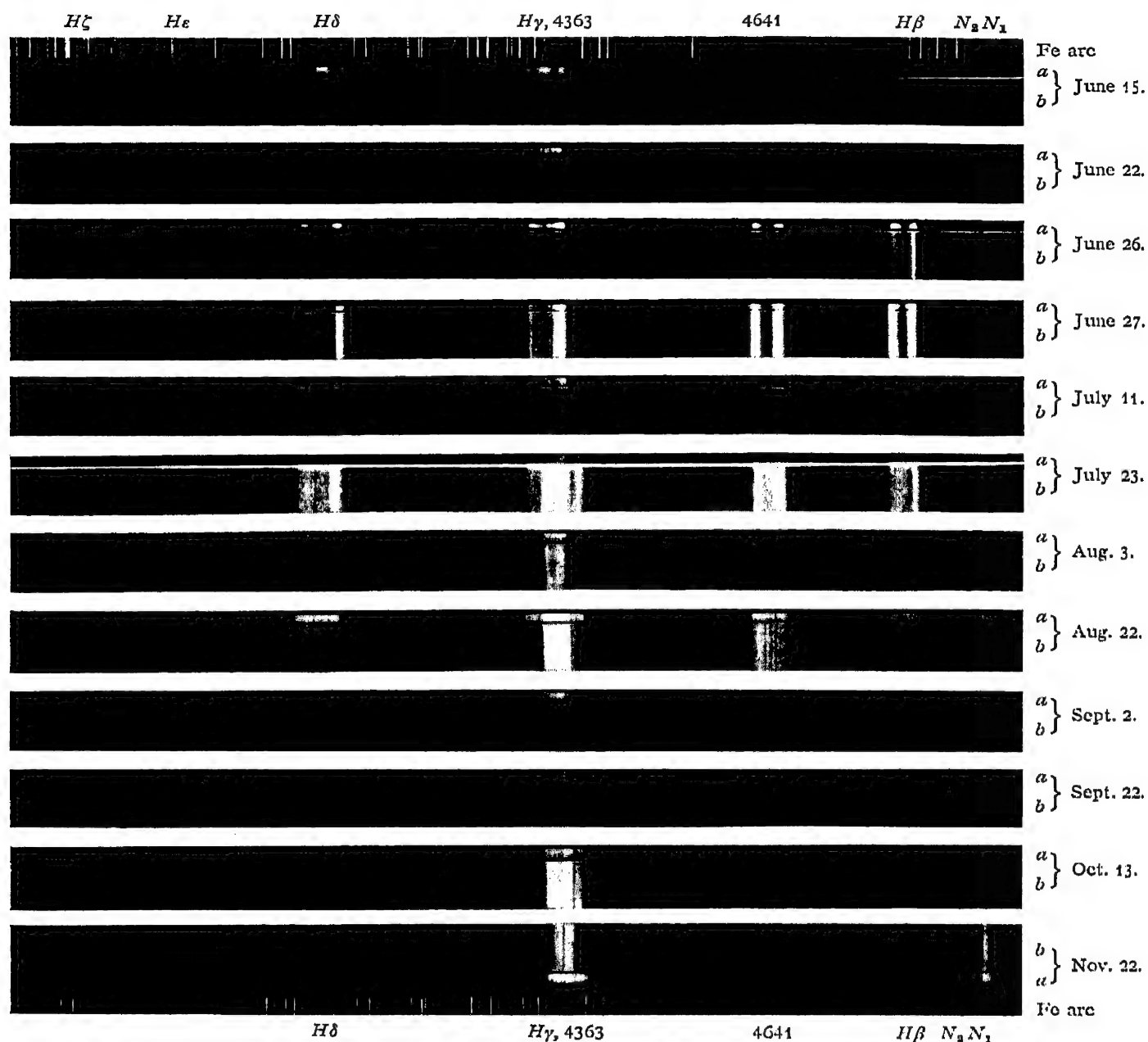



Fig. 2. Enlargements of Victoria Spectrograms of Nova Aquilae 1918 (June—Nov. 1918). The original spectra (*a*) are reproduced accompanied by spectra (*b*) widened for convenience of study.

22. Sequence in Spectral Type. The chief points to be noted here are (1) the appearance of a later type just after maximum in both RR Pictoris and N Herculis 1934; (2) the direct transition of RR Pictoris from A Type to O type with no intermediate B Type (except for He in absorption VII); (3) the changes in N Herculis 1934 from a blend of A and B types to an η Carinae spectrum and at the minimum in May 1935 to that of a planetary nebula.

The way in which a displaced absorption line may be replaced later at the same wave-length by a maximum in an emission band has been noted for Fe II

in N Herculis 1934. Similar changes have been noted in other novae, notably in N Aquilae 1918: in the latter half of June 1918 the bright bands spread out and cover the positions of the original displaced absorptions, and maxima are found in these positions and persist in the later stages of the star. As can be seen from Figure 2 these bright bands vary in structure from stage to stage of the star's history, though the maxima occurring in the earlier stages reappear at the later stages.

23. The Nebular Spectrum. The identification of the bright nebular lines by BOWEN[1] as forbidden lines of [O III] has led to the identification of most of the lines that occur in the nebular stage of the novae and to an understanding of the order in which the lines appear. That the [O I] lines at 5577 (the auroral line), 6300, 6364 should appear before the corresponding [O III] lines at 4363, 5007, 4959 is a natural result of SAHA's theory if the pressure is highest at first and diminishes as the star or the expelled shells expand. The early fading of 5577 is in accordance with this. GROTRIAN has explained[2] the greater strength of 5577 and 4364 in novae than in nebulae and their early emergence in terms of the stronger field of radiation in novae. The presence of the forbidden lines of [O I] and the brightness of the lines arising from the short lived ^3S states show that the theory depending on extremely low density that BOWEN has developed for the nebulae is not applicable to the novae. STEVENSON has shown[3] that the relative strengths of the [O III] lines in nebulae can be explained in terms of BOWEN's theory and quadrupolar radiation. In the case of the novae perturbed dipole radiation is indicated; the average life-time of the metastable states concerned are greatly increased in magnetic dipole radiation[4]; the strengths of the lines suggest great abundance of oxygen.

Most of the bright bands present in the nebular stage have now been identified as forbidden lines in the spectra of various gases[5]: 3343, 3869, 3968, strong in N Persei 1901 are to be traced to [Ne III], 4725 to [Ne IV], 3344 and 3426 to [Ne V], 5755 to [N II], 3727 to [O II], 4068, 6730 to [S II]. Most of the strong lines given in the previous article have now been identified. But recent novae, notably RR Pictoris, have brought further unknown bright lines. In 1932 the two strongest lines in its spectrum were at 5723, 6087. These with many other bright bands which strengthen and vanish during the years 1931—4 still await definitive identification[6].

The constant change of spectral type during a nova's evolution, the simultaneous presence of different types, the possibility that a bright band may be represented by a single displaced maximum (corresponding to the strongest maxima of certain other bands), all add to the difficulties of the problem. Considerable progress has been made in recognizing and understanding the sequence of spectra. The order of emergence of the bright bands in N Pictoris 1925 is H, [S II], He, [Ne III] and [O III], 6087, N III and He II, 5723, an order which may help to confirm identifications to be made at some later date.

One group of lines found in RS Ophiuchi seven weeks after maximum still defy identification, the coronal lines at 3987, 4086, 4231, 5303 and 6374: they were present with H, He I and He II and shared the structure of the bright band of He II at 4686. The coronal lines vanished a month later by which time the [O III] lines were prominent accompanied by H, strong He II, weak He I, Fe II and [Fe II].

In the earlier article the observed result was quoted that the growing disc of nebulous matter round N Aquilae was larger for the [O III] lines N_1 and N_2

[1] Ap J 67, p. 1 (1928). [2] Z f Phys 60, p. 302 (1930); Z f Ap 2, p. 78 (1930).
[3] Proc Roy Soc 137A, p. 298 (1932). [4] BLATON, Z f Phys 89, p. 155 (1934).
[5] See BOWEN, Ap J 81, p. 1 (1935).
[6] See SPENCER JONES, M N 92, p. 729 (1932); 94, p. 37 (1933); 94, p. 817 (1934).

than for the H line $H\beta$. This is not confirmed by later photographs, the images secured at Mt. Wilson in 1928 and 1930 being of the same size for all three lines[1]. The diameters continue to grow at a uniform rate.

The maxima in the sinuous bands shown in Figure 9 of the previous article have been compared with the bright bands at the early stages of N Aquilae 1918. The two central maxima which come from opposite sides of the disc were first present on June 14, 1918 and, though weak when the bands have the dumb-bell shape, survive throughout; the strong maximum most highly displaced to the violet in the sinuous band corresponds to the first absorption of early June—not the strongest absorption—and to a subsequent maximum appearing on July 1, 1918 after the bright bands had extended.

24. WOLF-RAYET Stage and Late Observations of Spectra. The older novae, which have been recently photographed[2], include N Aquilae 1918: in 1927 it had become of WOLF-RAYET type with bright H and He II; in 1931 its spectrum was continuous, with no prominent bright bands but strong in the ultra-violet. N Cygni 1920 in 1927 still showed 5007, 4959, [O III] strong, while $H\beta$ was faint and 4363 [O III] very faint or absent. N Persei 1901 showed a continuous spectrum in 1931, though as we shall see later its outer envelope still gives a nebular spectrum. N Pictoris 1925 in 1934 showed a strong continuous spectrum with broad bright bands of H, He II, [O III][3]. In appearance its spectrum resembled a WOLF RAYET star, but the composition of the spectrum was more like that of a planetary nebulae; the same remark applies to N Herculis 1934 after its brightening in May 1935. VORONTSOV-VELYAMINOV has suggested that novae after reaching the WOLF RAYET stage pass rapidly to the condition where He II is strong and the excitation is the highest consistent with the presence of emission. He has analysed the spectra of the old novae and finds that except for N Coronae 1866, which is now an Mb giant, and for certain abnormal novae such as T Coronae and P Cygni they are all of class Ob or still tending towards it[4]. The nebular spectrum vanishes from the stellar nucleus, though it may survive in surrounding nebulosity.

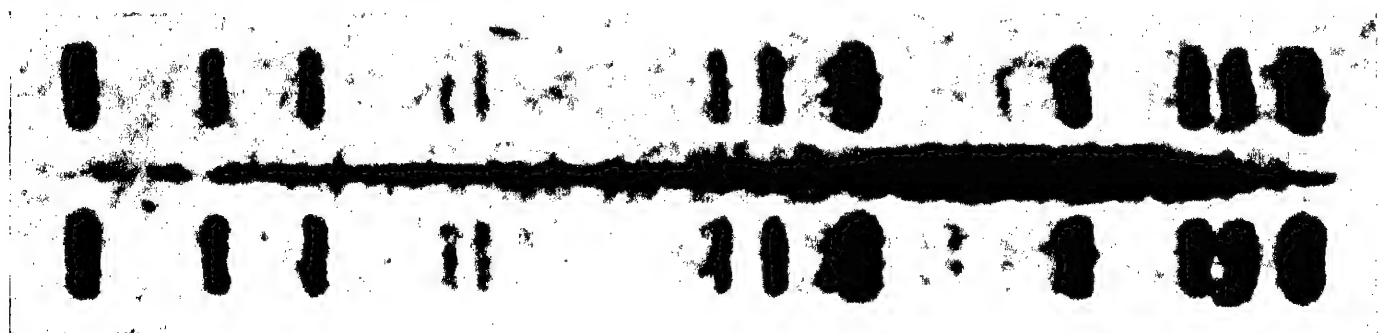



Fig. 3. Spectrum of N Andromedae 1932, 108 (a): HUMASON.

25. Spectra of Novae in Nebulae. The spectrum of N Andromedae 1932, 108 (a) is reproduced in Figure 3. It was obtained 7 days after maximum by HUMASON[5]. Absorption lines at H, K, $H\gamma$ and $H\delta$ were identified, the displacement at $H\delta$ giving a velocity of -325 km./sec. Broad bright bands were identified at $H\beta$, $H\gamma$ (possibly blended with 4363 [O III]), $H\delta$ and He II 4686. The observed M_{max} was $-6{,}2$. The widths of the bands would have suggested a brighter absolute magnitude by comparison with galactic novae.

[1] Pop Astr 38, p. 598 (1930).
[2] Publ A S P 39, p. 365 (1928); BRÜCK, Z f Ap 4, p. 70 (1931).
[3] SPENCER JONES, M N 94, p. 816 (1934).
[4] A N 242, p. 201 (1931). [5] Publ A S P 44, p. 381 (1932).

26. Exceptional Novae. Reference has already been made to several of the novae discussed in the corresponding paragraph of the previous article. We need only note here the identification in η Carinae of many unknown emission lines as forbidden lines of [Fe II][1]. These lines also appear in the emission spectrum of N Pictoris 1925 and of N Herculis 1934.

27. Other Stars with Typical Nova-Spectra. The P Cygni stars show a wide range in absolute magnitude. HOFFLEIT has listed them[2] and finds S Doradus the brightest with $M = -8$ and the companion of o Ceti the faintest with $M = +6{,}3$. Most of them are variables.

g) Nebulosity and Novae.

28. Nebular Aureoles. Nebulosity has been observed visually in the case of RR Pictoris since 1928 though it has not been confirmed from photographs. The star shows a nebulous non-round image with the longer diameter 1″,5 in the direction 70°—250°. Similarly η Carinae has a nebulous non-round image. In both cases probably, in the case of RR Pictoris definitely, the star is multiple. VAN DEN BOS[3] has glimpsed two nuclei in η Carinae of mag 8,6—8,7, with separation of 0″,22 and p.a. 195°, while INNES found two companions np and nf distant about 1″,2 and 1″,5 respectively, with many faint companions less than 5″ away. Two, and possibly three faint companions have been found in the case of RR Pictoris.

28a. Multiple Nuclei. The presence of multiple nuclei in the case of two novae has just been mentioned. The Crab nebula (Fig. 4) which has certain affinities with a nova also has a double nucleus. Some details of the observations of the companion in the case of RR Pictoris follow. In addition to the central star A there is a companion B on the following side, a companion C on the south preceding side and a suspected third companion D north of A and involved in A's nebulosity. D has not been seen since 1930, though occasionally suspected in 1928—30. The separation AB has increased from 0″,35 in 1928 to 1″,6 in 1934; AC has increased from 0″,38 to 1″,3 in 1933—34; there may have been a small change in the directions of B and C from A. B and C have faded more rapidly than A and simultaneously the nebulosity of A has greatly diminished, with possibly a slight shrinkage. In 1928 B was $0^m{,}6$ and C $1^m{,}0$ fainter than A; in 1934 B was $3^m{,}5$ and C $5^m{,}0$ fainter than A. N Herculis 1934 was observed as a binary star by KUIPER in July 1935, the two components being 0″,2 apart, position angle 134°, difference of magnitude $0^m{,}6$.

29, 30. Nebular Disc round N Persei 1901. Figure 5 shows one of the most recent photographs (December 1934) of the nebulosity round N Persei 1901 and its spectrum. The vertical lines in the direct photograph indicate the orientation of the slit of the spectrograph: it extended entirely across the nebula: for the spectrum of the nova itself the star was moved in R.A. on to the slit for the last 4 minutes of the exposure. Comparison with Figure 15 of the previous article will show that the matter is moving out and the structure of the nebulosity is changing. Since 1917 the shell has been moving out at 0″,4 a year; it has probably slowed down since the start. The only part of the nebula moving toward the observer is situated in the dense part of the nebulosity south and west of the nova. While the velocity at the edge of the shell is +7 km./sec. the velocities near the centre are −1400 and +1050 km./sec. If we correlate the mean velocity of 1200 km./sec. with the rate of outward growth we get the mean annual rate

[1] MERRILL, Ap J 67, p. 391 (1928). [2] Harv Bull 892 (1933).
[3] M N 92, p. 19 (1931) and information kindly supplied privately by Dr. VAN DEN BOS.

of expansion in 1933 as 252 astronomical units and the radius of the shell as 12000 astronomical units. The velocity of approach corresponds much more closely to that of the absorption lines of February 1901 than to any part of the early emission bands. The principal maxima of the bright bands in 1901 do not

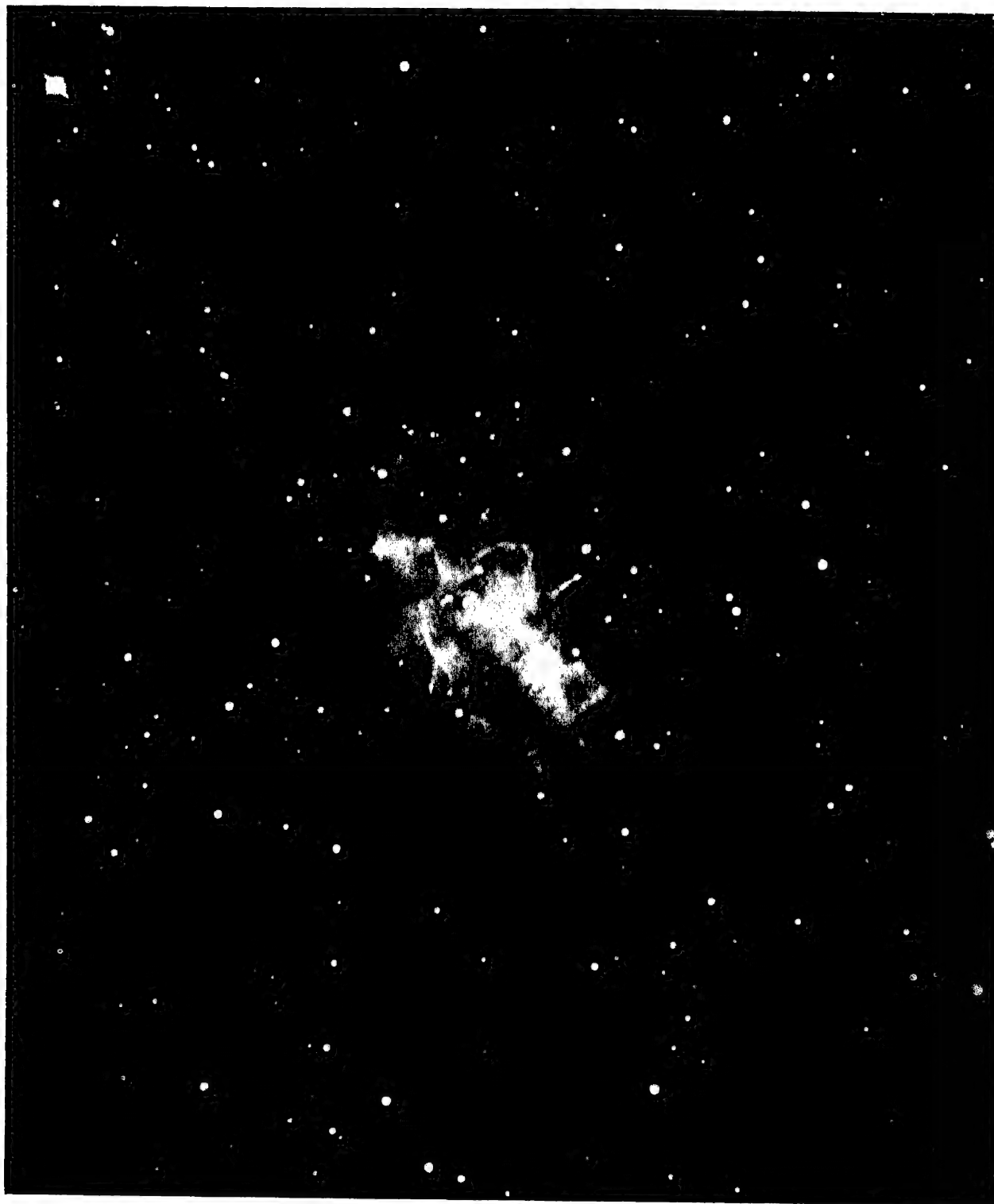



Fig. 4. Crab Nebula, showing double nucleus (Mt Wilson).

extend so far to the violet. At a later stage the bright bands extended, but the maximum emission has always come from the matter moving somewhat across the line of sight.

30a. Connection with Planetary Nebulae. The evidence for expanding nebulosity round a nova and the WOLF-RAYET spectrum of the central star both suggest a close affinity with planetary nebulae where stars of similar spectral

type are surrounded by expanding shells of the same gases. The Crab nebula, where outward movements of matter are still to be observed (2″ in 12 years)[1], is the most striking link between the novae and the nebulae. The gases are

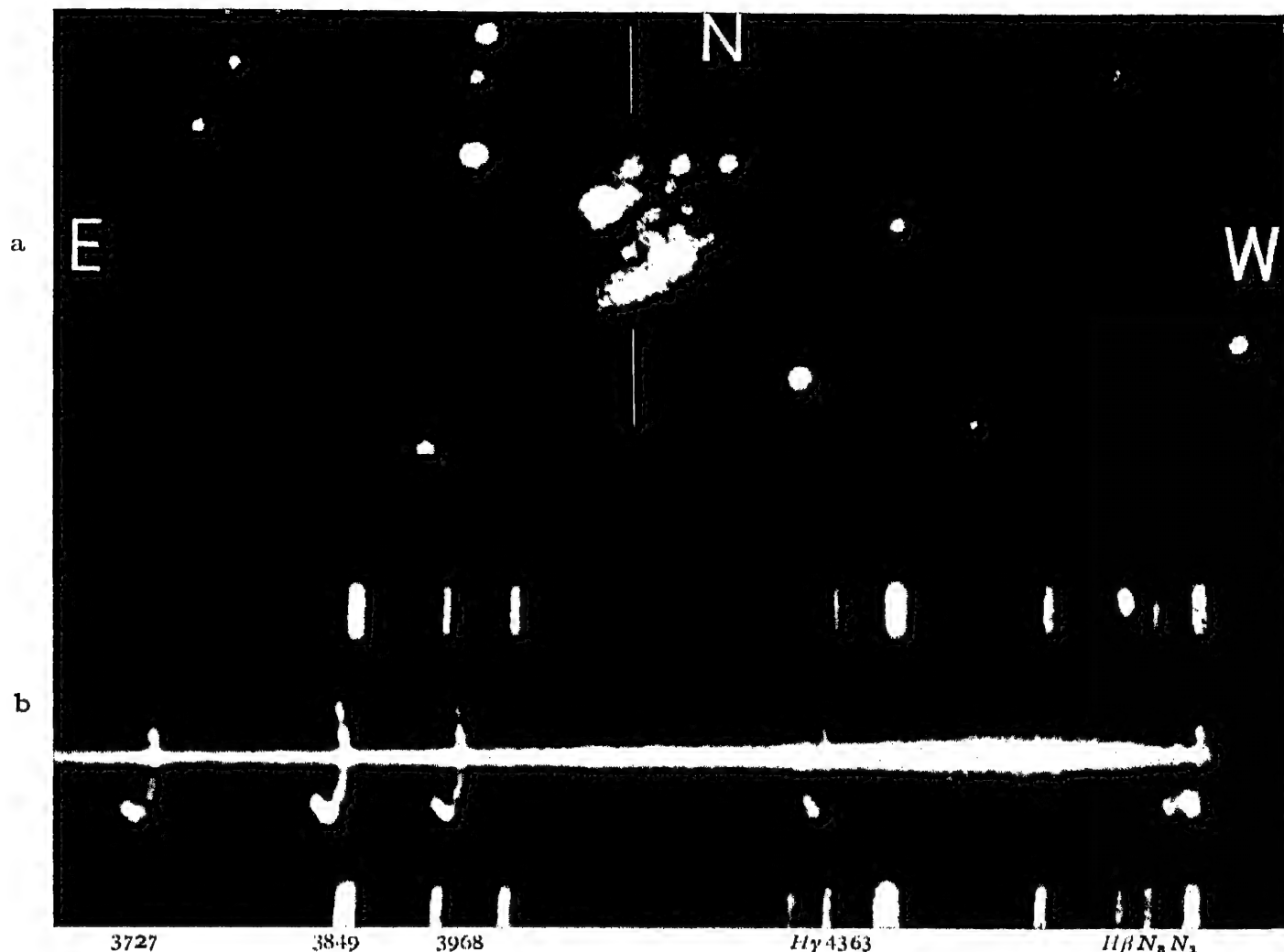



Fig. 5. a) The nebulosity round N Persei 1901 in December 1934; b) the spectrum of the nebulosity (HUMASON).

moving towards the earth and away from it and at different rates at different points in the nebulae while the velocities are of the order of 1000 km./sec. as found in novae. As already noted its double nucleus may provide a further connecting link.

h) Theories.

34. SEELIGER's Theory. The chief contribution to this theory of the cause of a nova has been made by M. C. JOHNSON[2]. He suggests that a cool dwarf entering a nebulous cloud of the density known to exist in space might gather round it layers which would absorb the outgoing radiation: the gradual accretion of absorbing layers forming a blanket round the star might lead after some hundreds of years to the condition of instability revealed in the outburst of the nova.

37. Outward Expansion. The expanding atmosphere theory, first developed in detail by HALM in 1904, has been discussed from three points of view. GROTRIAN[3], and MENZEL and PAYNE[4] have indicated how diminishing pressure,

[1] DUNCAN, Wash Nat Ac Proc 7, p. 179 (1921). [2] M N 88, p. 380 (1928).
[3] Z f Ap 2, p. 78 (1930). [4] Wash Nat Ac Proc 19, p. 641 (1933).

rapidly rising temperature and dilution of radiation can account for the order of appearance of successive spectral lines of different stages of ionization and excitation. The two latter have confined the expansion to photospheric layers as have AMBARZUMIAN and KOSIREV[1] who determine the mass of the outgoing shell. PIKE[2] studied the change of bolometric magnitude of the star accompanying the expansion, linking both up with varying temperature, degree of ionization and electron density. In his view the radius of the star would decrease after maximum and ionization though increasing for a time would weaken in the end. When the star resumes its original magnitude it would probably have a higher temperature and a smaller radius. For N Aquilae 1918 PIKE deduced a value $R_{\max}/R = 240$. For RR Pictoris SPENCER JONES obtained a value $R_{\max}/R = 211$, and $R_{\max}/R_{\odot} = 384$ while DAVIDOVICH arguing from the spectroscopic parallax of the same star found $R_{\max}/R_{\odot} = 90$.

A third line of approach to the expansion theory has been made by a study of the contours of the bright bands by BEALS[3], CHANDRASEKHAR[4], GERASIMOVIČ[5] and O. C. WILSON[6]. They all assume spherical symmetry which cannot account for the discrete maxima so prominent in the bright bands of most novae, but they have broken fresh ground in the right direction and stated the fundamentals of the problem. Rotation and asymmetrical ejection in streams and jets will have to be considered in addition and probably the effects of a shell or jet passing through an existing quiescent or comparatively quiescent outer atmosphere.

38. MILNE's Theory. MILNE's explanation of the ejection of atoms under radiation pressure has been criticised by PAYNE-GAPOSCHKIN[7]. She has looked for evidence of an increased velocity displacement accompanying increased line intensity but no such correlation is to be found. The density of the shells would seem to be sufficient for diverse atoms to be carried out together, though there is evidence that hydrogen frequently shows a somewhat larger velocity than the other elements accompanying it in a jet or shell.

38a. Stellar Collapse. MILNE has suggested[8] a further theory to account for the generation of energy required for a nova: the collapse of a star from a configuration of ordinary density to one of great density, a white dwarf, would be accompanied by the setting free of gravitational energy at so great a rate that it could not be carried away by the ordinary processes of convection and radiation. In his view every star above a certain mass should pass through the critical state where this collapse must occur and the frequency of occurrence of novae is sufficiently high to justify this view. CHANDRASEKHAR[9] from a study of stellar configurations with degenerate cores comes to the conclusion that the nova phenomenon from central collapse can arise only in stars lying in a comparatively small range of mass. The two theories differ in several essentials as to the previous history of the star and the nature of the collapse. SPENCER JONES has shown that MILNE's theory fits in broad outline the development of N Pictoris 1925. When the recent somewhat slowly changing star N Herculis 1934 has completed its evolution we may have sufficient data available to decide between some of the conflicting theories outlined in this and the previous article.

---

[1] Z f Ap 7, p. 320 (1932).
[2] Leeds Phil Soc Proc 1, p. 232 (1928); see also M N 89, p. 543 (1929) and Nature 121 (1928).
[3] M N 91, p. 966 (1931).
[4] M N 93, p. 522 (1933).
[5] Z f Ap 7, p. 335 (1933).
[6] Ap J 80, p. 259 (1934).
[7] Harv Bull 843 (1927).
[8] M N 91, p. 4 (1930); Obs 54, p. 140 (1931).
[9] M N 95, p. 226 (1935).

Band VI.

Kapitel 4.

Doppelsterne.

Von

W. RABE-München.

1. Vorbemerkungen. Der seit der Abfassung des Handbuchartikels „Double and Multiple Stars" durch HENROTEAU auf dem einschlägigen Gebiet angesammelte Stoff hat in fast allen Teilen so erheblichen Umfang angenommen, daß seine vollständige auch nur bibliographische Erfassung nicht möglich ist, ohne den zur Verfügung stehenden Platz zu stark in Anspruch zu nehmen. Bis auf wenige wichtige Ausnahmen ist daher grundsätzlich auf die Darstellung der Ergebnisse an Einzelsystemen verzichtet worden. Die Bedeckungsveränderlichen haben besonders so stark zugenommen, daß hier durchgreifende Kürzung durch Weglassung der Neuentdeckungen notwendig wurde, auch von einer an sich wünschenswerten Zusammenstellung der berechneten Systemkonstanten wurde abgesehen, da die Arbeit von GAPOSCHKIN „Die Bedeckungsveränderlichen"[1] die wichtigeren Ergebnisse bis 1932 anführt und die im Erscheinen begriffene 2. Reihe der „Geschichte und Literatur des Lichtwechsels der veränderlichen Sterne" die vollständige Bibliographie aller bis 1933 entdeckten Systeme enthält. Desgleichen mußte die Behandlung spektroskopischer Eigentümlichkeiten, die nicht dem Doppelsterncharakter zuzurechnen sind, unterbleiben.

a) Beobachtungsmaterial über Doppelsterne.

11a. Neuere visuelle Beobachtungsreihen von Doppelsternen (Tabelle 1). Photographische Messungen in Ziff. 30—34, Interferometerbeobachtungen in Ziff. 36, 37.

Tabelle 1.

Beobachter	Ort	Nachweis	Beobachter	Ort	Nachweis
		Sterne vorwiegend aus ADS.			
ALLER	Lalin (Spanien)	1	BERMAN	Minneapolis, Lick	7
AITKEN	Lick	2	VAN BIESBROECK	Yerkes	8
BAILLAUD	Nizza	3	BLOCH	Lyon	9
BAIZE u. IGOUNET	Paris u. a.	4	VAN DEN BOS	Leiden	10
BARTON	Flower	5	BROWN	Dearborn	11
BEAL	Minneapolis	6			

[1] A N 238, S. 71; 245, S. 213; 251, S. 273. — [2] Lick Bull 12, S. 173; 14, S. 62; 16, S. 96. — [3] J O 8, S. 53. — [4] J O 10, S. 140, 164; 11, S. 46; 12, S. 103, 117; 15, S. 96; 16, S. 49, 183. — [5] A J 39, S. 120; Publ Flower Obs V, Teil 1. — [6] Publ Obs Univ Minnesota 1. — [7] A J 36, S. 115; 38, S. 37, 75; Lick Bull 14, S. 93. — [8] Publ Yerkes 5. — [9] Mesures d'étoiles doubles. Lyon Bull 13. — [10] Ann Leiden 14, Teil 3. — [11] A J 37, S. 120.

[1] Berlin-Babelsberg Veröff 9, H. 5 (1932).

Tabelle 1 (Fortsetzung).

Beobachter	Ort	Nachweis	Beobachter	Ort	Nachweis
CELORIA	Mailand	1	LUPLAU-JANSSEN u.a.	Kopenhagen, Urania	18
CHANDON	Paris	2	MASON	Flower	7
DOBERCK	Sutton	3	NEUJMIN	Poulkovo	19
DUNÉR	Lund	4	OLIVIER	McCormick, Flower	20
ELLISON	Armagh	5	ÖPIK	Dorpat	21
FATOU	Paris	6	PALOQUE	Nizza	22
FENDER	Flower	7	PHILLIPS	Headley	23
GAUCHET u. a.	Zô-Sé	8	PRZYBYLLOK	Heidelberg, Königsberg	24
GIACOBINI	Paris	9			
GUILLAUME	Lyon	10	RABE	Breslau, München	25
Greenwich Beob.	Greenwich	11	SCHEMBOR	Breslau, München	26
HASSENSTEIN	Königsberg	12	SILBERNAGEL	München	27
KOMENDANTOFF	Poulkovo	13	SIMONOW	Babelsberg	28
KRUMPHOLZ	Wien	14	STOREY	Edinburg	29
KUIPER	Leiden	15	STRUVE, G.	Babelsberg	28
LABITZKE	Königsberg	16	STRUVE, H.	Poulkovo, Königsberg, Berlin	30
LEAVENWORTH	Minneapolis, Yerkes	17	WAMER	Flower	7
Sterne vorwiegend aus SDS.					
VAN DEN BOS	Johannesburg	31	DA COSTA	Rio	34
VAN DEN BOS und FINSEN	Johannesburg	32	VÔUTE	Lembang	35
TEN BRUGGENCATE	Lembang	33	WALLENQUIST	Lembang	36

[1] Publ R Oss Brera 59. — [2] J O 8, S. 93, 159; 9, S. 13, 43, 55. — [3] Astr Abh Erg.-Hefte der A N 5, Teil 7 und A N 239, S. 49; 243, S. 121; 248, S. 187; 254, S. 41. — [4] Mesures micrométr. d'étoiles doubles. Lund 1876. — [5] M N 85, S. 1021; 87, S. 465. — [6] J O 10, S. 96; 11, S. 76. — [7] Publ Flower Obs 5, Teil 1. — [8] J O 6, S. 73; A J 36, S. 67; 37, S. 47. — [9] Mesures d'étoiles doubles faites à l'obs de Paris. Orléans 1934. — [10] Mesures d'étoiles doubles. Lyon Bull 13. — [11] Catalogue of Double Stars 1893—1919. London 1921 und Greenwich Observations 1920, 1925, 1927, 1930, 1931. — [12] Astr Beob Univ Sternw Königsberg 43. Abt. — [13] Poulk Bull 11, S. 6; Poulk Circ Nr. 9. — [14] A N 230, S. 247. — [15] B A N 7, S. 129. — [16] A N 224, S. 197. — [17] Publ Obs Univ Minnesota 1. — [18] A N 222, S. 283; 223, S. 165; 225, S. 261; 227, S. 43; 229, S. 89; 235, S. 357. — [19] Poulk Bull 9, Nr. 88. — [20] A J 34, S. 111; 36, S. 43; A N 233, S. 393; Publ Flower Obs 5, Teil 1. — [21] Publ Tartu 26, Nr. 5; 27, Nr. 5. — [22] J O 9, S. 115, 129; 10, S. 142. — [23] J B A A 19, S. 387; M N 71, S. 216; 72, S. 705; 73, S. 159; 77, S. 624; 78, S. 477; 79, S. 509; 80, S. 643; 81, S. 566; 84, S. 99; 86, S. 77; 88, S. 183; 91, S. 238; 95, S. 186. — [24] Heidelberg Veröff 5, S. 191; Astr Beob Univ Sternw Königsberg, 44. Abt. — [25] A N 239, S. 369; 240, S. 17; Beob. ab 1932 unveröffentlicht. — [26] A N 230, S. 185, 329. — [27] A N 241, S. 33. — [28] Messungen unveröffentlicht. — [29] M N 70, S. 466; 71, S. 479; 81, S. 567. — [30] Publ Poulk (2) 12; Astr Beob Univ Sternw Königsberg, 43. Abt.; Sitzber d Preuß Akad d Wiss 1911, S. 41. — [31] Ann Leiden 14, Teil 4. — [32] Union Circ Nr. 77, 78, 80, 86, 87, 90, 92. — [33] Ann Bosscha Sterrew Lembang 1, Teil 4. — [34] Obs Rio de Janeiro 1927. — [35] Ann Bosscha Sterrew Lembang 1, Teil 2, 3; 6, Teil 1. — [36] Ann Bosscha Sterrew Lembang 6, Teil 2.

14a. Durchmusterungsarbeiten zur Entdeckung neuer Doppelsterne. Die im Handbuch schon erwähnte Lick-Durchmusterung der Sterne heller als 9^m ist durch AITKEN bis auf die Zone $-18°$ bis $-22°$, die von Johannesburg übernommen wird, jetzt abgeschlossen[1]; damit steigt die Gesamtzahl der von AITKEN entdeckten Doppelsterne auf 3103, die ausnahmslos Distanzen $< 5''$ besitzen. Um für statistische Zwecke das Auswahlprinzip nach scheinbarer Distanz unschädlich zu machen, werden zur Zeit durch KUIPER am 12inch Refraktor der Lick-Sternwarte sämtliche Sterne bis $\delta = -20°$, $m < 6{,}5^m$ erneut auf Duplizität untersucht, um vorhandene Begleiter bis $\varrho = 30''$ zu erfassen. Gleich-

[1] Lick Bull 12, S. 170 (1927); 14, S. 88 (1929).

zeitig werden am 36inch Refraktor ebenfalls von KUIPER sämtliche Sterne mit $\pi_{abs} \geqq 0'',04$ bis $\delta = -30°$ nach etwaigen neuen Begleitern durchmustert, ohne Rücksicht auf ihre scheinbare Helligkeit. Beide Reihen versprechen nach den ersten Mitteilungen interessante Ergebnisse[1].

Eine erhebliche Vervollständigung der Lick-Durchmusterungen bilden die systematischen Entdeckungen von schwachen Doppelsternen bis $\varrho = 10''$, die ESPIN seit der Jahrhundertwende ausführt, seit 1922 in Zusammenarbeit mit MILBURN; die Zahl der Neuentdeckungen beträgt bei ESPIN ca. 2600, bei MILBURN über 900. Die Resultate werden fortlaufend in den Monthly Notices veröffentlicht. Es steht zu erwarten, daß hierdurch in Zukunft noch eine größere Zahl von Systemen der Hauptserie und von vorgeschrittenem Spektraltypus bekannt werden.

Der Schwerpunkt der Neuentdeckungen liegt naturgemäß jetzt am Südhimmel. Die in Johannesburg seit 1926 durch VAN DEN BOS und FINSEN durchgeführte systematische Durchmusterung schließt sich eng an das ursprüngliche Lick-Programm an, als Grenzwerte sind $9^m,0$ CPD und $5''$ Distanz gewählt, entdeckt sind bisher ca. 2400 Objekte, darunter allein über 2000 durch VAN DEN BOS[2]. Am Lamont-Hussey-Observatory in Bloemfontein begann die Durchmusterung erst 1928, hat aber bis 1932 schon zur Entdeckung von über 2200 neuen Doppelsternen durch ROSSITER geführt[3]. Die hierbei gezogenen Grenzen sind wesentlich weiter gesteckt, es ist Vollständigkeit bis zur Grenzgröße 9,5 CPD und 9,3 Corboda beabsichtigt und vor allem von der gefährlichen konstanten Distanzgrenze abgegangen worden. Nach R. H. CURTISS[4] wird als Grenzentfernung $\log \varrho'' = 2,5 - 0,2\,m$ angenommen, wodurch ein Ausschluß physischer Paare nur noch in seltenen Fällen eintreten kann.

14b. Photometrie der Doppelsternkomponenten. Die Bestimmung der Helligkeiten der Doppelsternkomponenten ist leider seit Jahrzehnten stark vernachlässigt worden, nur für relativ leichte und helle Objekte liegen photometrische Bestimmungen hauptsächlich vom Harvard-Observatorium[5] vor. Photographisch setzt das Auflösungsvermögen schon bei mäßigen Distanzen eine Grenze, die Mehrzahl der physischen Systeme kann daher nur durch visuelle Photometrie erfaßt werden. Auch hierbei sind je nach Distanz, Farb- und Helligkeitsunterschied der Komponenten systematische Fehler zu befürchten, die auch durch Verwendung von Stabgittern bei der Bestimmung des Helligkeitsunterschiedes der Komponenten sich nicht in allen Fällen vermeiden lassen werden (vgl. Sirius!). In Leiden und Lick hat neuerdings KUIPER eine größere Anzahl von Doppelsternen visuell photometrisch bestimmt[6], doch liegt hier noch ein umfangreiches Arbeitsgebiet für die Zukunft vor. Bei sehr engen Systemen wird die Messung der Einzelkomponenten unmöglich; da in solchen Fällen die Helligkeitsdifferenz der Komponenten allgemein aber klein ist, wird man aus der gemessenen Gesamthelligkeit und der geschätzten Helligkeitsdifferenz die Helligkeit der Komponenten finden können.

Seien m die Gesamthelligkeit des Systems, Δm der Helligkeitsunterschied der Komponenten, $m_A = m + \Delta m_A$, $m_B = m + \Delta m_B$ die Helligkeiten der Komponenten A und B, so lassen sich die Korrektionsgrößen Δm_A, Δm_B mit dem Argument Δm aus folgender Tabelle entnehmen.

---

[1] Publ A S P 46, S. 188, 235, 285, 286, 359 u. 361 (1934); 47, S. 98 (1935).
[2] Entdeckungslisten von VAN DEN BOS in B A N 3—7, FINSEN in Union Circ.
[3] Mem R A S 65, Teil 2 (1933).
[4] J Can R A S 23, S. 423 (1929).
[5] Harv Ann 11, S. 105 (1879); 64, S. 159 (1912); 69, S. 180 (1909).
[6] Erscheint demnächst in Leiden Annalen; vgl. Publ A S P 47, S. 15ff. (1935).

Tabelle 2.

Δm	Δm_A	Δm_B	Δm	Δm_A	Δm_B	Δm	Δm_A	Δm_B
$0^m,0$	$+0^m,75$	$+0^m,75$	$1^m,1$	$+0^m,34$	$+1^m,44$	$2^m,6$	$+0^m,09$	$+2^m,69$
0 ,1	+0 ,70	+0 ,80	1 ,2	+0 ,31	+1 ,51	2 ,8	+0 ,08	+2 ,88
0 ,2	+0 ,66	+0 ,86	1 ,3	+0 ,29	+1 ,59	3 ,0	+0 ,07	+3 ,07
0 ,3	+0 ,61	+0 ,91	1 ,4	+0 ,26	+1 ,66	3 ,2	+0 ,06	+3 ,26
0 ,4	+0 ,57	+0 ,97	1 ,5	+0 ,24	+1 ,74	3 ,4	+0 ,05	+3 ,45
0 ,5	+0 ,53	+1 ,03	1 ,6	+0 ,22	+1 ,82	3 ,6	+0 ,04	+3 ,64
0 ,6	+0 ,49	+1 ,09	1 ,7	+0 ,20	+1 ,90	3 ,8	+0 ,03	+3 ,83
0 ,7	+0 ,46	+1 ,16	1 ,8	+0 ,19	+1 ,99	4 ,0	+0 ,03	+4 ,03
0 ,8	+0 ,42	+1 ,22	1 ,9	+0 ,17	+2 ,07	4 ,5	+0 ,02	+4 ,52
0 ,9	+0 ,39	+1 ,29	2 ,0	+0 ,16	+2 ,16	5 ,0	+0 ,01	+5 ,01
1 ,0	+0 ,36	+1 ,36	2 ,2	+0 ,13	+2 ,33	5 ,5	+0 ,01	+5 ,51
			2 ,4	+0 ,11	+2 ,51	6 ,0	+0 ,00	+6 ,00

14c. Spektren und Farbäquivalente visueller Doppelsterne. Eine große Zahl von Spektren visueller Doppelsterne ist zwar durch Veröffentlichung des New Draper-Kataloges[1] bekannt geworden, die spezielle Beobachtung der Einzelkomponenten hat dagegen seit Leonards systematischer Arbeit keine weiteren Fortschritte gemacht.

Photographische Farbenindizes für 123 Systeme, abgeleitet aus Aufnahmen in Poulkovo, veröffentlicht Shajn[2] als größeren Beitrag auf diesem stark vernachlässigten Gebiet.

14d. Massenverhältnis visueller Doppelsterne. Erfreulicherweise ist der Bestimmung der Massenverhältnisse neuerdings erhöhte Aufmerksamkeit geschenkt worden. Nachdem Meridianbeobachtungen nur in seltenen Fällen brauchbare Resultate ergeben und Mikrometeranschlüsse an benachbarte Sterne nur für wenige Systeme vorliegen, ist zur Zeit die Auswertung der Parallaxenplatten am erfolgreichsten. Allerdings erfordert die sichere Ermittlung der Eigenbewegung des Schwerpunktes genügende Bahnkrümmung oder Variation der Bahngeschwindigkeit, so daß bei dem seit Beginn des photographischen Parallaxenprogrammes verflossenen relativ kurzen Zeitraum die Zahl der brauchbaren Systeme noch gering ist. Aus gleichem Grunde läßt bei noch zahlreichen Werten die innere Genauigkeit der Massenverhältnisse viel zu wünschen übrig. Eingehende Darlegungen der für die vorkommenden Fälle brauchbaren Methoden veröffentlichen Huffer[3] und Pitman[4]. Ersterer gibt eigene Bestimmungen für 18 Systeme sowie Hauptliteratur und Zusammenstellung der Resultate von 31 Doppelsternen; er findet aus der Diskussion im allgemeinen Übereinstimmung mit Eddingtons Massenhelligkeitsbeziehung, wenn man der Unsicherheit der Bestimmungen Rechnung trägt. Zur Veranschaulichung extremer Fehler selbst moderner Bestimmungen seien für zwei Systeme die Massenfaktoren $k = \frac{M_B}{(M_A + M_B)}$ angeführt:

ζ Herculis . . . . $k = 0{,}51 \pm 0{,}04$. Huffer phot. (Ap J 80, S. 272).
$0{,}323 \pm 0{,}015$. van de Kamp phot. (A J 44, S. 85).

$\varkappa$ Pegasi . . . . . $k = 0{,}64$. van Biesbroeck phot. (A J 29, S. 178).
0,64. Allen aus A C (Pop Astr 39, S. 140).
0,25. Kovalenko phot. (A J 43, S. 196).
0,45. Huffer phot. (Ap J 80, S. 275).

23. Neuere Fortschritte auf dem Gebiet spektroskopischer Doppelsterne. Die Fortsetzung der Beobachtungsreihen zur Bestimmung der Radialgeschwindigkeiten der Sterne hauptsächlich in Lick, Mt. Wilson und Victoria hat weitere Objekte mit variabler Geschwindigkeit enthüllt; die spezielle Bearbeitung dieser

[1] Harv Ann 91—99 (1918—1924).
[2] A N 226, S. 49 (1925).
[3] Ap J 80, S. 269 (1934).
[4] A J 44, S. 65 (1935).

Systeme hat erhebliche Zunahme erfahren. In vereinzelten Fällen sind nunmehr auf Grund langjähriger Beobachtungen auch spektroskopische Doppelsterne mit mehrjährigen Perioden entdeckt worden; da andererseits eine steigende Zahl visueller Doppelsterne mit sehr kurzen Umlaufszeiten bekannt wird, beginnt sich die Lücke zwischen beiden Klassen, die zum Teil durch Auswahlprinzipien erklärt werden kann, offenbar auszufüllen, besonders wenn man bedenkt, daß der spektroskopische Nachweis der Duplizität bei Systemen mit kleinen Neigungen versagen wird.

Nachdem schon verschiedentlich[1] auf die Möglichkeit hingewiesen wurde, die Rotation eines Sternes aus Beobachtungen von Breite und Profil der Linien spektroskopisch zu ermitteln, gelang O. STRUVE[2] im Jahre 1930 der Nachweis dieses Effekts. Sobald die Rotationsachse nicht mit dem Visionsradius zusammenfällt, tritt infolge DOPPLER-Effektes eine symmetrische Verbreiterung und Abflachung der Linien ein, die im Gegensatz zu den gewöhnlichen allgemein verwaschenen Linien eine von der Rotationsgeschwindigkeit abhängige gesetzmäßige Beziehung zur Wellenlänge zeigt. Bei spektroskopischen Doppelsternen steht die Linienverbreiterung in enger Korrelation zur Periode und Amplitude der Radialgeschwindigkeitsschwankung. Schnelle Rotation mit Äquatorialgeschwindigkeiten bis 200 km/sec (⊙ 3,9 km) scheint den frühesten Spektraltypen eigen zu sein, schon beim F-Typus ist ein merklich kleinerer Prozentsatz schnell rotierender Sterne angedeutet, während in den Klassen G, K und M STRUVE keinen einzigen Stern mit rascher Rotation fand. Auch das Linienprofil steht nach ELVEY[3], SHAJN und STRUVE[1] und CARROLL[4] in Übereinstimmung mit den Beobachtungen, deren zufällige und systematische Fehler von CARROLL[5] einer eingehenden Betrachtung unterworfen wurden. Der Rotationseffekt wird bei Bedeckungsveränderlichen wesentlich, da hierbei die Linien der partiell verdeckten Sternscheibe asymmetrisch verschoben erscheinen und systematische Abweichungen der Radialgeschwindigkeiten resultieren, die je nach Rotationsgeschwindigkeit erhebliche Beträge annehmen können (vgl. Ziff. 116a).

KREIKEN[6] findet folgende statistische Beziehungen zwischen Rotationszeit P (in Tagen), Durchmesser D, Masse M und mittlerer Dichte ϱ, letztere Werte in Einheiten der Sonne ausgedrückt:

$$\log P = 1{,}5 \log D - 0{,}5 \log \cdot M + c = \tfrac{1}{2} \log \varrho + c .$$

Auch zeigt das Perioden-Spektrendiagramm interessante Gesetzmäßigkeiten.

Nach SHAJN[7], der den n-Charakter der Linien in frühen Spektraltypen auf Rotation zurückführt, befindet sich ein sehr großer Prozentsatz dieser Sterne in der Nähe der Stabilitätsgrenze.

OGRODNIKOFF[8] versucht die Definition der Linienbreite unter Berücksichtigung der SEELIGER-KÜHLschen Kontrasttheorie[9] zu verbessern.

b) Klassifikation und Beobachtungsmethoden visueller Doppelsterne.

24. Definition der Bezeichnung Doppelstern. Es wird sich nie ermöglichen lassen, eine Formel für eine Grenzdistanz zu finden, die physische von optischen Paaren scharf trennt, notwendig ist aber, um eine sinnlose Anhäufung von Material zu vermeiden, eine Definition, die zwar weit genug ist, um keine wesent-

[1] Vgl. MN 89, S. 222 (1929). [2] Ap J 72, S. 1 (1930).
[3] Ap J 70, S. 152 (1929); 71, S. 221 (1930).
[4] MN 88, S. 548 (1928); 93, S. 478, 508 (1933). [5] MN 93, S. 680 (1933).
[6] MN 91, S. 251, 501, 756 (1931); AN 245, S. 265 (1932).
[7] Z f Ap 6, S. 176 (1933). [8] RAJ 10, S. 135 (1933). [9] Phys Z 29, S. 1 (1928).

lichen Prozentsätze physischer Systeme auszuschließen, aber vor allem eng genug, um gegen Belastung mit optischen Paaren einigermaßen zu schützen. CURTISS[1] gibt als Grenze des Begriffs Doppelstern $\log \varrho'' = 2{,}5 - 0{,}2\,m$, AITKEN verwendet im „New General Catalogue of Double Stars" $\log \varrho'' = 2{,}8 - 0{,}2\,m$; trotz dieser weit gewählten Grenze kamen dadurch ca. 32% der Sterne aus β GC in Fortfall.

30—34. Photographische Doppelsternbeobachtungen. Einer allgemeineren Anwendung der photographischen Methode steht der beträchtliche Arbeitsaufwand und die geringe Reichweite entgegen. Ersterer kann allerdings durch Verminderung der Zahl der Einzelexpositionen etwas herabgedrückt werden, doch ist dieser Vorgang, wie verschiedene neuere Reihen zeigen, gefährlich, da damit die Genauigkeit, die den Wert der Methode bestimmt, schnell abnimmt.

Die photographische Trennfähigkeit beträgt bei direkten Fokalaufnahmen und üblichem Öffnungsverhältnis maximal nur etwa $^1/_5$ der visuellen, eine Leistungssteigerung kann, wie KAZANSKY[2] gezeigt hat, durch Verwendung von Vergrößerungssystemen erzielt werden; es gelang mit 2,4- bzw. 5,5facher Vergrößerung des Fokalbildes, die Trennfähigkeit maximal bis $^1/_3$ der visuellen zu steigern.

Entscheidende Bedeutung besitzt die Frage nach eventuellen systematischen Fehlern der photographischen Messungen. Die Erwartung vollkommener Fehlerfreiheit, die nach HERTZSPRUNGS ausgezeichneten Resultaten berechtigt war, hat sich bisher nicht erfüllt. Besonders an der Grenze der Trennfähigkeit treten, wie Versuche von REUYL[3] und SHAJN[4] ergeben haben, merkliche Distanzfehler auf. Nach den Experimentaluntersuchungen von F. E. ROSS[5] ist bei sehr benachbarten Sternscheibchen mit Bildanziehung zu rechnen, die im wesentlichen durch den Trockenprozeß der Gelatineschicht entsteht; bei stark exponierten Bildern wirkt der teilweise vom Entwickler abhängige KOSTINSKY- oder EBERHARD-Effekt bildabstoßend. Daß etwas verwaschene oder verschleierte Bilder besonders enger Paare zu kleine Distanzen ergeben, hat schon HERTZSPRUNG[6] festgestellt, auch VAN DEN BOS[7] findet systematische Fehler dieser Art stark ausgeprägt.

Zu diesen rein photographischen Fehlern treten die physiologischen Einstellfehler am Meßmikroskop; so besteht z. B. zwischen PRZYBYLLOK und LABITZKE[8] bei engen Paaren ein systematischer Distanzunterschied von 0'',07, der, wie spätere Beobachtungen ergeben, zeitlichen Änderungen unterworfen ist, also wie bei visuellen Messungen in unberechenbarer Weise entstellend wirkt. Auch bei Moskauer Beobachtungen liegen ähnliche Verhältnisse vor[9]. Es kann daher nicht überraschen, daß die Übereinstimmung verschiedener Reihen photographischer Beobachtungen größere Unterschiede zeigt, als aus der inneren Genauigkeit zu erwarten wäre, natürlich hauptsächlich bei Objekten, die der Leistungsgrenze des betreffenden Instrumentes benachbart sind[10].

Folgende Übersicht enthält nur die Hauptreihen photographischer Beobachtungen im Berichtszeitraum:

VAN DEN BOS	B A N 34, S. 74.	OSGOOD	Mt Wilson Contr 371.
HOFF	A J 39, S. 122.	PRZYBYLLOK	Astr Beob Königsberg 45, 4.
KAZANSKY	R A J 11, S. 310, 519.	REUYL	Diss. Utrecht 1932.
KING	Harv Circ 352.	SHAJN	A N 230, S. 369.
KUIPER	B A N 5, S. 49.	SMART	M N 92, S. 37, 207.
OLIVIER	A N 233, S. 399; Publ McCormik 4, S. 4.		

[1] J Can R A S 23, S. 423 (1929).
[2] R A J 11, S. 310 (1934).
[3] Pop Astr 38, S. 406 (1930); Diss. Utrecht 1932.
[4] A N 230, S. 369 (1927).
[5] Ap J 53, S. 349 (1921).
[6] Publ Astrophys Obs Potsdam Nr. 75 (1920).
[7] B A N 1, S. 193 (1923).
[8] Astr Beob Königsberg 45, 4, S. 10 (1929).
[9] R A J 11, S. 319 (1934).
[10] Vgl. VAN DEN BOS, B A N 4, S. 103 (1927).

Die Untersuchung der einzelnen Sektionen der photographischen Himmelskarte auf Doppelsterne ist in umfangreicherer Weise fortgesetzt worden. Der Wert beruht im wesentlichen auf einer Erweiterung unserer Kenntnisse über weitere Paare, die durch zu enge Wahl fester Distanzgrenzen bei den Durchmusterungen in statistisch unzulässigem Umfange vernachlässigt waren. Zu erwähnen sind die Kataloge von BARTON[1], BEMPORAD[2], BHASKARAN[3], FENDER[4], GAUCHET[5], POURTEAU[6] und STEIN[7].

36, 37. Interferometermessungen von Doppelsternen[8]. Interferometer nach MICHELSONS Prinzip für Messungen sehr enger Doppelsterne beschreiben MAGGINI[9] und FINSEN[10], während RONCHI[11] Strichgitter und Kreisgitter zur Erzeugung von Interferenzen in Vorschlag bringt. Das Drehgitter vor dem Objektiv nach SCHWARZSCHILDschem Prinzip hat A. F. BROWN[12] neuerdings wieder in Anwendung gebracht, im allgemeinen aber ist die Anwendung von Interferenzmethoden in der Doppelsternastronomie noch selten. Entschiedenen Mißerfolg haben die Versuche in Harvard[13] ergeben, offenbar ist die Sichtbarkeit der Interferenzstreifen an wesentlich günstigere Luftbeschaffenheit geknüpft, als nach den ersten Mitteilungen zu erwarten stand. Auch VAN BIESBROECK fand am 40inch des Yerkes Observatoriums erhebliche Abhängigkeit der Beobachtungsmöglichkeiten vom Luftzustand und erreichte maximal nur 6^m. Günstigere Resultate erzielten dagegen MAGGINI[14], FINSEN und VAN DEN BOS[10], allerdings weist letzterer[15] ebenso wie LUYTEN[16] darauf hin, daß MAGGINIS Messungen teilweise erhebliche systematische Fehler aufweisen.

38. Kataloge visueller Doppelsterne. Die im Handbuch schon erwähnten Sammelkataloge für den nördlichen und südlichen Himmel von AITKEN und INNES liegen nun vor.

AITKENS „New General Catalogue of Double Stars"[17] umfaßt bis zur Deklinationsgrenze —30° sämtliche bis 1927.0 bekanntgewordenen Daten über Doppelsterne in Fortsetzung zu BURNHAMS General Catalogue. Aufgenommen sind 17180 Systeme; die vorliegenden Messungen sind unter Berücksichtigung verschiedener Gewichte in Mittelwerte zusammengezogen, doch liefert eine ausführliche Bibliographie der Meßreihen die Möglichkeit, auf Einzelbeobachtungen zurückzugehen. Der Ort ist für 1950.0 und 1900.0 auf $0^m,1$ und 1′ genau gegeben, Helligkeitssystem und Spektraltypus nach dem New Draper Catalogue. Soweit bekannt, sind Eigenbewegung, Parallaxen, Radialgeschwindigkeiten, Bahnelemente und Darstellung der neuesten Beobachtungen mitgeteilt

Der von INNES unter Mitwirkung von DAWSON und VAN DEN BOS herausgegebene „Southern Double Star Catalogue —19° to —90°"[18] ist naturgemäß provisorischen Charakters, hier werden sämtliche verfügbaren Einzelmessungen gegeben.

---

[1] A J 36, S. 155 (1926); 37, S. 57 (1926); 38, S. 168 (1928); 39, S. 93 (1929); 40, S. 181 (1930); 41, S. 35 (1931); 42, S. 93 (1932); A N 235, S. 425 (1929); 250, S. 49 (1933).
[2] A N 244, S. 353 (1932); 246, S. 23 (1932).
[3] J O 16, S. 140 (1933).
[4] A N 235, S. 421 (1929).
[5] Ann Zô-Sé 14, III (1926).
[6] Cat. des étoiles doubles etc. Orléans 1933.
[7] Cat. astrografico, sezione Vaticana App. III (1926).
[8] Vgl. PEASE, Interference Methods etc. Ergebn d exakt Naturwiss 10 (1931).
[9] A N 233, S. 103 (1928).
[10] Union Circ 90 (1934).
[11] Rom Linc Rend (6) 2, S. 257 (1925); Z f Phys 37, S. 732 (1926).
[12] Pop Astr 36, S. 385 (1928).
[13] Harv Circ 885 (1931).
[14] Publ Catania 1925.
[15] B A N 4, S. 103 (1927).
[16] Ap J 78, S. 225 (1933).
[17] Carnegie Inst Publ Nr. 417 I, II (1932).
[18] Union Obs Johannesburg 1927.

Zur einheitlichen Bezeichnungsweise der Generalkataloge werden folgende Abkürzungen empfohlen:

BURNHAM, General Catalogue. . . . . = BDS
AITKEN, New General Catalogue . . . . = ADS
INNES, Southern Double Star Catalogue . . . = SDS

39. Veränderliche Doppelsterne. Die Fälle von Veränderlichkeit einer oder mehrerer Komponenten von Doppelsternen haben erheblich zugenommen. PLAUT[1] gibt eine Zusammenstellung aller Daten und verzeichnet gesicherte Veränderlichkeit bei 105 Systemen, verdächtig sind vorläufig noch 19 andere Objekte.

Als Typus des Lichtwechsels wird angegeben:

Typus	Anzahl	Typus	Anzahl
Unregelmäßig	13	R Cor. bor.	1
Langperiodisch	25	RR Lyrae	1
δ Cephei	10	β Cephei	1
β Lyrae	9	Novae	2
Algol	27	Unbekannt	15
W Urs. maj.	4		

Bei vielen Objekten dürfte es sich allerdings um optische Begleiter handeln.

Besonderes Interesse beanspruchen die Begleiter von Novae. Nova Pictoris erschien 1925/26 nach Prüfung durch VAN DEN BOS sicher einfach, 1928 März fanden FINSEN und VAN DEN BOS[2] die Nova doppelt, kurze Zeit darauf traten noch zwei weitere Begleiter auf, die einige Jahre zu sehen waren und teilweise auch durch VOÛTE bestätigt wurden. Die Begleiter nahmen schneller an Helligkeit ab als die Nova selbst und vergrößerten bis 1932 ihren Abstand von etwa $^1/_3''$ bis $1'',2$. Auf Grund der detaillierten Beobachtungen ist mit Sicherheit physische Verbindung der Begleiter mit der Nova anzunehmen. Es ist ferner wahrscheinlich, daß die von INNES 1914/15 entdeckten engen Begleiter zu η Argus analogen Ursprungs sind.

c) Bahnbestimmung visueller Doppelsterne.

44. Einfluß der Präzession. Die Korrektion der Positionswinkel wegen Präzession wird häufig mit falschen Vorzeichen angebracht. Sei θ der Positionswinkel zur Zeit t, θ_0 der zur Normalepoche t_0 gehörige Wert, dann lautet die richtige Formel:

$$\theta - \theta_0 = \Delta\theta = \Omega - \Omega_0 = +0^\circ{,}00557 \sin\alpha \sec\delta\,(t - t_0)\,.$$

45. Einfluß der Eigenbewegung. Die richtige Näherungsformel für Korrektion des Positionswinkels wegen Eigenbewegung lautet:

$$\theta' - \theta'_0 = \Delta\theta' = -\mu^0_\alpha \sin\delta\,(t - t_0)\,.$$

Eigenbewegung und Radialgeschwindigkeit ändern mit Ausnahme der Exzentrizität sämtliche Bahnelemente. Es seien nach VAN DEN BOS[3] die Näherungsformeln, die für lange Zeit immerhin ausreichend sind, mitgeteilt, während für den Fall der Übertragung auf mehrere Jahrhunderte auf die genannte Arbeit verwiesen werden muß.

Die Entfernung in astronomischen Einheiten (damit auch Änderung der Parallaxe und der Halbachse der Bahn bestimmbar) wird, wenn v die Radialgeschwindigkeit in km/sec bedeutet, erhalten aus:

$$\Delta = \Delta_0 + \frac{v}{4{,}737}\,(t - t_0)\,.$$

---

[1] BAN 7, S. 181 (1934). [2] MN 88, S. 488 (1928); 92, S. 19 (1931); Union Circ 92 (1934).
[3] Union Circ 68, S. 360 (1926).

Sei μ'' die Eigenbewegung in Sekunden des größten Kreises, ψ ihr Positionswinkel, dann sind die Änderungen der Winkelelemente aus folgenden Näherungsformeln bestimmbar:

$$i - i_0 = \Delta i'' = \mu''(t - t_0)\sin(\psi - \Omega)\,,$$
$$\omega - \omega_0 = \Delta\omega'' = \mu''(t - t_0)\cos(\psi - \Omega)\operatorname{cosec} i\,,$$
$$\Omega - \Omega_0 = \Delta\Omega'' = \mu''(t - t_0)[\operatorname{tg}\delta\sin\psi - \operatorname{ctg} i\cos(\psi - \Omega)]\,.$$

P und T werden entsprechend obiger Entfernungsänderung durch Lichtzeit geändert, dagegen besitzt die Differenz der Lichtzeiten für die einzelnen Komponenten wohl nie merklichen Einfluß auf die Messungen.

Den Einfluß der Eigenbewegung auf die Koordinaten untersucht A. FLETCHER[1], dessen Formeln kurz angeführt seien, da sie für Bahnbestimmung weiter Systeme von Bedeutung sind.

Aus obiger Formel für den korrigierten Abstand folgt die Korrektionsformel für Linearskala (Distanz ϱ und Halbachse a), wenn π'' die jährliche Parallaxe bedeutet, zu

$$\Delta s = 1{,}02\, s\pi'' v(t - t_0)\cdot 10^{-6}\,.$$

Werden die zur Zeit t beobachteten Positionswinkel und Distanzen mit p und s bezeichnet, sei Δp die Korrektion wegen Präzession, $\Delta p'$ die Korrektion wegen Eigenbewegung, dann sind die auf t_0 reduzierten Größen nach obigen Formeln gegeben durch:

$$\varrho = s + \Delta s\,,$$
$$\theta = p + \Delta p + \Delta p'\,.$$

Die daraus folgenden rechtwinkligen Koordinaten

$$\xi = \varrho\cos\theta\,,\quad \eta = \varrho\sin\theta$$

genügen nicht den dynamischen Beziehungen, da infolge der Verschiebung an der Sphäre hierin eine geringe durch Projektion der z-Koordinate entstandene Verfälschung enthalten ist. Die dynamisch verwertbaren Koordinaten x, y werden erhalten aus:

$$\xi = x - \mu_x(t - t_0)z\,,$$
$$\eta = y - \mu_y(t - t_0)z\,,$$

wobei die Koordinaten in Bogensekunden, die Komponenten der Eigenbewegung in Teilen des Radius angesetzt seien und z positiv gerechnet werde, wenn der Begleiter jenseits der Tangentialebene durch den Hauptstern steht. Eine einwandfreie Korrektion ist also nur möglich, falls durch spektroskopische Beobachtungen der aufsteigende Knoten festliegt.

51. Definition der Bahnelemente. Um eine einheitliche Bezeichnung sicherzustellen, sollen nach VAN DEN BOS[2] und FINSEN[3] in teilweiser Abänderung früherer Angaben definiert werden:

$\mu = \frac{360°}{P}$ mittlere jährliche Bewegung, stets positiv zu rechnen;

$\pm i$, Neigung der Bahn (Vorzeichen nur bei Festlegung des aufsteigenden Ω durch Radialgeschwindigkeitsmessungen definierbar, z. B. stets positiv gerechnet), bei direkter Bewegung $\pm i$ im 1. Quadranten ($\cos i > 0$), bei retrograder Bewegung $\pm i$ im 2. Quadranten ($\cos i < 0$);

ω, Abstand des Periastrons vom Knoten, stets im Sinne der Bewegungsrichtung gezählt;

---

[1] MN 92, S. 119 (1932). [2] BAN 3, S. 149 (1926). [3] Union Circ 91, S. 23 (1934).

☊, Knotenlänge, im allgemeinen Fall $<180°$ zu rechnen. Ergibt die Messung der Radialgeschwindigkeit, daß dieser Wert dem absteigenden Knoten entspricht, dann sind bei stets positiv gerechneter Neigung ☊ und ω um $180°$ zu ändern; man kann aber auch ☊ und ω beibehalten und i negativ zählen. Die üblichen Formeln werden hierdurch nicht beeinflußt. Spezialfälle:

bei $i = 0°$ (180°) sei ☊ $= 0°$, ω für $i = 0°$ oder $360° - \omega$ für $i = 180°$ ist dann Pos.W. des Periastrons,

bei $e = 0$ sei $\omega = 0°$, d. h. „Periastron" bei ☊.

Es ist ferner dringend erwünscht, daß die Elemente bei ihrer Veröffentlichung von einer Darstellung der Normalorte oder der Beobachtungen und einer Ephemeride begleitet sind.

52a. THIELE-INNES-Konstanten (natürliche Elemente). Elegante und für die numerische Anwendung praktische Rechenformeln für viele Zwecke ergeben sich, wenn man nach THIELE's Vorgang[1] die scheinbare Bahn durch gewisse Konstanten definiert; im folgenden werden die gegen THIELE etwas veränderten INNESschen Konstanten[2] betrachtet.

Seien x_0, y_0 die rechtwinkligen Koordinaten des Mittelpunktes der scheinbaren Bahn,
x_1, y_1 die entsprechenden Koordinaten des Periastrons (Endpunkt des Durchmessers durch den Hauptstern),
x_2, y_2 die Koordinaten des Endpunktes des hierzu konjugierten Durchmessers,

dann werde gesetzt:

$$A = x_1 - x_0, \quad F = (x_2 - x_0)\sec\varphi, \qquad \sec\varphi = \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}$$
$$B = y_1 - y_0, \quad G = (y_2 - y_0)\sec\varphi.$$

Aus den bekannten Formeln der Ephemeridenrechnung ergeben sich mit $v = 0$, $r = a$ sofort die Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} A &= a\,(+\cos\omega\cos\Omega - \sin\omega\sin\Omega\cos i)\,, \\ B &= a\,(+\cos\omega\sin\Omega + \sin\omega\cos\Omega\cos i)\,, \\ F &= a\,(-\sin\omega\cos\Omega - \cos\omega\sin\Omega\cos i)\,, \\ G &= a\,(-\sin\omega\sin\Omega + \cos\omega\cos\Omega\cos i)\,. \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

Führt man für die z-Koordinaten noch ein:

$$\left.\begin{aligned} C &= a\sin\omega\sin i\,, \\ H &= a\cos\omega\sin i\,, \end{aligned}\right\} \tag{1a}$$

so entsprechen die A, B, C, F, G, H den GAUSSschen Ausdrücken der Ephemeridenrechnung, und es folgt umgekehrt:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}(\omega + \Omega) &= \frac{B-F}{A+G}, \\ \operatorname{tg}(\omega - \Omega) &= \frac{-B-F}{A-G}, \\ \operatorname{tg}^2\frac{1}{2}i &= \frac{A-G}{A+G}\cdot\frac{\cos(\omega+\Omega)}{\cos(\omega-\Omega)} = \frac{-B-F}{B-F}\cdot\frac{\sin(\omega+\Omega)}{\sin(\omega-\Omega)}, \\ a = A/(\cos\omega\cos\Omega - \sin\omega\sin\Omega\cos i) &= B/(\cos\omega\sin\Omega + \sin\omega\cos\Omega\cos i) \text{ usw.} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Die Konstanten A, B, F, G sind also den Bahnelementen $a, i,$ ☊, ω äquivalent.

---

[1] A N 104, S. 245 (1883). [2] Union Circ 68 (1926).

Führt man nach INNES und VAN DEN BOS ein:

$$X = \cos E - e = \frac{r}{a} \cos v\,,$$
$$Y = \sqrt{1 - e^2} \sin E = \frac{r}{a} \sin v\,,$$

dann erhält man die Koordinaten des Begleiters aus:

$$x = \varrho \cos\theta = AX + FY\,,$$
$$y = \varrho \sin\theta = BX + GY\,.$$

Diese besonders auch für Maschinenrechnen geeigneten Formeln werden für die Anwendung noch dadurch erleichtert, daß X und Y als Funktionen von e und M in Union Circ 71, Appendix, bequem tabuliert sind, so daß die Rechenarbeit auf ein Minimum reduziert ist.

Über weitere Verwendung der THIELE-INNES-Konstanten vgl. Ziff. 53b, 55, 57, 79, 86.

53. Methoden der Bahnbestimmung. Das Problem der Bahnbestimmung visueller Doppelsterne hat weiterhin vielfach neue Bearbeitung erfahren. Ohne Anspruch auf Vollständigkeit zu erheben, seien die Arbeiten von VAN DEN BOS[1], CRAWFORD[2], FLETCHER[3], LAVES[4], LUYTEN[5], NASSAU-WILKINS[6], PARVULESCO[7], RUSSELL[8], STEWART[9], VAHLEN[10], VOLET[11] und ZAGAR[12] genannt.

Die Willkür, die bei graphischen Methoden nie ganz zu vermeiden ist, zwingt besonders für Fälle unvollständig beobachteter Bahnen zu analytischen Methoden, die in Zukunft vermutlich stärker in den Vordergrund treten werden, da unsere Kenntnisse der Bewegungsverhältnisse sich bisher vorwiegend nur auf kurzperiodische Bahnen beziehen und eine Erweiterung auf Bahnen mit Umlaufszeiten >200 Jahre dringend notwendig ist. Von einer Verwendung graphischer Methoden muß in solchen Fällen ebenso abgeraten werden wie von der Anwendung der analytischen Methode KOWALSKY-SEELIGER, die trotz erheblicher Rechenarbeit in komplizierteren Fällen häufig zu vollständigem Mißerfolg[13] führt, da sie auf die dynamischen Beziehungen zwischen den einzelnen Orten keine Rücksicht nimmt.

53a. Dynamische Bahnbestimmungsmethode von A. FLETCHER[14]. Die Methode geht unter Einführung spezieller Annahmen über die Anziehungskonstante k auf den Grundgedanken der Methode von SCHWARZSCHILD[15] zurück, die in Analogie zur BRUNSschen Methode der Bahnbestimmung der Planeten und Kometen[16] abgeleitet wurde und durch Entwicklung der rechtwinkligen Koordinaten nach Potenzen der Zeit die Kenntnis von Ort und Geschwindigkeit für einen Zeitmoment und damit nach bekannten Formeln die Bahnelemente liefert.

Seien x, y, z die rechtwinkligen Koordinaten des Begleiters in bezug auf den Hauptstern, ϱ und θ die beobachteten Polarkoordinaten, t die Zeit der Beobachtung, t_0, θ_0 genäherte Mittelwerte der betreffenden Größen, dann sind die rechtwinkligen Koordinaten x, y gegeben durch:

$$x = \varrho \cos(\theta - \theta_0)\,, \qquad y = \varrho \sin(\theta - \theta_0)\,. \tag{1}$$

---

[1] Union Circ 68 (1926); 86 (1932).
[2] Lick Bull 14, S. 6 (1928).
[3] M N 92, S. 125 (1932).
[4] A J 37, S. 97 (1927).
[5] A J 42, S. 179 (1933).
[6] A J 38, S. 56 (1928).
[7] Lyon Bull 10, S. 49 (1928).
[8] M N 93, S. 599 (1933).
[9] Pop Astr 33, S. 304 (1925).
[10] A N 233, S. 217 (1928).
[11] C R 194, S. 532 (1932).
[12] R Oss Astr Padova Nr. 22 (1932).
[13] Vgl. DICK, Diss. Berlin 1922; ANDRISSI, Contr. Campidoglio Nr. 47 (1934).
[14] M N 92, S. 125 (1932).
[15] A N 124, S. 215 (1890).
[16] A N 118, S. 241 (1888).

Reihenentwicklung liefert unter Weglassung höherer Glieder (Differentiation nach Zeit durch ′ gekennzeichnet)

$$x = x_0 + \tau x_0' + \tfrac{1}{2}\tau^2 x_0'' + \tfrac{1}{6}\tau^3 x_0''', \tag{2}$$

hierbei sei $\tau = \frac{t - t_0}{n}$ gesetzt, als Zeiteinheit also n Jahre eingeführt, wobei passenderweise n so groß gewählt wird, daß im Beobachtungszeitraum $\tau < 1$ bleibt.

Nach dem Newtonschen Gesetz ist

$$x_0'' = -\frac{k^2 x_0}{r_0^3}, \tag{3}$$

woraus durch weitere Differentiation folgt:

$$x_0''' = \frac{3k^2 x_0 r_0'}{r_0^4} - \frac{k^2 x_0'}{r_0^3}. \tag{4}$$

Nun ist aber:

$$r_0^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2, \tag{5}$$

und hieraus

$$r_0 r_0' = x_0 x_0' + y_0 y_0' + z_0 z_0'. \tag{6}$$

Wäre k für das betreffende System bekannt und x_0, x_0', x_0'', x_0''' durch Ausgleichungsrechnung aus den beobachteten Werten x gefunden (natürlich sind auch die Werte y_0 und y_0' leicht aus den y ermittelbar, wobei, falls θ_0 den Positionswinkel zur Zeit t_0 bedeutet, der rechnerische Vorteil eintritt, daß $y_0 = 0$ ist), so liefert Gleichung (3) sofort r_0; r_0' folgt dann aus (4), z_0 aus (5), wobei das Vorzeichen natürlich unbestimmt bleibt, und endlich erhält man aus (6) z_0'.

Für die Anziehungskonstante k hat man unter Beachtung der gewählten Einheiten zu setzen:

$$k^2 = 4\pi^2 (m_A + m_B) p''^3 \tau^2,$$

worin m_A, m_B die Massen der Komponenten in Einheiten der Sonnenmasse und p'' die jährliche Parallaxe (Astr.Einheit) bedeuten. Ist die Parallaxe bekannt, dann können m_A und m_B als Funktionen der absoluten Helligkeit einer Zustandsgleichung (z. B. Eddingtons mass-luminosity) entnommen werden, andernfalls müssen statistische Mittelwerte der Massen oder absoluten Helligkeiten zur Ermittlung der Parallaxe verwendet werden. Reicht das Beobachtungsmaterial aus, um für beide Koordinaten eine Potenzentwicklung (2) durchzuführen, dann ist eine Annahme über k^2 nicht erforderlich. Anstatt aber k^2 zu variieren, bis sich aus beiden Koordinaten z_0 und z_0' gleich ergeben, ist es vielleicht praktischer, in diesem Falle Schwarzschilds Formeln zu benutzen. Die Anwendungsmöglichkeit der Methode besteht nur bei Systemen mit größerer Distanz und reichhaltigem Beobachtungsmaterial.

Aus x_0, y_0, z_0, x_0', y_0', z_0' für die Zeit t_0 erhält man die Bahnelemente nach den folgenden bekannten Formeln (Ω auf θ_0 bezogen!)

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{p}\cos i &= \frac{1}{k}(xy' - yx'), \\ \sqrt{p}\sin i \sin\Omega &= \frac{1}{k}(yz' - zy'), \\ \sqrt{p}\sin i \cos\Omega &= \frac{1}{k}(xz' - zx'). \end{aligned}\right\}\ \text{I.} \qquad \left.\begin{aligned} r &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \\ e\cos v &= \frac{p}{r} - 1, \\ e\sin v &= \frac{\sqrt{p}}{k}\cdot\frac{1}{r}(xx' + yy' + zz') = \frac{\sqrt{p}}{k} r'. \end{aligned}\right\}\ \text{II.}$$

$$\left.\begin{aligned} r\cos u &= x\cos\Omega + y\sin\Omega, \\ r\sin u &= (-x\sin\Omega + y\cos\Omega)\sec i \\ &\text{oder} \\ r\sin u &= z\,\mathrm{cosec}\, i. \end{aligned}\right\}\ \text{III.} \qquad \left.\begin{aligned} u - v &= \omega, \\ a &= p/(1 - e^2), \\ \mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}E &= \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\,\mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}v, \\ M &= E - e^\circ \sin E = \mu^\circ (t - T). \end{aligned}\right\}\ \text{IV.}$$

53b. Dynamische Methode von THIELE[1]-VAN DEN BOS[2]. Betrachtet man die durch zwei Orte der scheinbaren Bahn und den Ort des Hauptsterns definierten Dreiecks- und Sektorenflächen, so läßt sich die Differenz Sektor minus Dreieck als Funktion der mittleren Bewegung und der exzentrischen Anomalien darstellen. Durch Versuche ist es möglich, aus den zwischen drei Orten existierenden drei Gleichungen obiger Form die mittlere Bewegung und damit alle Bahnelemente zu finden, wenn die Flächenkonstante als bekannt angenommen wird. Im folgenden sind nur die zur praktischen Durchrechnung notwendigen Formeln mitgeteilt.

Es seien gegeben:

$$\left.\begin{array}{lll} \text{für die Zeit } t_1 & \text{die Koordinaten} & x_1, y_1 \\ \phantom{\text{für die Zeit }} t_2 & & x_2, y_2 \\ \phantom{\text{für die Zeit }} t_3 & & x_3, y_3 \end{array}\right\} \begin{array}{l} x = \varrho\cos\theta, \\ y = \varrho\sin\theta. \end{array}$$

Aus den Beobachtungen sei ferner abgeleitet die doppelte Flächenkonstante $c = \varrho^2\dot\theta$, wobei $\dot\theta$ in Teilen des Radius ausgedrückt sei $\left(\dot\theta = \frac{\dot\theta^\circ}{57{,}2958}\right)$. Da die Zuverlässigkeit der Elemente von der Fehlerfreiheit dieser Beobachtungsgrößen abhängt, ist sowohl auf die Bildung der drei Normalorte[3], als vor allem auch auf die Bestimmung von c größtes Gewicht zu legen.

Der zu zwei Orten p und q gehörige doppelte Dreiecksinhalt sei symbolisch mit Δ_{pq} bezeichnet, dann ist:

$$\Delta_{pq} = x_p y_q - x_q y_p = \varrho_p \varrho_q \sin(\theta_p - \theta_q), \qquad p, q = 1, 2, 3$$

und damit können die Hauptgleichungen der Methode in folgender Form aufgestellt werden:

$$t_2 - t_1 - \frac{\Delta_{1.2}}{c} = \frac{1}{\mu}[\alpha - \sin\alpha],$$

$$t_3 - t_2 - \frac{\Delta_{2.3}}{c} = \frac{1}{\mu}[\beta - \sin\beta],$$

$$t_3 - t_1 - \frac{\Delta_{1.3}}{c} = \frac{1}{\mu}[(\alpha + \beta) - \sin(\alpha + \beta)].$$

Die linken Seiten sind bekannt; durch Variation von μ sind α und β so zu bestimmen, daß sämtliche Gleichungen erfüllt sind. Der Näherungsprozeß gestaltet sich sehr einfach bei Verwendung der von VAN DEN BOS berechneten und hier beigefügten Hilfstafel, die als Argument von $x - \sin x$ im Bogenmaß, die Größe x in Grad ausgedrückt liefert.

Ist μ gefunden, dann ist $P = \frac{6{,}28\,319}{\mu}$, $\mu^\circ = \frac{360^\circ}{P} = 57{,}2958\,\mu$,

$$\sin\varphi\sin E_2 = \frac{\Delta_{2.3}\sin\alpha - \Delta_{1.2}\sin\beta}{\Delta_{1.2} + \Delta_{2.3} - \Delta_{1.3}},$$

$$\sin\varphi\cos E_2 = \frac{\Delta_{2.3}\cos\alpha + \Delta_{1.2}\cos\beta - \Delta_{1.3}}{\Delta_{1.2} + \Delta_{2.3} - \Delta_{1.3}},$$

$$E_1 = E_2 - \alpha, \qquad E_3 = E_2 + \beta, \qquad e = \sin\varphi.$$

Da somit die den drei Orten zugehörigen exzentrischen Anomalien bestimmt sind, können nach dem üblichen Verfahren die mittleren Anomalien berechnet werden, die zu drei übereinstimmenden Werten von T führen müssen.

Bekannt sind für die drei Zeiten damit auch die X_t, Y_t:

$$\begin{array}{lcl} X_t = \cos E_t - e, & & x_t = AX_t + FY_t, \\ Y_t = \sqrt{1 - e^2}\sin E_t, & \text{so daß aus} & y_t = BX_t + GY_t \end{array}$$

[1] A N 104, S. 245 (1883). [2] Union Circ 86, S. 265 (1932).
[3] A N 216, S. 51 (1922); 231, S. 121 (1927).

die THIELE-INNES-Konstanten A, B, F, G zu finden sind, die nach Gleichungen (2) in Ziff. 52a in die üblichen Elemente umgerechnet werden können.

Lassen die zwischen den Normalorten liegenden Beobachtungen in der Darstellung systematische Reste erkennen, so ist die Flächenkonstante c verbesserungsbedürftig. Um gegen derartige Vorkommnisse gesichert zu sein, ist es empfehlenswert, zunächst nach einer graphischen Methode eine Bahnbestimmung auszuführen, die genähert alle Beobachtungen darstellt, und die Flächenkonstante hieraus zu berechnen. Die entstehende Mehrarbeit ist geringfügig, THIELES Methode, die die drei Normalorte streng darstellt, erspart aber dann die umständliche Bahnverbesserung, die bei unvollständig beobachteten Bahnen überdies stets versagt, da eine Trennung sämtlicher Unbekannten in diesem Falle nicht möglich ist.

Tabelle 3. Hilfstafel zur Methode THIELE-VAN DEN BOS $f(x) = x - \sin x$.

$f(x)$	0,00 +	0,50 +	1,00 +	1,50 +	2,00 +	2,50 +	3,00 +	
	$x°$	$x°$	$x°$	$x°$	$x°$	$x°$	$x°$	
+,00	0°,00	85°,79	110°,84	129°,90	146°,34	161°,47	175°,94	+,00
	2248	61	42	35	32	29	29	
,01	22,48	86,40	111,26	130,25	146,66	161,76	176,23	,01
	589	61	42	35	31	29	29	
,02	28,37	87,01	111,68	130,60	146,97	162,05	176,52	,02
	415	60	42	34	31	30	29	
,03	32,52	87,61	112,10	130,94	147,28	162,35	176,81	,03
	332	60	42	35	31	29	28	
,04	35,84	88,21	112,52	131,29	147,59	162,64	177,09	,04
	281	59	41	35	31	29	29	
,05	38,65	88,80	112,93	131,64	147,90	162,93	177,38	,05
	246	58	41	34	31	30	29	
,06	41,11	89,38	113,34	131,98	148,21	163,23	177,67	,06
	221	57	41	34	31	29	28	
,07	43,32	89,95	113,75	132,32	148,52	163,52	177,95	,07
	201	57	41	34	31	29	29	
,08	45,33	90,52	114,16	132,66	148,83	163,81	178,24	,08
	186	57	41	34	31	29	29	
,09	47,19	91,09	114,57	133,00	149,14	164,10	178,53	,09
	173	56	40	34	31	29	28	
,10	48,92	91,65	114,97	133,34	149,45	164,39	178,81	,10
	162	55	40	34	31	29	28	
,11	50,54	92,20	115,37	133,68	149,76	164,68	179,09	,11
	153	55	40	34	30	29	29	
,12	52,07	92,75	115,77	134,02	150,06	164,97	179,38	,12
	145	55	40	34	31	30	29	
,13	53,52	93,30	116,17	134,36	150,37	165,27	179,67	,13
	138	54	40	34	31	29	28	
,14	54,90	93,84	116,57	134,70	150,68	165,56	179,95	,14
	131	53	39	33	30	29	29	
,15	56,21	94,37	116,96	135,03	150,98	165,85	180,24	,15
	127	53	40	34	31	29	29	
,16	57,48	94,90	117,36	135,37	151,29	166,14	180,53	,16
	122	53	39	33	31	29	29	
,17	58,70	95,43	117,75	135,70	151,60	166,43	180,82	,17
	117	52	39	33	30	29	28	
,18	59,87	95,95	118,14	136,03	151,90	166,72	181,10	,18
	113	52	39	34	31	29	28	
,19	61,00	96,47	118,53	136,37	152,21	167,01	181,38	,19
	109	51	38	33	30	29	29	
,20	62,09	96,98	118,91	136,70	152,51	167,30	181,67	,20
	106	51	39	33	30	29	29	

Tabelle 3 (Fortsetzung).

$f(x)$	0,00 + $x°$	0,50 + $x°$	1,00 + $x°$	1,50 + $x°$	2,00 + $x°$	2,50 + $x°$	3,00 + $x°$	
+,21	63°,15	97°,49	119°,30	137°,03	152°,81	167°,59	181°,96	+,21
	103	50	38	33	30	29	28	
,22	64 ,18	97 ,99	119 ,68	137 ,36	153 ,11	167 ,88	182 ,24	,22
	100	50	38	33	31	29	29	
,23	65 ,18	98 ,49	120 ,06	137 ,69	153 ,42	168 ,17	182 ,53	,23
	98	50	38	33	30	29	29	
,24	66 ,16	98 ,99	120 ,44	138 ,02	153 ,72	168 ,46	182 ,82	,24
	95	49	38	33	30	29	28	
,25	67 ,11	99 ,48	120 ,82	138 ,35	154 ,02	168 ,75	183 ,10	,25
	93	49	38	33	30	28	29	
,26	68 ,04	99 ,97	121 ,20	138 ,68	154 ,32	169 ,03	183 ,39	,26
	90	49	38	32	30	29	29	
,27	68 ,94	100 ,46	121 ,58	139 ,00	154 ,62	169 ,32	183 ,68	,27
	88	48	37	33	30	29	29	
,28	69 ,82	100 ,94	121 ,95	139, 33	154 ,92	169 ,61	183 ,97	,28
	87	48	38	33	30	29	28	
,29	70 ,69	101 ,42	122 ,33	139 ,66	155 ,22	169 ,90	184 ,25	,29
	85	48	37	32	30	29	29	
,30	71 ,54	101 ,90	122 ,70	139 ,98	155 ,52	170 ,19	184 ,54	,30
	83	47	37	33	30	29	29	
,31	72 ,37	102 ,37	123 ,07	140 ,31	155 ,82	170 ,48	184 ,83	,31
	81	47	37	32	30	29	28	
,32	73 ,18	102 ,84	123 ,44	140 ,63	156 ,12	170 ,77	185 ,11	,32
	80	47	37	32	30	29	29	
,33	73 ,98	103 ,31	123 ,81	140 ,95	156 ,42	171 ,06	185 ,40	,33
	78	47	37	32	30	29	29	
,34	74 ,76	103 ,78	124 ,18	141 ,27	156 ,72	171 ,35	185 ,69	,34
	77	46	37	32	30	29	29	
,35	75 ,53	104 ,24	124 ,55	141 ,59	157, 02	171 ,64	185 ,98	,35
	76	46	36	32	30	28	28	
,36	76 ,29	104 ,70	124 ,91	141 ,91	157 ,32	171 ,92	186 ,26	,36
	74	45	37	32	30	29	29	
,37	77 ,03	105 ,15	125 ,28	142 ,23	157 ,62	172 ,21	186 ,55	,37
	74	45	36	32	29	29	29	
,38	77 ,77	105 ,60	125 ,64	142 ,55	157, 91	172 ,50	186 ,84	,38
	72	45	36	32	30	29	28	
,39	78 ,49	106 ,05	126 ,00	142 ,87	158 ,21	172 ,79	187 ,12	,39
	71	45	36	32	30	28	29	
,40	79 ,20	106 ,50	126 ,36	143 ,19	158 ,51	173 ,07	187 ,41	,40
	70	45	36	32	30	29	29	
,41	79 ,90	106 ,95	126 ,72	143 ,51	158 ,81	173 ,36	187 ,70	,41
	69	44	35	32	29	29	29	
,42	80 ,59	107 ,39	127 ,07	143 ,83	159 ,10	173 ,65	187 ,99	,42
	68	44	36	31	30	28	28	
,43	81 ,27	107 ,83	127 ,43	144 ,14	159 ,40	173 ,93	188 ,27	,43
	67	44	36	32	29	29	29	
,44	81 ,94	108 ,27	127 ,79	144 ,46	159 ,69	174 ,22	188 ,56	,44
	66	43	35	32	29	29	29	
,45	82 ,60	108 ,70	128 ,14	144 ,78	159 ,98	174 ,51	188 ,85	,45
	65	43	36	31	30	29	29	
,46	83 ,25	109 ,13	128 ,50	145 ,09	160 ,28	174 ,80	189 ,14	,46
	65	43	35	32	30	28	29	
,47	83 ,90	109 ,56	128 ,85	145 ,41	160 ,58	175 ,08	189 ,43	,47
	64	43	35	31	29	29	29	
,48	84 ,54	109 ,99	129 ,20	145 ,72	160 ,87	175 ,37	189 ,72	,48
	63	43	35	31	30	29	29	
,49	85 ,17	110 ,42	129 ,55	146 ,03	161 ,17	175 ,66	190 ,01	,49
	62	42	35	31	30	28	29	
,50	85 ,79	110 ,84	129 ,90	146 ,34	161 ,47	175 ,94	190 ,30	,50

Für $f(x) > 3,50$ ergibt sich mit dem Argument $6,28319 - f(x)$ der Wert $360° - x$.

54—55. Berechnung der Elemente nach ZWIERS. Um einheitliche Zählung des Winkels ω im Sinne der Bewegungsrichtung zu erzielen, sind folgende schon von ZWIERS angegebene, aber meist nicht angeführte Vorzeichenregeln zu beachten. Es werde der zwischen den konjugierten Durchmessern a' und b' liegende spitze Winkel mit σ bezeichnet und $\sin\sigma$ stets positiv gerechnet, dann ist bei der Bestimmung von ω aus der Formel $\operatorname{tg}\omega = \pm\sqrt{\frac{\alpha^2 - a'^2}{a'^2 - \beta^2}}$ das Vorzeichen der Wurzel positiv zu wählen, wenn der Positionswinkel von a' größer ist als der von b', besitzt dagegen a' gegenüber b' kleineren Positionswinkel, dann ist die Wurzel negativ. Bei retrograden Bahnen ist i im 2. Quadranten anzunehmen. Die ZWIERSschen Bestimmungsstücke der scheinbaren Bahn ergeben nach Ziff. 52a sofort die natürlichen Elemente.

57. Formeln für Bahnverbesserung. Die im Handbuch S. 336 gegebenen Formeln für die Koeffizienten F und G sind zu ersetzen durch:

$$F = -C \cdot \frac{\cos\varphi}{(1 - e\cos E)^2}, \qquad G = -F(t - T).$$

Wesentliche Vereinfachung bei der Berechnung der Koeffizienten D, F, G tritt ein, wenn man nach HELLERICH[1] an Stelle der exzentrischen Anomalie E die wahre Anomalie v einführt und SCHLESINGERS[2] tabulierte Koeffizienten verwendet.

Auf die Vorteile der Verwendung der THIELE-INNES-Konstanten für Bahnverbesserung macht VAN DEN BOS[3] aufmerksam. Die auftretenden Differentialquotienten sind den Tafeln für X, Y direkt zu entnehmen, allerdings sind zwei Systeme von Gleichungen mit je fünf Unbekannten durchzurechnen und eine Verbesserung auf Grund der Positionswinkel allein ist nicht durchführbar, so daß bei engen Systemen die ältere Methode unentbehrlich bleibt.

Bei gewissen Bahnformen ist evtl. die Bahnverbesserung aus Distanzen mit Vorteil verwendbar; die Fehlergleichungen sind von folgender Form:

$$\begin{aligned}\frac{d\varrho}{\varrho} = \frac{da}{a} &- \sin(\theta - \Omega)\cos(\theta - \Omega)\sin i\operatorname{tg} i\, d\omega - \sin^2(\theta - \Omega)\operatorname{tg} i\, di \\ &+ \left(\frac{a}{r}\right)^2 [\sin\varphi\sin E - \sin(\theta - \Omega)\cos(\theta - \Omega)\sin i\operatorname{tg} i\cos\varphi](t - T)\, d\mu \\ &- \left(\frac{a}{r}\right)^2 [\sin\varphi\sin E - \sin(\theta - \Omega)\cos(\theta - \Omega)\sin i\operatorname{tg} i\cos\varphi]\,\mu\, dT \\ &- \left(\frac{a}{r}\right)^2 \left[(\cos E - \sin\varphi)\cos\varphi + \sin(\theta - \Omega)\cos(\theta - \Omega)\sin i\operatorname{tg} i\sin E\left(\frac{r}{a} + \cos^2\varphi\right)\right] d\varphi.\end{aligned}$$

59. Bahnbestimmung bei geradliniger scheinbarer Bahn. Methode von Crawford[4]. Die Bestimmung von T erfolgt ebenso wie in Ziff. 59 nach dem aus der Bahnbestimmung der spektroskopischen Doppelsterne bekannten Verfahren von SCHWARZSCHILD. Sei in Abb. 9 (Handb., S. 339) abkürzend bezeichnet

$$C'K' = l, \qquad C'P' = n, \qquad C'S' = m,$$

dann erhält man die fehlenden Elemente e, a, ω sofort aus:

$$e = \frac{m}{n}, \qquad a = \sqrt{\frac{l^2 - m^2}{1 - e^2}}, \qquad \cos\omega = \frac{m}{ae}.$$

---

[1] A N 223, S. 335 (1928).
[2] Publ Allegh 1, Nr. 6 (1908).
[3] Union Circ 68, S. 356 (1926); 86, S. 261 (1932).
[4] Lick Bull 14, S. 6 (1928).

Im Spezialfall $\omega = \pm 90°$ werde das Verhältnis der Zeiten, die der Begleiter von einer Elongation zur anderen gebraucht, mit τ bezeichnet und stets der Wert $\tau < 1$ gewählt, dann ist:

$$e = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1-\tau}{1+\tau}, \qquad a = \sqrt{\frac{l^2}{1-e^2}}, \qquad \omega = \pm 90°.$$

d) Visuelle Doppelsterne mit bekannter Bahn.

62. 61 Cygni. Vgl. FLETCHER, The Binary System 61 Cygni. M N 92, S. 125.

65. α Centauri. Vgl. FINSEN, The Orbit of α Centauri. Union Circ 68.

67. Sirius. Aus vier Spektrogrammen, die 1928 am 36inch-Lickrefraktor in Verbindung mit einem Einprismen-Spektrographen gewonnen wurden, erhielt J. H. MOORE[1] nach Ausschluß einer infolge Streulichtes stark abweichenden Platte als Rotverschiebung +0,29 A entsprechend +19 km/sec und damit eine vollständige Bestätigung der bekannten Resultate von ADAMS.

Duplizität des Siriusbegleiters wurde von INNES und VAN DEN BOS[2] vermutet, die eine Umlaufszeit von 18 Monaten für das System BC angeben; die 3. Komponente ist über $2^1/_2{}^m$ schwächer als der Begleiter B. In Lick, Yerkes und Lembang ist C nicht gesehen worden, dagegen hatte FOX in Dearborn schon 1920 Duplizität notiert. Falls der Begleiter C reell ist, müßten die Messungen von AB periodische Schwankungen andeuten. MEYERMANN[3] hatte 1921 periodische Schwankungen mit 5,5 Jahren gefunden und die Hypothese eines 3. Begleiters aufgestellt. ZAGAR[4] schließt aus den Abweichungen vom Flächensatz auf retrograde Bewegung eines 3. Körpers um die Komponente B, Umlaufszeit 6,3 Jahre, Masse $= {}^1/_{20}\, B$. VOLET[5] findet ebenfalls retrograde Bewegung im mittleren Abstand 1″,2, Masse ${}^1/_{16}\, B$, dagegen gibt VORONOV[6] aus der Diskussion der Messungen von VAN DEN BOS und FINSEN direkte Bewegung mit 2,8 Jahren Umlaufszeit an. Die Existenz des Begleiters ist vorläufig als zweifelhaft zu betrachten und eine Klärung bei der raschen Annäherung an den Hauptstern auch zunächst nicht zu erwarten. Da der vermutete Begleiter aber sicher nur geringe Masse besitzt, wird die berechnete Dichte des Siriusbegleiters nur in unerheblichem Maße modifiziert. Aus den Radialgeschwindigkeiten des Hauptsterns, die in Lick und Cape von 1899 bis 1926 gemessen sind, glaubt VORONOV[7] auf Duplizität von Sirius A schließen zu können. Die Periode beträgt $4^a,55$, die Halbamplitude der Schwankung der Radialgeschwindigkeit 0,57 km.

Von großer Bedeutung für die einwandfreie Bestimmung der Dichte des Siriusbegleiters ist aber die scheinbare Helligkeit. VYSSOTSKY[8] äußerte 1930 erstmalig Zweifel an dem bis dahin allgemein angenommenen Wert $8^m,44$, da er am 26inch-McCormick-Refraktor die photovisuelle Helligkeit zu $7^m,1$ fand, allerdings mit erheblicher Unsicherheit infolge der Verwendung des rotierenden Sektors. Die Fortsetzung[9] dieser Versuche nach verschiedenen Methoden bestätigte im Mittel den gefundenen neuen Wert. Visuell konnte dagegen KUIPER[10] sowohl in Leiden als auch in Lick den alten WENDELLschen Wert mit $8^m,48$ bestätigen. Sowohl photographische als auch visuelle Messungen können bei der erheblichen Störung durch den direkt benachbarten 9 bis 10 Größenklassen helleren Hauptstern leicht systematisch entstellt sein; als objektivste Methode kann daher die photoelektrische Intensitätsmessung angesprochen werden, die

[1] Publ A S P 40, S. 229 (1928).
[2] Obs 52, S. 22 u. 24 (1929).
[3] A N 215, S. 14 (1921).
[4] R Oss Astr Padova Nr. 23 (1932).
[5] B A (2) 8, S. 51 (1933).
[6] Tashkent Circ Nr. 30 (1934).
[7] Tashkent Bull Nr. 4 (1934).
[8] Publ A S P 42, S. 155 (1930).
[9] Ap J 78, S. 1 (1933).
[10] Publ A S P 46, S. 99 (1934).

von HUFFER und WHITFORD[1] erfolgreich verwendet wurde. Am 100zölligen Spiegel in Mt. Wilson wurde im Cassegrain-Fokus, in dem die Distanz AB 1,7 mm betrug, mit Diaphragmen von 1 mm und $^3/_4$ mm Öffnung an drei Abenden im Anschluß an sechs Vergleichsterne der Typen B5 bis A2 photoelektrisch die Helligkeit des Siriusbegleiters zu $7^m,32$ im Mittel bestimmt, also in Übereinstimmung mit den photovisuellen Beobachtungen $1^m,1$ heller gefunden. Damit sinkt die Dichte auf $^1/_5$ des bisher angenommenen Wertes. Die neuesten photoelektrischen Messungen von STEBBINS und WHITFORD[2] bestätigen dagegen wieder den alten Wert der Helligkeit, so daß die einwandfreie Klärung der Frage der Zukunft vorbehalten bleibt.

68. Procyon. Vgl. H. SPENCER JONES, The System of Procyon. M N 88, S. 403. ALBRECHT[3] kündigte 1933 Procyon als kurzperiodischen spektroskopischen Doppelstern an, LUYTEN[4] findet aus der Diskussion der Cape-Beobachtungen dagegen konstante Geschwindigkeit, zu gleichem Resultat gelangt auch SCHAUB[5].

70. Katalog der visuellen Doppelsternbahnen. Eine Zusammenstellung fast aller bis 1927 veröffentlichten Bahnelemente visueller Doppelsterne geben LUPLAU-JANSSEN, FJELTOFTE und LAURITZEN im „Catalogue of Binary Stars, for which Orbits have been computed"[6].

Neu berechnete und verbesserte Bahnelemente in Fortsetzung zum Katalog von VAN DEN BOS stellt FINSEN[7] mit Vollständigkeit bis 1933 im „Catalogue of Visual Binary Star Orbits" zusammen, der für alle Systeme auch die natürlichen Elemente enthält.

Das Erscheinen des AITKENschen New General Catalogue wirkt sich jetzt in einer erhöhten Tätigkeit auf dem Gebiet der Bahnbestimmung aus. Im folgenden sind nur die Literaturnachweise der seit FINSENS Katalog neu berechneten

Tabelle 4.

ADS	Stern	Quelle	ADS	Stern	Quelle
61	Σ 3062	Tash Circ 27	5752	A 519	Tash Circ 24
450	A 111	„ „ 25	6420	β 101	„ „ 27
520	β 395	„ „ 25	6650	Σ 1196 AB	„ Bull 2
671	Σ 60	„ „ 27; Veröff Königsbg. H. 5		Σ 1196 Cc	„ Circ 19
755	Σ 73	Tash Circ 27	6871	β 205	„ „ 24
918	A 1516	„ „ 24	7284	Σ 3121	„ „ 27
1123	β 1163	Union Circ 92	7334	A 1342	„ „ 24
1598	β 513	Tash Circ 27	7390	Σ 1356	„ „ 27
1613	A 1813	„ „ 24	7545	OΣ 208	„ „ 27
1630	OΣ 38	„ „ 27	8035	β 1077	Publ A S P 45, 190
1709	Σ 228	„ „ 27; Publ A S P 45, 311	8119	Σ 1523	Tash Circ 30
			8148	Σ 1536	„ Publ 4 (2), 45
			8197	OΣ 235	„ Circ 27
2028	A 1928	Tash Circ 27	8239	β 456	Padova Publ 36
2200	β 524	A J 43, 104	8344	A 75	Tash Circ 24
2616	Σ 412	Publ Minnesota II, 1	8630	Σ 1670	„ „ 27
3064	A 1938	Tash Bull 4	8804	Σ 1728	„ „ 27
3135	OΣ 79	„ Circ 27	8974	Σ 1768	„ „ 29
3210	β 1185	„ „ 27	8987	β 612	„ „ 27
3483	β 552	„ „ 27	9031	Σ 1785	„ „ 29
3701	A 3010	„ „ 27	9094	β 1270	„ „ 27
4299	A 494	„ „ 24	9247	β 1111	„ „ 27
5423	AGC 1	„ „ 30	9301	A 570	„ „ 29
	Sirius BC	B A 8, 55	9343	Σ 1865	„ „ 29

[1] Publ A S P 46, S. 221 (1934).
[2] Publ A S P 47, S. 151 (1935).
[3] Publ Amer Astr Soc 7, S. 210 (1933).
[4] Publ Obs Univ Minnesota 2, Nr. 1 (1934).
[5] Z f Ap 9, S. 198 (1934).
[6] Astr Abh Erg.-Heft der A N 5, Nr. 5 (1928).
[7] Union Circ 91 (1934).

Tabelle 4 (Fortsetzung).

ADS	Stern	Quelle	ADS	Stern	Quelle
9413	Σ 1888	Tash Circ 27	13125	Ho 581	Tash Circ 27
9494	Σ 1909	„ „ 27	13461	OΣ 400	„ „ 27
9578	Σ 1932	Poulk Circ 12	14073	β 151	„ „ 29
9626	Σ 1938	Tash Circ 27	14360	Σ 2729	„ „ 27
9716	OΣ 298	Tash Circ 27 Publ A S P 46, 196 Poulk Circ 8	14424	β 367	Padova Publ 33
9757	Σ 1967	Tash Circ 27	14773	OΣ 535	Tash Circ 27 Publ Minnesota II, 1
9769	Σ 1989	A J 44, 68	14787	AGC 13	Tash Circ 27
9909	Σ 1998	Tash Circ 27	15281	β 989	„ „ 27 Ap J 79, 449
10188	Δ 15	„ „ 29	15300	A 1223	Tash Circ 24
10360	Hu 1176	„ „ 29	15972	Kr 60	„ „ 27
10598	Σ 2173	„ „ 27	16326	A 632	„ „ 24
10660	β 962	„ „ 29 A J 43, 164 Ap J 80, 270	16417	OΣ 536	Union Circ 92
10786	AC 7	Tash Circ 27	16665	β 80	Tash Circ 27
10871	A 235	„ „ 19	16800	β 1266	„ „ 27
11046	Σ 2272	„ Bull 4	17052	A 2700	„ „ 24
11186	Σ 2294	A J 43, 105; 44, 71	17175	β 733	Publ Minnesota II, 1
11871	β 648	Tash Circ 27 Ap J 80, 270	—	β 416	Tash Circ 27
11950	Hd 150	Tash Circ 27	—	I 365	Padova Publ 36
12096	B 427	„ „ 27	—	φ 47	Tash Circ 32
12447	Σ 2525	„ „ 29	—	B 1909	„ „ 32
12880	Σ 2579	„ „ 29	—	δ 31	Tash Bull 4 Linc Rend 18, 386
12972	OΣ 387	„ „ 27	—	ψ Argus	Tash Circ 27
12973	AGC 11	„ „ 27	—	γ Centauri	„ „ 27
			—	p Eridani	Publ Minnesota II, 1

Systeme zusammengestellt. Die von VORONOV in den Tashkent Circularen veröffentlichten zahlreichen Bahnelemente sind vorläufig ohne Vergleich mit den Beobachtungen mitgeteilt. Bei retrograden Bahnen ist die Zählweise von ω hierbei nicht einheitlich, so daß vereinzelt Zweifel entstehen können.

e) Spektroskopische Doppelsterne.

72. Allgemeines über spektroskopische Doppelsterne. Über die Wahrscheinlichkeit der Entdeckung spektroskopischer Doppelsterne stellt ŠČIGOLEV[1] theoretische Untersuchungen an und findet die Häufigkeit der kleinen Exzentrizitäten gegenüber der theoretischen Entdeckungswahrscheinlichkeit unerklärlich hoch.

Die überaus wichtige Frage, inwieweit Geschwindigkeiten aus Linienverschiebungen als Bahnbewegung gedeutet werden dürfen (vgl. Ziff. 121), ist mehrfach statistisch behandelt worden. Nach der schon von O. STRUVE verwendeten Methode gelangt BEER[2] zu einer Bestätigung der früheren Resultate, während PERRINE[3] allgemein die variablen Radialgeschwindigkeiten kleiner Perioden mit Bahnbewegung als unvereinbar betrachtet und Erklärung in Pulsationen sucht (vgl. hierzu noch die Kritik O. STRUVES[4]).

73. Ruhende Kalziumlinien. Die neuere Entwicklung dieses mit dem Doppelsterncharakter nicht verknüpften Problems ist in ausführlicher Weise in der Untersuchung von PLASKETT und PEARCE[5] „The Problems of the Diffuse Matter in the Galaxy" enthalten.

[1] R A J 10, S. 16 (1933).
[2] Berlin-Babelsberg Veröff 5, Heft 6 (1927).
[3] A N 248, S. 129 (1933); 252, S. 253 (1934).
[4] A N 249, S. 99 (1933).
[5] Publ Astrophys Obs Victoria 5, Nr. 3 (1933).

74. Anomalien in Radialgeschwindigkeitskurven. Abweichungen von elliptischer Bewegung können bei Störung durch eine 3. Masse oder gegenseitiger Störung der beiden sehr dicht benachbarten Komponenten hauptsächlich in der Drehung der Apsidenlinie beobachtet werden; beide Fälle werden später noch eingehender behandelt. Auch die Rotation der Komponenten verursacht bei Bedeckungsveränderlichen systematische Abweichungen der Radialgeschwindigkeiten.

75. Systematische Unterschiede der Radialgeschwindigkeiten aus verschiedenen Linien. Einen neuen Typus stellt nach O. STRUVE[1] der Stern 17 Leporis dar, dessen Spektrum offenbar aus zwei Teilen zusammengesetzt ist. Der eine enthält verwaschene Linien, die im Mittel die Geschwindigkeit 0 ergeben, dagegen zeigt das zweite Spektrum, aus scharfen Linien bestehend, erhebliche Änderungen. Im normalen Zustand folgt die Geschwindigkeit zu —40 km/sec, mit genäherter Periode 155^d treten Komponenten der Linien auf, die eine Geschwindigkeit von —150 km/sec ergeben, gleichzeitig erscheint die Intensität fast aller Absorptionslinien stark vermindert. Die Linienverdopplung und die resultierende Schwankung der Radialgeschwindigkeit kann in diesem Falle nicht durch Bahnbewegung erklärt werden; STRUVE betrachtet das erste Spektrum als Spektrum der umkehrenden Schicht und das zweite als Spektrum einer bewegten Gashülle des Sterns.

Auf Strömungen in Sternatmosphären machte schon 1931 GUTHNICK[2] aufmerksam, der bei α Lyrae und ε Urs. maj. gesicherte Andeutungen hierfür fand.

Nach RUFUS[3] ergeben bei dem Oe5-Stern HD 206267 die Linien verschiedener Elemente und Ionisationsstufen systematisch stark verschiedene Werte der Radialgeschwindigkeit und der Amplitude. Im Vergleich zu den H-Linien sind die Linien anderer Elemente in verschiedenem Maße meist negativ verschoben, und mit Ausnahme von He^+ sind die sich ergebenden Amplituden wesentlich geringer. Weitere Beispiele systematischer Linienverschiebungen siehe in Publ Univ Obs Michigan und MERRILLS Untersuchung[4] über das Spektrum von HD 33232.

Über Untersuchungen systematischer Linienverschiebungen aus Spektren großer Dispersion vgl. noch die soeben erschienene Arbeit von ADAMS und McCORMACK[5].

76. Photometrische Prüfung spektroskopischer Doppelsterne. Eine umfangreiche Beobachtungsreihe zur Prüfung spektroskopischer Doppelsterne auf geringe Helligkeitsschwankungen mittels photoelektrischer Methode ist von STEBBINS[6] durchgeführt worden; nur in seltenen Fällen traten Helligkeitsschwankungen auf.

f) Bahnbestimmung spektroskopischer Doppelsterne.

79. Grundgleichungen. Die in Ziff. 52a eingeführten THIELE-INNES-Konstanten sind auch für Ephemeridenrechnung und Bahnverbesserung der spektroskopischen Doppelsterne mit Erfolg verwendbar. Nach VAN DEN BOS seien daher die Grundgleichungen in natürlichen Elementen hier angeführt (vgl. die Bezeichnungen aus Ziff. 52a):

Aus $z = CX + HY$, wobei z in Bogensekunden angesetzt ist, folgt

$$\frac{dz}{dt} = L\frac{dX}{dM} + N\frac{dY}{dM},$$

[1] Ap J 76, S. 85 (1932).
[2] Sitzber d Akad d Wiss Berlin Math-phys Kl 1931, Nr. 2 u. 29.
[3] Publ Obs Univ Michigan 6, Nr. 5 (1934).
[4] Ap J 79, S. 343 (1934).
[5] Ap J 81, S. 119 (1935).
[6] Publ Washburn 15, Teil 1 (1928).

wobei gesetzt sei: $L = \frac{4{,}737}{\pi}\mu C, \qquad N = \frac{4{,}737}{\pi}\mu H.$

Hierin ist π die jährliche Parallaxe und μ die mittlere Bewegung; wird letztere in Grad pro Tag ausgedrückt, die Halbachse a der Bahn in km und die Geschwindigkeit dz/dt in km/sec gerechnet, so ergeben sich aus den Definitionsgleichungen für C und H nach Einführung der Größe $K = \frac{\mu a \sin i}{\sqrt{1-e^2}}$ die Ausdrücke:

$$L = \frac{K}{\sin 1^\circ}(1-e^2)^{\frac{1}{2}}\sin\omega, \qquad N = \frac{K}{\sin 1^\circ}(1-e^2)^{\frac{1}{2}}\cos\omega.$$

Für die praktische Rechnung ist es vorteilhafter, den Faktor $\frac{1}{\sin 1^\circ}$ nicht bei L und N anzubringen, sondern $X' = \frac{1}{\sin 1^\circ}\frac{dX}{dM}$, $Y' = \frac{1}{\sin 1^\circ}\frac{dY}{dM}$ einzuführen.

Die Differentialquotienten dX/dM, dY/dM können den Tafeln für X, Y (Union Circ 71, App.) direkt entnommen werden, so daß die Ephemeridenrechnung für spektroskopische Doppelsterne ebenfalls vereinfacht erscheint. Die natürlichen Elemente L und N treten an Stelle der üblichen Elemente K und ω.

80. Bahnbestimmungsmethoden spektroskopischer Doppelsterne. Neue oder Abänderungen früherer Methoden zur Bahnbestimmung spektroskopischer Doppelsterne sind von folgenden Autoren in Vorschlag gebracht worden: KERRICH[1], MADERNI[2], ORLOFF[3], POGO[4], WESSELINK[5].

86. Bahnverbesserung. Vereinfachte Gestalt nehmen die Formeln für Bahnverbesserung bei Verwendung der THIELE-INNES-Konstanten an[6].

Aus der beobachteten Radialgeschwindigkeit $V = \gamma + LX' + NY'$, wobei $X' = \frac{dX}{dM}$, $Y' = \frac{dY}{dM}$ gesetzt sei, folgt die Fehlergleichung

$$\Delta V = \Delta\gamma + X'\Delta L + Y'\Delta N + P_v\Delta e + Q_v\mu\Delta T + R_v\Delta\mu.$$

Hierin ist abkürzend gesetzt:

$$P_v = L\frac{dX'}{de} + N\frac{dY'}{de},$$

$$Q_v = -L\frac{dX'}{dM} - N\frac{dY'}{dM},$$

$$R_v = -(t-T)Q_v.$$

Der Vorteil des Gleichungssystems besteht darin, daß die Differentialquotienten den Tafeln für X, Y in Union Circ 71, App. leicht entnommen werden können.

89a. Hypothetische individuelle Massen spektroskopischer Doppelsterne. Da aus Radialgeschwindigkeiten nur die Projektion der Achse $a\sin i$ gefunden werden kann, sind die Massen auch im Falle der Zweispektrensterne nur ableitbar, wenn i bei Bedeckungsveränderlichen bekannt ist. Für diejenigen spektroskopischen Doppelsterne, deren absolute Helligkeiten aus Parallaxenbestimmungen bekannt und deren beide Komponenten beobachtbar sind, versucht PETRIE[7] individuelle Massen aus dem beobachteten Massenverhältnis

$$m_1 : m_2 = K_2 : K_1$$

unter Zuhilfenahme von EDDINGTONS Massen-Helligkeitsbeziehung zu finden. Aus 62 Systemen findet er im Mittel $\sin^3 i = 0{,}809$ in guter Übereinstimmung

[1] Union Circ 82, S. 123 (1930).
[2] Mem S A It 5, S. 65 (1930).
[3] Odessa Astr Obs 1930.
[4] Ap J 67, S. 262 (1928).
[5] B A N 6, S. 186 (1932).
[6] Union Circ 68 (1926); B A N 3, S. 149 (1926).
[7] Publ Obs Univ Michigan 5, Nr. 13 (1934).

mit KREIKENS[1] Resultat 0,797. Allerdings verursacht bei unsicherer Parallaxe der entstehende Fehler der Masse unter Umständen, daß $\sin^3 i > 1$ wird.

g) Spektroskopische Doppelsterne mit bekannter Bahn. Typische Systeme.

95. ζ Aurigae. BOTTLINGERS Hinweis auf die Möglichkeit eines Bedeckungslichtwechsels hat vollen Erfolg gehabt. Die Bedeckung der *B*-Komponente durch den Hauptstern, der Übergigant vom Typus K5 ist, konnte, allerdings unvollständig, erstmals im Januar 1932 beobachtet werden; die Resultate der Bedeckung von 1934 Aug./Okt. versprechen vollständigere Daten. Das Minimum dauert $38^d,5$, Lichtabfall und Wiederanstieg erfolgen nach den neuesten Schätzungen in ca. $0^d,86$. Da die *B*-Komponente verdeckt wird, ist die Amplitude stark abhängig von der effektiven Wellenlänge, visuell umfaßt der Lichtwechsel nur etwa $0^m,2$, lichtelektrisch ($\lambda_{\mathrm{eff}} \backsim 4500$) etwa $0^m,4$, photographisch je nach Plattensorte und Objektiv $0^m,5$ bis $>1^m$. Die ungewöhnliche Bedeutung dieses Systems beruht darauf, daß hier hypothesenfreie Werte für Durchmesser, Masse und Dichte eines Übergiganten zu erlangen sind, außerdem versprechen die Beobachtungen der *K*-Linie des Begleiters Aufschluß über die offenbar wechselnden Ausdehnungs- und Dichteverhältnisse einer den Hauptstern umgebenden Gashülle. Bezüglich weiterer Einzelheiten sei auf die Arbeiten von GUTHNICK[2], HOPMANN[3], BEER[4] und HUFFER[5] verwiesen.

101. Sterne vom φ Persei-Typus. Ein neuer interessanter Vertreter dieses Typus ist der 1927 von O. STRUVE[6] angekündigte B5p-Stern 27 Canis majoris. Mehrjährige Periode, Spektralbeschaffenheit, Vorhandensein von Oszillationen kurzer Periode verweisen ihn in diese Klasse, wenn auch Besonderheiten auftreten. Aus den Linien von H, He und einiger Metalle findet STRUVE stets innerhalb der Meßgenauigkeit gelegene, übereinstimmende Werte der Radialgeschwindigkeit; als Bahnbewegung betrachtet, ergibt sich daraus der mit den geltenden Anschauungen unvereinbare Betrag von 2000 ⊙ als Minimalmasse.

Nach McLAUGHLIN[7] liegt der normale Fall eines variablen Be-Spektrums vor, die Unmöglichkeit der Bahnbewegung für diese Klasse folgt aus den starken Schwankungen, denen die Umlaufszeit unterworfen ist.

Systematische Untersuchungen einiger Sterne dieses Typus, die eine Reihe gesetzmäßiger Veränderungen der Spektrallinien andeuten, sind in Ann Arbor ausgeführt und in den Publications of the Observatory of the University of Michigan mitgeteilt. Auch der von MERRILL[8] untersuchte Be-Stern HD 33232 dürfte diesem Typus zuzurechnen sein.

109. Katalog der Bahnelemente spektroskopischer Doppelsterne. Zu dem im Handbuch abgedruckten MOOREschen Katalog veröffentlichte LUDENDORFF[9] einen Nachtrag der bis Juli 1927 berechneten Bahnelemente von 51 spektroskopischen Doppelsternen. Nachfolgend werden für die mir bis März 1935 bekannt gewordenen Bahnbestimmungen in Ergänzung zu LUDENDORFFS Liste wenigstens die Literaturnachweise für 151 Systeme gegeben.

---

[1] M N 89, S. 589 (1929).
[2] Sitzber d Preuß Akad d Wiss Phys-math Kl 1932, S. 57.
[3] Mitt Sternw Leipzig Nr. 1 (1933).
[4] M N 95, S. 24 (1934).
[5] Ap J 81, S. 292 (1935).
[6] Ap J 65, S. 273 (1927); 66, S. 113 (1927); 68, S. 109 (1928); 73, S. 301 (1931); 81, S. 345 (1935).
[7] Ap J 75, S. 60 (1932).
[8] Ap J 79, S. 343 (1934).
[9] V J S 62, S. 235 (1927).

Tabelle 5.

Stern	Quelle
ζ And	Cp X, 8, S. 35
λ And	Mer 4; Min II, 1.
9 And	Wash 15, S. 117.
32 Aqr	L O B 446.
$\varkappa$ Ari	L O B 433.
β Aur	O 1926; Pu B 11, S. 359.
RT Aur	Mich 5, Nr. 3.
TT Aur	Ap J 73, S. 77.
RU Cam	Ap J 68, S. 408.
α C Vn	Ap J 76, S. 313.
RS C Vn	Ap J 72, S. 41.
27 C Ma	Ap J 65, S. 273; 73, S. 301.
30 τ C Ma	Ap J 68, S. 335.
β Cap	Cp X, 8, S. 76.
42 Cap	Cp X, 8, S. 81; Min. II, 1.
1 Car	A S P 46, S. 255.
21 Cas	Wash 15, S. 103.
UU Cas	Ap J 79, S. 84.
ξ^2 Cen	L O B 431; A S P 41, S. 370.
i Cen	Cp X, 8, S. 57.
M Cen	Cp X, 8, S. 61.
β Cep	L O B 418; A N 248, S. 397; Ap J 70, S. 127; D A O 4, S. 171.
U Cep	Ap J 72, S. 205.
ζ Cet	Cp X, 8, S. 40.
5 Cet	Ap J 77, S. 310.
13 Cet	Ap J 78, S. 225.
δ Col	Cp X, 8, S. 45.
α Cr B.	Mich 5, Nr. 7
RW Cr B.	Ap J 79, S. 89.
$\alpha_1\alpha_2$ Cru	L O B 441.
ϑ' Cru	L O B 435.
b^2 Cyg	P A 38, S. 25; Mich 4, S. 199.
Y Cyg	M N 90, S. 754; D A O 4, S. 341.
GO Cyg	R A S C 27, S. 62.
β Del	Ap J 68, S. 319.
χ Dra	L O B 400; Min II, 1.
36 τ Eri	Ap J 65, S. 300; 67, S. 399.
α_1 Gem (B) / α_2 Gem (A)	Min II, 1.
γ Gem	B A N 6, S. 186.
ι Gru	Cp X, 8, S. 89.
ζ Her	Ap J 68, S. 319.
u Her	A S P 43, S. 30.
RX Her	Ap J 68, S. 51.
AK Her	Ap J 79, S. 89.
λ Hya	M N 88, S. 653.
23' Hya	Cp X, 8, S. 49.
RT Lac	Ap J 74, S. 101.
CM Lac	Ap J 79, S. 95.
95 o Leo	Ap J 66, S. 135.
δ Lib	Mich 6, S. 29.
ε Lib	A S P 42, S. 355; L O B 433.
β Lyr	Mich 5, Nr. 6; Harv Ann 84, Nr. 8, S. 207.
R Lyr	A N 236, S. 281.
α Ori	M N 88, S. 660; Ap J 77, S. 110.
28 η Ori	Ap J 68, S. 309.
61 μ Ori	Ap J 70, S. 256.
ξ Pav	Cp X, 8, S. 72.
$\varkappa$ Pav	L O B 412.
β Per	B A R 4, S. 555; Mich 6, S. 12.
τ Per	R L R 17, S. 940; 18, S. 458.
b Per	D A O 4, S. 309.
A Per	D A O 4, S. 161.
ζ Psc	Ap J 77, S. 310.
τ Pup	M N 88, S. 648.
β Ret	M N 88, S. 645.
S Sge	Mich 4, S. 75.
U Sge	Ap J 71, S. 336.
μ Sgr	A N 246, S. 425.
X Sgr	A S P 44, S. 324.
Y Sgr	P A 38, S. 92.
α Sco	M N 88, S. 669.
6 π Sco	Ap J 66, S. 217.
β Sct	D A O 4, S. 35.
λ Tau	Wash Pr 13, S. 833; Mich 6, S. 21.
ζ Tau	P A 35, S. 488.
103 Tau	D A O 4, S. 261.
4 β Tri	Ap J 67, S. 336.
ζ Tr A	Cp X, 8, S. 64.
ι Tr A	Cp X, 8, S. 68.
α Tuc	M N 88, S. 657.
ϱ Tuc	A S P 41, S. 371.
ξ U Ma	A S P 42, S. 41; L O B 432.
TX U Ma	R A S C 26, S. 382.
α U Mi	A S P 41, S. 254; Z f Ap 5, S. 294; B A R 4, S. 537, 551.
m Vel	Cp X, 8, S. 53.
H Vel	A S P 42, S. 354; L O B 431.
α Vir	Ap J 80, S. 365.
AG Vir	Ap J 79, S. 89.

Stern	Quelle
Boss 35 br	Ap J 80, S. 120.
523	D A O 6, S. 1.
613	D A O 4, S. 309.
809	R A S C 22, S. 335.
1074	A S P 43, S. 268.
1953	Ap J 80, S. 181.
2035	A S P 44, S. 254.
2824	Ap J 80, S. 181.
3138	Ap J 75, S. 348.
3180	D A O 4, S. 303.
3555	D A O 3, S. 335.
3827	D A O 4, S. 32.
4129	A S P 46, S. 238.
4177	D A O 4, S. 179.
Boss 4444	A S P 42, S. 342.
4876	D A O 6, S. 7.
5565	D A O 4, S. 108.
5579	D A O 3, S. 324.
5683	Ap J 65, S. 295.
6129	Ap J 80, S. 181.
HD 698	M N 92, S. 877.
1337	D A O 3, S. 13, 275.
19820	D A O 4, S. 67.
29376	D A O 6, S. 59.
34335	Ap J 68, S. 42.
39698 / 44701	D A O 6, S. 59.

Tabelle 5 (Fortsetzung).

HD 57060, 57103	D A O 6, S. 49.	HD 214240	D A O 3, S. 358.
73169, 75767	Ap J 74, S. 201.	214686	Ap J 74, S. 201.
		216014	V F P A 4, S. 177.
		218440	D A O 6, S. 49.
101177	Ap J 68, S. 42.	HR 976	D A O 6, S. 79.
125335	D A O 6, S. 79.	1401	D A O 4, S. 309.
163181	Ap J 67, S. 341.	1528	D A O 6, S. 79.
176819	D A O 4, S. 97.	3352	D A O 4, S. 309.
176853	D A O 4, S. 75.	5702	D A O 4, S. 55.
185936	D A O 6, S. 11.	6290	D A O 6, S. 79.
193536	D A O 4, S. 103.	6611	D A O 4, S. 81.
196362	Pu C 8, S. 16.	6979	D A O 4, S. 85.
198287	Ap J 78, S. 200.	7200	R A S C 22, S. 143.
198391	Pu C 7, S. 16.	7260	Pu C 7, S. 1.
206267	Mich 6, S. 45.	7338	D A O 4, S. 182.
206546	Ap J 74, S. 201.	8210	D A O 4, S. 161.
208095	D A O 6, S. 59.	8584	Pu C 8, S. 10.
210334	R A S C 27, S. 146.		

Abkürzungen:
A S P = Publ Astr Soc Pacific.
B A R = Bull Acad U S S R.
Cp = Cape Annals.
D A O = Publ Dom Astrophys Obs Victoria.
L O B = Lick Obs Bull.
Mer = Contrib Merate.
Mich = Publ Obs Univ Michigan.
Min = Publ Obs Univ Minnesota.
O = Odessa Observations.
P A = Pop Astr.
Pu B = Poulkovo Bulletin.
Pu C = Poulkovo Circular.
R A S C = Journal Royal Astr Soc Canada.
R L R = Rom Lincei Rend.
V F P A = Verein v. Freunden d. Phys. u. Astr., Gorki.
Wash = Washburn Publ.
Wash Pr = Washington Nat Ac Proc.

h) Die Bedeckungsveränderlichen.

110a. Klassifikation und Katalog der Bedeckungsveränderlichen. Die rege Entdeckungstätigkeit auf dem Gebiet der Veränderlichen hat auch eine ungeahnte Fülle von neuen Bedeckungsveränderlichen zutage gefördert, hauptsächlich ist dies auf die von GUTHNICK[1] eingerichtete planmäßige photographische Überwachung des Himmels in Babelsberg, Bamberg und Sonneberg zurückzuführen. PRAGERS Liste in dem „Katalog und Ephemeriden veränderlicher Sterne für 1935“ weist folgende Verteilung der bisher bekannten 703 Systeme auf die einzelnen Typen auf:

Algolsterne	498 + 1?
β Lyraesterne	80 + 19?
W Urs. maj. Typus . . .	59
Typus unbekannt	46

Die Mehrzahl der neuentdeckten Systeme ist natürlich sehr schwach, und ihre Beobachtung wird in den meisten Fällen nur rohe Angaben liefern, die zur sicheren Bahnbestimmung nicht ausreichen. Es mehren sich daher die Stimmen, die eine Beschränkung der Entdeckungen zugunsten eingehender Beobachtung geeigneter typischer Objekte sowohl photometrisch als auch spektroskopisch fordern.

[1] Sitzber d Akad Wiss Berlin Phys-math Kl 1928, S. 258.

111. Bahnbestimmung der Bedeckungsveränderlichen. Zur Ableitung der Elemente aus den Lichtkurven sind folgende Arbeiten und Tafeln neu erschienen:

P. HARZER[1]: Über die Helligkeitsabnahme von Bedeckungsveränderlichen, Formeln und Tafeln zur Berechnung der Helligkeitsabnahme für verschiedene Phasen und randverdunkelte Scheiben.

E. HETZER[2]: Beitrag zu H. N. RUSSELLS Methode der Berechnung der Elemente von Verfinsterungsvariablen unter Voraussetzung von Kreisbahnen und gleichmäßig hellen Sternscheiben.

M. WEND[2]: Eine Tafel zur Theorie der Bedeckungsveränderlichen (auf FETLAARS Modifikation der RUSSELLschen Methode beruhend).

Eine graphische Methode, die auch theoretisch verwickelte Fälle zu behandeln gestattet, teilt SITTERLY[3] mit.

Zur raschen Prüfung von photometrischen Systemkonstanten und Lichtkurven gibt GAPOSCHKIN[4] brauchbare Anweisungen.

Die zur Rektifikation von Lichtkurven für Bahnbestimmung benötigten Annahmen über Elliptizität der Komponenten, Randverdunkelung, Reflexion und Periastroneffekt sind in theoretischer und praktischer Hinsicht untersucht worden.

Die Elliptizität behandelt in eingehender Weise WALTER[5]. Aus den außerhalb der Bedeckungsphase liegenden Teilen der Lichtkurve ergibt sich gleicherweise für Sternscheiben mit und ohne Randverdunkelung, daß praktisch nicht zu entscheiden ist, ob beide Komponenten ähnliche oder verschiedene Gestalt besitzen, bei der üblichen Rektifikation folgt nur eine mittlere Elliptizität! Dagegen kann unter Zuhilfenahme einer statistischen Beziehung zwischen Massenverhältnis und Helligkeit der Komponenten, aus der bekanntlich auch die hypothetische Dichte gefolgert wird, nach den von WALTER gegebenen Formeln die Elliptizität der einzelnen Komponenten bestimmt werden. WALTERS Formeln und Hilfstafeln ermöglichen es, die Korrektionsgrößen zu berechnen, die an die ursprüngliche Lichtkurve angebracht werden müssen, um sie auf den Fall gleicher Elliptizität beider Komponenten zu reduzieren. Der Effekt der verschiedenen Elliptizität beider Komponenten erreicht sein Maximum im Hauptminimum der Bedeckung und wirkt entgegengesetzt zur Randverdunkelung, die dadurch verdeckt werden kann.

Die Randverdunkelung ist teils theoretisch, teils praktisch in bezug auf Spezialobjekte von KRAT[6] und von HIMPEL[7] behandelt worden.

Ausgedehnte Untersuchungen liegen über den 1908 an RT Persei von DUGAN entdeckten Reflexionseffekt vor. Von verschiedenen Gesichtspunkten ausgehend haben STEBBINS[8], EDDINGTON[9] und MILNE[10] die Wirkung einer Reflexion behandelt.

Während STEBBINS den Effekt hauptsächlich der diffusen Reflexion der Oberflächen der Sterne zuschreibt, behandeln EDDINGTON und MILNE die strahlungsenergetischen Konsequenzen, beschränken sich allerdings auf weit getrennte Sterne.

PIKE[11] läßt diese Einschränkung fallen und erhält, von MILNES Theorie ausgehend, eine zuverlässigere Näherung des Verlaufes. KRAT[12], der ebenfalls die

---

[1] Publ Kiel 16 (1927). [2] Diss. Leipzig 1931.
[3] Contr Princeton Univ Obs Nr. 11 (1931).
[4] A N 248, S. 157 (1933); 254, S. 397 (1935).
[5] Untersuchungen über Bedeckungsveränderliche. Veröff Sternw Königsberg Heft 2 (1931).
[6] Z f Ap 5, S. 60 (1932); 6, S. 96 (1933); R A J 10, Nr. 3 (1933).
[7] A N 252, S. 49 (1934). [8] Probleme der Astr. (Seeliger-Festschrift S. 442 (1924).
[9] M N 86, S. 320 (1926). [10] M N 87, S. 43 (1926).
[11] Ap J 73, S. 205 (1931). [12] M N 94, S. 70 (1933).

Reflexion behandelt, weist darauf hin, daß der Periastroneffekt, der nur bei schwach exzentrischen Bahnen auftritt, nicht durch Vermehrung der Reflexion in der Nähe des Periastrons erzeugt wird, sondern offenbar durch Fluterscheinungen und Pulsationen entsteht.

111a. Librationsschwingungen in engen Systemen. Apsidenbewegung. Zur Erklärung systematischer Abweichungen der Lichtkurven von W Urs. maj. stellte WALTER[1] die Hypothese von Librationen der Hauptkomponente, hervorgerufen durch einen dritten Körper, auf.

Librationen treten aber, wie er selbst später zeigte[2], ganz allgemein bei engen Systemen mit elliptischen Komponenten schon bei schwach exzentrischen Bahnen auf, so daß die Annahme einer dritten Masse überflüssig ist. Die Lösung der LAGRANGEschen Bewegungsgleichungen, die WALTER für kreisähnliche Bahnen und für den Fall der Gleichheit von Rotationszeit beider Komponenten mit der Umlaufszeit durchgeführt hat, führt auf ein System von gekoppelten Schwingungen. Es ergeben sich drei verschiedene Librationsperioden, welche von den Dimensionen des Systems und von der Dichtekonzentration der Komponenten abhängen. Die Untersuchung einiger Spezialfälle dieser angedeuteten allgemeinen Bewegungstheorie liefert folgende für die praktische Erprobung wichtigen Resultate:

1. Paare mit größerem Abstand (Elliptizität der Komponenten sehr klein). Merklich ist in diesem Falle nur die Librationsperiode, die nahezu gleich der Umlaufszeit ist; die schwach exzentrische Ellipse zeigt geringen Rücklauf der Apsidenlinie. Da bei nicht mit der Umlaufszeit übereinstimmender Rotationszeit aus den Rotationsellipsoiden der Komponenten ein Vorschreiten der Apsidenlinie eintritt, kann aus der beobachteten Bewegungsrichtung des Periastrons die kosmogonisch bedeutsame Frage der Art der Rotation entschieden werden.

2. Paare, deren Komponenten stark verschiedene Elliptizität besitzen. (WALTERS spezielle Algolsysteme, bei denen die helle kleinere Komponente kugelförmig, die schwache große Komponente stark elliptisch ist.) Merklich werden zwei Librationsperioden, deren eine etwas größer, die andere etwas kleiner als die Umlaufszeit ist (Algol, U Cep, u Her).

3. Beide Komponenten sind stark elliptisch (β Lyrae- und W Urs. maj.-Typus.) Hierbei werden die möglichen drei Librationsschwingungen merklich. Die Perioden sind theoretisch größer, etwa gleich und kleiner als die Umlaufszeit. Die Untersuchung der Beobachtungen von W Urs. maj. und β Lyrae bestätigt im wesentlichen diese Angaben, doch treten gelegentlich noch wirkliche „physikalische" Helligkeitsschwankungen auf, auch zeigen die Librationskonstanten kleine säkulare Änderungen.

Die unter 1 schon erwähnte Drehung der Apsidenlinie kann außer durch den störenden Einfluß eines dritten Körpers oder der durch Librationen hervorgerufenen Bewegung allgemein bei abgeplatteten rotierenden Körpern eintreten; die Geschwindigkeit der Apsidenbewegung hängt von der Gestalt (Elliptizität) der Komponenten und der Massenverteilung im Innern (Dichtekonzentration) ab.

RUSSELL[3] leitete 1928 eine Beziehung ab, die noch die Wirkung der Flutdeformation der Komponenten berücksichtigt, und fand in Anwendung auf die gesicherte Periode des Apsidenumlaufes von Y Cygni[4] eine, im Vergleich zu der aus der Theorie des Sternaufbaues folgenden, auffällig geringe Dichtekonzentration. LUYTEN[5], der für das spektroskopische System 13 Ceti die Apsidenbewegung als Folge der Elliptizität der Komponenten deutete, wies darauf hin, daß für

[1] Königsberg Beob 45. Abt., S. 1 (1929).
[2] Veröff Sternw Königsberg Heft 3 (1933); V J S 68, S. 339 (1933).
[3] M N 88, S. 641 (1928). [4] M N 91, S. 212 (1931).
[5] Ap J 78, S. 225 (1933); Publ A S P 45, S. 297 (1933).

eine Reihe von Bedeckungsveränderlichen die nach RUSSELLS Formel sich ergebenden Apsidenbewegungen feststellbar sein müßten.

Bekanntlich gelingt die Feststellung von Apsidenbewegung auch ohne spektroskopische Beobachtungen bei Bedeckungsveränderlichen mittels der durch Lichtzeitänderung infolge Bahndrehung bewirkten gegenseitigen Verschiebung der Minima. Beispiele hierfür geben neuerdings SHAPLEY und KELLER[1] für YY Sagitarii und UITTERDIJK[2] für 62.1933 Lacertae.

Auch WALTERS Untersuchungen über die Elliptizität und die Librationsschwingungen gestatten Rückschlüsse auf die Dichtekonzentration der Bedeckungsveränderlichen, wobei die Ergebnisse ebenfalls gegenüber den Theorien des Sternaufbaues zu kleine Werte andeuten. Allerdings weist THÜRING[3] darauf hin, daß diese Schlußfolgerungen nicht zwingend sind, und KLAUDER[4], der den gesamten Fragenkomplex zusammenfassend behandelt, gelangt zu dem Ergebnis, daß die Apsidenbewegung keinerlei entscheidende Aussagen über das Sterninnere zu liefern vermag, während die Elliptizität prinzipiell ebenso wie die Librationstheorie zwar brauchbare Werte ergeben könnte, zur Zeit aber weder die Theorien noch die Beobachtungsdaten hierzu ausreichen.

111b. Hypothetische Durchmesser und Dichten der Bedeckungsveränderlichen. Da nur bei Benutzung spektroskopischer Beobachtungen die Ermittlung der Dimensionen und Massen hypothesenfrei gelingt, andererseits diese Werte aber nur für wenige Systeme vorliegen, ist es wünschenswert, die Elemente der anderen Systeme zur Bestimmung dieser wichtigen Konstanten unter Hilfsannahmen zu verwerten. Entscheidend ist hierbei die Annahme der Masse und des Massenverhältnisses der Komponenten. GAPOSCHKIN[5] berechnet aus den gesicherten Daten die Mittelwerte der Summe der Massen für kleine, mittlere und größere Perioden und unterscheidet zwei verschiedene Massenverhältnisse je nach Größe des Verhältnisses der Lichtstärken beider Komponenten. HOLMBERG[6] stellt Summe der Massen und Massenverhältnis als Funktionen der in Frage kommenden Größen auf. Seien μ_b, μ_f die Massen der hellen und schwachen Komponenten in Einheiten der Sonnenmasse, P die Periode in Tagen, Sp_b Spektraltypus der helleren Komponente (Bo = 1,0, Ao = 2,0 usw.), L_b Lichtstärke der helleren Komponente in Einheiten der Gesamtintensität, dann ist statistisch:

$$\log(\mu_b + \mu_f) = -1{,}97 \log Sp_b + 0{,}30 \log P + 1{,}14\,,$$

$$\frac{\mu_b}{\mu_b + \mu_f} = +0{,}47\, L_b - 0{,}02\, Sp_b + 0{,}35\,.$$

Massen, Bahnradien, Dimensionen und Dichten der Komponenten sind nach diesen Formeln von HOLMBERG für 211 Systeme berechnet worden; gegenüber den alten hypothetischen Werten, die auf der Annahme der Masse 1 für jede Komponente beruhen, ist eine erhebliche Verbesserung eingetreten. Wie der Vergleich mit den hypothesenfreien Werten ergibt, beträgt der mittlere Unterschied 32% bei den Massen und 16% bei den Bahnradien.

113a. Ergebnisse der Bahnbestimmung der Bedeckungsveränderlichen. Während bis 1911 nur etwa für 10 Systeme Bahnbestimmungen verfügbar waren, brachte die RUSSELLsche Methode eine starke Steigerung der Bahnrechnungen. SHAPLEYS[7] Standardarbeit enthält Bahnbestimmungen von 90 Systemen, deren Resultate eingehend diskutiert werden. GAPOSCHKIN[8] gibt die photometrischen Systemkonstanten von 213 Bedeckungsveränderlichen nebst ausführ-

---

[1] Harv Bull 893, S. 6 (1933).
[2] B A N 7, S. 159 (1934).
[3] A N 253, S. 73 (1934).
[4] A N 255, S. 1 (1935).
[5] Berlin-Babelsberg Veröff 9, Heft 5, S. 9 (1932).
[6] Lund Medd (2) 71 (1934).
[7] Contr Princeton Nr. 3 (1915).
[8] Berlin-Babelsberg Veröff 9, Heft 5 (1932).

lichem Literaturverzeichnis und Diskussion, so daß hier der Hinweis auf diese Zusammenstellung genügt.

114. Algol. Zur Frage der langperiodischen Bahn vgl. MC LAUGHLIN[1]; die Periodenänderungen und ihre Ursachen behandelt FERRARI[2].

115. β Lyrae. Von neueren Veröffentlichungen, die speziell Bestimmungen der Dimensionen des Systemes und die Bewegungsverhältnisse zum Ziel haben, seien erwähnt die Arbeiten von TSCHERNY[3] und SANDIG[4], Beschreibungen des Spektrums und seiner Veränderungen siehe bei MAURY[5] und PILLANS[6].

116 a. Rotationseffekt bei Bedeckungsveränderlichen. Das Auftreten eines merklichen Rotationseffektes, der die Radialgeschwindigkeiten während der Bedeckung in systematischer Weise entstellt, ist verschiedentlich früher vermutet worden. HOLT[7], SCHLESINGER[8] und FORBES[9] machten auf diese Erscheinung aufmerksam, und HELLERICH[10] zeigte, daß Unterschiede zwischen spektroskopischen und photometrischen Elementen mehrfach beseitigt werden konnten, wenn man in Rücksicht auf diesen Effekt die während der Bedeckungsphasen erhaltenen Radialgeschwindigkeiten ausschloß.

ROSSITER[11] gelang der Nachweis des Rotationseffektes bei β Lyrae, während MC LAUGHLIN[12] die Sterne α Coronae bor., β Persei, λ Tauri, δ Librae und RZ Cassiop. eingehender untersuchte und, abgesehen von einigen Andeutungen über systematische Fehler der benutzten Beobachtungen, den Effekt meist recht ausgeprägt fand. Aus dem Rotationseffekt können, unter Annahme der Rotationsachse senkrecht zur Bahnebene, die Dimensionen der Bahn und der Komponenten bestimmt werden, obwohl nicht angenommen werden darf, daß diese Werte denen aus Zweispektrensternen ebenbürtig sind.

i) Sterne vom β Canis majoris-Typus.

117. Der β Canis majoris-Typus. Von den diesem Typus zuzurechnenden Sternen sind neuerdings folgende eingehender untersucht worden:

ν Eridani. Nach HENROTEAU[13] sind von allen Sternen dieses Typus hier die größten Schwankungen in der Amplitude der Geschwindigkeitskurve vorhanden. Helligkeitsschwankungen nach BAKER[14].

12 Lacertae. W. H. CHRISTIE[15] nimmt nach JEANS[16] zur Erklärung der Beobachtungen einen rotierenden, in Teilung begriffenen Stern an, der Pulsationen ausführt, die etwas geringere Periode besitzen, als die Rotationszeit beträgt.

β Cephei. Beobachtungsreihen in Victoria von VAN ARNAM[17], Lick von MENDENHALL[18], Mt. Wilson von DUNCAN und H. M. MITCHELL[19], Babelsberg von GUTHNICK und MEYER, bearbeitet von KOHL[20], Yerkes und Ann Arbor von CRUMP[21]. Eine einheitliche Darstellung des gesamten Beobachtungsmaterials ist bis jetzt noch nicht geglückt.

---

[1] Publ Michigan 6, Nr. 2 (1934). [2] A N 253, S. 225 (1934).
[3] A N 235, S. 106 (1929); 245, S. 347 (1932); 249, S. 205 (1933); 250, S. 9 (1933); 252, S. 387 (1934).
[4] Z f Ap 8, S. 1 (1934). [5] Harv Ann 84, Nr. 8 (1933). [6] Ap J 80, Nr. 1 (1934).
[7] Astronomy and Astrophysics 12, S. 646 (1893). [8] Publ Allegh 1, S. 123 (1909).
[9] M N 71, S. 578 (1911). [10] A N 216, S. 277 (1922); 223, S. 369 (1925).
[11] Publ Michigan 5, Nr. 6 (1933). [12] Publ Michigan 5, Nr. 7 (1933); 6, Nr. 2 (1934).
[13] Publ Ottawa 9, Nr. 4 (1927). [14] Publ A S P 38, S. 93 (1926).
[15] Publ Astrophys Obs Victoria 3, Nr. 9 (1926); 4, Nr. 5 (1928).
[16] M N 85, S. 797 (1925).
[17] Publ Astrophys Obs Victoria 4, Nr. 12 (1929).
[18] Lick Bull 14, S. 133 (1930). [19] Ap J 70, S. 127 (1929).
[20] A N 248, S. 397 (1933). [21] Ap J 79, S. 246 (1934).

118. β Canis majoris. Am 3-Prismen-Mills-Spektrographen der Lick-Sternwarte stellte W. F. MEYER[1] in den Jahren 1930—1932 eine größere Beobachtungsreihe an, die 19 Nächte mit vollständiger Überdeckung der 6stündigen Periode enthält. Die Amplitude der erhaltenen Geschwindigkeitskurven schwankte zwischen 3 km und 20 km periodisch in $49^d,1$. Die Geschwindigkeiten können innerhalb der Beobachtungsfehler als Resultierende zweier Sinuskurven mit wenig verschiedenen Amplituden und Perioden dargestellt werden.

Zur Erklärung wird Bahnbewegung in $0^d,250$ und Pulsation in $0^d,251$ angenommen.

j) Statistische und allgemeine Studien über Doppelsterne.

119 a. Allgemeine Statistik der Doppelsterne. Bei der Unvollständigkeit des Beobachtungsmaterials, das besonders am Südhimmel erst jetzt in rascher Auffüllung begriffen ist, ist es selbstverständlich, daß jede Statistik über Verteilung noch nicht endgültig ist. Auch wirkt die erst langsamer zur Behebung kommende Unsicherheit über Bahnelemente und daraus abgeleitete Parameter hemmend auf die absolute Sicherheit der Schlüsse. Es scheint daher weder notwendig, noch auch bei der Vielzahl der Untersuchungen möglich, sämtliche Einzelresultate anzuführen. Abgesehen von den in den Ziff. 120—128 angeführten Arbeiten seien folgende erwähnt.

a) Visuelle Doppelsterne. Zur Übersicht über unsere Kenntnis der Doppelsterne vgl. AITKENS[2] Darwin Lecture, die neue statistische Abzählungen enthält. In einer Reihe von Arbeiten beschäftigt sich KREIKEN[3] mit den Verteilungsparametern. Die galaktische Konzentration der Doppelsterne scheint danach etwas geringer zu sein als bei Einzelsternen; die Zahl der Doppelsterne nimmt mit wachsender Größenklasse rascher zu als die der Einzelsterne. Die Mehrzahl der Systeme gehört der Hauptserie an, die relative Häufigkeit der Riesen nimmt bei den Doppelsternen von B nach M ab, während der Größenunterschied der Komponenten wächst. Nach OORT[4] besteht in den mittleren Geschwindigkeiten kein Unterschied zwischen Doppelsternen und einfachen Sternen. Auch GYLLENBERG[5] findet keinen Unterschied bei der Verteilung von 125 Objekten mit $\mu > 0'',1$ in bezug auf die Vorzugsrichtungen der Sternströmungen.

Desgleichen sind die Einzelkomponenten der Doppelsterne an Masse denen der Einzelsterne vergleichbar, wie sich aus den Untersuchungen von OORT[4], BRILL[6], RABE[7], SHAJN[8] u. a. ergibt.

b) Spektroskopische Doppelsterne. KREIKEN[9] glaubt die Mehrzahl der Systeme der Hauptserie zurechnen zu müssen, da nur unter Benutzung der Massen der Zwerge eine Abhängigkeit der Neigung vom Spektraltypus zum Verschwinden gebracht werden könne (vgl. hierzu noch LUYTENS[10] Kritik!). Auf die Statistik der charakteristischen Eigenschaften der spektroskopischen Doppelsterne von BEER[11] sei hier nochmals hingewiesen.

c) Bedeckungsveränderliche. Mc LAUGHLIN[12] stellt für Sterne mit bekannten Bahnen statistische Untersuchungen bezüglich Massen, absoluter Helligkeiten, Dichte und Spektraltypus an, auch die galaktische Verteilung und die Periodenhäufigkeit wird einer Untersuchung unterzogen.

---

[1] Publ A S P 46, S. 202 (1934).
[2] M N 92, S. 596 (1932).
[3] B A N 4, S. 239 (1928); 5, S. 71, 109, 114 (1929); M N 89, S. 647 (1929); 90, S. 212, 306 (1930).
[4] A J 35, S. 141 (1924).
[5] Lund Medd (1) 132 (1933).
[6] Berlin-Babelsberg Veröff 7, Heft 1 (1927).
[7] A N 231, S. 79 (1927).
[8] A N 226, S. 49 (1925).
[9] M N 89, S. 589 (1929); 90, S. 760 (1930).
[10] Harv Bull 870 (1929); M N 91, S. 938 (1931).
[11] Berlin-Babelsberg Veröff 5, Heft 6 (1927).
[12] A J 38, S. 21 u. 45 (1927).

Auch SHAJN[1] findet auf statistischem Wege Gesetzmäßigkeit von Massenverhältnis, Größendifferenz, Dichte und Temperatur des Begleiters in Abhängigkeit vom Spektraltypus.

Eine ausführliche Statistik der Bedeckungsveränderlichen, die sich auf alle Fragen erstreckt, ist in der umfangreichen Arbeit von GAPOSCHKIN[2] enthalten.

120. Beziehung zwischen Periode und Exzentrizität. MOORE und AITKEN[3] untersuchen erneut diese Beziehung auf Grund eines erweiterten Materiales, welches 226 spektroskopische und 103 visuelle Doppelsternbahnen umfaßt. Das sekundäre Maximum der Exzentrizität bei $P = 30^d$ ist infolge verbesserten Materiales nur mehr schwach ausgeprägt; bei den Typen Oe bis A5 nimmt für Perioden unter 100^d die Exzentrizität erheblich schneller zu als bei den späteren Typen F bis M.

122. Spektraltypen der Komponenten der Doppelsterne. LEONARD[4] und SHAJN[5] gelangten zu dem Resultat, daß im Mittel die schwächere Komponente der helleren im HERTZSPRUNG-RUSSELLschen Sinne der Entwicklung vorausgeht, doch weist SIEDENTOPF[6] nach, daß dieser Schluß irrig ist. Die Spektren von 53 Bedeckungsveränderlichen (beide Komponenten), von denen 25 auf eigenen Beobachtungen beruhen, werden von WYSE[7] behandelt. Bei kurzperiodischen Bedeckungsveränderlichen sind größere Spektralunterschiede nicht vorhanden, allgemein haben die Begleiter späteren Spektraltypus als die Hauptsterne. Der Vergleich der aus den Spektren abgeleiteten Oberflächenhelligkeiten mit den aus der Lichtkurve folgenden Werten enthüllt bemerkenswerte Abweichungen, die teilweise als reell betrachtet werden müssen.

123. Massen der Doppelsterne. Massenverhältnis. Die Steigerung der Kenntnis der Parallaxen gestattet nun für eine größere Zahl von visuellen Doppelsternen die Berechnung der Summe der Massen. PITMAN[8] gibt in einer neuen Liste die Massen von 104 Systemen, von denen 33 als erstklassig betrachtet werden, bei 51 Systemen liegen dagegen nur unsichere Parallaxen zugrunde. Es sei hier auf die neue Liste von 4179 spektroskopischen Parallaxen von Mt. Wilson[9] verwiesen, die auch zahlreiche Doppelsterne enthält.

Zusammenstellung der Massen der Bedeckungsveränderlichen siehe bei GAPOSCHKIN[10] sowie HOLMBERG[11] (vgl. Ziff. 111b).

Das Massenverhältnis visueller Doppelsterne zeigt nach BERNEWITZ[12], RABE[13] u. a. eine gut ausgeprägte Gesetzmäßigkeit zur Größenklassendifferenz der Komponenten; Massenfunktion und Massenverhältnisse spektroskopischer Doppelsterne untersucht eingehend HELLERICH[14], der ein verschiedenes Verhalten findet, je nachdem 1 oder 2 Spektren sichtbar sind.

Hypothetische Massen für Doppelsterne bekannter Bahnen können unter Verwendung verschiedener Zustandsgleichungen berechnet werden. EDDINGTONS Massenhelligkeitsbeziehung wird für ähnliche Zwecke meist verwendet, erwähnt seien aber in diesem Zusammenhang noch die Arbeiten von BRILL[15], der die empirisch geprüfte Konstanz von $k\sqrt{\varepsilon}$ (k = Massenabsorptionskoeffizient, ε = Konstante der Energieerzeugung) verwendet, und RABE[16], dessen Zustandsgleichung der Zwergsterne der Temperatur und nicht der Masse den ausschlaggebenden Einfluß zuschreibt. Eine einwandfreie Entscheidung ist zur Zeit weder in dem einen

[1] M N 88, S. 213 (1928).
[2] Berlin-Babelsberg Veröff 9, Heft 5 (1932).
[3] Publ A S P 36, S. 326 (1924).
[4] Lick Bull 10, S. 169 (1921).
[5] A N 226, S. 49 (1925).
[6] Göttingen Veröff Heft 3, S. 55 (1928).
[7] Lick Bull 17, S. 37 (1934).
[8] A J 39, S. 57 (1929).
[9] Ap J 81, S. 187 (1935).
[10] Berlin-Babelsberg Veröff 9, Heft 5, S. 74 (1932).
[11] Lund Medd (2) 71 (1934).
[12] A N 213, S. 1 (1921).
[13] A N 225, S. 220 (1925).
[14] A N 220, S. 249 (1924).
[15] Berlin-Babelsberg Veröff 7, Heft 1 (1927).
[16] A N 225, S. 217 (1925); 231, S. 79 (1927).

noch anderen Sinne möglich, da das Beobachtungsmaterial noch nicht ausreicht, wie SIEDENTOPF[1] und KIENLE[2] gezeigt haben.

124. Hypothetische und dynamische Parallaxen der Doppelsterne. Ausgedehnte Untersuchungen über die theoretisch aus beobachteter Bahnbewegung zu gewinnenden Parallaxen, für die allgemein die Bezeichnung dynamisch vorgeschlagen wird, stellt RUSSELL[3] an, der die Methoden von HERTZSPRUNG-RUSSELL, JACKSON und COMSTOCK diskutiert und zu folgender Formulierung gelangt, die bei der Bestimmung des Korrektionsfaktors n auf EDDINGTONS Massenhelligkeitsbeziehung zurückgreift. Seien für Systeme mit bekannten Bahnelementen p die gesuchte dynamische Parallaxe, a die Halbachse der Bahn in Bogensekunden, P die Umlaufszeit in Jahren, n ein Korrektionsfaktor, dann ist $p = n d_1$; $d_1 = a P^{-\frac{2}{3}}$. Im Falle unbekannter Bahnelemente sei die dynamische Parallaxe h, die beobachtete Distanz s und die beobachtete Bahnbewegung w (in Bogensekunden pro Jahr), dann wird $h = n h_1$; $h_1 = 0{,}418 \sqrt[3]{s w^2}$. Die visuelle Gesamthelligkeit des Systems in Größenklassen wird unter Benutzung der Tabelle 6 in bolometrische Größe umgerechnet, die mit m bezeichnet sei; damit findet man:

$$M_1 = m + 5 + 5 \log d_1 \quad \text{im Falle bekannter Bahn,}$$

oder

$$M_1 = m + 5 + 5 \log h_1 \quad \text{bei Unkenntnis der Elemente.}$$

Eine Hilfsgröße n_0 wird als Argument von M_1 aus Tabelle 7 bestimmt und mit dem Argument M_1 und der Größenklassendifferenz ΔM der Komponenten eine Größe A aus Tabelle 8 entnommen, damit wird der gesuchte Korrektionsfaktor n schließlich $n = n_0 A$.

Tabelle 6.

Spektr.	Korr.	Spektr.	Korr.	Spektr.	Korr.
B0	$-0^m{,}9$	g G0	$0^m{,}0$	d G0	$+0^m{,}1$
B5	$-0{,}1$	g G5	$-0{,}4$	d G5	$0{,}0$
A0	$+0{,}2$	g K0	$-0{,}7$	d K0	$-0{,}2$
A5	$+0{,}3$	g K5	$-1{,}5$	d K5	$-0{,}6$
F0	$+0{,}3$	g M2	$-2{,}0$	d M0	$-1{,}5$
F5	$+0{,}2$	g M7	$-2{,}6$		

Tabelle 7.

M_1	n_0	M_1	n_0	M_1	n_0
−6	0,065	0	0,417	6	0,880
−5	0,097	1	0,496	7	0,961
−4	0,132	2	0,575	8	1,046
−3	0,189	3	0,652	9	1,138
−2	0,251	4	0,728	10	1,238
−1	0,337	5	0,803	11	1,345

Tabelle 8.

	$M_1 = -4$	-2	0	$> +2$
$\Delta M = 0$	1,00	1,00	1,00	1,00
1	1,02	1,01	1,01	1,01
2	1,05	1,04	1,03	1,03
3	1,08	1,07	1,06	1,05
4	1,11	1,09	1,08	1,07
5	1,13	1,12	1,11	1,10
6	1,14	1,13	1,12	1,12
7	1,15	1,14	1,14	1,14
8	1,16	1,15	1,15	1,15
9	1,16	1,15	1,15	1,16
10	1,16	1,16	1,17	1,18
12	1,17	1,17	1,18	1,19

Die Anwendung des RUSSELLschen Verfahrens hat sich als sehr fruchtbar erwiesen. RUSSELL und MOORE[4] geben einen Katalog von 1777 dynamischen Parallaxen, AITKEN und MOORE[5] fügen die Parallaxen von 323 AITKENschen Systemen hinzu, FINSEN[6] veröffentlicht soeben 531 dynamische Parallaxen von Sternen des Südhimmels.

Ähnliche Betrachtungen wie RUSSELL stellte REDMAN[7] an, und weitere Untersuchungen zur Frage der dynamischen Parallaxen liefern DOIG[8], FINSEN[9] und BARBIER[10].

[1] Göttingen Veröff Nr. 3, S. 20 (1928).
[2] Enzykl math Wiss 6, 2B, 28 (1934).
[3] A J 38, S. 89 (1928).
[4] A J 39, S. 165 (1929).
[5] Lick Bull 16, S. 96 (1933).
[6] Union Circ 93 (1935).
[7] M N 88, S. 33 (1927).
[8] Obs 48, S. 112 (1925).
[9] M N 92, S. 47 (1931); 93, S. 24 (1932).
[10] A J 43, S. 29 (1933); C R 196, S. 253 (1933).

Für Doppelsterne bekannter Bahn können nach BRILL[1] „strahlungsenergetische Parallaxen" abgeleitet werden, und aus RABES Zustandsgleichung lassen sich explizite Formeln[2] für die Parallaxen der Zwergsterne aufstellen.

Nach wie vor bleibt es aber wünschenswert, der Bestimmung der Parallaxen aus der Verbindung von Radialgeschwindigkeiten und visuellen Messungen erhöhte Aufmerksamkeit zuzuwenden, da hierdurch hypothesenfreie Werte von großer Zuverlässigkeit erzielt werden können, die zur Prüfung von Zustandsgleichungen unerläßlich sind. CHANG[3] hat einige Systeme beobachtet, und LUNDMARK[4] leitet für 5 Systeme Parallaxenwerte aus Mt. Wilson-Beobachtungen ab.

125. Dichte der Doppelsterne. Zum Problem der Dichte des Siriusbegleiters vgl. Ziff. 67. Neue Werte der Dichte von visuellen Doppelsternen geben BRILL und RABE in den unter Ziff. 123 erwähnten Arbeiten. Die Dichte von Bedeckungsveränderlichen siehe bei GAPOSCHKIN und HOLMBERG unter Ziff. 111b.

126. Orientierung der Bahnebenen. KREIKEN[5] findet aus der Lage der großen Achsen Parallelismus der Bahnebenen zur Milchstraße und eine Vorzugsrichtung der Achsen nach der galaktischen Länge 330°, auch BARBIER[6] findet verschiedene Gesetzmäßigkeiten der Verteilung. Dagegen gelangen CHANG[7] und FINSEN[8] übereinstimmend zu dem Resultat einer zufälligen Verteilung der Bahnebenen, ein Ergebnis, das um so schwerer wiegt, als beide Autoren nur Systeme mit eindeutig fixierter Bahnlage (Vorzeichen von i) benutzen.

Bei den Periastronlängen der spektroskopischen Doppelsterne besteht bekanntlich die Tendenz, zwischen 0° und 180° zu fallen, STRUVE und POGO[9] diskutieren die gegebenen Erklärungsversuche und glauben die Verteilung durch Störungen im Sternsystem erklären zu können, woraus eine Abhängigkeit von der galaktischen Länge folgen würde. LUNDMARK[10] lehnt dagegen eine gesetzmäßige Verteilung der Periastra ab.

127a. Sonstige statistische Verwertung der Doppelsterne. Bei physischen Objekten ist die Helligkeitsdifferenz der Komponenten gleich der Differenz der absoluten Helligkeiten, daher ergeben sich Möglichkeiten, die Verteilung der absoluten Helligkeiten ohne Kenntnis der Parallaxen zu finden, da in einer Reihe von Systemen Riesen und Zwerge kombiniert auftreten. LUNDMARK und LUYTEN[11] sowie REDMAN[12] bestimmen aus diesem Kriterium die Lage des Riesen- und Zwergastes im RUSSELL-Diagramm, SHAJN[13] benutzt die Beziehung zur Untersuchung der spektroskopischen Parallaxen auf systematische Fehler.

128. Entstehung und Entwicklung der Doppelsterne. KREIKEN[14] versucht statistisch nachzuweisen, daß die Häufigkeiten der spektroskopischen Doppelsterne nicht mit denen der visuellen in Einklang gebracht werden können, so daß kosmogonisch zwei verschiedene Klassen vorliegen.

Eine größere Aufmerksamkeit hat die Frage der säkularen Massenabnahme der Sterne infolge Energieausstrahlung gefunden. VOGT[15] zeigt an dem Material des dritten MOOREschen Kataloges spektroskopischer Doppelsterne, daß statistische Gesetzmäßigkeiten vorliegen, die bei säkularer Massenabnahme zu erwarten stehen. JEANS[16], MCMILLAN[17] und BROWN[18] gelangen zu dem Schluß, daß Massenabnahme allein die Exzentrizität nicht wesentlich vergrößern kann. SMART[19]

---

[1] Berlin-Babelsberg Veröff 7, Heft 1 (1927).
[2] A N 225, S. 238 (1925).
[3] Ap J 68, S. 319 (1928); 70, S. 182 u. 256 (1929).
[4] Medd Ups 35 (1928).
[5] M N 88, S. 101 (1927); B A N 5, S. 51 (1929).
[6] M N 92, S. 338 (1932).
[7] A J 40, S. 11 (1929).
[8] Union Circ 90 (1933).
[9] A N 234, S. 297 (1929).
[10] Medd Ups 20 (1927).
[11] A J 35, S. 93 (1923) u. Medd Ups 34 (1928).
[12] M N 88, S. 718 (1928).
[13] Ap J 62, S. 104 (1925).
[14] Ann Bosscha Sterrew Lembang 4, pt 4, S. 37 (1930).
[15] A N 225, S. 315 (1925).
[16] M N 85, S. 2 (1924).
[17] M N 85, S. 904 (1925).
[18] Wash Nat Ac Proc 11, S. 274 (1925); 12, S. 1 (1926).
[19] M N 85, S. 423 (1925).

findet, daß infolge säkularer Massenabnahme spektroskopische Systeme großer Masse innerhalb annehmbarer Zeit in visuelle Doppelsterne übergehen können, dagegen gelangt MARKOWITZ[1] in ausführlicher Diskussion zu dem Ergebnis, daß, wenn nicht noch andere Kräfte als Flutwirkung, Massenverlust und Vorübergänge an störenden Massen wirksam werden, im allgemeinen Umlaufszeit, Halbachse und Exzentrizität abnehmen.

Auch über die Bedingungen, unter denen eine Teilung eines Sternes stattfinden kann, herrscht keine Einigkeit. VOGT[2] weist darauf hin, daß nur bei sehr starker Konzentration der Energiequellen nach dem Zentrum hin eine Teilung in Frage kommt, MARKOWITZ[3] hält die Teilung für unmöglich, wenn das Verhältnis der Dichte im Zentrum zu der mittleren Dichte den Wert 2,7 übersteigt, was bei den meisten Sternmodellen der Fall ist. Zur Frage der Feststellung der Dichtekonzentration aus dem Beobachtungsmaterial vgl. Ziff. 111a. Die Grundlagen der empirischen Kosmogonie untersucht kritisch SIEDENTOPF[4], während das Gesamtgebiet durch KIENLE[5] dargestellt wird.

k) Mehrfache Systeme.

129a. Berechnung der Störungen bei visuellen 3fachen Systemen. Die Berechnung allgemeiner Störungen in 3fachen Systemen ist gegenüber dem planetaren Fall dadurch kompliziert, daß die 3 Massen von annähernd gleicher Größenordnung sind. Versuche zur Lösung in theoretischer Hinsicht liegen vor in der Arbeit von ZAPP „Untersuchung eines speziellen Falles des Drei- und Vierkörperproblems“[6], der in Anlehnung an SEELIGERS Untersuchungen über ζ Cancri die Bewegungsform diskutiert, und in der Arbeit von SLAVENAS „The Stellar Case of the Problem of three Bodies“[7], der das Problem in Anlehnung an die Mondtheorie behandelt.

In der Praxis ist die Berechnung spezieller Störungen am einfachsten. SEELIGER hatte schon 1888 (vgl. Ziff. 131) für ζ Cancri Störungen in rechtwinkligen Koordinaten nach Formeln berechnet, die unter Annahme des Massenverhältnisses 1 : 1 für das System A B abgeleitet waren. Die offensichtlich unhaltbare Annahme des SEELIGERschen Massenverhältnisses $m_C/(m_A + m_B) = 2{,}4$ veranlaßte SCHNAUDER[8], eine Formel zu suchen, die dieses Massenverhältnis nur als Faktor enthält und damit seine Verbesserungsmöglichkeit in sich birgt. Durch Einsetzen der bekannten Gleichungen der Variation der Elemente in die Bedingungsgleichung zur Bahnverbesserung aus Positionswinkeln gelingt die Darstellung der Störungen im Positionswinkel in gewünschter Weise, auch die Störungen in Distanz lassen sich unter Zuhilfenahme einer von SEELIGER bezüglich des Flächensatzes abgeleiteten Beziehung finden, aber die Rechnung ist recht umständlich.

Der Haupteinfluß der Störungen durch eine dritte Masse besteht in der Drehung der Apsidenlinie, also in Änderung von ω, bei gegenseitiger Bahnneigung wird auch die Bewegung des Knotens merklich, während die übrigen Elemente nur periodische Schwankungen aufweisen.

129b. Unsichtbare Komponenten. Die Existenz dunkler Massen kann nicht mehr geleugnet werden, da diese bei ξ Ursae majoris und ζ Cancri C unzweifelhaft festgestellt sind. Die Auffindung kleiner Schwankungen in den Mikrometermessungen visueller Doppelsterne hat für eine Reihe von Systemen zur Vermutung dunkler Begleiter geführt, deren Realität in den meisten Fällen wohl zu

[1] Ap J 75, S. 69 (1932). [2] A N 229, S. 125 (1927). [3] Ap J 78, S. 161 (1933).
[4] Göttingen Veröff Nr. 3 (1928). [5] Enzykl math Wiss 6, 2B, 28 (1934).
[6] Diss. München 1907. [7] Transact Yale Obs 6, Teil 3 (1927).
[8] Über die Bewegungsverhältnisse in dem mehrfachen Sternsystem ζ Cancri. Diss. München 1921; A N 215, S. 441 (1921).

bezweifeln ist. Der Vorschlag von BERMAN[1] und LUYTEN[2], spektroskopische Beobachtungen zur Entscheidung heranzuziehen, kann natürlich bei kleinen Neigungen versagen, auch die beliebte Prüfung mittels des Flächensatzes hängt in so hohem Maße von der Genauigkeit der Beobachtungen ab, daß eine einwandfreie Entscheidung kaum möglich ist. So ist z. B. bei 70 Ophiuchi schon seit Jahrzehnten ein dunkler Begleiter vermutet worden, für den Perioden von verschiedenster Länge angegeben werden; die dauernd wiederkehrende Behauptung, daß die Bahn nicht geschlossen sei, stimmt nur, wenn man alle alten Beobachtungen kritiklos mitnimmt. Natürlich soll die Möglichkeit einer 3. Komponente besonders bei 70 Ophiuchi nicht geleugnet werden, die meisten dunklen Massen sind aber wohl Hilfshypothesen, die in der Überschätzung der Genauigkeit der Beobachtungen ihre Begründung finden. Auch bei spektroskopischen Doppelsternen spielt der 3. Körper häufig eine Rolle. LUYTEN[2] hat hier durch eingehende Diskussion für mehrere Systeme die Unhaltbarkeit dieser Anschauung bewiesen (χ Drac., 42 Capric., λ Andr.).

130–140. Einzelsysteme. Die nachfolgenden ergänzenden Literaturangaben beziehen sich nur auf grundlegendere Monographien einiger Systeme.

131. ζ Cancri vgl. MAKEMSON, A J 42, S. 153.

132. ξ Urs. maj. vgl. VAN DEN BOS, Danske Vidensk. Selsk. Naturw. Afd. *8*, 12. 2 (1928); BERMAN, Lick Bull 15, S. 109 (1931).

134. $\varkappa$ Pegasi, vgl. LUYTEN, Ap J 79, S. 449

135. 13 Ceti, vgl. POGO, Ap J 68, S. 116; LUYTEN, Ap J 78, S. 225.

136. Castor, vgl. LUYTEN, A J 42, S. 179; Publ Minnesota 2 Teil 1.

137. 42 Capric., vgl. LUYTEN, Publ Minnesota 2 Teil 1.

140. ε Aurigae, vgl. STRUVE u. ELVEY, Ap J 71, S. 136 (1930) und Publ Yerkes 7, Teil 2 (1932); HUFFER, Ap J 76, S. 1 (1932); GÜSSOW, A N 250, S. 73 (1933); HYNEK Ap J 78, S. 54 (1933); McLAUGHLIN, Ap J 79, S. 235 (1934).

---

[1] Lick Bull 16, S. 24 (1932).

[2] Publ Minnesota 2, Teil 1 (1934).

Erläuterungen zu den Abkürzungen in den Zitaten.

Dem Verständnis der Abkürzungen in den Zitaten sollen die beiden folgenden Listen A und B dienen. Liste A enthält den Schlüssel zu häufig vorkommenden Abkürzungen einzelner Wörter, Liste B die abgekürzten Bezeichnungen für Zeitschriften und andere Publikationen.

A. Allgemein angewandte Abkürzungen.

Abh = Abhandlungen.
Ac, Acad = Académie, Academy.
Acc = Accademia.
Ak, Akad = Akademie.
Am, Amer = American.
Ann = Annalen, Annales, Annals.
Arch = Archives.
Astr = Astronomical, Astronomie, Astronomisch usw.
Astrophys = Astrophysical, Astrophysik, Astrophysikalisch usw.
Ber = Berichte.
Bull = Bulletins.
Circ = Circulars.
Comm = Communications, Communicazioni.
Contr = Contributions, Contribuzioni.
Diss = Dissertation.
Ges = Gesellschaft.
H = Heft.
Handb = Handbuch.
Inst = Institut, Institute, Institution.
J = Journal.
Medd = Meddelanden.
Mem = Memorie, Memoirs usw.
Met = Meteorologisch.
Mitt = Mitteilungen.
Obs = Observatorium, Observatory.
Oss = Osservatorio.
Phil = Philosophical.
Phys = Physical, Physik, Physikalisch usw.
Proc = Proceedings.
Pubbl = Pubblicazioni.
Publ = Publications, Publikationen.
Rech = Recherches.
Rend = Rendiconti.
Rep = Report.
Repr = Reprint.
Rev = Revue, Review.
Sc = Sciences.
Sitzber = Sitzungsberichte.
Soc = Società, Société, Society.
Sol = Solar.
Sternw = Sternwarte.
Trans = Transactions.
Univ = Universität, Université, University.
Veröff = Veröffentlichungen.
Wiss = Wissenschaften.
Z = Zeitschrift.

Sternwarten (Observatorien) sind häufig einfach durch den Namen des Ortes oder ihren sonstigen Namen bezeichnet; so bedeutet z. B. Lick Bull die „Bulletins of the Lick Observatory", Mitt Sonneberg die „Mitteilungen der Sternwarte zu Sonneberg" usw. Orts- und andere Namen sind dabei häufig in nicht mißverständlicher Weise abgekürzt; die wichtigsten dieser Abkürzungen sind:

Allegh = Allegheny.
Arc = Arcetri.
Berl = Berlin.
Gött = Göttingen.
Gron = Groningen.
Hamb = Hamburg.
Harv = Harvard.
Mich = Michigan.
Potsd = Potsdam
Poulk = Poulkovo.
Stockh = Stockholm.
Wash = Washington.

B. Abgekürzte Bezeichnungen für Zeitschriften und andere Publikationen.

A J = Astronomical Journal.
A J B = Astronomischer Jahresbericht.
A N = Astronomische Nachrichten.
Ann d Phys = Annalen der Physik.
Ap J = Astrophysical Journal.
Arch Néerl = Archives Néerlandaises des Sciences Exactes et Naturelles.
Ark Mat Astr Fys = Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik.
B A = Bulletin Astronomique.
B A F = Bulletin de l'Association Française d'Observateurs d'Étoiles Variables.

B A N = Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands.
B S A = L'Astronomie. Bulletin de la Société Astronomique de France.
Bull Ac Pol = Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres. Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles.
Bur of Stand J of Res = Bureau of Standards. Journal of Researches.
B Z = Beobachtungszirkular der Astronomischen Nachrichten.
C R = Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. Paris.
C R de l'U S S R = Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'U.S.S.R. Leningrad.
Gaz Astr Anvers = Gazette Astronomique. Bulletin de la Société d'Astronomie d'Anvers.
Gerlands Beitr = Gerlands Beiträge zur Geophysik.
Gorki Bull = Verein von Freunden der Astronomie in Gorki (Nishni-Novgorod). Veränderliche Sterne. Forschungs- und Informationsbulletin.
Ind J Phys = Indian Journal of Physics.
Jap J Astr Geoph = Japanese Journal of Astronomy and Geophysics.
J B A A = Journal of the British Astronomical Association.
J Can R A S = Journal of the Royal Astronomical Society of Canada.
J O = Journal des Observateurs.
J Opt Soc Amer = Journal of the Optical Society of America.
J Phys et Rad = Journal de Physique et le Radium.
Kodaik Bull = Kodaikanal Observatory Bulletin.
Mem B A A = Memoirs of the British Astronomical Association.
Mem R A S = Memoirs of the Royal Astronomical Society.
Mem S A It = Memorie della Società Astronomica Italiana.
M N = Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.
N A T = Nordisk Astronomisk Tidsskrift.
Naturwiss = Die Naturwissenschaften.
Obs = The Observatory.
P A T = Populär Astronomisk Tidskrift.
Phil Mag = Philosophical Magazine.
Phil Trans = Philosophical Transactions of the Royal Society.
Phot Korr = Photographische Korrespondenz.
Phys Rev = Physical Review.
Phys Z = Physikalische Zeitschrift.
Pop Astr = Popular Astronomy.
Publ Am Astr Soc = Publications of the American Astronomical Society.
Publ A S P = Publications of the Astronomical Society of the Pacific.
Quart J of Math = Quarterly Journal of Mathematics.
R A J = Russian Astronomical Journal.
Rev d'Opt Théor et Instr = Revue d'Optique Théorique et Instrumentale.
Rev Mod Phys = Reviews of Modern Physics.
Rev Scient Instr = Review of Scientific Instruments.
Sc Pap Bur Stand = Scientific Papers of the Bureau of Standards.
Smithson Ann = Annals of the Astrophysical Observatory of the Smithsonian Institution.
Smithson Misc Coll = Smithsonian Institution. Miscellaneous Collections.
Spec Astr Vat = Specola Astronomica Vaticana (Publikationen).
Stockh Astr Iakt Undersökn = Astronomiska Iakttagelser och Undersökningar å Stockholms Observatorium.
Trans Intern Astr Un = Transactions of the International Astronomical Union.
Union Circ = Circular of the Union Observatory, Johannesburg.
V F P A = siehe Gorki Bull.
V J S = Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft.
Wash Nat Ac Proc = Proceedings of the National Academy of Sciences, Washington.
Z f Ap = Zeitschrift für Astrophysik.
Z f Instrk = Zeitschrift für Instrumentenkunde.
Z f Phys = Zeitschrift für Physik.
Z f phys Chem = Zeitschrift für physikalische Chemie.
Z f wiss Phot = Zeitschrift für wissenschaftliche Photographie, Photophysik und Photochemie.

Sachverzeichnis zu Band I bis VII.

Berichtigungen.

Außer den in Bd. III/1, S. X, Bd. III/2, S. VIII, Bd. IV, S. 501, Bd. V/1, S. 574, Bd. V/2, S. X, Bd. VI, S. 474 angegebenen Berichtigungen sind noch die folgenden vorzunehmen:

Band I.

S. 510. Letzte Zeile, Spalte y, lies $\cos P \sin s$ statt $\cos P \cos s$.
S. 514. Formeln (13′), letzte Gleichung lies $\sin d$ statt $\sin \alpha$.
S. 520. 12. Zeile nach der Tabelle lies Methode statt Methoden.
S. 524. Zeile 4 lies dagegen ξ, η und x, y statt dagegen ξ, η und u, v.
S. 527. In Abb. 7 lies ζ statt $90 - \zeta$.
S. 537. Fußnote 1 lies S. 106 statt S. 103.
S. 540. Gleichung (70), erste Zeile des Ausdruckes für Δx lies $-\beta k_1 k_3 x^2$ statt $-\beta k_1 k_2 x^2$ und $-\beta k_1 k_4 y^2$ statt $+\beta k_1 k_4 y^2$.
S. 559. Tafel 14, 2. Spalte, lies σ_2 statt σ^2, letzte Spalte oben lies $-0{,}030$ statt $+0{,}030$.

Band V/2.

S. 678. Zeile 4 in Ziff. 238 lies M, T_e statt $M = T_e$.
S. 851. Zeile 7 in Table 13, letzte Spalte, lies radial outward statt radialoutward.
S. 1080. Zeile 2 in der Fußnote lies 18″,3, 217° statt 18″, 3,217°.

Band VI.

S. 141. Zeile 25 lies M0 bis M9 statt M1 bis M10.
S. 187. Zeile 25 lies Y Vulpeculae statt V Vulpeculae.
S. 224. Zeile 19 lies $3^m,5$ bzw. $5^m,5$ statt $4^m,9$ bzw. $5^m,2$.
S. 255. Table I, Nr. 65 lies $\delta = +17°28',4$ statt $+7°28',4$.
S. 355. Zeile 2 v. u. lies ζ Her statt ξ Her.
S. 446. Letzte Zeile lies $\pi = \sqrt[3]{\frac{a^3}{2P^2}} = \frac{a}{1{,}26\,P^{2/3}}$ statt $\pi = \sqrt[3]{\frac{a^3}{P^2}} = \frac{a}{P^{2/3}}$.

Band VII.

S. 288 ff. Bei den Termbezeichnungen ${}^3\Sigma_u$, ${}^3\Pi_u$ usw. ist in einer Reihe von Fällen der Index u im Druck versehentlich durch μ oder n ersetzt worden.
S. 289. Zeile 6, 8 und 16 lies ${}^3\Sigma_u^-$ statt ${}^3\Sigma_\mu$.
S. 295. Fußnote 4 lies 10^{-8} statt 10^8.
S. 298. Zeile 14 lies $(I_{J'', J'})$ statt $(I_{J', J''})$.
S. 366. Zeile 19 lies with the sunspots statt with the sunspot.